Čárové záření

pro opticky tenkou atmosféru
→ všechny emitované fotony se nakonec dostanou (podél zorné přímky) k pozorovateli

⇒ počet fotonů ve sp. čáře = suma příspěvků podél zorné přímky

výkon emitovaný objemem dV při přechodu $j \to i$ iontu X^{+m} pozorovaný ve vzdálenosti d detektorem se sběrnou plochou S

$$dE = \frac{S}{4\pi d^2} N(X_j^{+m}) A_{ji} h \nu_{ij} \, dV \qquad [J/s = W]$$

spontánní emise

opticky tenké plazma → celkově

$$E = \frac{S}{4\pi d^2} \int_V N(X_j^{+m}) A_{ji} h \nu_{ij} \, dV$$

tok: výkon procházející jednotkovou plochou:

$$F = \frac{E}{S} = \frac{1}{4\pi d^2} \int_V N(X_j^{+m}) A_{ji} h \nu_{ij} \, dV \qquad [W/m^2]$$

hustota emitentů:

$$N(X_j^{+m}) = \frac{N(X_j^{+m})}{N(X^{+m})} \frac{N(X^{+m})}{N(X)} \frac{N(X)}{N(H)} \frac{N(H)}{N_e} N_e$$

relativní populace hladiny; relativní populace iontu; abundance prvku; abundance vodíku vůči hustotě elektronů $\sim 0{,}83$ pro teploty nad 10^5 K

⇒ příspěvková funkce

$$G(T, N_e) = \frac{N(X_j^{+m})}{N(X^{+m})} \frac{N(X^{+m})}{N(X)} \frac{N(X)}{N(H)} \frac{N(H)}{N_e} \frac{A_{ji}}{N_e} h \nu_{ij}$$

⇒ tok

$$F = \frac{1}{4\pi d^2} \int_V G(T, N_e)\, N_e^2\, dV$$

příspěvková fce → zahrnuje atomovou fyziku v procesu formování čáry ⇒ může být vypočtena z modelové atmosféry jako fce T a N_e

$N_e^2 dV = d(EM)$ EM – emisní míra objemu dV

$$N_e^2 dV = \underbrace{N_e dV}_{\text{počet volných elektronů}} \cdot \underbrace{N_e}_{\text{elektronová hustota}} \quad [m^{-3}]$$

aproximace: dV rozdělíme na menší části, aby v každém z nich byla plazma vždy izotermická a izohustotní, tedy pro každý objem pro plazma platí, že

$$T \in (T, T+dT),\quad N_e \in (N_e, N_e + dN_e)$$

S_n a S_T ... povrchy s konstantní hustotou a teplotou

$$\Rightarrow dV_j = dL^j_{N_e,T} \frac{dN_e\, dT}{|\nabla N_e||\nabla T| \sin\theta^j_{N_e,T}}$$

povrchy s konstantní teplotou a hustotou se protínají v ~~..~~ křivce $L_{N_e,T}$

$\theta_{N_e,T}$ ... lokální úhel mezi ∇N_e a ∇T

⇒ diferenciál emisní míry

$$\psi(T, N_e) = \sum_j \int_{L^j_{N_e,T}} \frac{N_e^2\, dL^j_{N_e,T}}{|\nabla N_e||\nabla T| \sin\theta^j_{N_e,T}}$$

míra distribuce plazmatu podél zorného paprsku jako fce hustoty a teploty

⇒ tok

$$F = \frac{1}{4\pi d^2} \int_T \int_{N_e} G(T, N_e)\, \psi(T, N_e)\, dT\, dN_e$$

$\varphi(T, N_e)$ (N_e) se ale nedá určit, protože $G(T, N_e)$ na N_e závisí slabě $\Rightarrow$ inverze vztahu vede k velké nejistotě v hustotě

