

Spektrum

bielá svítlo rozložení dle vlnových délek
hranol - disperze v optickém materiálu

$$n_{ph} = n_{ph}(\nu)$$

protože $n_{ph} = \frac{c}{v}$

disperze materiálů kvantifikována např.

Abbeho číslo

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

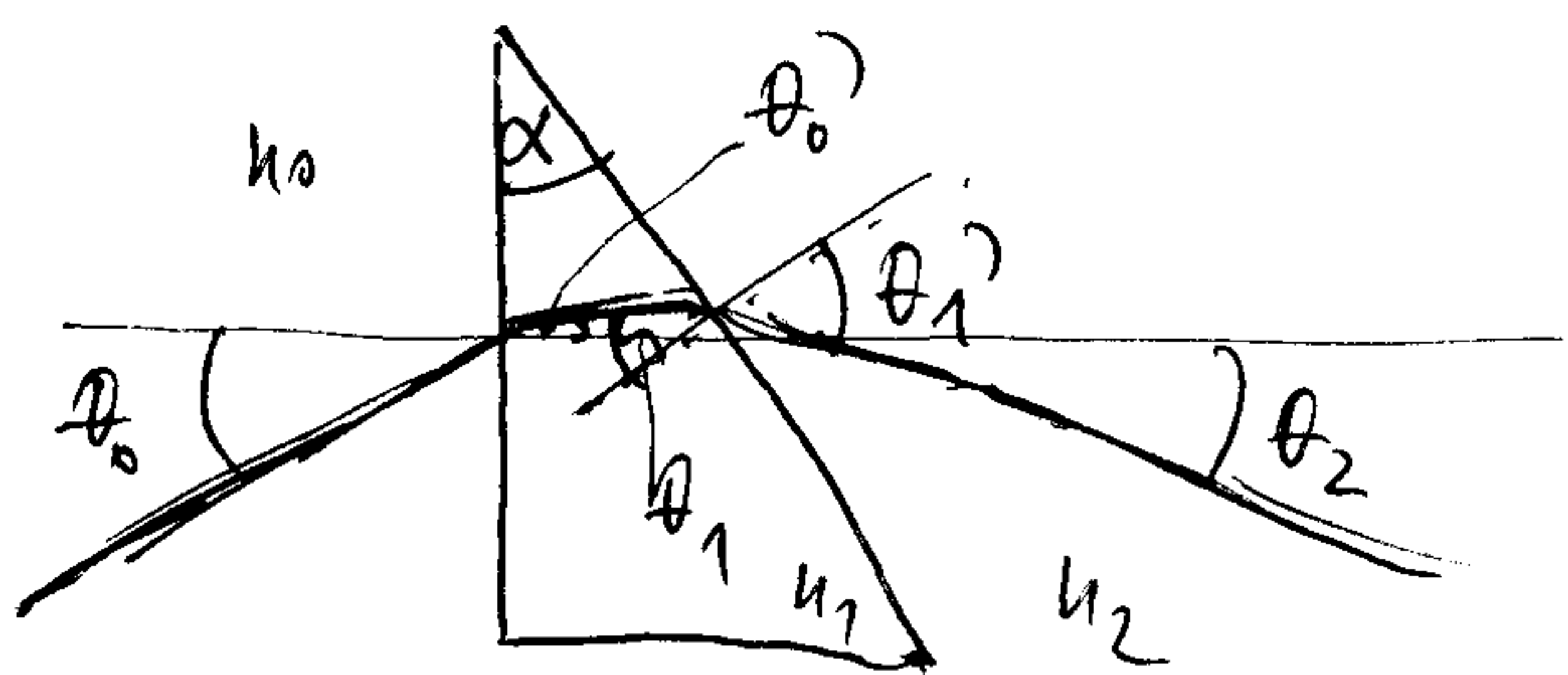
d, F, C Fraunhoferovy

vlny

d = 486.1 nm, F = 486.1 nm, C = 656.3 nm
 helium H β H α

normální disperze

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0$$



Snellius zákon

$$\frac{\sin \theta_0'}{n_0} = \frac{\sin \theta_0}{n_1} \quad \left| \quad n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_0' \right.$$

$$\Rightarrow \theta_0' = \arcsin \left(\frac{n_0 \sin \theta_0}{n_1} \right)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_1' \Rightarrow \theta_1' = \arcsin \left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2} \right)$$

geometrie:

$$\theta_1 = \theta_0' - \alpha \quad (\theta$$

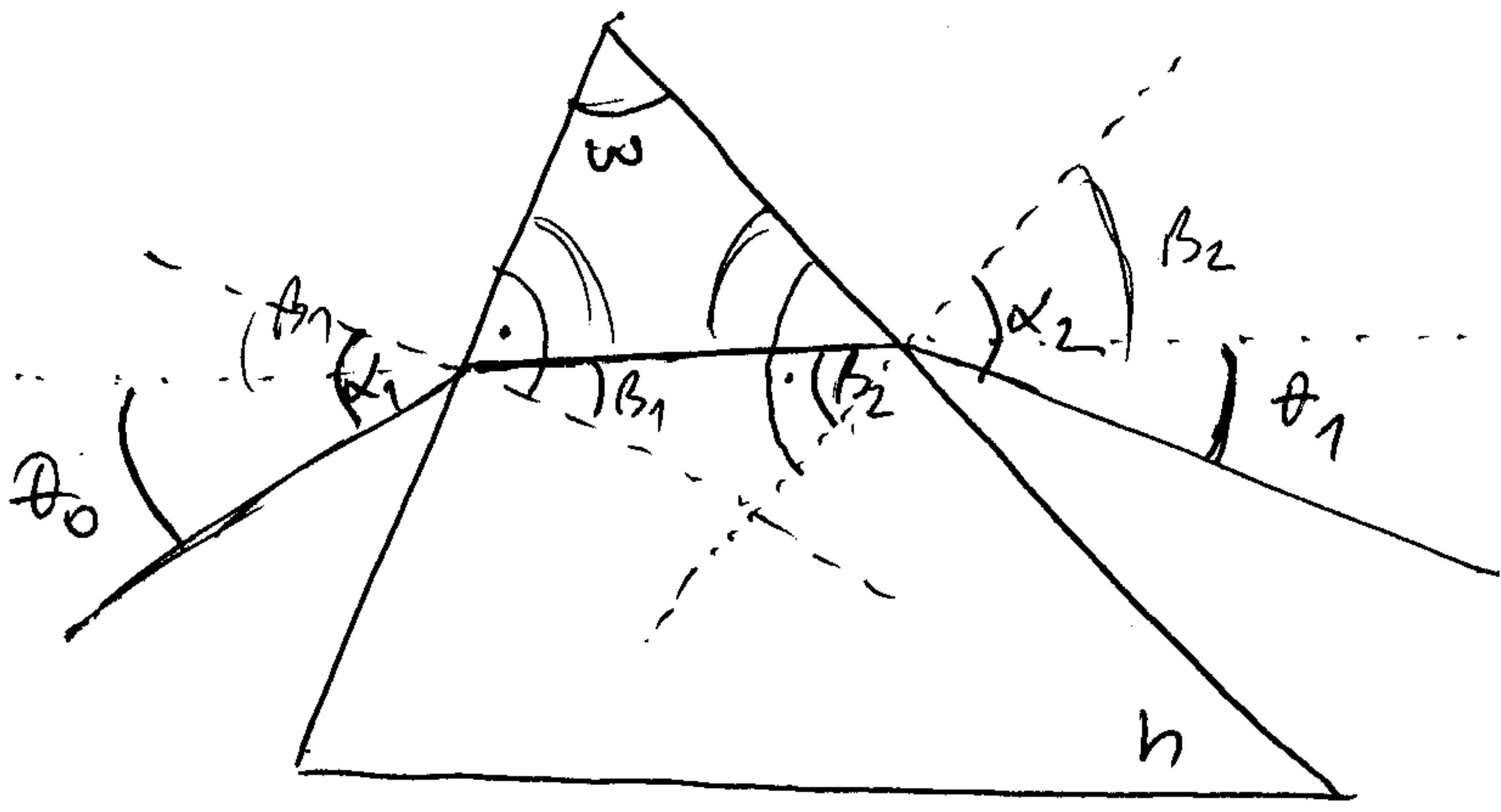
$$\theta_2 = \theta_1' + \alpha$$

pro $n_0 = n_2 = 1, n_1 = n$

$$\Rightarrow \delta = \theta_0 - \theta_2 = \theta_0 - \arcsin \left(n \sin \left[\arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \theta_0 \right) - \alpha \right] \right) - \alpha$$

pro θ_0 a α malá \Rightarrow $\sin \theta \approx \theta$ $\arcsin \theta \approx \theta$

= / 2



$$\omega + (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) = 180^\circ$$

$$\delta = \theta_0 - \theta_1 = (\alpha_1 - \beta_1) - (\alpha_2 - \beta_2)$$

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1, \quad \sin \alpha_2 = n \sin \beta_2$$

$$\omega = \beta_1 - \beta_2$$

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 - \alpha_2 + \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2 - \omega =$$

$$= n\beta_1 - n\beta_2 - \omega = n\omega - \omega = \omega(n-1)$$

$$\text{pro } \frac{dn}{d\lambda} < 0$$

$$\frac{d\delta(\lambda)}{d\lambda} = \omega \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} < 0$$

