Přenos šumu mezi doménami

$$F(x) = \langle F(x) \rangle + E(x) \qquad \langle E(x) \rangle = 0 \quad , \quad \langle F(x) \rangle = F_0(x)$$

FT je lineární $\Rightarrow$ $f(\sigma) = f_0(\sigma) + e(\sigma)$

pro amplitudy platí: $\int |F(x)|^2 dx = \int |f(\sigma)|^2 d\sigma$

$$\Rightarrow \int |E(x)|^2 dx = \int |e(\sigma)|^2 d\sigma$$

měření useknuto v prostoru, měříme jen v omezeném prostoru frekvencí

$$\int_{x_0}^{x_0+L} E^2(x)\,dx = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} e^2(\sigma)\,d\sigma$$

$$\int_{x_0}^{x_0+L} \ldots dx = \text{průměr přes } L$$

$$= \langle E^2 \rangle L = \langle e^2 \rangle \ell$$

$\Rightarrow$ úroveň šumu x rozsah měření je konstantní

$\Rightarrow$ ořezáme frekvence $\Rightarrow$ ~~zmenšíme~~ zvyšíme šum

vzorkujeme: $\sum_1^N E^2(x_j)\,\Delta x_j = \sum_1^N e^2(\sigma_j)\,\Delta\sigma_j \quad , \quad L = \Delta x N, \quad \frac{\ell}{2} = \sigma_N = \frac{1}{2\Delta x}$

pro standardní odchylky (RMS)

$$s_x = \sqrt{\sum_1^N \frac{E^2(x_j)}{N-1}} \quad , \quad s_\sigma = \sqrt{\sum_1^N \frac{e^2(\sigma_j)}{N-1}} \quad ,$$

ekvivalence je $s_\sigma^2 \ell = s_x^2 L$

$$\Rightarrow s_\sigma = s_x \left(\frac{L}{\ell}\right)^{1/2} = s_x \left(\Delta x N\right)^{1/2} = s_x\, \Delta x\, N^{1/2}$$

$\Rightarrow$ redukce šumu pokud je lepší vzorkování ve sp. části – nahradit konstantním střední hodnotou a mření nechat jen v profilu

$\boxed{\text{Optimální filtr}}$

filtr ve frekvenci, který nemění moc obraz, ale potlačuje šum

$i_f(\sigma) = i(\sigma) f(\sigma) \qquad i(\sigma) = i_0(\sigma) s(\sigma) + n(\sigma)$

$\delta = \int \left| I_0(x) * S(x) - I_F(x) \right|^2 dx$ má minimum

$\Rightarrow \delta = \int \left| i_0(\sigma) s(\sigma) - i_F(\sigma) \right|^2 d\sigma = \int \epsilon^2 d\sigma$ má minimum

↑ reziduа

$\delta = \int \left| i_0 \cdot s - (i_0 \cdot s + n) f \right|^2 d\sigma = \int \left| i_0 \cdot s (1-f) - nf \right|^2 d\sigma$

šum nekorelovaný $\Rightarrow \left| i_0 \cdot s (1-f) \cdot nf \right| \to 0$

tedy

$\delta = \int d\sigma \left| i_0 \cdot s \right|^2 (1-f)^2 + |n|^2 f^2 = \int \epsilon^2 d\sigma$ má minimum

$\frac{\partial \epsilon^2}{\partial f} = -2 \left| i_0 \cdot s \right|^2 (1-f) + 2 |n|^2 f = 0$

$\Rightarrow f = \frac{|i_0 \cdot s|^2}{|i_0 \cdot s|^2 + n^2}$

Tedy restorace

$i_0 = \frac{i_F}{s} = i \underbrace{\frac{1}{s} \frac{|i_0 \cdot s|^2}{|i_0 \cdot s|^2 + |n|^2}}_{f_R}$ optimální rekonstrukční filtr

$f_R = \frac{1}{s} \frac{|s|^2}{|s|^2 + \left| \frac{n}{i_0} \right|^2}$ odpovídá SNR

