

Dynamika konvektivní zóny a sluneční dynamo

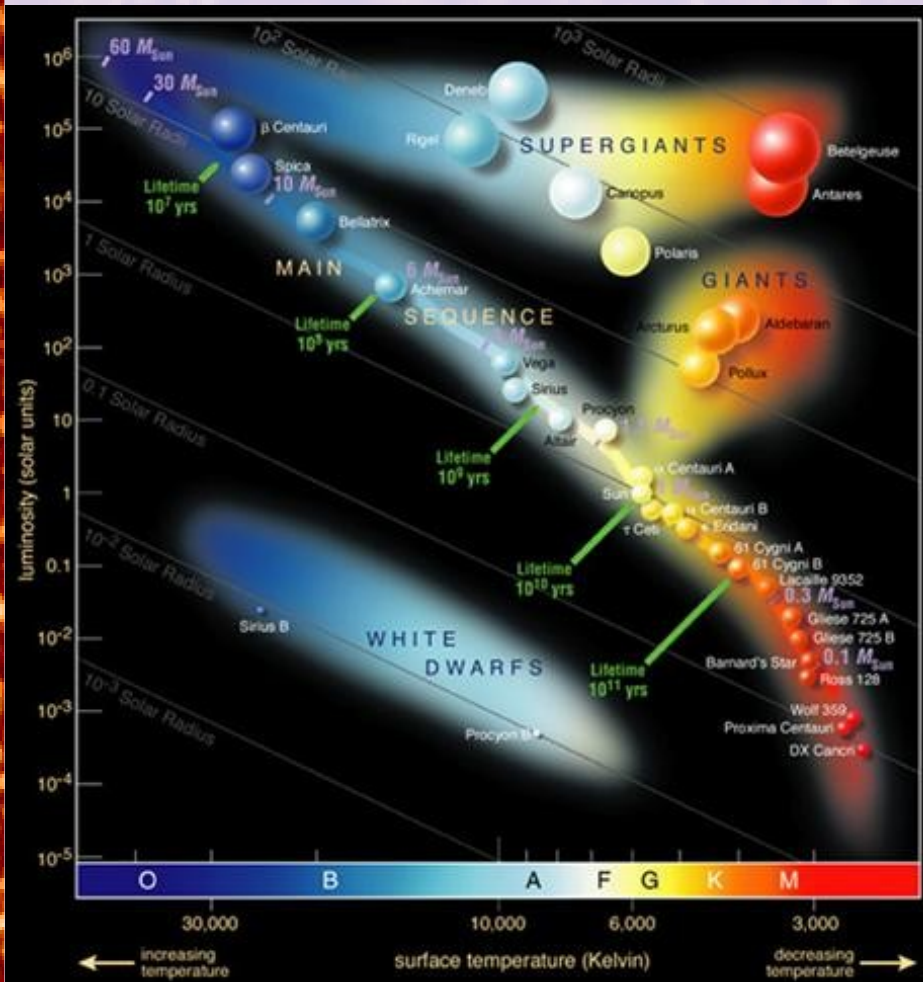
Vybrané kapitoly z astrofyziky
ZS 2008/2009

Michal Švanda

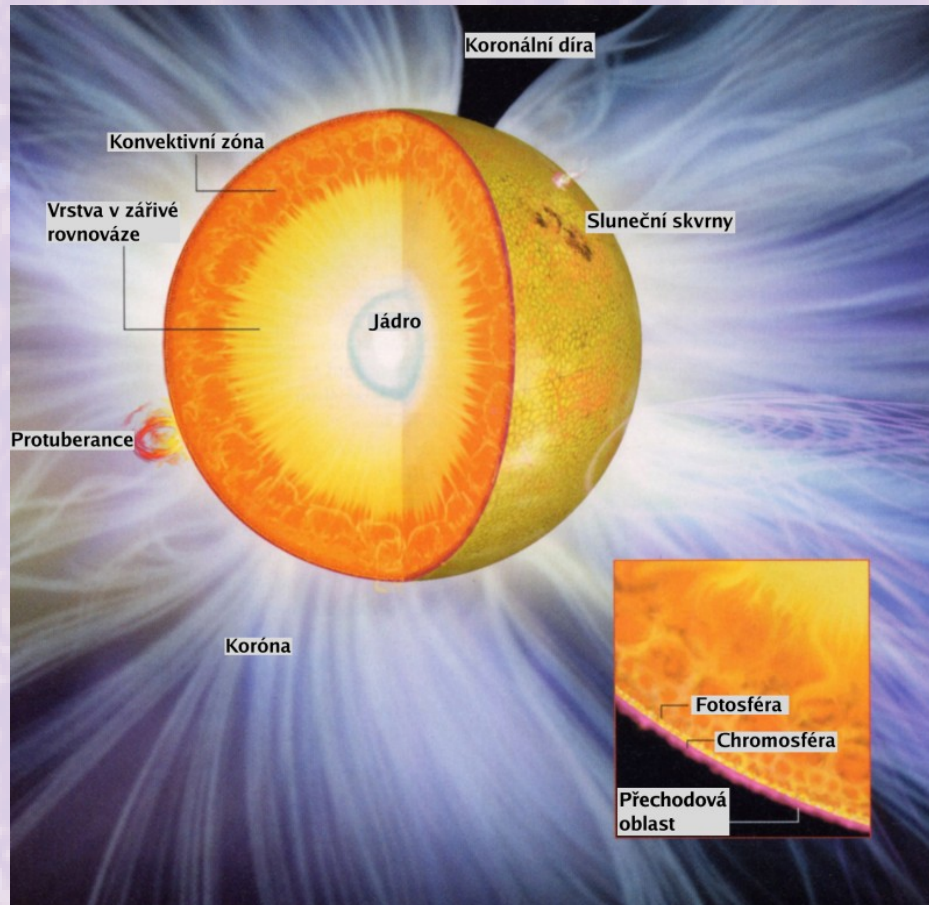
Astronomický ústav MFF UK
Astronomický ústav AV ČR

Slunce jako hvězda

- Spektrální třída G2, hlavní posloupnost
- 4,5 mld let, v „nejlepších letech“
- Ještě 6,4 mld let na hlavní posloupnosti
- Za cca 8 mld let jen bílý trpaslík
- $M = 1,98 \times 10^{30}$ kg
- $R = 695\,980$ km
- $L = 3,84 \times 10^{26}$ W
- $Z = 0,016$
- $T_{\text{eff}} = 5770$ K



Vnitřní struktura Slunce



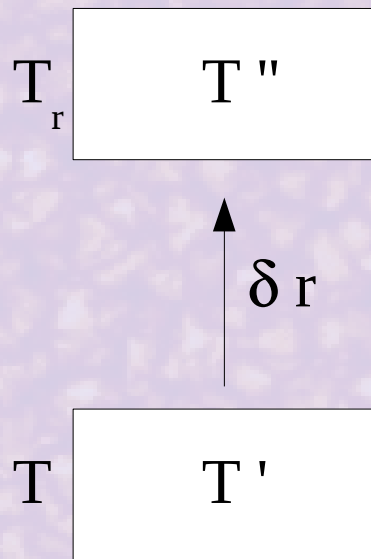
- Jádro
- Zářivá vrstva
- *Konvektivní zóna*
 - 0,68–1,00 R_S
 - 65 % objemu
 - 0,03 M_S
- Fotosféra
- Chromosféra
- (Přechodová vrstva)
- Koróna

- Modely nitra
- Helioseismologie

Část I.

Dynamika konvektivní zóny

Konvektivní nestabilita



Element se ohřeje a stoupá, hustota a tlak se vyrovnávají s okolím

$$T \rightarrow T', \quad T' - T = \Delta T > 0$$

$$T'' = T' + \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} \delta r = T + \Delta T + \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} \delta r$$

$$T_r = T + \left(\frac{dT}{dr} \right)_{rad} \delta r$$

$T'' > T_r$ vzniká konvektivní pohyb

$$\Delta T + \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} \delta r > \left(\frac{dT}{dr} \right)_{rad} \delta r$$

$$-\left(\frac{dT}{dr} \right)_{rad} > -\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad}$$