→ Δ menor → δ(λ) maior

= 1a =

$$\delta = \theta_0 - \alpha - \left(n \left[\left(\frac{1}{n} \theta_0 \right) - \alpha \right] \right) = \theta_0 - \alpha - \theta_0 + n\alpha = (n-1)\alpha$$

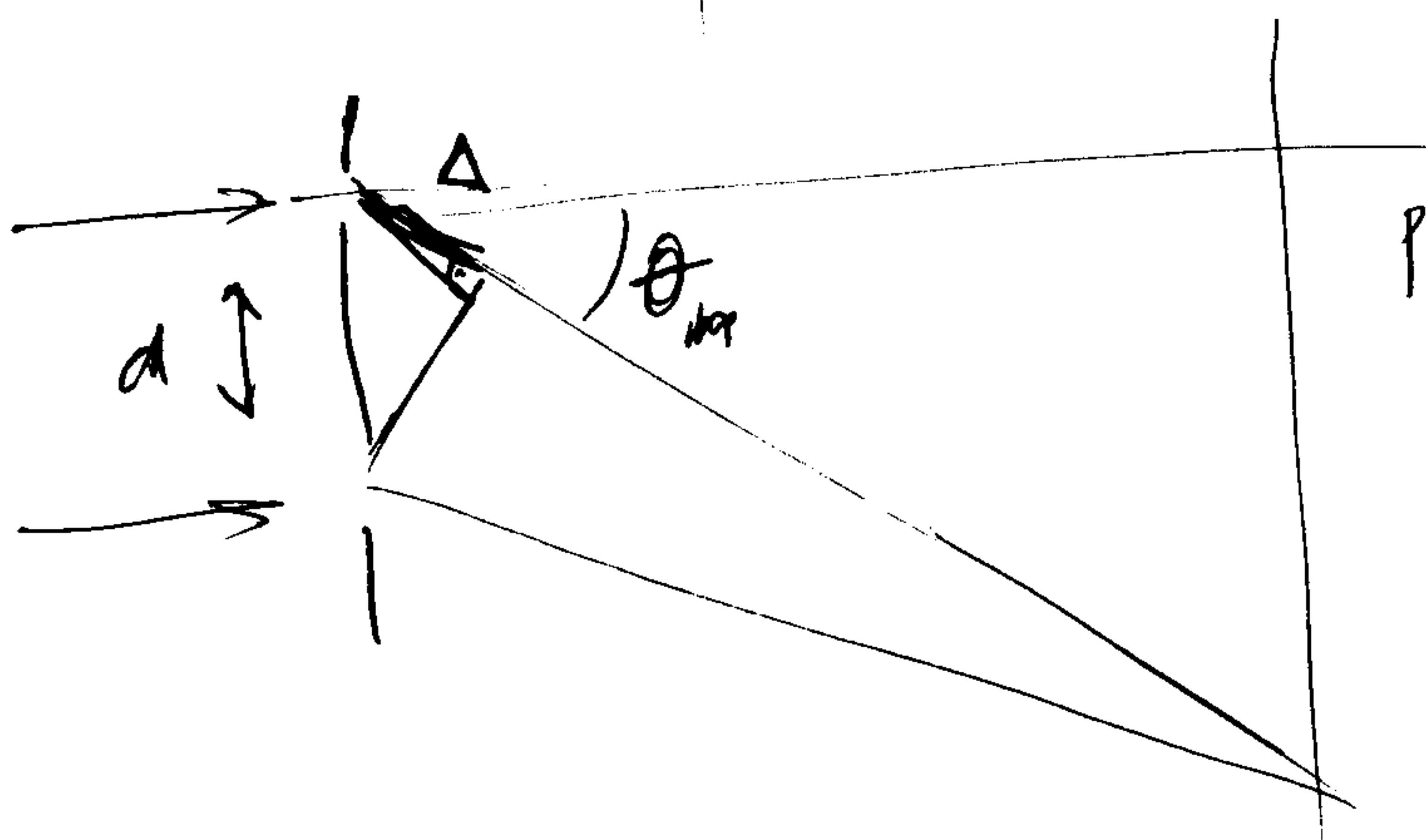
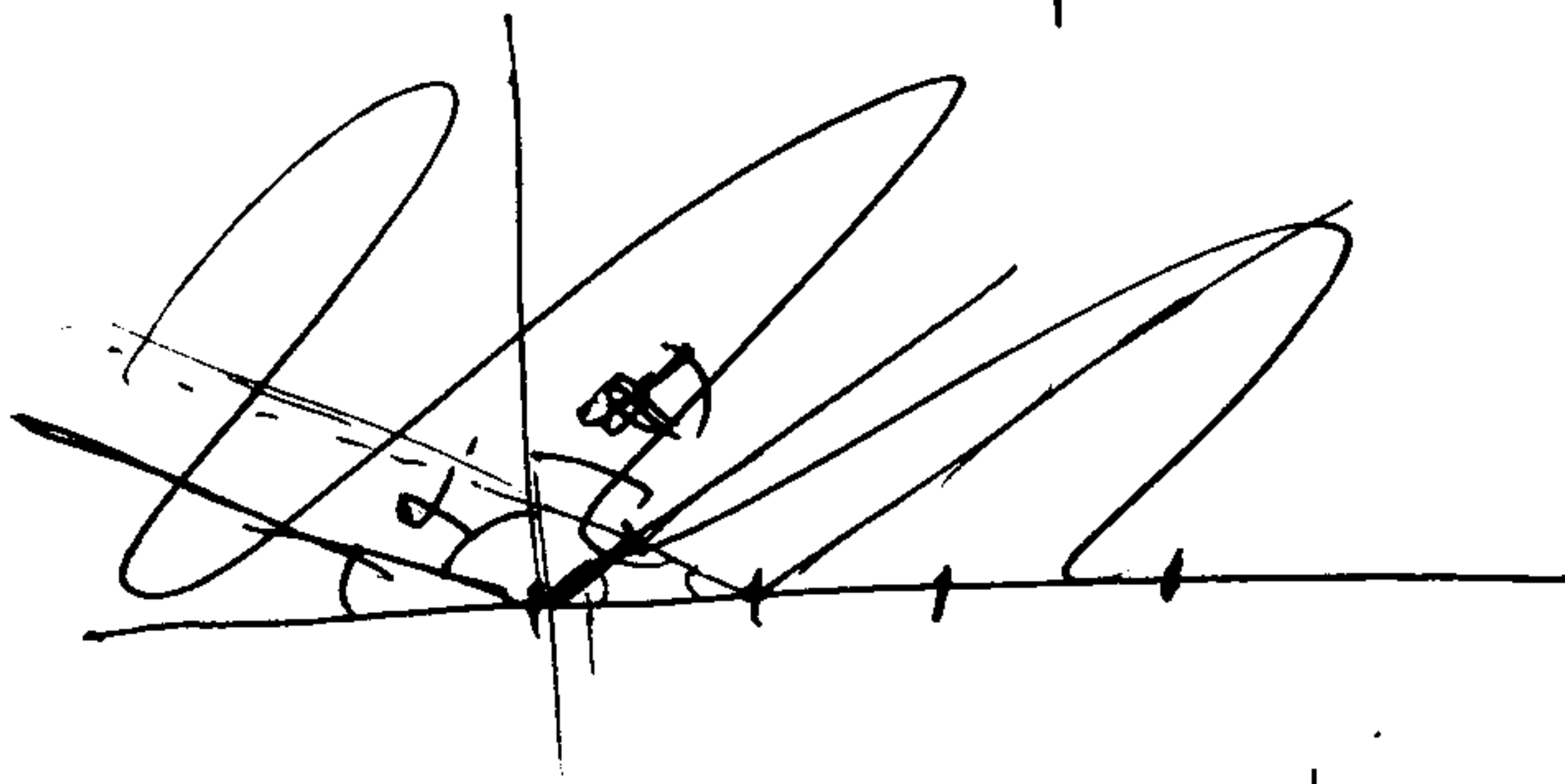
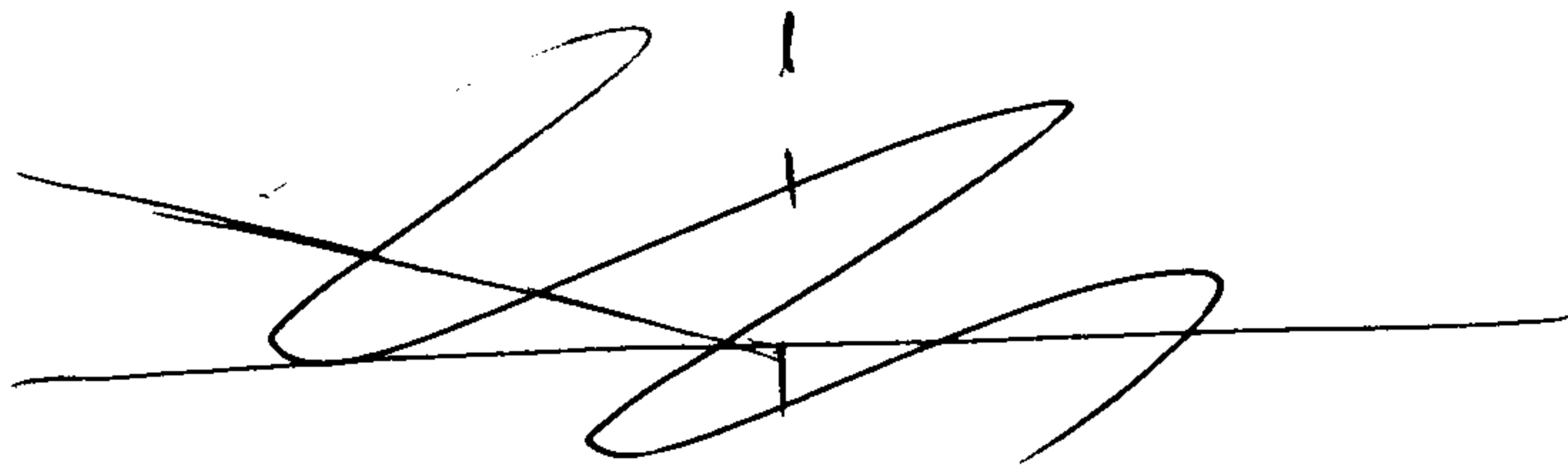
$$\Rightarrow \delta(\lambda) = [n(\lambda) - 1]\alpha$$

pro $\frac{dn}{d\lambda} < 0$

$$\Rightarrow \frac{d\delta(\lambda)}{d\lambda} = \alpha \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} < 0$$

