Akustický cut-off

- stratifikovaná atmosféra
- pokud je charakteristická škála atmosféry kratší než vlnová škála, pak tlakové změny odpovídající za vlnu nemohou být udrženy ⇒ komprese se zhlazují, neboť plyn se perturbaci přizpůsobí rychleji než za periodu vlny ⇒ vlna je odražena

vlny s delší periodou (menší frekvencí) se odrážejí

hydrostatická rovnováha:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}$$

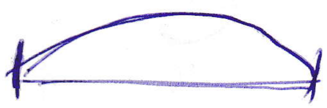
$$\Rightarrow \quad H_p^{-1} = \frac{d\ln p}{dr} = \frac{GM_\odot \rho}{p R_\odot^2} \propto \frac{1}{T}$$

$$p \propto \rho^{\gamma}$$

krajní případ – stojatá vlna:
vlnová délka ≈ škála atmosféry

$$\lambda = 2 H_p$$

↑ viz fund. mod na struně



$$H_p = \frac{\lambda}{2}$$

$$c = \omega \lambda$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{ac} = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2H_p} \propto \frac{1}{T}$$

⇒ $T = T_{min}$ v teplotním minimu
⇒ $\omega = \omega_{max}$ zde

⇒

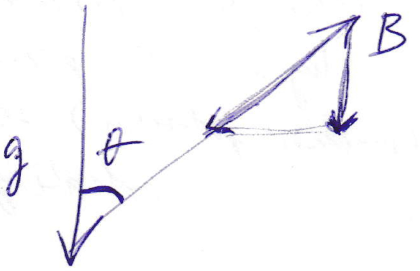
pokračujeme

$$w_{ac} = \frac{c}{2H_p} = \frac{c}{2}\,\frac{\overset{g}{\overbrace{GM_\odot}}\,\rho}{R_\odot^2\,p} = \frac{gc}{2}\,\frac{\rho}{p} =$$

$$c^2 = \gamma\frac{p}{\rho} \Rightarrow \frac{\rho}{p} = \frac{\gamma}{c^2}$$

$$= \frac{gc}{2}\,\frac{\gamma}{c^2} = \frac{\gamma g}{2c}$$

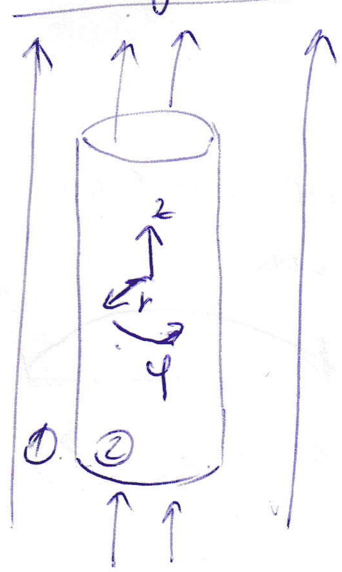
skloněné mg. pole



$$\Rightarrow g' = g\cos\theta$$

Tedy $$w_{ac}' = \frac{\gamma g\cos\theta}{2c}$$

MHD vlny v podélných uniformních plazmatech se cylindrickou geometrií



① a ② dvě oblasti plazmatu, obě uniformní. V každém prostředí zvlášť platí rovnice pro šíření magnetoakustických vln.

Řešení může být superpozicí dílčích, až na směr normálový k diskontinuitě.

Tedy např. $p_T'(\vec{r},t) = \tilde{p}(r)\,e^{i(kz+m\theta-\omega t)}$

k řešení tedy

$$r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d\tilde{p}_T}{dr}\right] + \left(k_r^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)\tilde{p}_T = 0$$

Besselova rovnice

$$k_\perp^2 = k_r^2 - \frac{m^2}{r^2} = \frac{(\omega^2-\omega_s^2)(\omega^2-\omega_A^2)}{(c_s^2+c_A^2)(\omega^2-\omega_T^2)} - \frac{m^2}{r^2}$$

