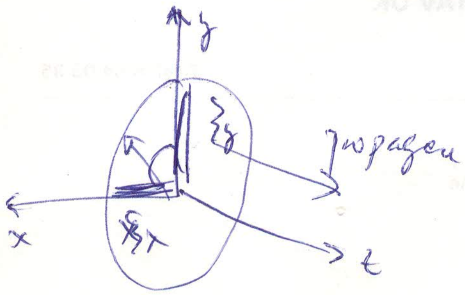
Polarizace / Polarimetrie



$$E_x = \xi_x \cos\vartheta$$

$$E_y = \xi_y \cos(\vartheta + \varepsilon)$$

$$\vartheta = \omega t - kz$$

ε ... fázový posun E_x a E_y

$\xi_x, \xi_y, \varepsilon$ ... popisují polarizaci

ekvivalent — Stokesovy parametry

$$I = \xi_x^2 + \xi_y^2$$

$$Q = \xi_x^2 - \xi_y^2$$

$$U = 2\xi_x \xi_y \cos\varepsilon$$

$$V = 2\xi_x \xi_y \sin\varepsilon$$

$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$ platí v případě úplné polarizace

svazek není nikdy monochromatický — konečná šířka pásma

svazek = balík vln, superpozice nezávislých vln

$\Rightarrow$ Stokesovy parametry jako průměry

$$I = \langle \xi_x^2 + \xi_y^2 \rangle$$

$$Q = \langle \xi_x^2 - \xi_y^2 \rangle$$

$$U = 2\langle \xi_x \xi_y \cos\varepsilon \rangle$$

$$V = 2\langle \xi_x \xi_y \sin\varepsilon \rangle$$

nepolarizované světlo → fáze ∈ rovnoměrně mezi 0 a 2π, nekorelované s $\xi_x \xi_y$ → $Q=U=V=0$

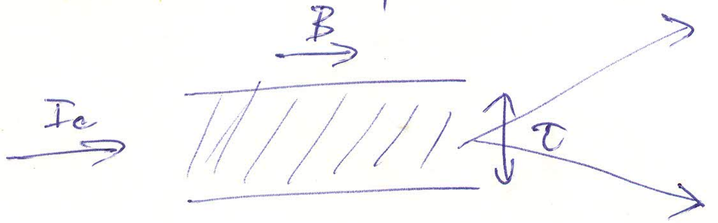
částečná polarizace:

stupeň polarizace $P = \sqrt{\dfrac{Q^2+U^2+V^2}{I^2}}$

Stokesovy profily

závislost I, Q, U, V na λ

(1) případ Zeemanův triplet ve vrstvě o tloušťce (optické) τ, ozáření ze strany nepolarizovaným světlem I_c, $I_c \neq f_c(\lambda)$



útlum, rozptyl v kontinuu ~~π komponenta~~

σ σ komponenty

na výstupu: $I = I_c(1-\tau) - \underbrace{I_c\tau(\eta^+ + \eta^-)/2}_{\text{kruhová}}$

$\eta^\pm = \eta(\lambda \pm \Delta\lambda_B)$

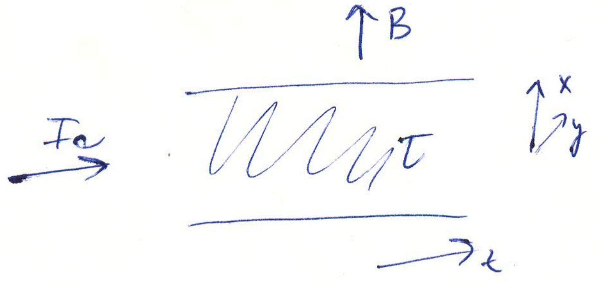
$\eta(\lambda) = \dfrac{\kappa_L(\lambda)}{\kappa_c}$ ... poměr čárového a kontinuální absorpce

uvažujeme stejný absorpční profil jako pro dopplerovské a tlakové rozšíření

$\Rightarrow V(\lambda) = -I_c\tau(\eta^+ - \eta^-)/2$, antisymetrický vůči centru čáry

$Q=U=0$

(2)

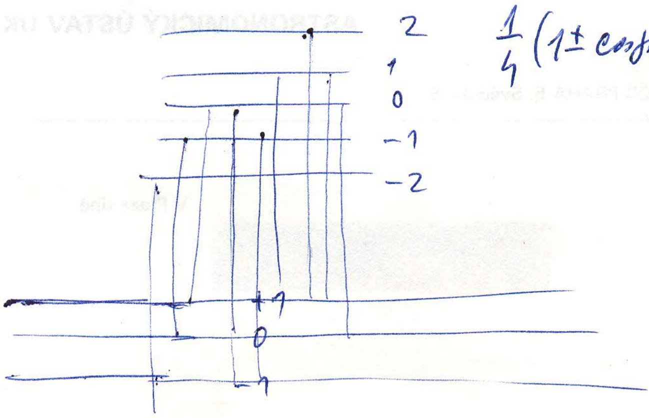


pokud $x \parallel B$

$\rightarrow U \equiv 0$

$(\sigma^+, \pi, \sigma^-)$ triplet v poměru intenzit $(1/4 : 1/2 : 1/4)$

$$\frac{1}{4}(1\pm\cos\vartheta)^2 : \frac{1}{2}\sin^2\vartheta : \frac{1}{4}(1\mp\cos\vartheta)^2$$