Podmínky pro vznik konvekce

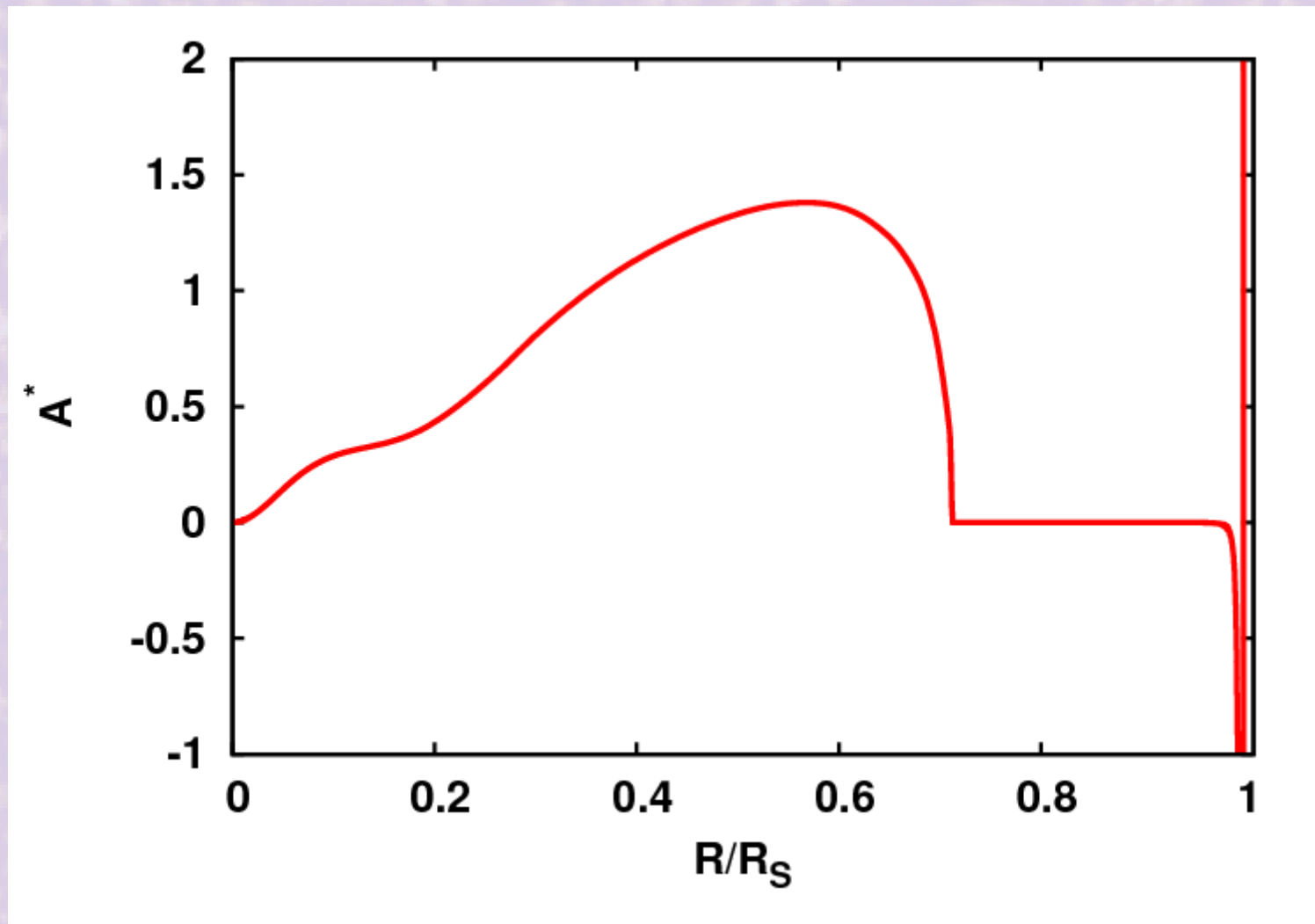
- Gradienty hrají roli

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{rad} = -\frac{3\kappa\rho L}{16\pi r^2 acT^3}$$
$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} = -\frac{Gm(r)\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p}{c_p r^2}$$

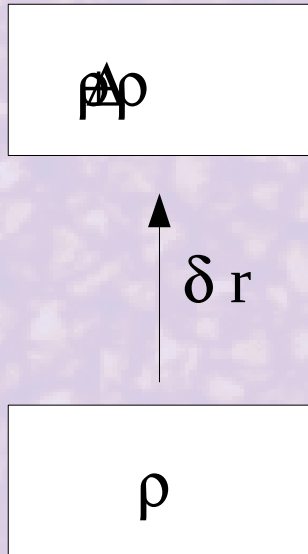
- Podmínky vzniku konvekce

$$-\left(\frac{dT}{dr}\right)_{rad} > -\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad}$$
$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad}, \quad \nabla = -\frac{d \ln T}{d \ln p} = -\frac{p}{T} \frac{dT}{dr} \frac{dr}{dp}$$
$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{p} \left(-\frac{dp}{dr}\right) > \left(-\frac{dT}{dr}\right)_{rad}$$
$$A^* = \frac{1}{\gamma} \frac{d \ln p}{d \ln r} - \frac{d \ln \rho}{d \ln r} < 0$$

A^* v nitru Slunce



Mixing-length theory



Pohybová rovnice pro element

$$\rho \frac{d^2 \delta r}{dt^2} = -g \Delta \rho = -g \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \right)_{ad} - \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \right)_{rad} \right] \delta r$$

$$\rho \frac{d^2 \delta r}{dt^2} = -\frac{g}{H_p} (\nabla_{ad} - \nabla_{rad}) \delta r = -N^2 \delta r$$

$$\left(\frac{d \delta r}{dt} \right)^2 = \frac{g}{H_p} (\nabla_{rad} - \nabla_{ad}) \delta r^2$$

Element cestuje bez porušení na $\bar{\delta r} = l/2$

Konvektivní rychlostí $\bar{v} = \frac{d \delta r}{dt}$

$$\bar{v}^2 = \frac{g}{4 H_p} (\nabla_{rad} - \nabla_{ad}) l^2$$

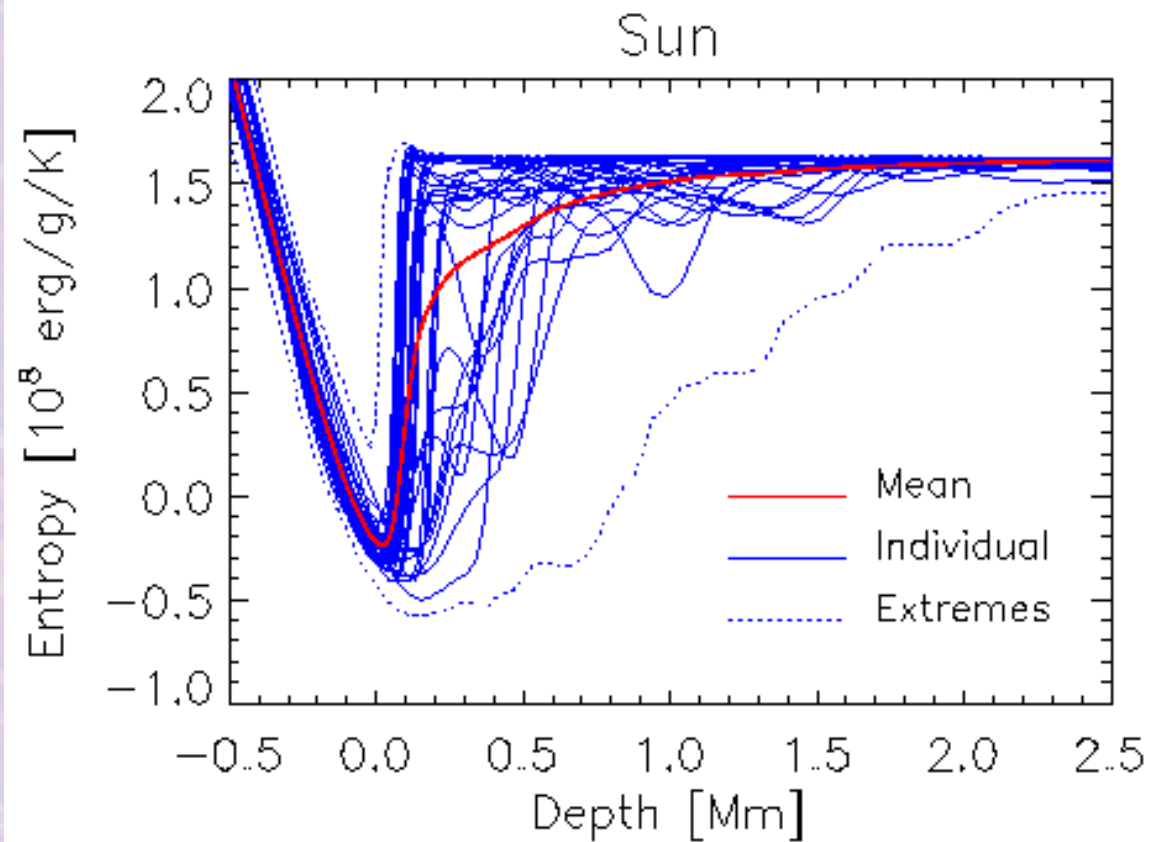
$$F_C = \rho v^2 \cdot v = \rho \left[\frac{g}{4 H_p} (\nabla_{rad} - \nabla_{ad}) l^2 \right]^{3/2}$$

V konvektivní zóně je rozdíl gradientů malý, $A^* \sim -0.01$
 tedy jsou malé rychlosti -> *efektivní konvekce*

pod povrchem ostrý pokles hustoty, tedy $\nabla_{rad} \gg \nabla_{ad}$.

