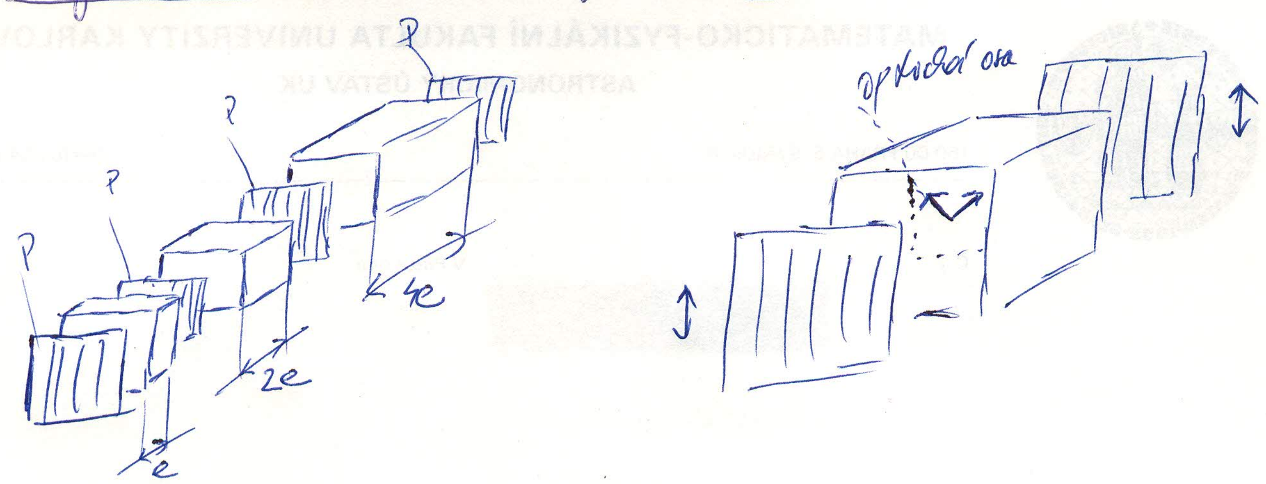
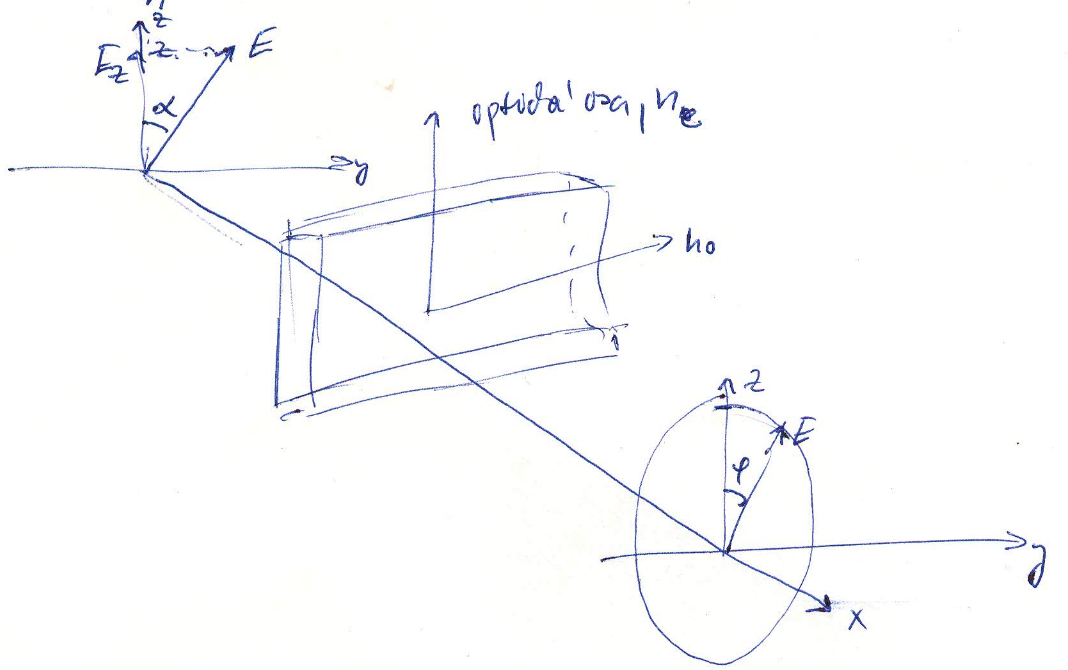
Lyotův dvojlomný filtr



polarizátor → destička tl. e, opt. osa 45° s polarizátorem
→ polarizátor → destička tl. $2e$ → polarizátor → ...