$\Rightarrow \lambda$ menší $\Rightarrow \delta(\lambda)$ větší

mřížka



$n \dots$ řád = $0, \dots, 1$

pro $\Delta = n\lambda$ konstruktivní
 $\Delta = (n+1/2)\lambda$ destruktivní
 $\Delta = d \sin \theta_m$

pro obecný úhel dopadu \Rightarrow falzový rozdíl

$$\Delta = d (\sin \theta_i + \sin \theta_m)$$

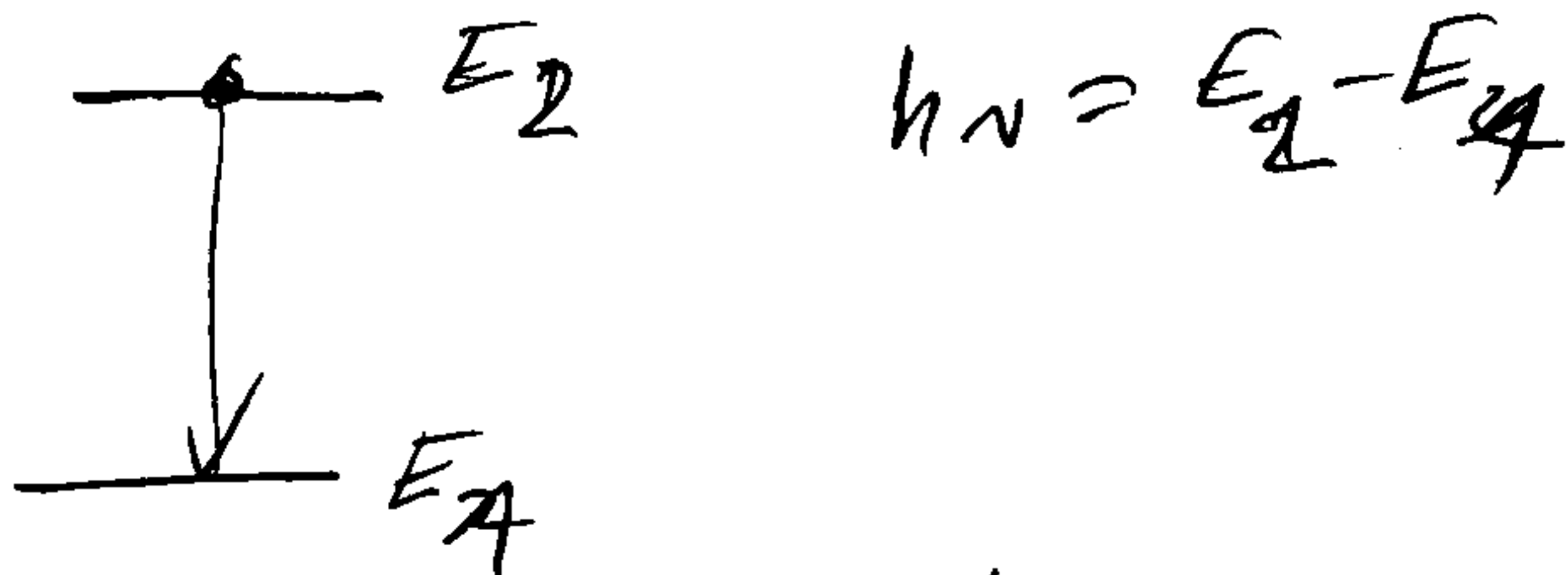
\Rightarrow konstruktivní podmínky pro

$$d (\sin \theta_i + \sin \theta_m) = n\lambda$$

Spektrum - spojitě x diskrétně

↳ obvykle rozemíráme proudové diskrétní spektra, volně-volně přechody, synchrotron, Compton

- emise



emise koeficient $\epsilon = \frac{h\nu}{4\pi} n_2 A_{21}$

(vyzařovaná energie z objemu dV do úhlu $d\Omega$ je $dE = \epsilon dt dV d\Omega$)

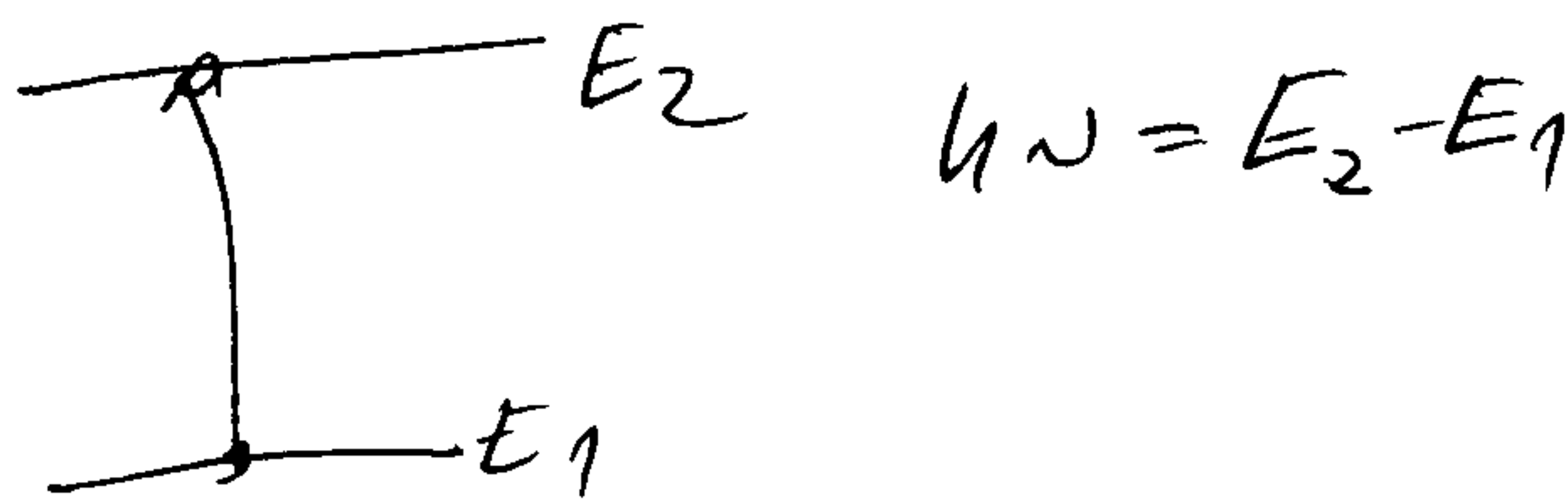
pro spontánní emise

depopulace: $\left(\frac{dn_1}{dt}\right)_{A_{21}} = \frac{1}{4\pi} A_{21} n_2$ spontánní

$\left(\frac{dn_1}{dt}\right)_{B_{21}} = \frac{1}{4\pi} B_{21} n_2 I(\omega)$ indukovaná

+ emise optika molekul (vibrační, rotační)

- absorpce



$\left(\frac{dn_1}{dt}\right)_{B_{12}} = -\frac{1}{4\pi} B_{12} n_1 I(\omega)$

absorpční koeficient $\alpha = \frac{h\nu}{4\pi} B_{12} n_1$

$\alpha' = \alpha - \frac{h\nu}{4\pi} B_{21} n_2$

suma: $dI = \epsilon - \alpha' I$

u rovnováhy $dI = 0$ (a bez rediřování)

$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} = 3$

→ redovstutku → E_1 a E_2 rozumky'

→ ke pri absorpcii a zpetni' lumbu

udolat $\lambda \rightarrow \lambda + d\lambda$

statistika
odpovedni' za ujednan
driten daly (priroza)
opaceni'
driten

Kontinuum — "mnoho spektrálních čar"

Kontinuum | série — vázané - volné přechody
za hranou (kama je $E_n \rightarrow \infty$)

→ rozumky'

mezi vázanými - volnými a volnými - volnými
přechody

Spektrální série

stanní se základní hladinou

$$\left(\frac{1}{\lambda}\right)_n = \text{konst} \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = n_0 + 1, n_0 + 2, \dots$$