$\bar{v} \sim c_s$ -> *superadiabatická zóna* $l \sim H_p, A^* \sim -2000$

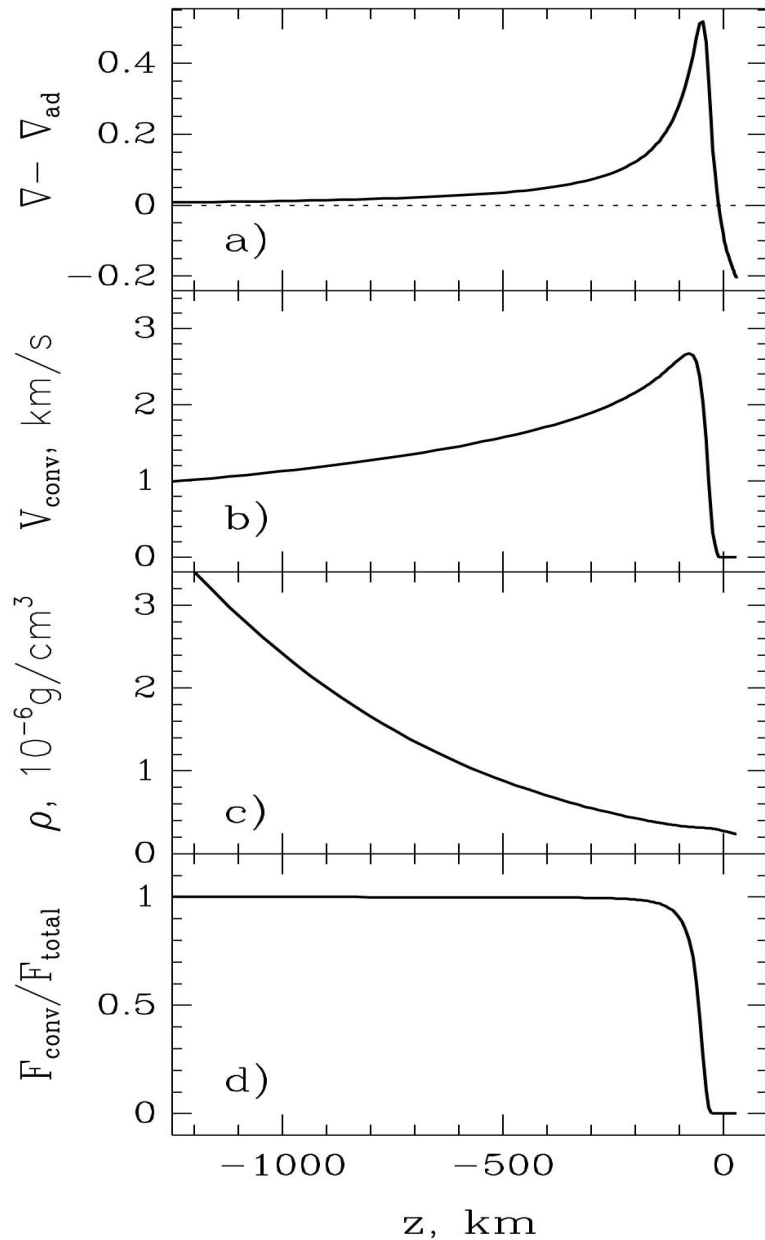
Superadiabatická zóna



$$S = \log(P / \rho^\gamma)$$

$$A^* = \frac{1}{\gamma} \frac{dS}{d \log r}$$

Podpovrchové vrstvy



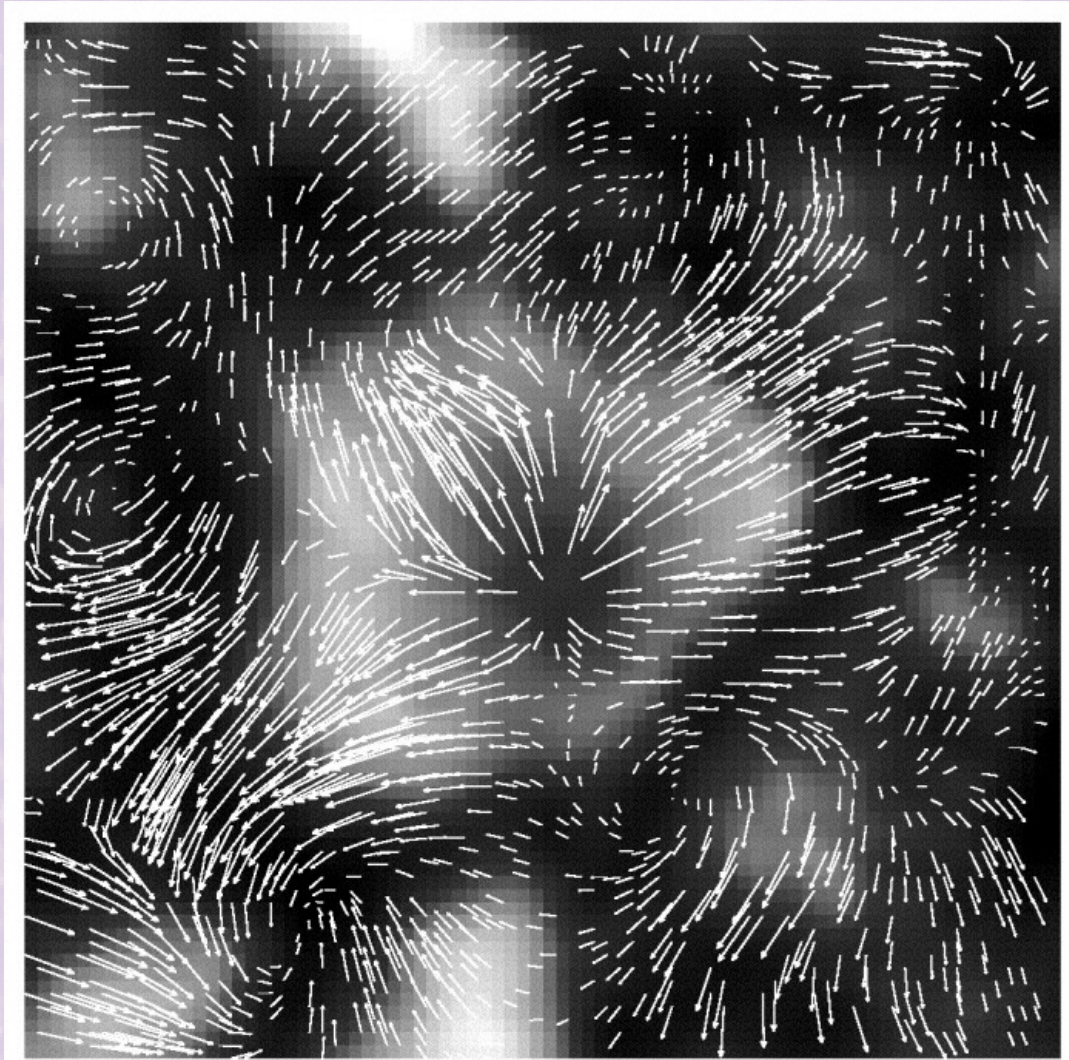
• $\Delta - \Delta_{ad}$

• Konvektivní rychlost

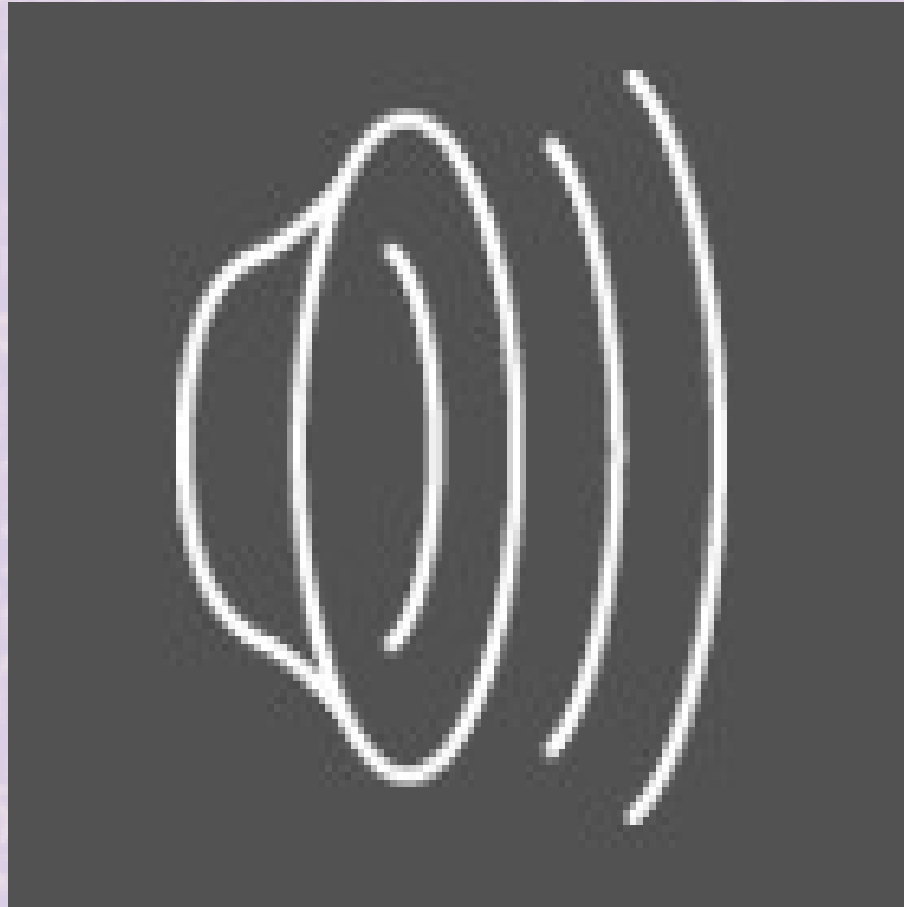
• Hustota

• F_{conv}/F_{total}

- 1 Mm
- 3-17 minut
- Mělké
- Velké rychlosti (až km/s)