$e_n = 2^{n-1} e$ ... tloušťka n-té destičky



vstupuje $\vec{E}(x,t) = \vec{E_0}\cos(\omega t - kx)$ → na dvojlomné destičce rozklad paralelní s optickou osou (mimořádný) a kolmá na ni (řádný) paprsek.

$\rightarrow \vec{E_0} = E_0 \cos(\alpha)\,\vec{e_z} + E_0 \sin\alpha\,\vec{e_y} = \underset{A}{E_{0z}}\,\vec{e_z} + \underset{A}{E_{0y}}\,\vec{e_y}$

zvolíme-li $\alpha = 45° \rightarrow \vec{E_0} = \frac{E_0\sqrt{2}}{2}\vec{e_z} + \frac{E_0\sqrt{2}}{2}\vec{e_y}$,

tedy amplitudy obou komponent přesně poloviční po průchodu destičkou délky L

$$\vec{E}(t,L) = E_{0z}\cos(\omega t - \underbrace{k n_e L}_{\varphi_e})\,\vec{e}_z + E_{0y}\cos(\omega t - \underbrace{k n_0 L}_{\varphi_0})\,\vec{e}_y$$

na vstupu do destičky:

$$E(t,0) = E_{0z}\cos\omega t\,\vec{e}_z + E_{0y}\cos\omega t\,\vec{e}_y$$

fázový posun $\delta = \Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_e = k n_0 L - k n_e L =$

$$= k(n_0 - n_e)L = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)$$

interference konstruktivní, pokud $\delta = m \cdot 2\pi$, $m \in \mathbb{Z}$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)L = m\,2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{L(n_0 - n_e)}{m}$$

$J = n_0 - n_e$ ... dvojlomnost

následný polarizátor vybere jen $E \sim \cos\varphi$.
Je-li $\varphi = 45^\circ$, z obou komponent vybere opět polovinu
tedy pak interferuje:

$$\frac{A}{2}\cos(\varphi + \delta) + \frac{A}{2}\cos\varphi = A\cos\frac{\delta}{2}\cdot\cos\left(\varphi + \frac{\delta}{2}\right)$$

→ amplituda $A' = A\cos\frac{\delta}{2}$

⇒ intenzita $AA^* \Rightarrow I = A^2\cos^2\frac{\delta}{2}$

Transmise systému: $T(\lambda) = \cos^2\left[\frac{\pi L(n_0 - n_e)}{\lambda}\right]$

$$T(\nu) = \cos^2\left[\frac{\pi L(n_0 - n_e)\,\nu}{c}\right]$$

~~volný interval mezi dvěma maximy:~~

$$\cancel{\Delta\nu = \frac{c}{L(n_o - n_e)}}$$

pro další destičky: $L \to e$

$$\text{Pd } I = A^2 \cos^2\left(\pi \frac{e\nu}{\lambda}\right) \cos^2\left(\pi \frac{2e\nu}{\lambda}\right) \cos^2\left(\pi \frac{4e\nu}{\lambda}\right) \ldots$$

$$\ldots \cos^2\left(2^{N-1} \pi e \nu / \lambda\right)$$

~~šířka maxima:~~

maximum kombinované:

jednotlivé členy mají maxima na

$$\lambda_1 = \frac{e\nu}{m}, \; \lambda_2 = \frac{2e\nu}{m}, \; \lambda_3 = \frac{4e\nu}{m}, \ldots, \; \lambda_N = \frac{2^{N-1} e\nu}{m}$$

je vždy $\Rightarrow$ poloha maxima dána nejtenčí destičkou

volný sp. interval

$\lambda_m = 2^{n-1} e\nu / m$ maximum, šířka = vzdálenost mezi minimy

$$\Delta\lambda_m = 2^{n-1} e\nu \left(\frac{1}{m - 1/2} - \frac{1}{m + 1/2}\right) \quad \text{pro } m \text{ velké:}$$