Balmerova

$$n_0 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

R_H — Rydbergova konstanta

$$R_H \sim 10\,973\,731,57 \text{ m}^{-1}$$

H α 656,3 nm

H β 486,1 nm

H γ 434,1 nm

H δ 410,2 nm

Balmerův řád 364,6 nm

$n_0 = 1$	Lyman (UV)	Lyman continuum	91,13 nm
$n_0 = 2$	Balmer		364,51 nm
$n_0 = 3$	Paschen (IR)		820,14
4	Brackett		1458,03
5	Pfund		2278,77
6	Humphrey		3280,56

$$R_\infty \sim \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c} \sim 10,9 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$$

pro jiné podobné (u jiných prvků) (u jiných prvků)

$$R_M = \frac{R}{1 + m_e/M}$$

hmotnost jádra

$$\frac{1}{\lambda} = R_M z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$z \dots$ atomové číslo

He^+ → podobná série $n_0 = 4$

5 → 4 1012,4 nm

6 → 4 656,0 → H α

7 → 4 541,2 nm

8 → 4 485,9 → H β

9 → 4 452,2 nm

Teplotní spektrum

Fraunhoferovy čáry (1817)

A	759,37	O ₂
B	686,72	O ₂
C	656,28	H α
D1	589,59	Na
D2	589,0	Na
E	520,96	Fe
F	486,13	H β
G	431,42	CH molekula
H	396,85	Ca ⁺
K	393,37	Ca ⁺

Teplotní spektrum

→ black body → Planckův zákon
(homotélie)

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Stefan-Boltzmannův
konstant

$$\int B_{\nu}(T) d\nu \rightarrow P = T^4 \sigma A$$

1 ponch

max. ν $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ Wienův posuvnáček

limity $B_{\nu}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} k_B T$ pro $\nu \rightarrow 0$

Rayleigh - jeans
"uvážovat" každou "části"

$$B_{\nu}(T) \sim \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \text{ pro } \nu \rightarrow \infty$$

Wien

pro Slunce: $T = 5778 \text{ K}$

1% na $\lambda < 281 \text{ nm}$

1% na $\lambda > 3961 \text{ nm}$

12% na $\lambda < 400 \text{ nm}$

51% na $\lambda > 700 \text{ nm}$ (49% \approx infrared)

37% viditelná sluneční světla

Běžná zářivka

E_1, ν_1

(+)

$$h\nu = E_1 - E_2 \quad \leftarrow \text{kontinuální}$$

světlo

E_2, ν_2

Indukce radvači systému částice $\vec{a} \perp \vec{v}$
relativistické efekty - \approx empirie, svazek

Comptonův rozptyl

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

k-kořina



Okna propustnosti

→ viditelná

→ near IR

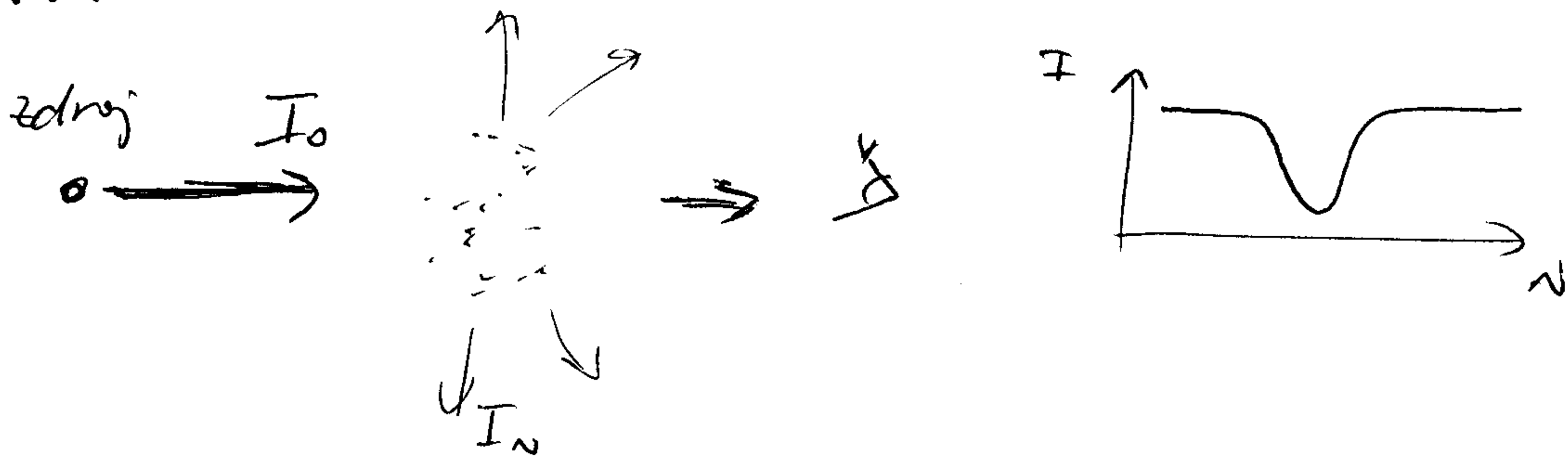
→ radio

→ bpk pod 400 nm a v IR

Vlivy na spektrum

normální spektrum - absorpce

I_{in} má anizotropii, re-emise do náhodných směrů



sp. čára

• přirozené rozšíření - princip neurčitosti

E_1 i E_2 mají distribuci energi

$$\Delta E \Delta t \geq h$$

excitovaný elektron - jádro tlumí kmitání harmonicky osvědčen

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \dots \text{klasická frekvence}$$

D ... tuhost pružiny

m ... hmotnost

řetím $x(t) = x_0 e^{-\gamma/2 t} \left[\cos \omega t + (\gamma/2\omega) \sin \omega t \right]$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}, \text{ ale } \gamma \ll \omega_0$$

$$\Rightarrow \omega \sim \omega_0$$

pat $x(t) \sim x_0 e^{-(\gamma/2)t} \cos \omega_0 t$

→ do Fouriera transform

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int x(t) e^{-i\omega t} dt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int x_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos \omega_0 t e^{-i\omega t} dt$$

use integrals

$$A(\omega) = \frac{x_0}{\sqrt{\pi\gamma}} \left[\frac{1}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma/2} + \frac{1}{i(\omega_0 + \omega) + \gamma/2} \right]$$

~ blízko rezonance: $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0 \rightarrow$ druhý člen lze zanedbat

spektrální hustota $P_\omega(\omega) \approx A(\omega) A^*(\omega)$

$$\Rightarrow P_\omega(\omega) = \frac{c}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2}$$

Lorentzian profile

lifetime $\tau = 1/\gamma$

pro energii ~~atomu~~ hladiny atomu

$$\tau_j = 1/A_i$$

$$\Rightarrow \delta\omega_n = A_i = \frac{1}{\tau_i}$$

$$\text{období } \sim \delta\nu_n = \frac{A_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_i}$$

z hladiny na hladinu.