- Teplejší uprostřed, chladnější k okrajům
- „Explodující granule“

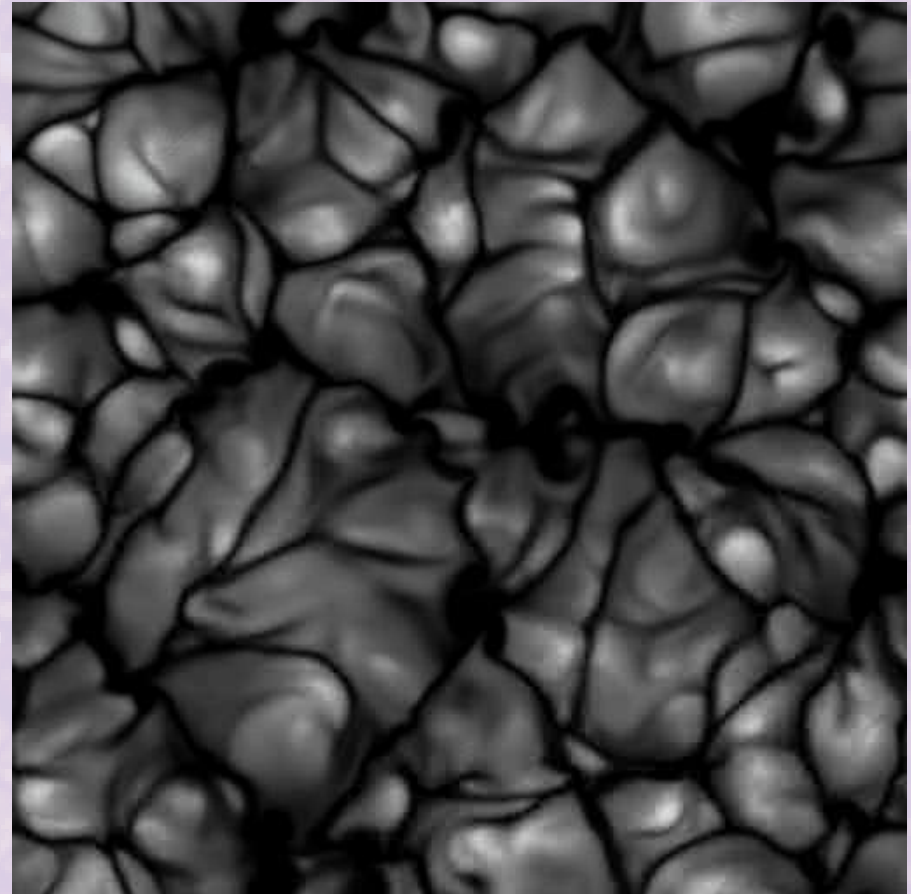


Granule:



Mesogranule

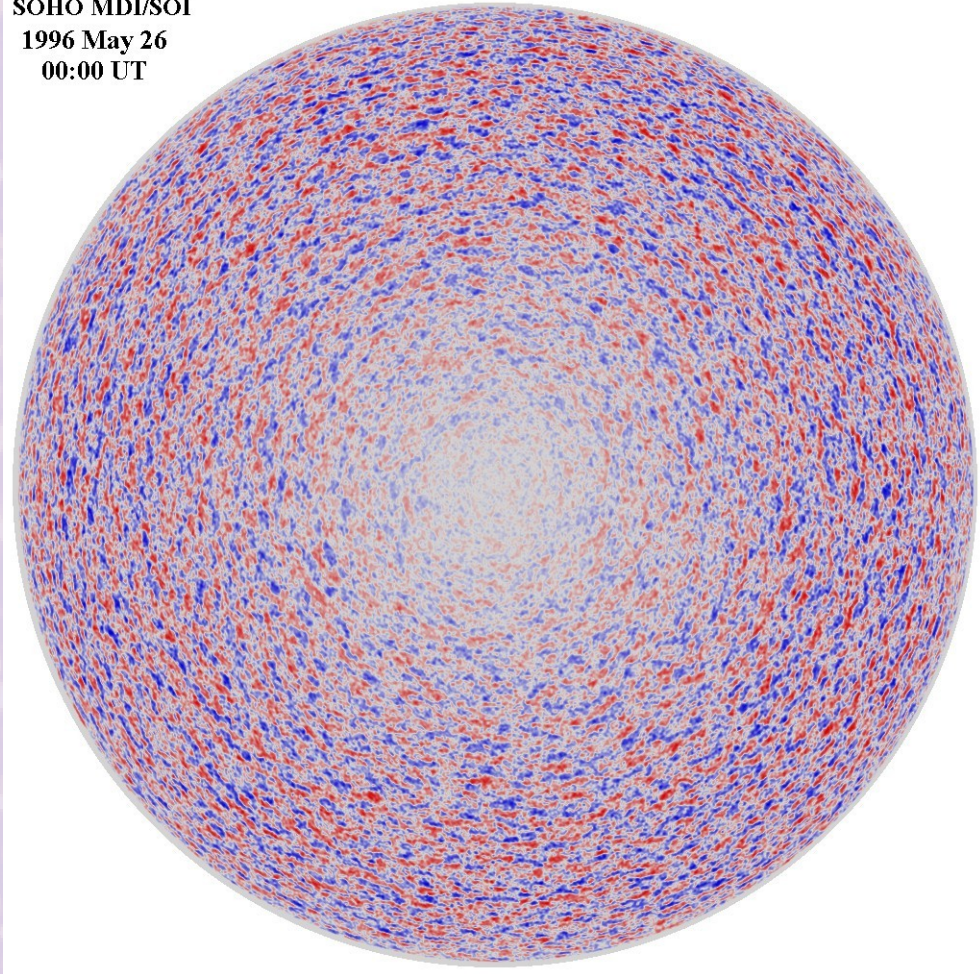
- ~6 Mm
- ~1 hodina
- Není jasné, zda vůbec existují
- Formovány explodujícími granulemi



Supergranule

- 30 Mm
- ~ 24 hodin
- Horizontální rychlostní pole (300 m/s vs. 20 m/s)
- Koncentrují magnetické pole na svých hranicích
- Mizerná tepelná fluktuaace střed-okraj 5 K (se stejnou chybou)
- Rekombinace He vede k růstu γ