$$\Delta\lambda_m \sim 2^{n-1} e\nu / m^2$$

eliminujeme m z polohy: $\lambda_n = \frac{e\nu 2^{n-1}}{m} \Rightarrow$

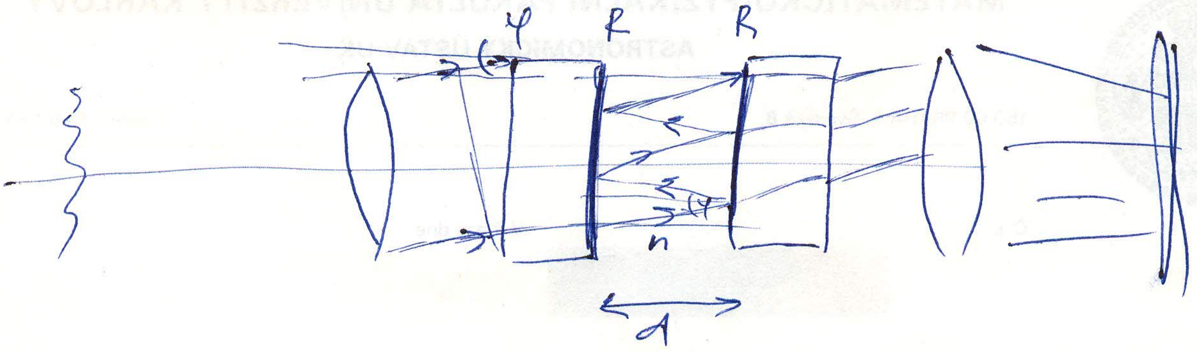
$\cancel{m = \frac{e\nu}{\lambda}}$ $m = \frac{2^{n-1} e\nu}{\lambda_n}$

$$\Rightarrow \Delta\lambda_n = \frac{2^{n-1} e\nu}{(2^{n-1})^2 \frac{(e\nu)^2}{\lambda_n^2}} = \frac{1}{2^{n-1}} \frac{\lambda_n^2}{e\nu}$$

$$\frac{\Delta\lambda_n}{\lambda} = \frac{1}{2^{n-1} e} \frac{\lambda_n}{\nu} \Rightarrow$$ šířka určena nejtlustší destičkou, $n = N$

=48=

$\boxed{\text{Fabry – Perot}}$



φ… dopadový úhel

→ dráhový rozdíl dvou paprsků

$$\Delta = 2nd\cos\varphi$$

fázový $\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = 4\pi nd\cos\varphi/\lambda$

čili pro dopadající svazek $\sim e^{i\omega t}$ vždy část projde ($\sqrt{T}$ v amplitudě) a část se odrazí ($\sqrt{R}$ v amplitudě)

potom

$$Ae^{i\omega t} = Te^{i\omega t} + TRe^{i(\omega t+\delta)} + TR^2e^{i(\omega t+2\delta)} + \dots$$

$$A = T\left(1 + Re^{i\delta} + R^2e^{i2\delta} + \dots\right) = \frac{T}{1-Re^{i\delta}}$$

intenzita $I = AA^*$

$$I = \frac{T^2}{1-Re^{i\delta}-Re^{-i\delta}+R^2} = \frac{T^2}{1+R^2-2R\cos\delta} =$$

$$= \frac{T^2}{1-2R+R^2+2R-2R\cos\delta} = \frac{T^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\delta/2}$$

pokud zanedbáme $I_{max} = \frac{T^2}{(1-R)^2}$

$$I = I_{max}\frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} = I_{max}\frac{1}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ coefficient of finesse

m-té maximum pro $\delta = 2m\pi$, $\lambda = 2nd\frac{\cos\theta}{m}$

volný spektrální interval – vzdálenost dvou maxim

$$\Delta\lambda = 2nd\cos\theta\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}\right) \approx 2nd\cos\theta\frac{1}{m^2} =$$

$$= 2nd\cos\theta\frac{1}{(2nd\cos\theta)^2\frac{1}{\lambda^2}} = \frac{\lambda^2}{2nd\cos\theta}$$

pološířka maxima:

FWHM → body, kde $\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+F\sin^2\frac{\partial\delta}{2}}$$

$$2 = 1 + F\sin^2\frac{\partial\delta}{2}$$

$$1 = F\sin^2\frac{\partial\delta}{2}$$

$$\Rightarrow \partial\delta = \pm\arcsin\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$$\delta = 4\pi nd\frac{\cos\theta}{\lambda} \Rightarrow \partial\delta = \frac{4\pi nd\cos\theta}{\lambda^2}\partial\lambda$$

$$\Rightarrow \partial\delta = \pm\arcsin\frac{1}{\sqrt{F}} = \frac{4\pi nd\cos\theta}{\lambda^2}\partial\lambda$$

$$\partial\lambda = \pm\frac{\lambda^2}{2\pi nd\cos\theta}\arcsin\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$$FWHM = \delta\lambda = 2|\partial\lambda| = \frac{\lambda^2}{\pi nd\cos\theta}\arcsin\frac{1}{\sqrt{F}}$$

=JOE=

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\dfrac{\lambda^2}{2nd\cos\theta}}{\dfrac{\lambda^2}{\pi nd\cos\theta}\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{F}}} = \frac{\pi}{2\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{F}}}$$

finesse → charakterizuje úzkost maxima vůči volnému sp. intervalu