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_k} \right)$$

$$dN_i = -A_{ij} N_i dt + \dots$$

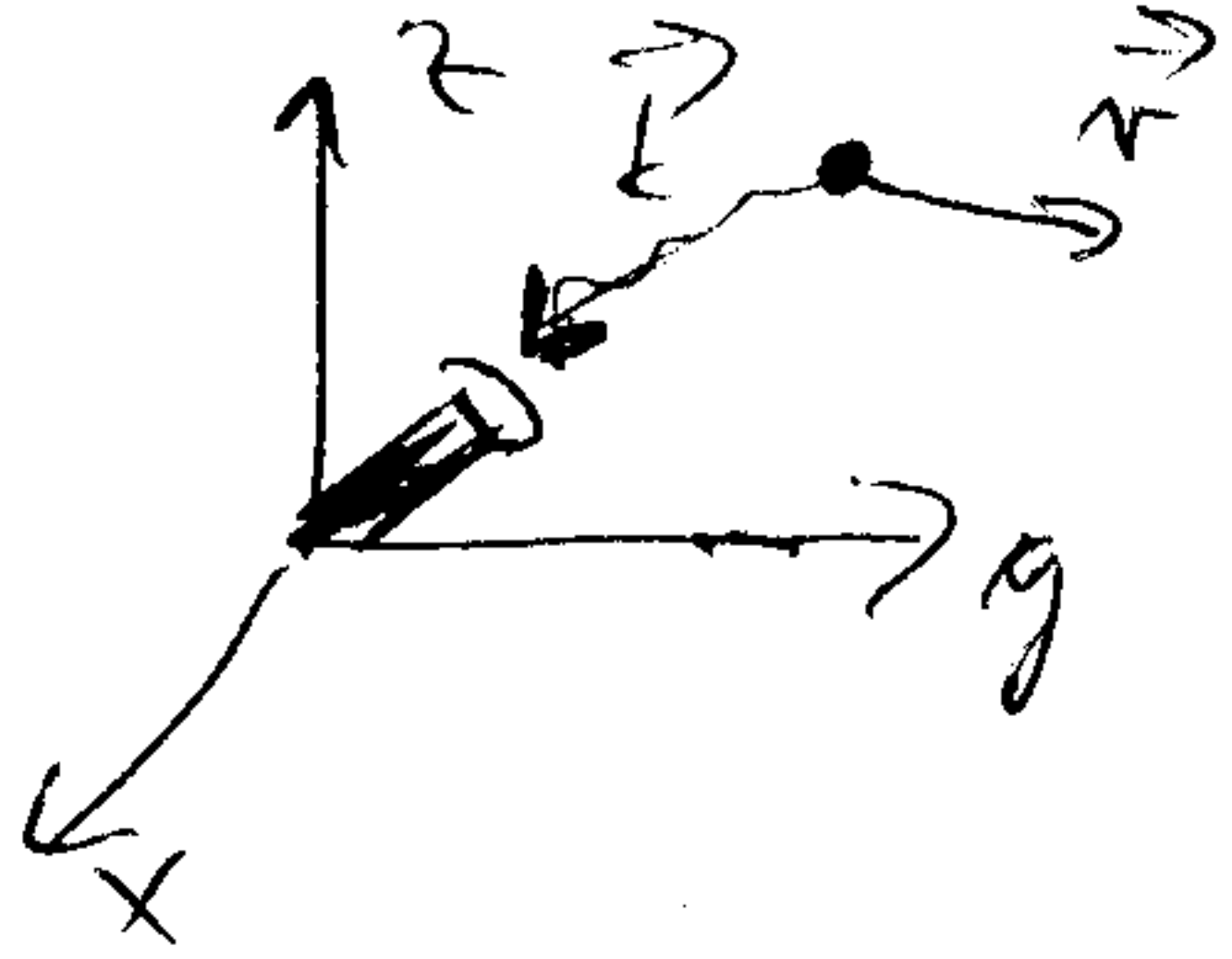
$$A_i = \sum_j A_{ij}$$

$$= -A_i N_i dt$$

$$\Rightarrow N_i(t) = N_i(0) e^{-A_i t}$$

$$\tau = 1/A_i$$

• dopplerovské rozšíření (~~teplota~~)



excitovaný atom vyžije $v = (v_x, v_y, v_z)$
emitovaná (absorbovaná) frekvence
bude dopplerovský posunuta

$$\omega = \omega_0 + k \cdot v \quad |k| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

pro $k = (0, 0, k_z) \Rightarrow \omega = \omega_0 + k_z v_z = \omega_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right)$

$k \cdot v = kv \cos \theta$ — disperzní relace

\Rightarrow teplota
distribuce rychlosti
teplota

Maxwell-Boltzmann rozložení

$$n_i(v_z) dv_z = \frac{N_i}{N_M \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v_z}{v_M}\right)^2} dv_z$$

$$N_0 = \int n_i(v_z) dv_z$$

konstanta

$$v_M = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

pravid.
rychlosti

$$v_z = \frac{c}{\omega_0} (\omega - \omega_0)$$

$$\Rightarrow n_i(\omega) d\omega = \frac{c N_0}{\omega_0 v_M \sqrt{\pi}} e^{-\left[\frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega_0 v_M}\right]^2} d\omega$$

abozna / emise úměrná n_i

$$\Rightarrow P_\omega(\omega) \approx P_\omega(\omega_0) e^{-\left[\frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega_0 v_M}\right]^2}$$

$$\Delta \omega_D \sim 2 \sqrt{\ln 2} \omega_0 \frac{v_M}{c} = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{8 k_B T \ln 2 / m}$$

rozšíření roste s ω_0 , $\sqrt{T}^{1/2}$

kleme s $m^{-1/2}$

m... hmotnost
atomu

pracovní vztah:

$$\Delta \nu_D = \frac{2 \nu_0}{c} \sqrt{\frac{2RT}{M} \ln 2} \sim$$

$$\sim 7.16 \times 10^{-7} \nu_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \text{ Hz}$$

mol. hmotnost = 102

• mikrotubulece

májové rozdělení rychlosti, opět gaussov profil

• kolizní rozšíření

atom A (E_i, E_k) a atom B interagují, posun energií dých hladin, posun závisí na "kolizní frekvenci" a vzdálenosti.

$$N_{ik} = \frac{|E_i(R) - E_k(R)|}{h}$$

R fluktuuje kolem střední hodnoty R_m , která závisí na tlaku a teplotě

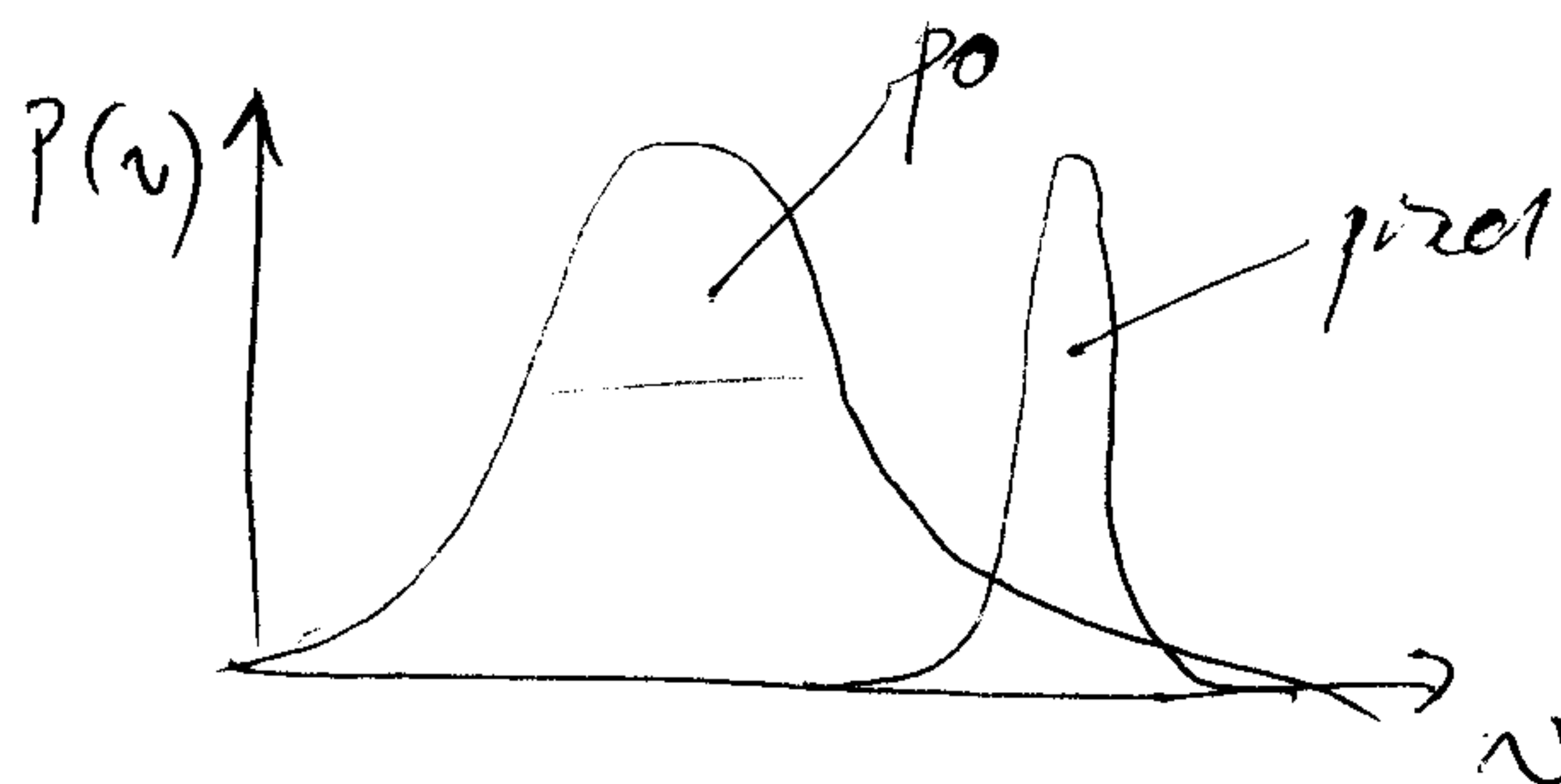
elastické kolize \rightarrow posun frekvence od $\nu \rightarrow \nu_{ik}(R_m)$ závisí na posunu hladin ν nejpravděpodobnější vzdálenosti

profil

$$I(\omega) \sim \int A_{ik}(R) P_{coll}(R) [E_i(R) - E_k(R)] dR$$

"modifikuje závislost hladin" \Rightarrow Lorentzovský profil

elastické rozšíření = tlakové rozšíření



\rightarrow Starkův efekt - vlna ve elektrickém poli

$$\Delta E \sim 1/r^2$$

\rightarrow kolizní deexcitace - uvolnění \rightarrow bez generace $\nu = 11 =$

• makroskopický polyst

$$\omega = \omega_0 + k \cdot v = \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