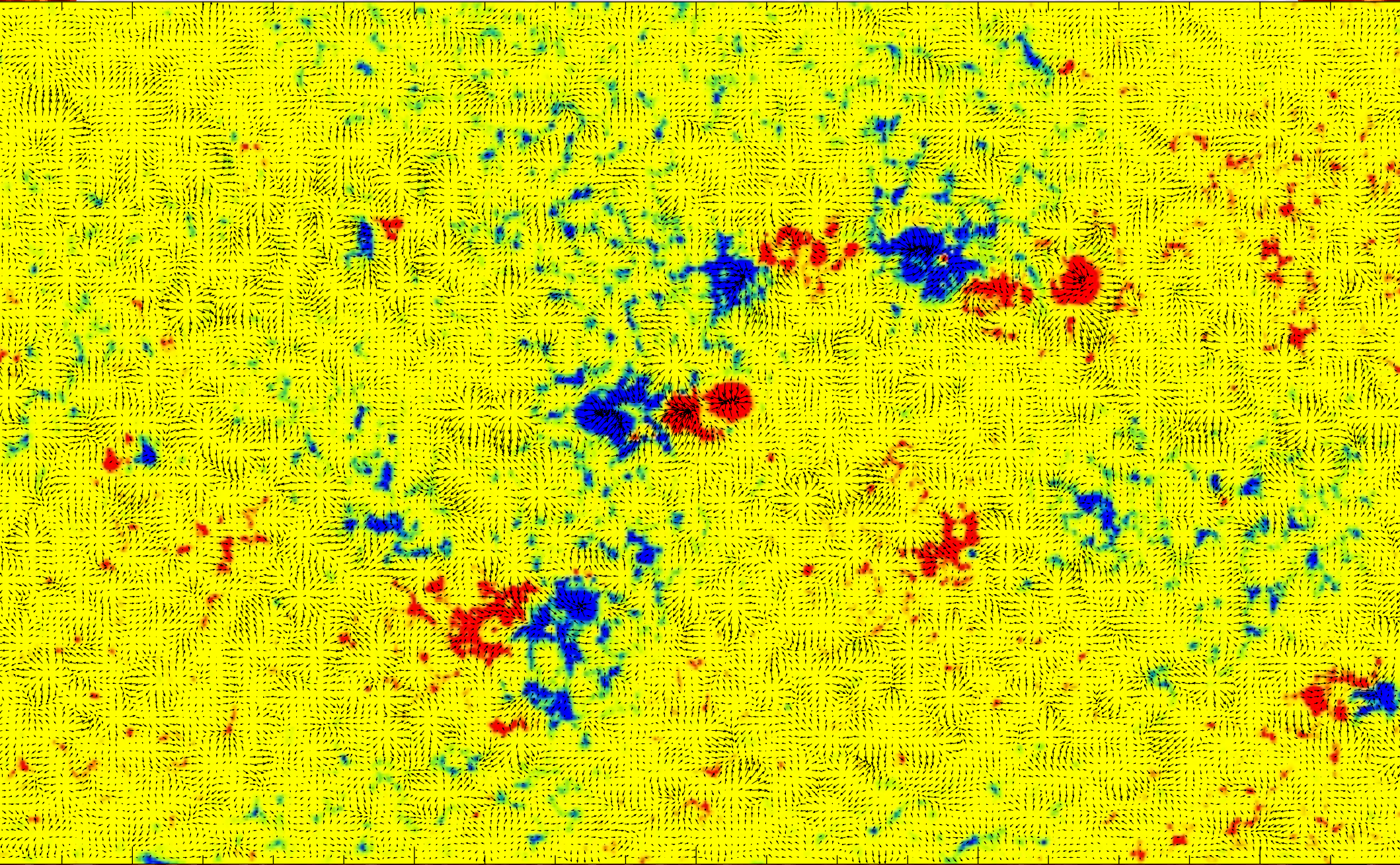
SOHO MDI/SOI
1996 May 26
00:00 UT



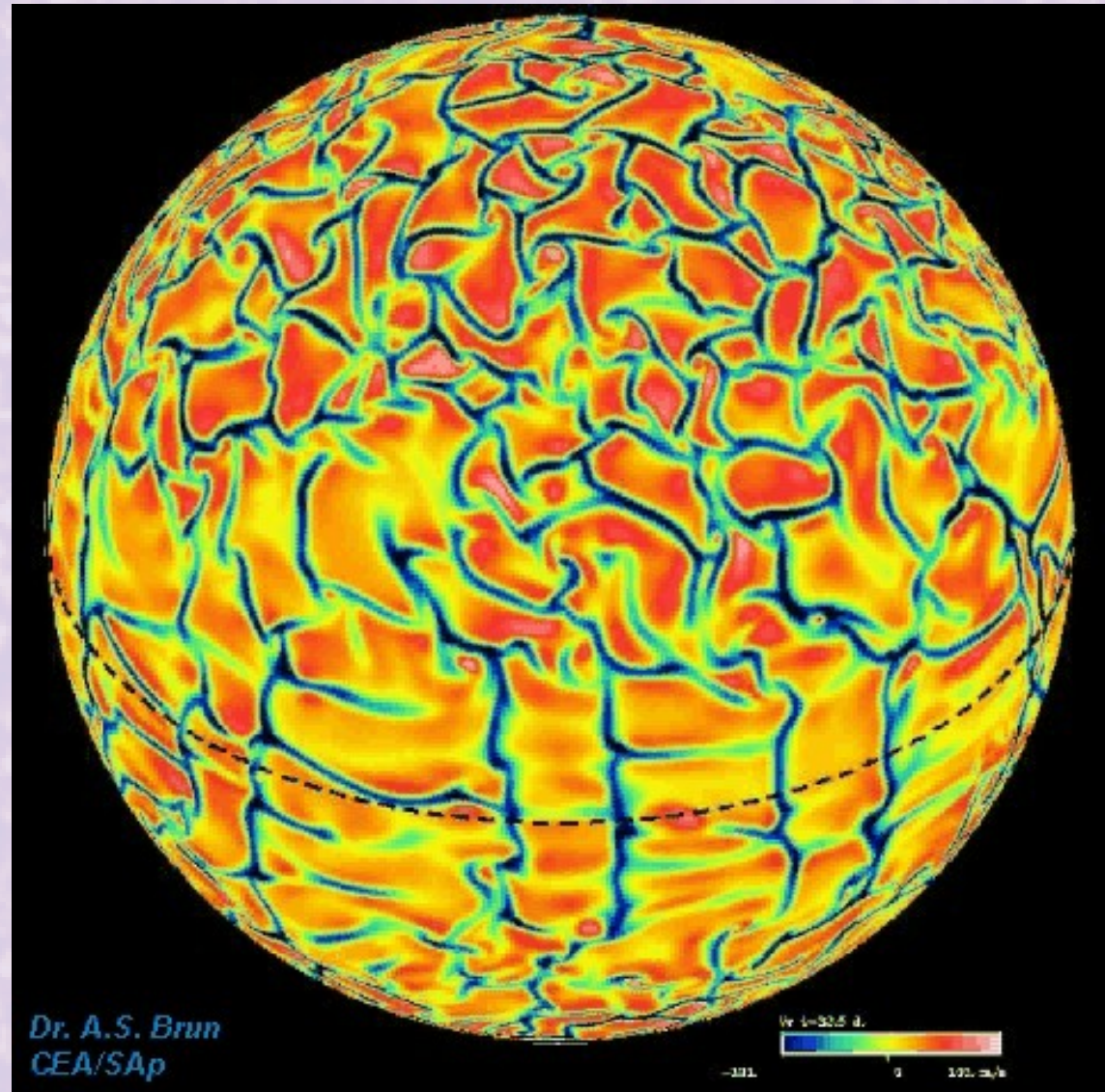
Supergranule v čase



Supergranule – lokální helioseismologie



- Kontroverzní
- ~ 100 Mm
- ~ 7 dní
- Pomalé horizontální pohyby ~10 m/s
- Objevují se v numerických simulacích
- Pozorování obtížná