SNR se ví než odhadne

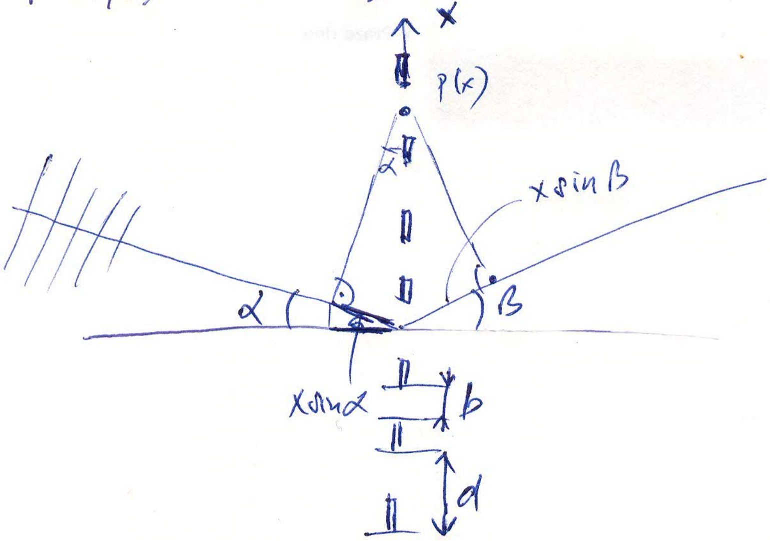
Mřížka

vstupuje rovinná vlna

$$F(x,t) = F_0(t)\, e^{2\pi i (x \sin\alpha)/\lambda}$$

α ... úhel dopadu

β ... difrakční úhel



$$F_0(t) = \langle F_0 \rangle$$

transmise mřížky: $G(x)$

$$G(x) = \begin{cases} 1 & \text{pro } x \in \text{štěrbině} \\ 0 & \text{pro } x \text{ jinde} \end{cases}$$

rozptýlená vlna $g(\beta)$ do směru β je suma příspěvků jednotlivých štěrbin s příslušným fázovým posunem

$$g(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x,t)\, G(x)\, e^{2\pi i (x \sin\beta)/\lambda}\, dx =$$

$$= F_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(x)\, e^{2\pi i (x \sin\alpha + x \sin\beta)/\lambda}\, dx$$