normální profil

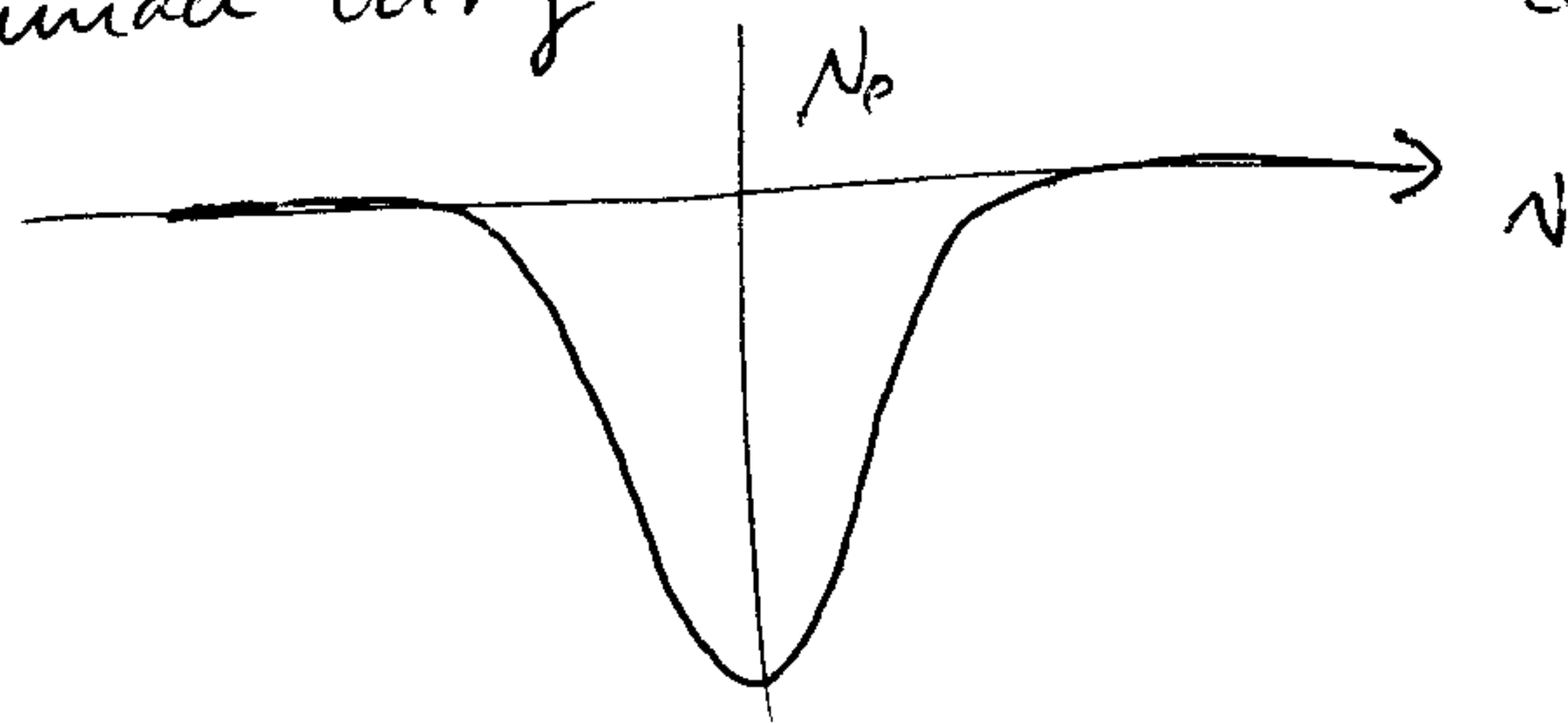
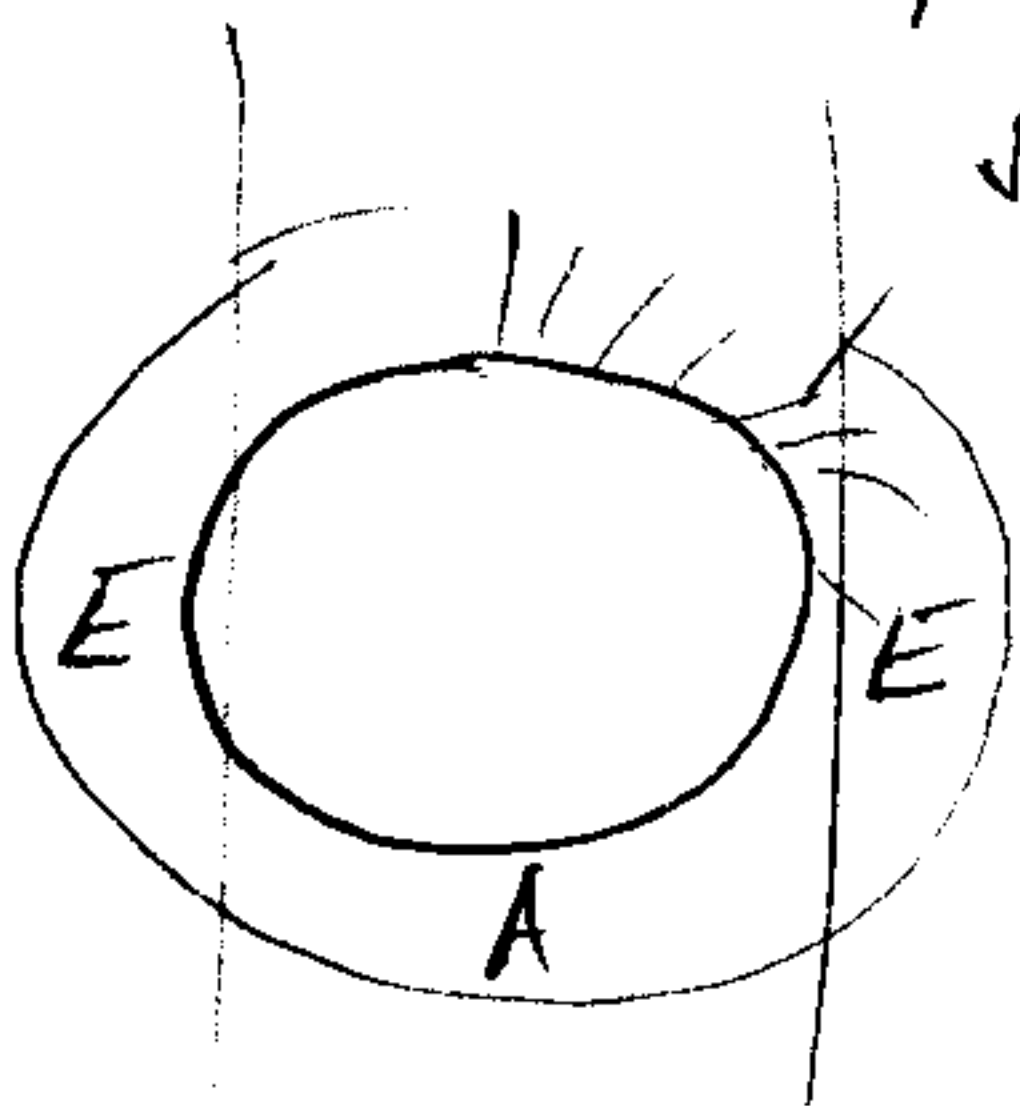
skupá forma vlny