polarizace σ a π v pravém úhlu ⇒ σ do Q s jiným znaménkem

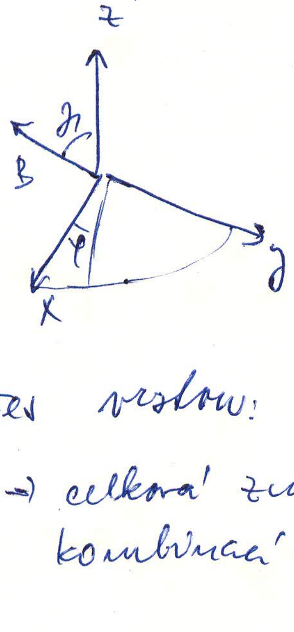
$$I = I_c(1-\tau) - I_c\tau\left[\frac{1}{2}\eta + \frac{1}{4}(\eta^+ + \eta^-)\right]$$

$$Q = -I_c\tau\left[\frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}(\eta^+ + \eta^-)\right]$$

$$U = V = 0$$

---

(3) obecné pole: Stokesův vektor $\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \vec{I}$



přes vrstvu: $\Delta\vec{I} = -\tau\vec{I} - \tau\overleftrightarrow{\eta}\vec{I}$

→ celková změna Stokesova vektoru je lineární kombinací komponent

absorpce v kontinuu — absorpce v čáře

Unnova rovnice

$$\overleftrightarrow{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_I & \eta_Q & \eta_U & \eta_V \\ \eta_Q & \eta_I & 0 & 0 \\ \eta_U & 0 & \eta_I & 0 \\ \eta_V & 0 & 0 & \eta_I \end{pmatrix}$$

$$\eta_I = \frac{1}{2}\eta \sin^2\gamma + \frac{1}{4}\left(\eta^+ + \eta^-\right)\left(1+\cos^2\gamma\right)$$

$$\eta_Q = \left[\frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}\left(\eta^+ + \eta^-\right)\right]\sin^2\gamma \cos 2\varphi$$

$$\eta_U = \left[\frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}\left(\eta^+ + \eta^-\right)\right]\sin^2\gamma \sin 2\varphi$$

$$\eta_V = \frac{1}{2}\left(\eta^+ - \eta^-\right)\cos\gamma$$

podélný: $\gamma = 0$

příčný: $\gamma = \pi/2$, $\varphi = 0$

vlastnosti:

η_I na diagonále – absorpce ve stejném parametru je stejná (a daná τ) → vše jsou v zárodku intenzity a tak se tak chovají

první sloupec / řádek – Q, U, V se mění proporčně vůči sobě a intenzitě, intenzita se mění proporčně všem parametrům

Přenos polarizovaného světla

Unnova rovnice

v LTE: $$\cos\theta \frac{d\vec{I}}{d\tau} = \left(1 + \overleftrightarrow{\eta}\right)\left(\vec{I} - \vec{B}_\nu\right)$$

Planck

$$\vec{B}_\nu = \left(B_\nu, 0, 0, 0\right)$$

τ... optická hloubka sousedního kontinua

→ podélné pole

$\chi = 0 \Rightarrow \eta_Q = \eta_U = 0$

$$\eta_I = \frac{1}{2}(\eta^+ + \eta^-)$$

$$\eta_V = \frac{1}{2}(\eta^+ - \eta^-)$$

pro $\mu = \cos\vartheta$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = (1+\eta_I)(I - B_\lambda) + \eta_V V$$

$$\mu \frac{dQ}{d\tau} = (1+\eta_I)\, Q$$

$$\mu \frac{dU}{d\tau} = (1+\eta_I)\, U$$

$$\mu \frac{dV}{d\tau} = (1+\eta_I) V + \eta_V (I - B_\lambda)$$

pokud je lineární polarizace v hloubce:

$$Q(0,\mu) = Q(\infty,\mu) \exp\left[-\int_0^\infty \frac{1+\eta_I}{\mu} d\tau\right] \to 0$$

totéž pro U

zůstávají I a V

$$X(\tau,\mu) \equiv I + V, \quad Y(\tau,\mu) \equiv I - V$$

$$\Rightarrow \mu \frac{dX}{d\tau} = (1+\eta^+)(X - B_\lambda)$$

← řešení známe $\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S$

$$\mu \frac{dY}{d\tau} = (1+\eta^-)(Y - B_\lambda)$$

polonek. atmosféra $I(0,\mu) = \int_0^\infty S(t)\, e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$

$$X(0,\mu) = \int_0^\infty \frac{1+\eta^+}{\mu} B_\lambda\, e^{-\int_0^\tau \frac{1+\eta^+}{\mu} d\tau)} d\tau$$