Obří buňky v čase



Obří buňky – distribuce magnetických polí

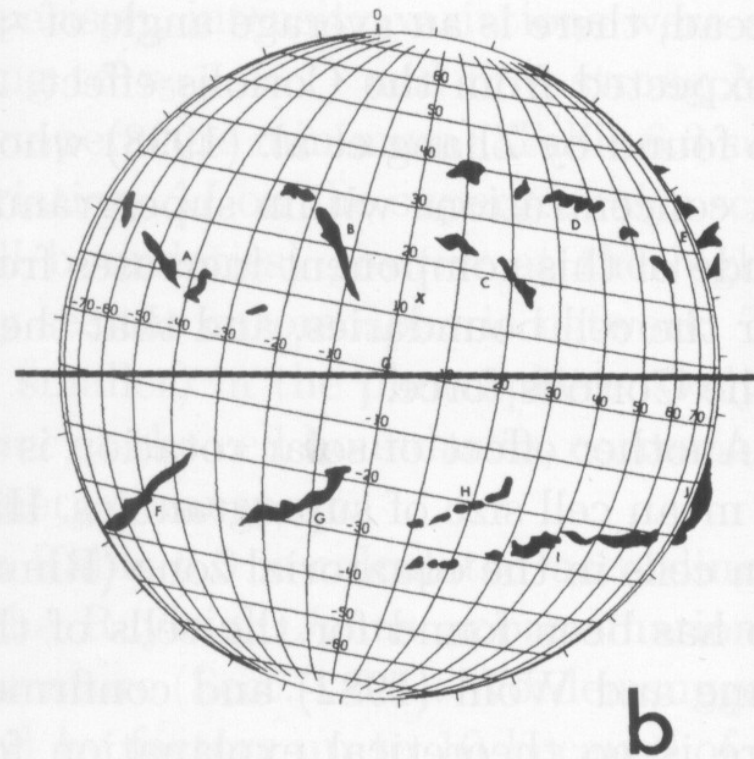
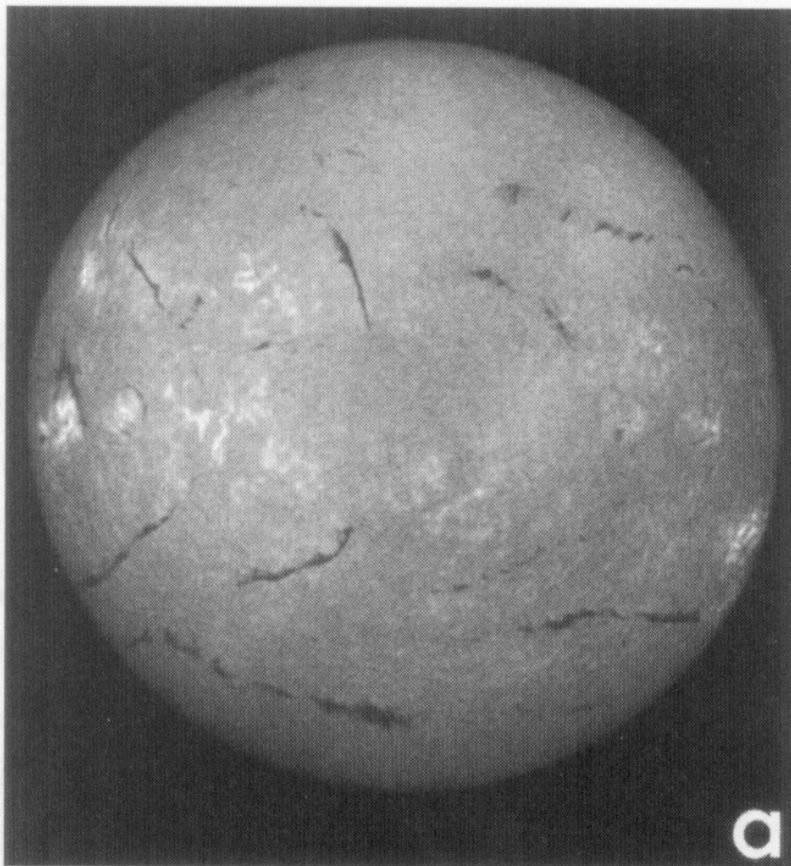
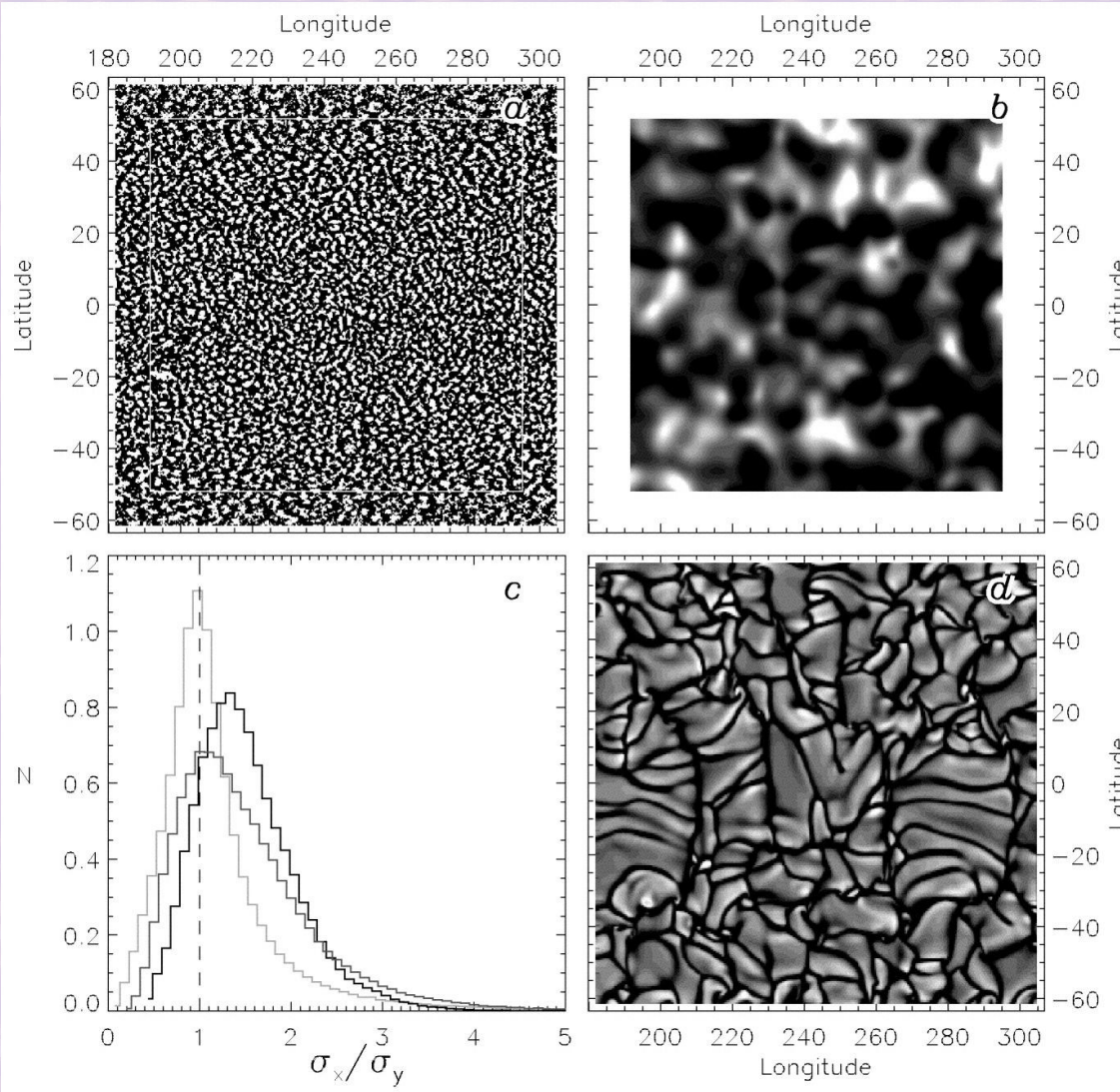


Fig. 6.22. Distribution of solar filaments on 11 June 1972 (Wagner and Gilliam 1976). Courtesy National Solar Observatory, AURA, Inc.

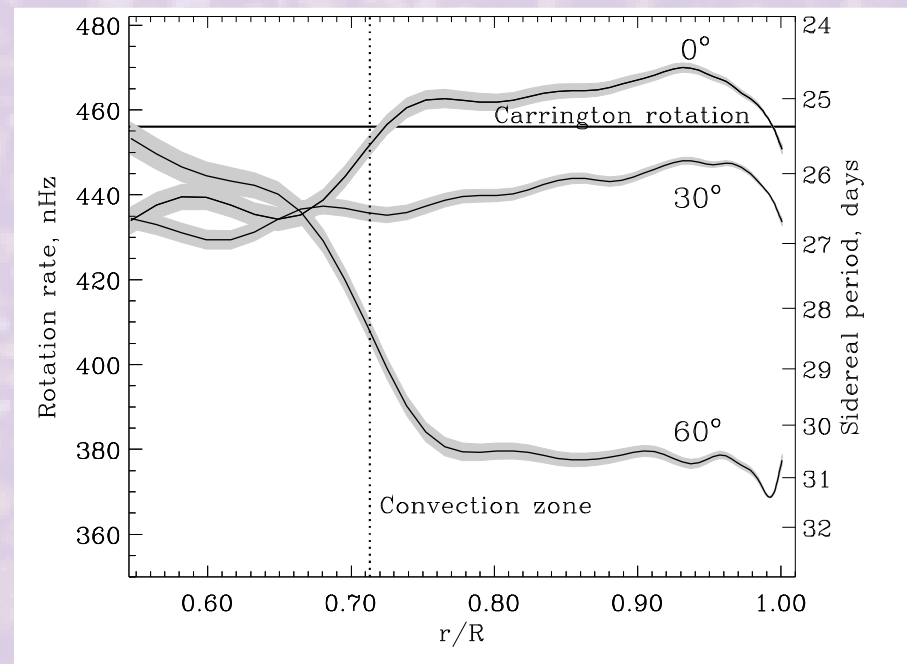
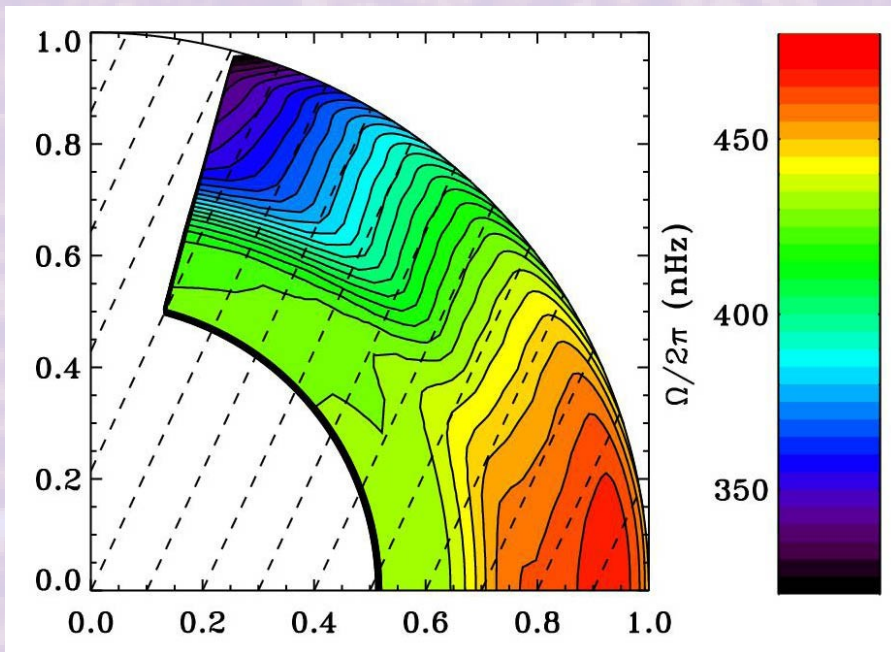
Délkové zarovnání supergranulí