$\Rightarrow$ lepší zaměřit se na teplotní závislost

$\Rightarrow$ dV s teplotou mezi T a $T+dT$

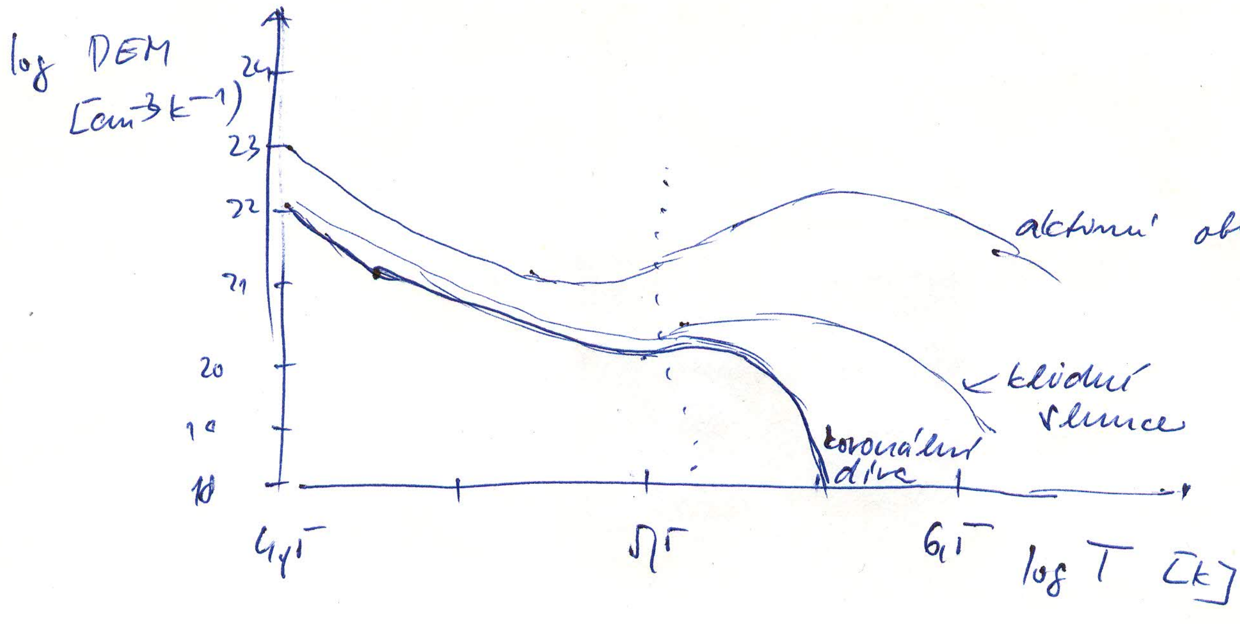
$$dV = \frac{dT}{|\nabla T|}, \quad \nabla T = \frac{dT}{d^3r} \quad \text{definujeme}$$

$$\boxed{\Rightarrow \varphi(T) = \frac{N_e^2}{|\nabla T|} \quad .. \quad [m^{-3} K^{-1}]} \quad .. \quad \text{DEM}$$

differenciální míra emise

Pak platí $F = \frac{1}{4\pi d^2} \int_T G(T, N_e)\, \varphi(T)\, dT$

$\varphi(T)$ se dá měřit z pozorování inverzí



pro izotermální plazma $\varphi(T) = EM\, \delta(T - T_0)$

$\boxed{\text{Diagnostika plazmatu}}$

izotermální plazma:

$$F = \frac{1}{4\pi d^2}\, G(T, N_e)\, EM \qquad EM = \int_V N_e^2\, dV$$

→ homogenní plazma vyplňuje objem

$$\rightarrow N_e = \sqrt{\frac{EM}{V}} = \sqrt{\frac{4\pi d^2}{V}\,\frac{F}{G(N_e, T)}}$$

→ není homogenní – odhadneme střední hustotu

$$F = \frac{1}{4\pi d^2} \oint G(T, N_e) \int_V N_e^2\, dV \sim \frac{G(T, \bar{N}_e)}{4\pi d^2}\, \bar{N}_e^2\, f V$$

f... filling faktor → zlomek objemu okupovaného plazmatem

elektronová hustota: lze určit inverzí poměru intenzity čar

$$\frac{F_{ij}}{F_{kl}} = \frac{\int_T G_{ij}(T, N_e)\, \varphi(T)\, dT}{\int_T G_{kl}(T, N_e)\, \varphi(T)\, dT}$$