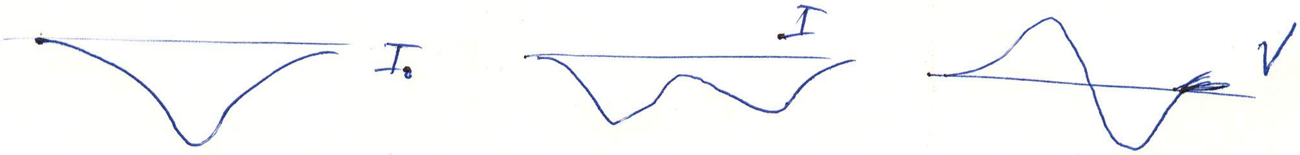
$$Y(0,\mu) = \int_0^\infty \frac{1+\eta^-}{\mu} B_\lambda\, e^{-\int_0^\tau \frac{1+\eta^-}{\mu} d\tau)} d\tau$$

X a Y jsou posunuté profily

$$\Rightarrow X = I_0(\lambda + \Delta\lambda_B), \quad Y = I_0(\lambda - \Delta\lambda_B)$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\left[I_0(\lambda + \Delta\lambda_B) + I_0(\lambda - \Delta\lambda_B)\right]$$

$$V = \frac{1}{2}\left[I_0(\lambda + \Delta\lambda_B) - I_0(\lambda - \Delta\lambda_B)\right]$$



→ **příčné pole**

$\gamma = \pi/2$, $\varphi = 0$ předpoklad

speciální volba souřadnic

$$\eta_I = \frac{1}{2}\eta + \frac{1}{4}(\eta^+ + \eta^-)$$

$$\eta_Q = \frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}(\eta^+ + \eta^-) \qquad \eta_U = \eta_V = 0$$

$$\Rightarrow \mu\frac{dI}{d\tau} = (1+\eta_I)(I - B_\lambda) + \eta_Q Q$$

$$\mu\frac{dQ}{d\tau} = (1+\eta_I)Q + \eta_Q(I - B_\lambda)$$

$$\mu\frac{dV}{d\tau} = (1+\eta_I)V$$

$$U = 0 \Leftrightarrow \varphi = 0$$

$$V(0,\mu) = V(\infty,\mu)\exp\left[-\int_0^\infty \frac{1+\eta_I}{\mu}\,d\tau\right] \to 0$$

podobně jako předtím

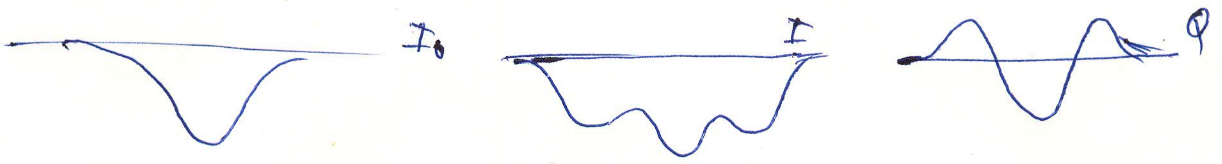
$$X(\tau,\mu) = I + Q, \quad Y(\tau,\mu) = I - Q$$

$$X(0,\mu) \equiv I_0 = \int_0^\infty \frac{1+\eta}{\mu} B_\lambda \, e^{-\int_0^\tau \frac{1+\eta}{\mu} d\tau'} d\tau$$

$$Y(0,\mu) = \int_0^\infty \frac{2+\eta^+ + \eta^-}{2\mu} B_\lambda \exp\left[-\int_0^\tau \frac{2+\eta^+ + \eta^-}{2\mu} d\tau'\right] d\tau$$

$$\rightarrow I(0,\mu) = \frac{1}{2}\left[I_0(0,\mu) + Y(0,\mu)\right]$$

$$Q(0,\mu) = \frac{1}{2}\left[I_0(0,\mu) - Y(0,\mu)\right]$$



Obecné řešení → numericky, $\overleftrightarrow{\eta} = \overleftrightarrow{\eta}(\tau)$

Inverzní problém → $I(\lambda)$, $V(\lambda)$, ... se měří, B se hledá

jedna cesta – počáteční odhad, vyřešit

$$\mu \frac{d\vec{I}}{d\tau} = (1+\overleftrightarrow{\eta})(\vec{I} - \vec{B}_\lambda) \quad \text{pro výpočet}$$

absorpční matice $\overleftrightarrow{\eta}$ se vypočtou z odhadu $\vec{B}$

pokud nesouhlasí → iteruje se

<u>response functions</u>

$$\delta \vec{I}(\lambda) = \int_0^\infty \vec{R}_x(\lambda,\tau)\, \delta_x(\tau)\, d\tau$$

x ... libovolná fyzikální veličina mající vliv na profily

$\vec{R}_x$ ... kernel integrálu popisující, jak se Stokesovy profily změní s δ_x

→ kód SIR