amplituda

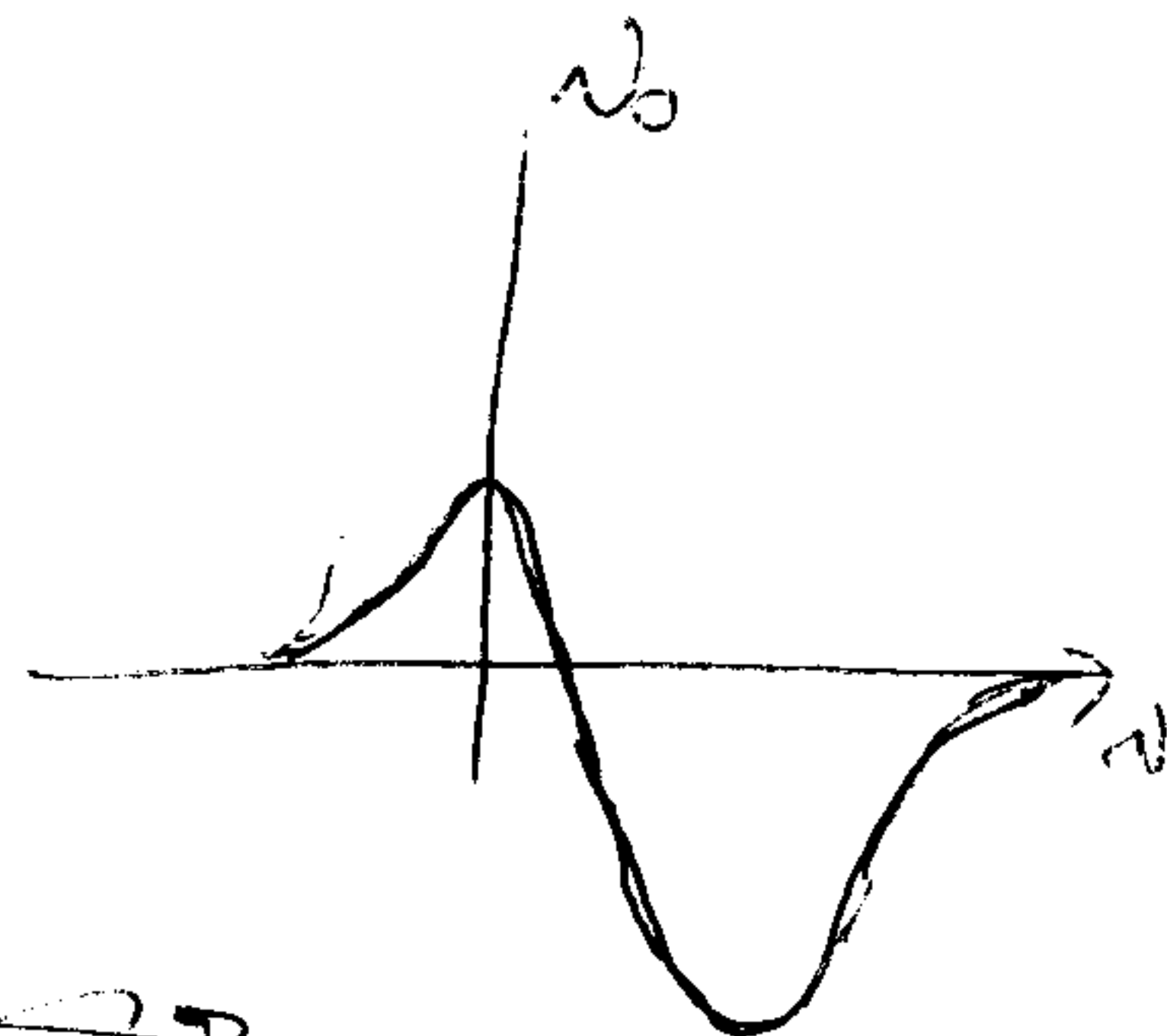
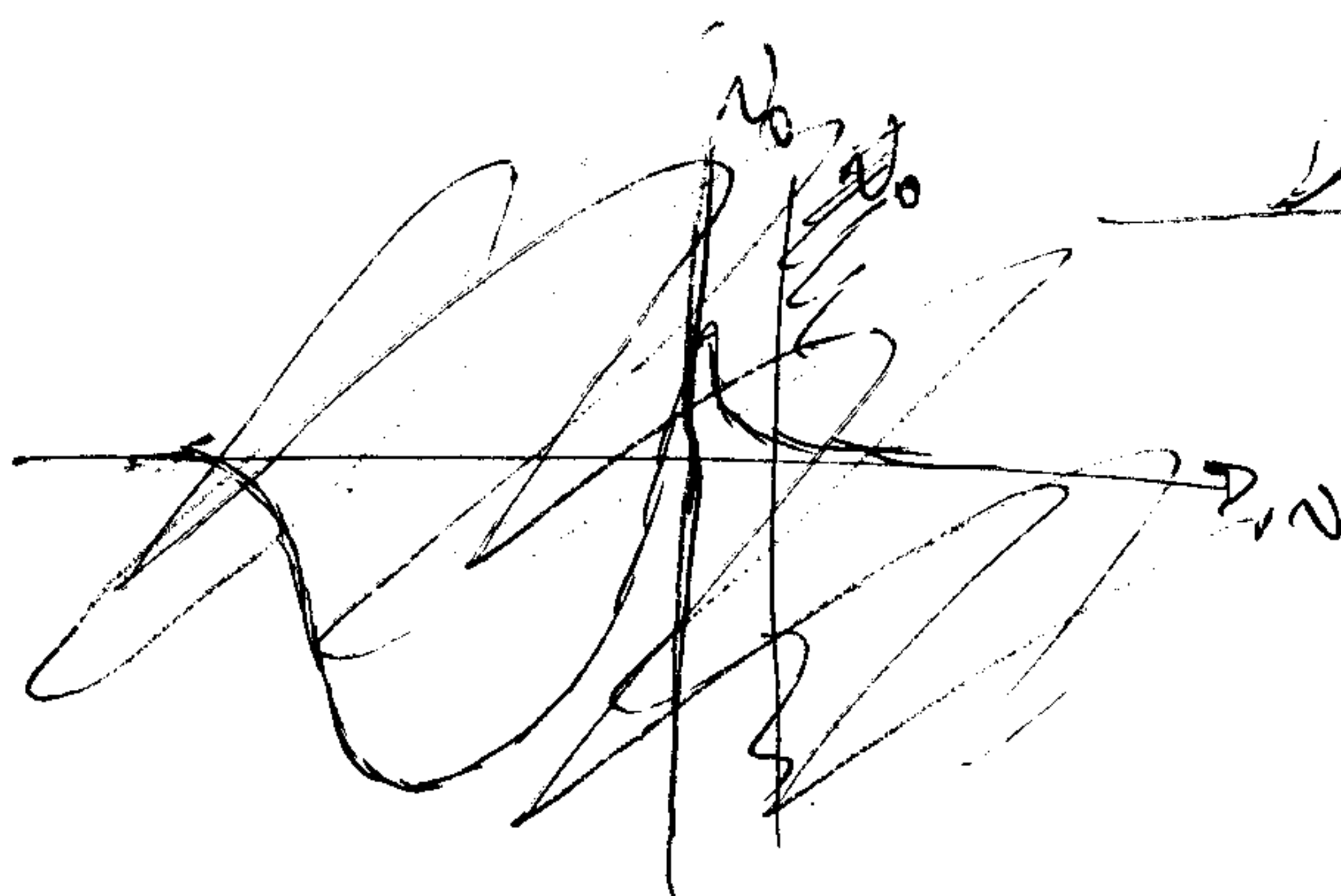
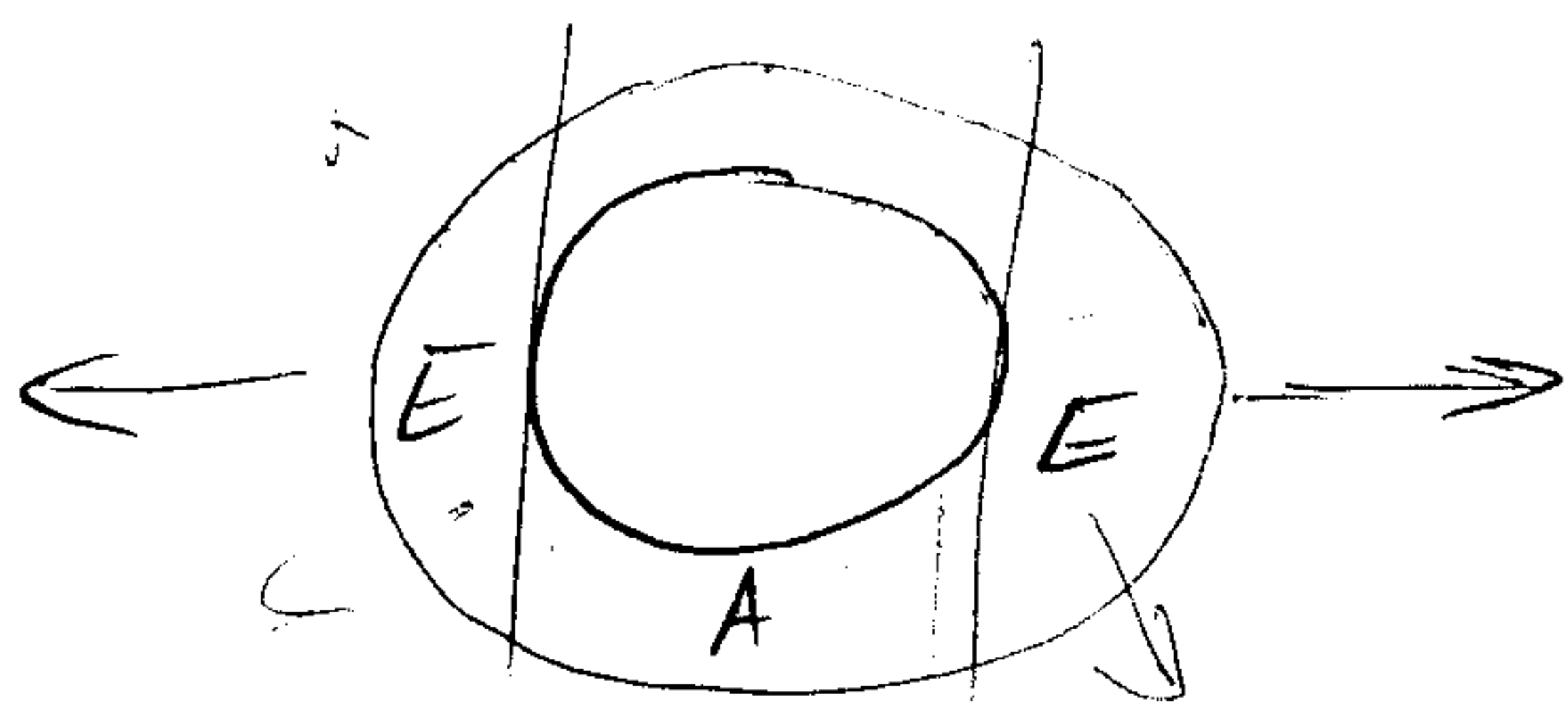
závisí na