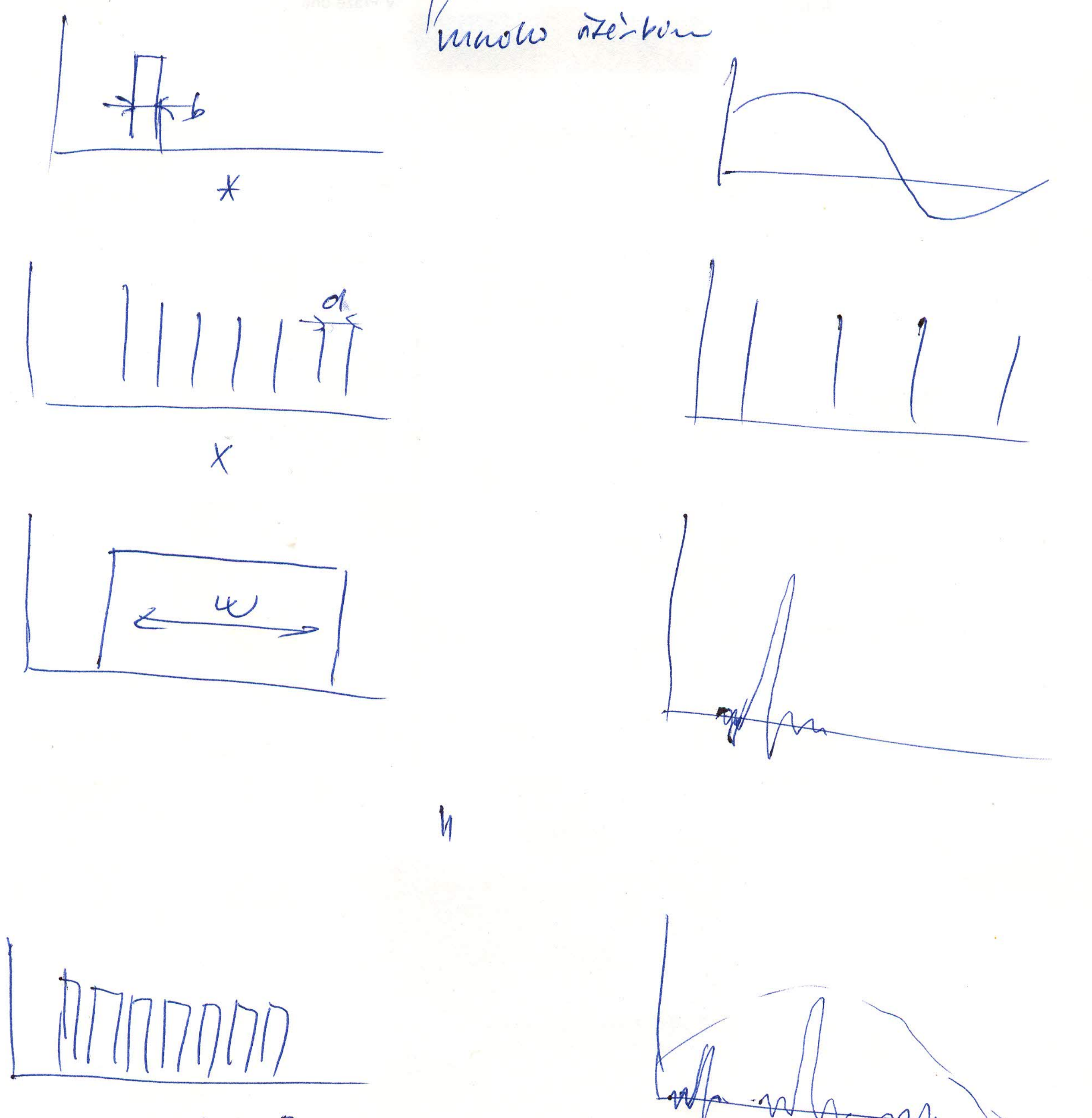
Označme, že $\frac{1}{\lambda}(\sin\alpha + \sin\beta) = \theta$ ~~...~~

$$\Rightarrow g(\beta) = F_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(x)\, e^{2\pi i \theta x}\, dx$$

$\Rightarrow$ $g(\beta)$ je Fourierův obraz $G(x)$

$G(x)$ lze napsat jako

$$G(x) = \underbrace{B_1(x)}_{\text{transmise přes štěrbinu}} * \underbrace{III(x)}_{\text{mnoho štěrbin}} \underbrace{B_2(x)}_{\text{omezení mřížky v prostoru}}$$



je FT $G(x)$

$$\Rightarrow g(\theta) = \left(III(\theta) * \frac{w \sin \pi\theta w}{\pi\theta w}\right)\frac{b \sin \pi\theta b}{\pi\theta b} = \mathcal{F}\left\{B_1(x) * III(x)\, B_2(x)\right\}$$

$$III(\theta) = \sum \delta(\theta - n/d)$$

$$\Rightarrow g(\theta) = \sum_n \frac{w \sin \pi\left(\theta - \frac{n}{d}\right) w}{\pi\left(\theta - n/d\right) w}\,\frac{b \sin \pi\theta b}{\pi\theta b}$$

α pevné, zajímá nás difrakční obrazec jako fce β

$\sin\alpha + \sin\beta = \theta \Rightarrow \beta = \arcsin(\theta - \sin\alpha)$