$\omega_s = k c_s$ ← akustická frekvence

$\omega_A = k c_A$ ← alfvénova frekvence

$\omega_T = k\dfrac{c_A c_s}{\sqrt{c_A^2+c_s^2}}$ ← trubicová frekvence

pozn: pro $B=0 \Rightarrow k_r^2 = \left(\frac{\omega}{c_A}\right)^2 - k^2$

pro $B \ll 1 \rightarrow k_r^2 > 0 \Leftrightarrow \omega_T^2 < \omega^2 < \omega_s^2$

nebo $\omega^2 > \omega_A^2$

řešením $J_m(k_r r)$ a $Y_m(k_r r)$

pro $k_r^2 > 0 \Leftrightarrow \omega^2 < \omega_T^2$ nebo

$\omega_s^2 < \omega^2 < \omega_A$

řešením $K_m(k_r r)$ a $I_m(k_r r)$

J_m ... Besselovy fce prvního druhu

Y_m ... sférické harmonicky

I_m ... modifikovaná B. fce 1. druhu

K_m ... —"— 2. druhu

normální mody

- silná lokalizovaná ve vlákni, kinetická energie $\to 0$ pro $r \to \infty$, tedy $k_{re} > 0$

! řešení konečné pro $r = 0$!

řešení:

uvnitř, $r \leq a$

$$\tilde{p}_{Ti}(r) = A_i J_m(k_{ri} r)$$

$$\tilde{\xi}_{ri}(r) = A_i \frac{k_{ri}}{\rho_{0i}(\omega^2 - \omega_{Ai}^2)} J'_m(k_{ri} r)$$

vnějšek: , $r > a$

$$\tilde{p}_{Te}(r) = A_e K_m(k_{re} r)$$

$$\tilde{\xi}_{re}(r) = A_e \frac{k_{re}}{\rho_{0e}(\omega^2 - \omega_{Ae}^2)} K'_m(k_{re} r)$$

podmínka spojitosti

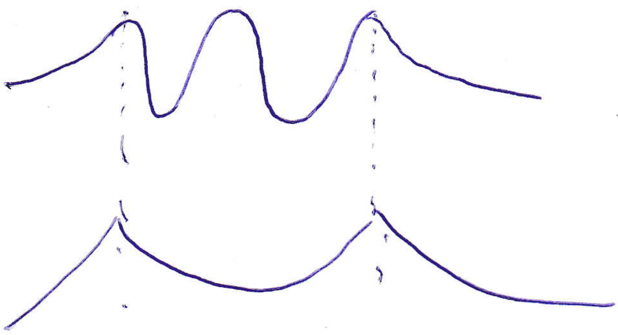
$$\frac{k_{ri}}{\rho_{0i}(\omega^2 - \omega_{Ai}^2)} \frac{J'_m(k_{ri} a)}{J_m(k_{ri} a)} - \frac{k_{re}}{\rho_{0e}(\omega^2 - \omega_{Ae}^2)} \frac{K'_m(k_{re} a)}{K_m(k_{re} a)} = 0$$

kde
$$k_{ri}^2 = \frac{(\omega^2 - \omega_{Ai}^2)(\omega^2 - \omega_{Si}^2)}{(c_{si}^2 + c_{Ai}^2)(\omega^2 - \omega_{Ti}^2)}$$

$$k_{re}^2 = \frac{(\omega_{Se}^2 - \omega^2)(\omega_{Ae}^2 - \omega^2)}{(c_{se}^2 + c_{Ae}^2)(\omega_{Te}^2 - \omega^2)}$$

pokud $k_{ri} > 0$ ... oscilace, pro $k_{ri} < 0$ tlumení vlny uvnitř smyčky – „body waves" – porucha v celém objemu smyčky

vlny utlumované zevnitř – „surface waves"



→ mody s $m=0$ azimutálně symetrické

→ „sausage" modes

→ mody s $m=1$ azimutálně asymetrické

→ „kink" modes

→ mody s $m>1$

→ „fluting" nebo „ballooning" modes

osa smyčky se nepohybuje, ale dochází ke zvlnění v hraniční oblasti