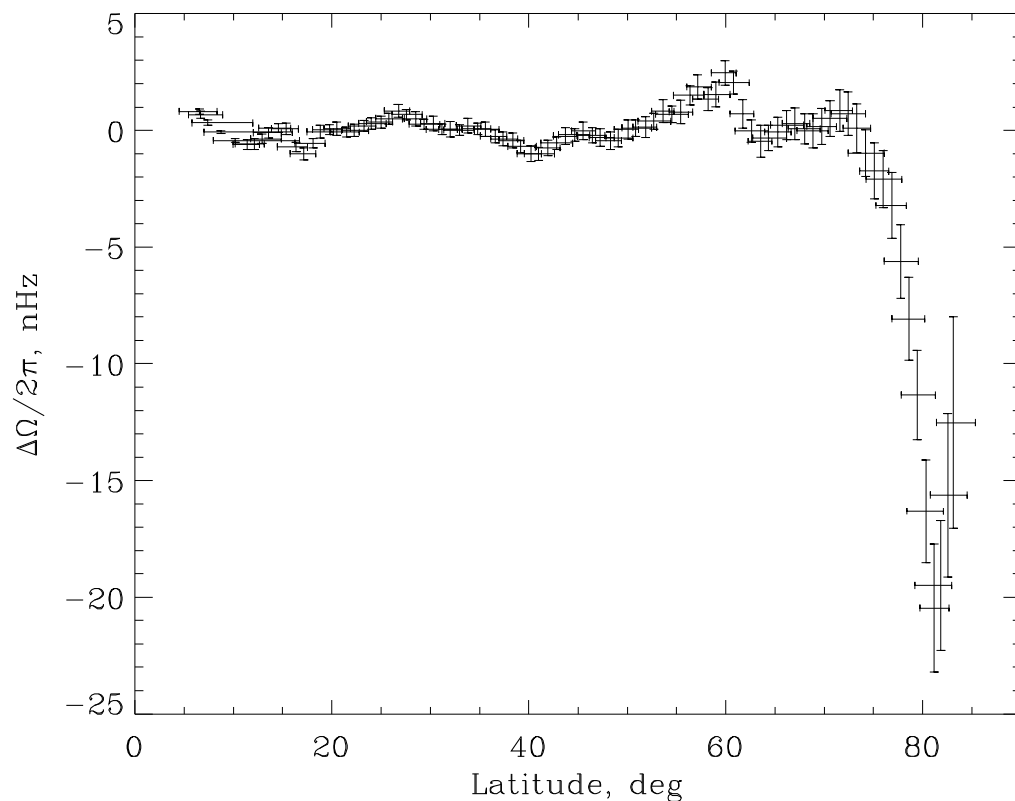
- Dlouhodobý průměr s vhodnou rychlostí rotace (110 m/s rychlejší než spektroskopická)
- Divergence periodická v x , zašumněná v y , rozptyl větší v y než v x