$d\theta = \cos\beta\, d\beta$ pro β malé $d\theta \sim d\beta$

Šířka interferenčních maxima – ~~rozostřené rozlo...~~ malý

– nulové body vzdáleny od středu o $\Delta\theta = \lambda/K$

neboli $\cos\beta\,\Delta\beta = \lambda/K$

→ úhlová disperse mřížky

~~velká maxima v $g(\theta)$ → pro $\frac{\theta}{\lambda} - n/d = 0$~~

~~$\Rightarrow \theta = \frac{n\lambda}{d}$~~

velká maxima v $g(\theta)$: $\theta - \frac{n}{d} = 0$

$$\Rightarrow \theta - \frac{1}{\lambda}(\sin\alpha + \sin\beta) = \frac{n}{d}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n\lambda}{d} = \sin\alpha + \sin\beta}$$

mřížková rovnice – svazuje n, λ, β pro konst. α a d

⇒ pro polychromatické světlo → pro dané n spektrum řádu n. Čím větší n, tím větší β

⇒ čím větší n, tím větší disperze (ale méně světla)

→ řády se překrývají → obvykle nutné použít rámcovací filtr (nejlépe před štěrbinou) a mřížková rovnice → úhlová disperze

$$\theta = \frac{n\lambda}{d} \qquad \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{d} \quad \text{nebo} \quad \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{n}{d\cos\beta}$$

pokud normála mřížky na kameru ⇒ $\beta \approx 0$

⇒ úhlová disperze v konstantní s vlnovou délkou

zvětšení disperse → větší řád nebo hustší mřížka

$\Delta\lambda = \Delta\theta \, d/n$ a $\Delta\theta = \lambda/W$

⇒ $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{W}\frac{d}{n}$ spektrální rozlišení dané mřížkou

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda}{\cancel{\lambda d}} \frac{nW}{d}$ → rozlišení se vlnové délce

dnes běžně $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \sim 10^6$

Problém → maximální transmise je pro $\theta = 0$, kde je nulová disperse → posun difrakční stálky zavedením fázového posunu v $B_1(x)$

→ <u>blazeované mřížky</u>

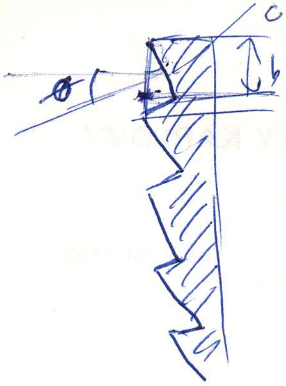
koncept → malé hranolky ve štěrbinách

→ problém pro polychromatické světlo

podobně lze dosáhnout fázového posunu odrazem

další výhoda → mezi štěrbinami nutnost tmavých míst → větší opacita efektivita

→ individuální sklonění plochy – **facety**, úhel stanoven výrobcem ~40°



facety obvykle s pravým úhlem

$\Rightarrow b = d\cos^2\theta$ daná konstrukcí

$c = d\cos\theta$

$b = c\cos\theta = d\cos^2\theta$

zpět: difrakční obálka

$$b\,\frac{\sin \pi\theta b}{\pi\theta b} = b\,\frac{\sin[\pi b(\sin\alpha+\sin\beta)/\lambda]}{\pi b(\sin\alpha+\sin\beta/\lambda)}$$

$\Rightarrow$ facety změní reflexe, že $\alpha\to\alpha-\theta$, $\beta\to\beta-\theta$

$\to$ jasová obálka:

$$I(\beta)=\left[\frac{\sin\{(\pi b/\lambda[\sin(\alpha-\theta)+\sin(\beta-\theta)]\}}{(\pi b/\lambda)[\sin(\alpha-\theta)+\sin(\beta-\theta)]}\right]^2$$

pro danou mřížku b, d, θ konstantní

$\to$ blazeová křivka $I(\beta)$ jako funkce $\alpha+\beta$

maximum pro $\alpha+\beta = 2\theta$ $\to$ definuje blaze

šířky blazu $\to$ nepřímo úměrné řádu

pro vyšší řád $\to$ maximum do kratších λ (na λ ~~řády~~ inverzní)

Efektivita závisí na polarizaci $\to$ lepší pro světlo polarizované kolmo na vrypy

Také vytváří nějakou polarizaci

Chyby mřížek

stínění

duchy