hloubkou

otáčky

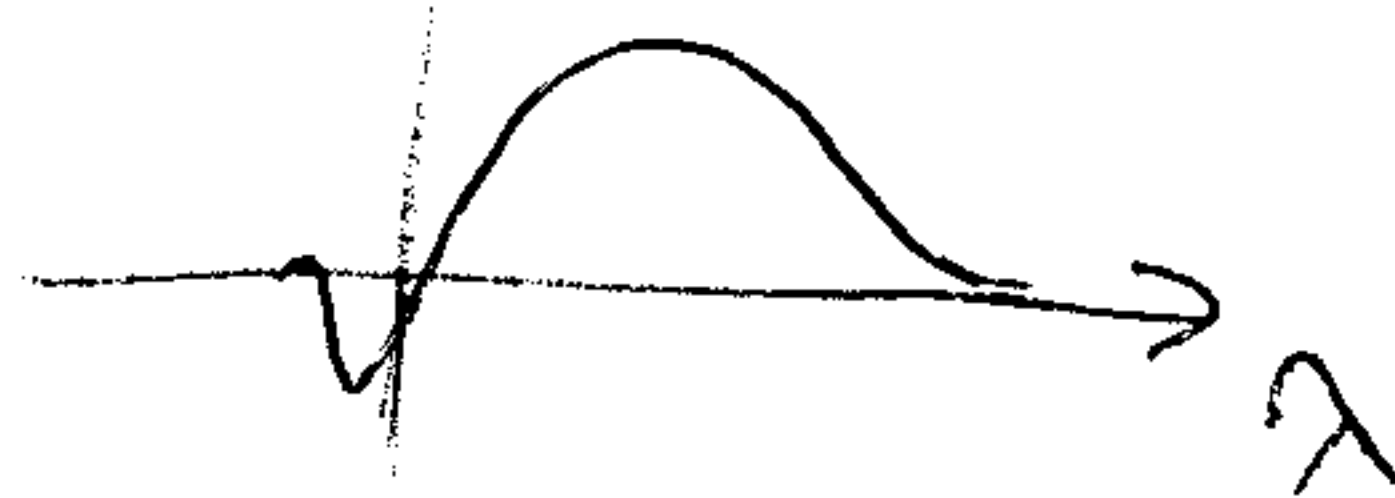


expanze



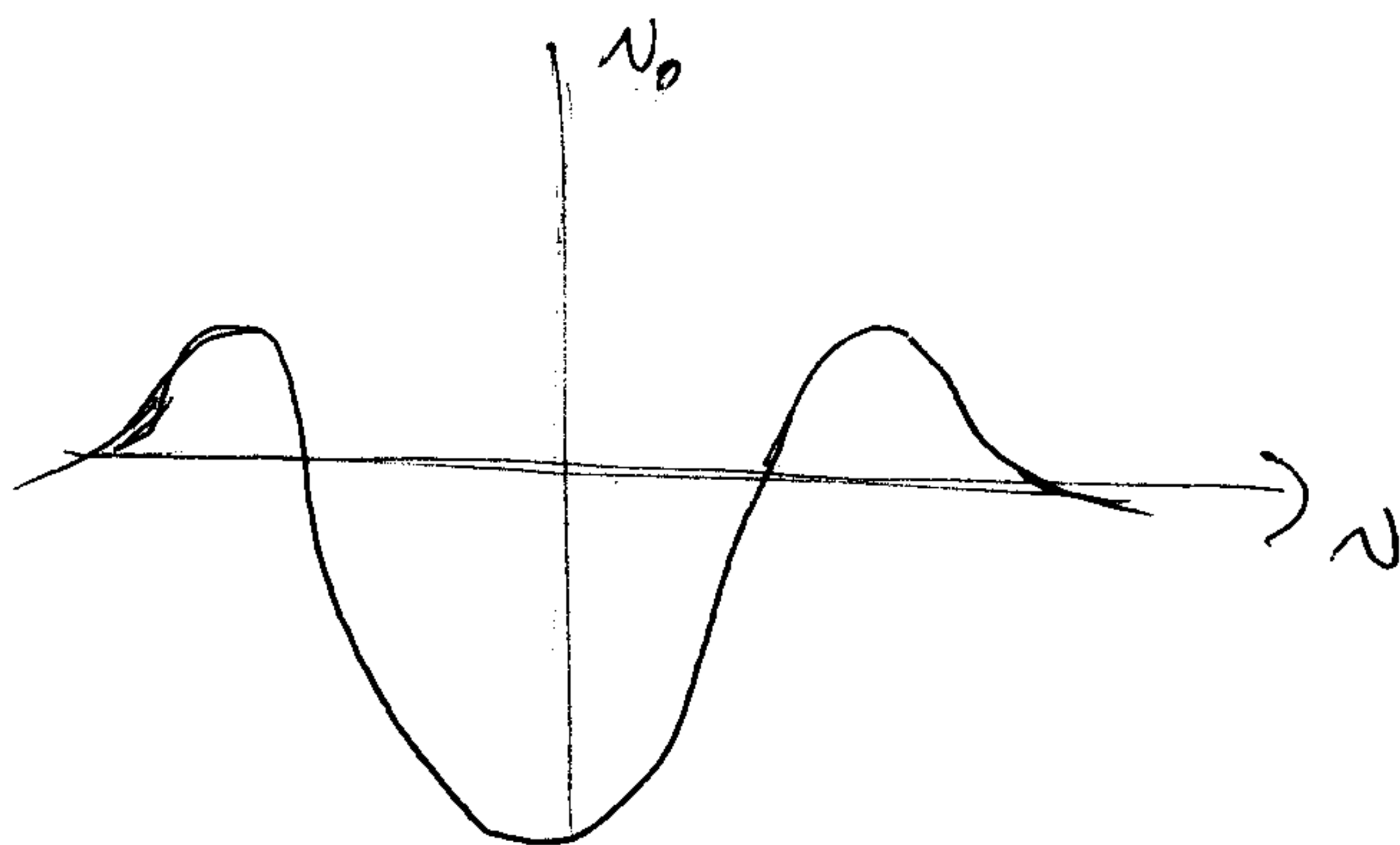
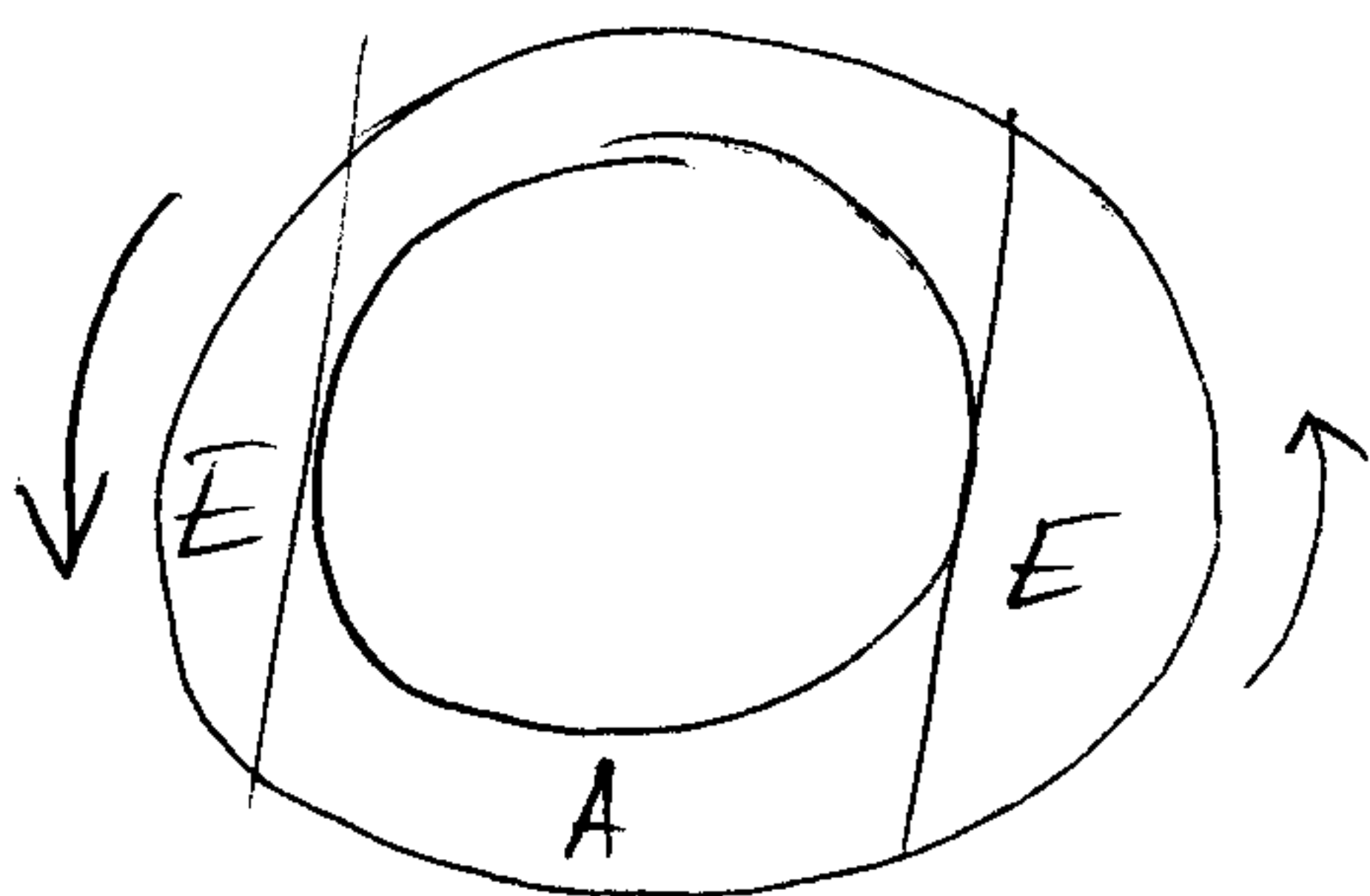
↓

P-čtyř



nika

rotace



• Zemanovské efekty

- normální

1 π , 2 σ komponenty

podle jen σ komponenty

podle σ a π komponenty