$\boxed{\text{Diagnostika emisní míry}}$

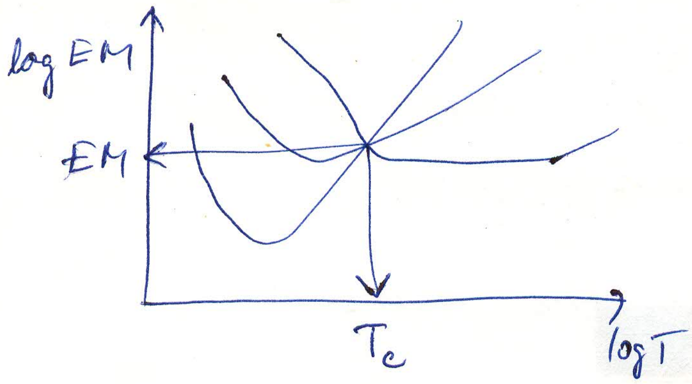
$$EM = \int_T \varphi(T)\, dT = \int_{T, N_e} \psi(T, N_e)\, dT\, dN_e \equiv \int N_e^2\, dV$$

izotermální plazma

$$F = \frac{1}{4\pi d^2}\, G(T_e)\, EM \rightarrow \underbrace{EM(T)}_{\text{EM loci – silně závisí na } T} = 4\pi d^2 \frac{F}{G(T)}$$

diagnostika: vykreslení $EM(T)$ pro sadu iontů

pokud vše OK, všechny se protnou v jednom ~~bodě~~ bodě (T_e, EM)



multitermální plazma → neprotnou se v jednom bodě

→ potíže více iontů ($EM(T)$ pro jeden iont a nízké přechody jsou nerozlišitelné), lépe více iontů téhož prvku → méně nepřesností z atomové fyziky

pokud hodnoty čar → vertikální posun χ-bodů pro jednotlivé prvky lze použít pro stanovení abundancí

$\boxed{\text{Diagnostika DEM}}$

inverze $\underbrace{F_i}_{\text{měříme}} = 1/4\pi d^2 \int_T \int_{N_e} \underbrace{G(T,N_e)}_{\text{známe}} \varphi(T,N_e)\, dT\, dN_e$

$\varphi(T,N_e)$ slabě závisí na N_e ⇒ špatná konvergence, řešení není jednoznačné (ill-posed problém)

čáry použité by měly pokrývat plný teplotní interval, jinak problém

lépe: $\varphi(T) = \frac{N_e^2}{|\nabla T|} \Rightarrow F = 1/4\pi d^2 \int_V G(T,N_e)\, \varphi(T)\, dT$

řešení: N_e je známo nebo $G(T,N_e)$ na N_e nezávisí (málo)

a) iterativně – netřeba invertovat → odhad $\varphi_0(T)$

→ předpověď $F_{0,l} = \frac{1}{4\pi d^2} \int_T G_l(T,N_e)\, \varphi_0(T)\, dT$

poměr $F_{0,e}$ a F_e → odhad pro korekci $\varphi_0(T)$

→ nová $\varphi_1(T) = \varphi_0(T) \dfrac{\sum_e (F_e/F_{0,e}) W_e(T)}{\sum_e W_e(T)}$

váhy $W_e(T) = G_e(T, N_e)\, \varphi_0(T) \dfrac{\int_T G_e(T, N_e)\, \varphi_0(T)\, dT}{\int_T [G_e(T, N_e)\, \varphi_0(T)]^2\, dT}$

↳ vážuje teplotu formování čáry

→ iterativní

→ i lepší schůdnost

b) <u>maximální entropie</u>

diskretizace v T

$$\Rightarrow F_s^{th} = \sum_{i=1}^{N} k_{s,i}\, \varphi_i$$

↳ tok v čáře s předpovězený diskretizovanou DEM, φ_i konstantní v teplotním intervalu

$$k_{s,i} = \frac{1}{4\pi d^2} \int_{T_i}^{T_{i+1}} G_s(T)\, dT \quad \text{je jádro}$$

lze vyřešit pro standardní φ_i minimalizací

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(F_s^{th} - F_s)^2}{\sigma_s^2}$$

σ_s … nejistoty v pozorování F_s

transformace do soustavy rovnic

$$\frac{d(\chi^2)}{d\varphi_j} = 2 \sum_{s=1}^{N} \frac{k_{s,j} \left(\sum_i k_{s,i}\, \varphi_i - F_s \right)}{\sigma_s^2}$$

pro omezení oscilujících (a negativních) řešení

→ regularizace „entropií"

$$H = S + \alpha \chi^2, \quad S = \sum_i \varphi_i \ln \varphi_i \ \text{entropie}$$

Lagrangeův multiplikátor

→ rychlé konvergence

→ citlivá na zahrnutou atomovou fyziku

↳ lze modifikovat entropii, aby se braly v úvahu pomocí toků než toky

c) <u>Monte-Carlo</u>

statistika PEM jako nejvíce pravděpodobná

⇒ vše řeší speciální kódy

CHIANTI.
