Přenos šumu mezi doménami

$F(x) = \langle F(x)\rangle + E(x)$ $\quad \langle E(x)\rangle = 0$, $\langle F(x)\rangle = F_0(x)$

FT je lineární $\Rightarrow$ $f(\sigma) = f_0(\sigma) + e(\sigma)$

pro amplitudy platí: $\int |F(x)|^2 dx = \int |f(\sigma)|^2 d\sigma$

$\Rightarrow \int |E(x)|^2 dx = \int |e(\sigma)|^2 d\sigma$

měření useknuto v prostoru, měříme jen v omezeném prostoru frekvencí

$$\int_{x_0}^{x_0+L} E^2(x)\,dx = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} e^2(\sigma)\,d\sigma$$

$\int_{x_0}^{x_0+L} \ldots dx$ = průměr přes L

$= \langle E^2\rangle L = \langle e^2\rangle \ell$

$\Rightarrow$ úroveň šumu x rozsah měření je konstantní

$\Rightarrow$ ořezáme frekvence $\rightarrow$ ~~snížíme~~ zvýšíme šum

vzorkujeme: $\sum_1^N E^2(x_j)\,\Delta x_j = \sum_1^N e^2(\sigma_j)\,\Delta\sigma_j$, $L = \Delta x N$, $\frac{\ell}{2} = \sigma_N = \frac{1}{2\Delta x}$

pro standardní odchylky (RMS)

$s_x = \sqrt{\sum_1^N \frac{E^2(x_j)}{N-1}}$, $s_\sigma = \sqrt{\sum_1^N \frac{e^2(\sigma_j)}{N-1}}$,

ekvivalence je $s_\sigma^2 \ell = s_x^2 L$

$\Rightarrow s_\sigma = s_x \left(\frac{L}{\ell}\right)^{1/2} = s_x (\Delta x N)^{1/2} = s_x \Delta x N^{1/2}$

$\Rightarrow$ redukce šumu pokud je lepší vzorkování

ve sp. části – nahradit konstantou střední hodnotou
a modrání nechat jen v profilu

Optimální filtr

- filtr ve frekvenci, který nemění moc obraz, ale potlačuje šum

$$i_f(\sigma) = i(\sigma)\, f(\sigma) \qquad i(\sigma) = i_0(\sigma)\, s(\sigma) + n(\sigma)$$

$$\delta = \int \left| I_0(x) * S(x) - I_F(x) \right|^2 dx \quad \text{má minimum}$$

$$\Rightarrow \delta = \int \left| i_0(\sigma)\, s(\sigma) - i_F(\sigma) \right|^2 d\sigma = \int \epsilon^2 d\sigma \quad \text{má minimum}$$

↑ rezidua

$$\delta = \int \left| i_0 \cdot s - (i_0 \cdot s + n) f \right|^2 d\sigma = \int \left| i_0 \cdot s(1-f) - nf \right|^2 d\sigma$$

šum nekorelovaný $\Rightarrow \left| i_0 \cdot s(1-f) \cdot nf \right| \to 0$

tedy

$$\delta = \int d\sigma\, |i_0 \cdot s|^2 (1-f)^2 + |n|^2 f^2 = \int \epsilon^2 d\sigma \quad \text{má minimum}$$

$$\frac{\partial \epsilon^2}{\partial f} = -2\, |i_0 \cdot s|^2 (1-f) + 2\, |n|^2 f = 0$$

$$\Rightarrow f = \frac{|i_0 \cdot s|^2}{|i_0 \cdot s|^2 + n^2}$$

Tedy restorace

$$i_0 = \frac{i_F}{s} = i \underbrace{\frac{1}{s} \frac{|i_0 \cdot s|^2}{|i_0 \cdot s|^2 + |n|^2}}_{f_R}$$

optimální rekonstrukční filtr

$$f_R = \frac{1}{s} \frac{|s|^2}{|s|^2 + \left| \frac{n}{i_0} \right|^2}$$

odpovídá SNR

SNR se ví nebo odhadne