Lisle et al., 2004, ApJ 609, 1167

Helioseismický profil rotace

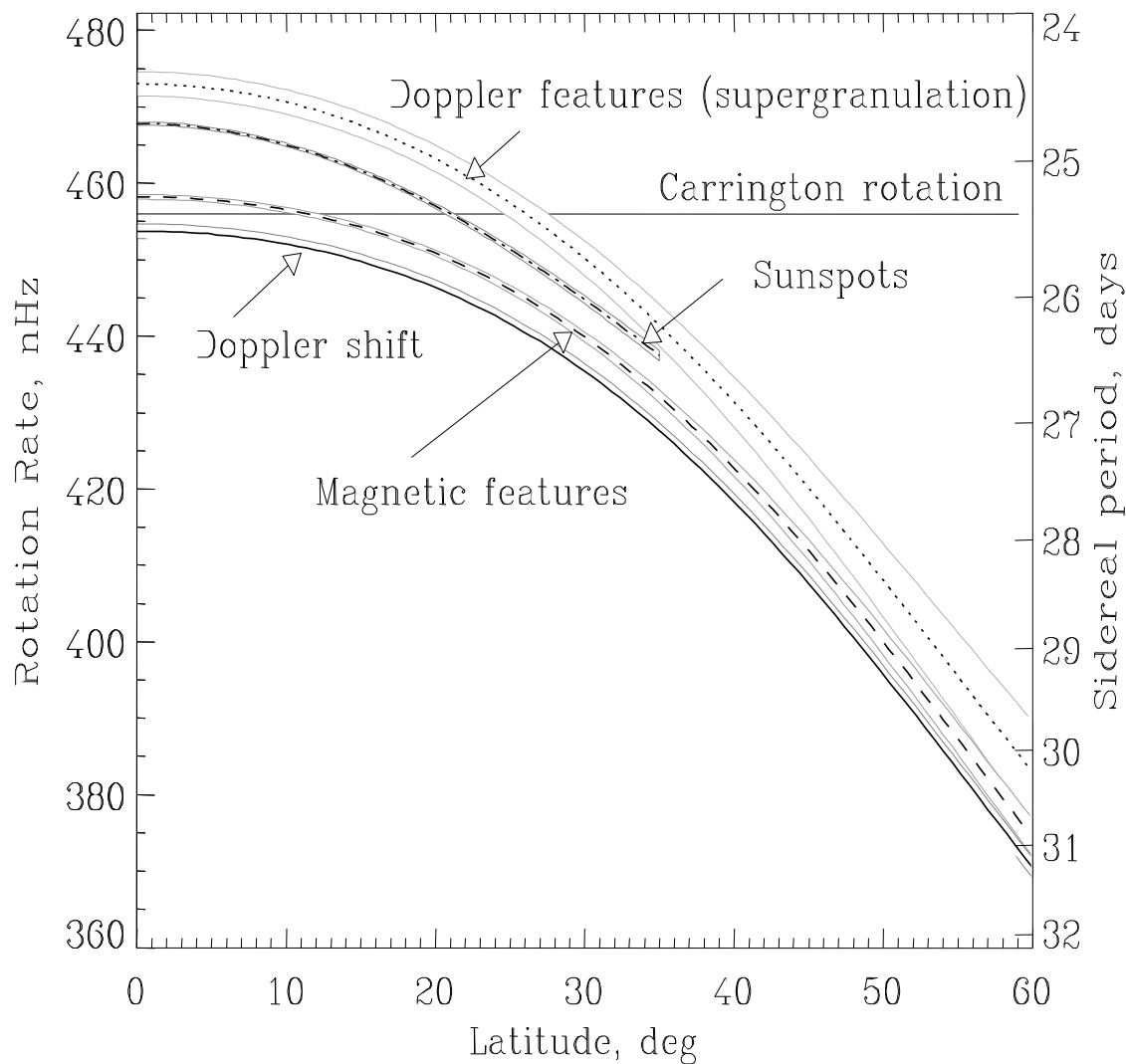


Odchyly od parabolického fitu



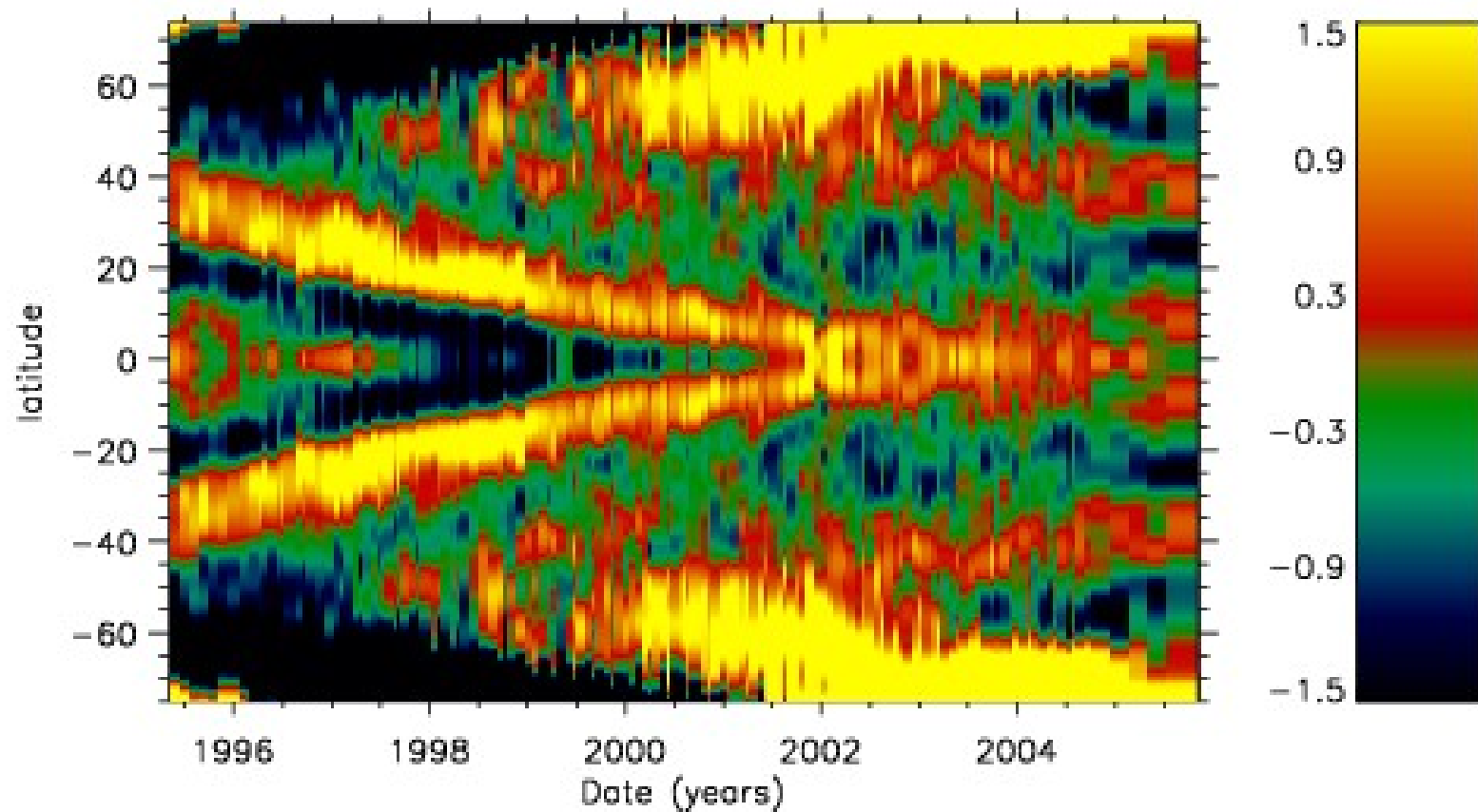
- Jak dobrý je parabolický tříčlenný fit na helioseismická data?
- Polární oblasti – co se tam děje je velkou záhadou
 - MDI: Sektorová struktura (?), přetoky přes pól ~ 100 m/s
 - Kampaně HINODE

Různé metody = různé výsledky

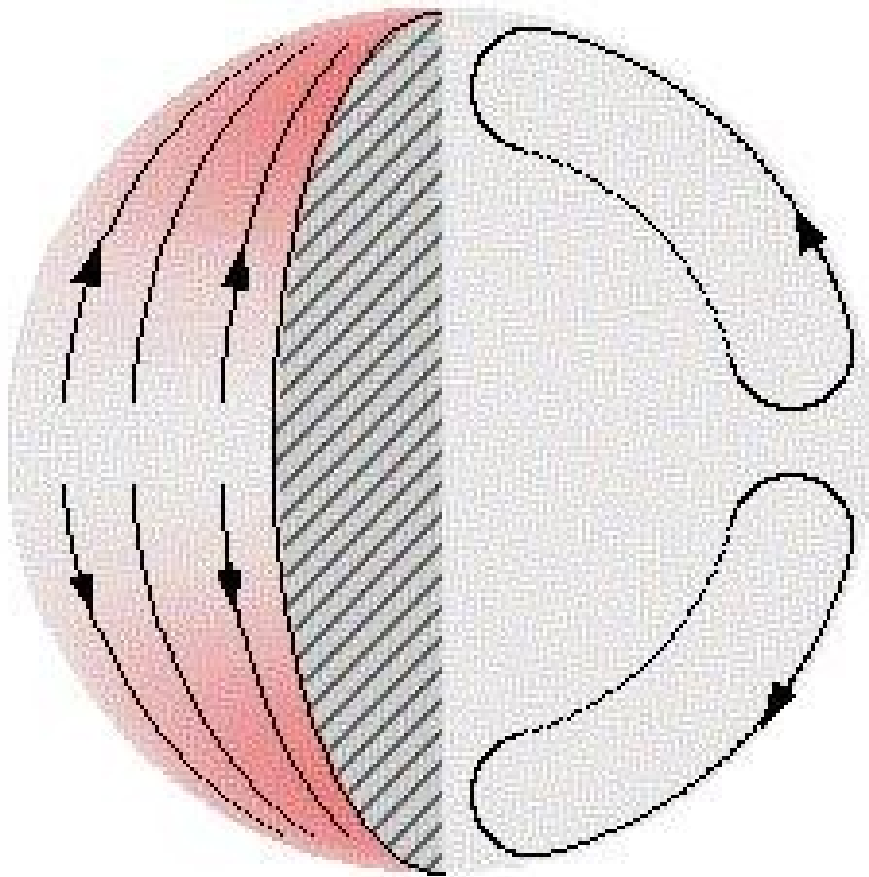


- Větší rozměr -> rigidnější rotace
- Magnetické elementy -> rychlejší rotace

Torzní oscilace na povrchu – lokální helioseismologie



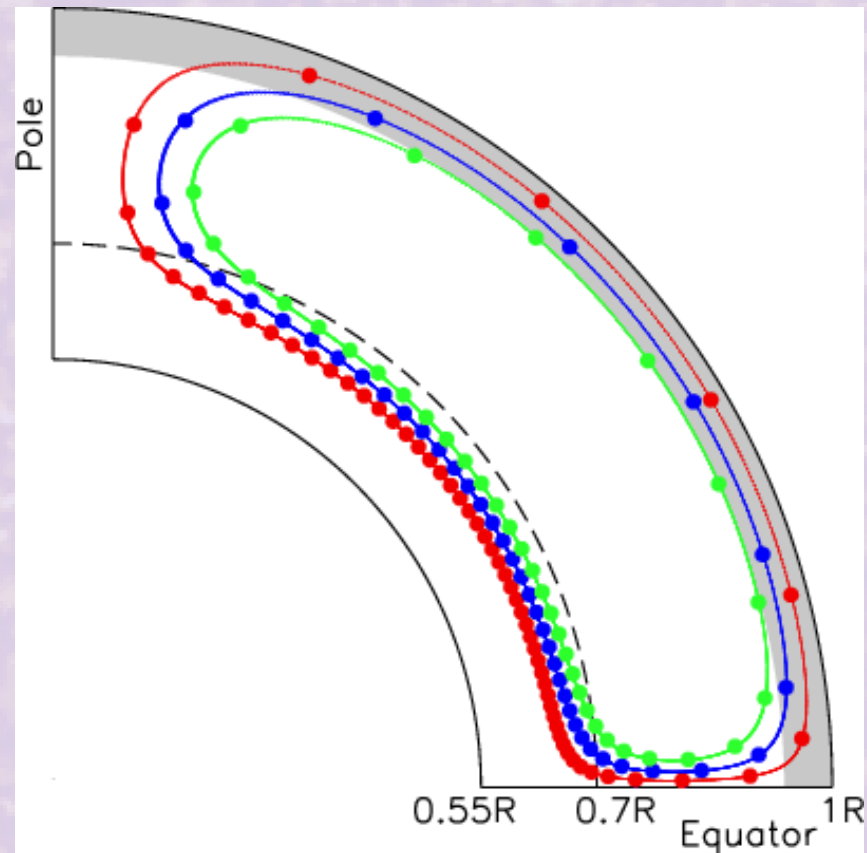
Meridionální cirkulace



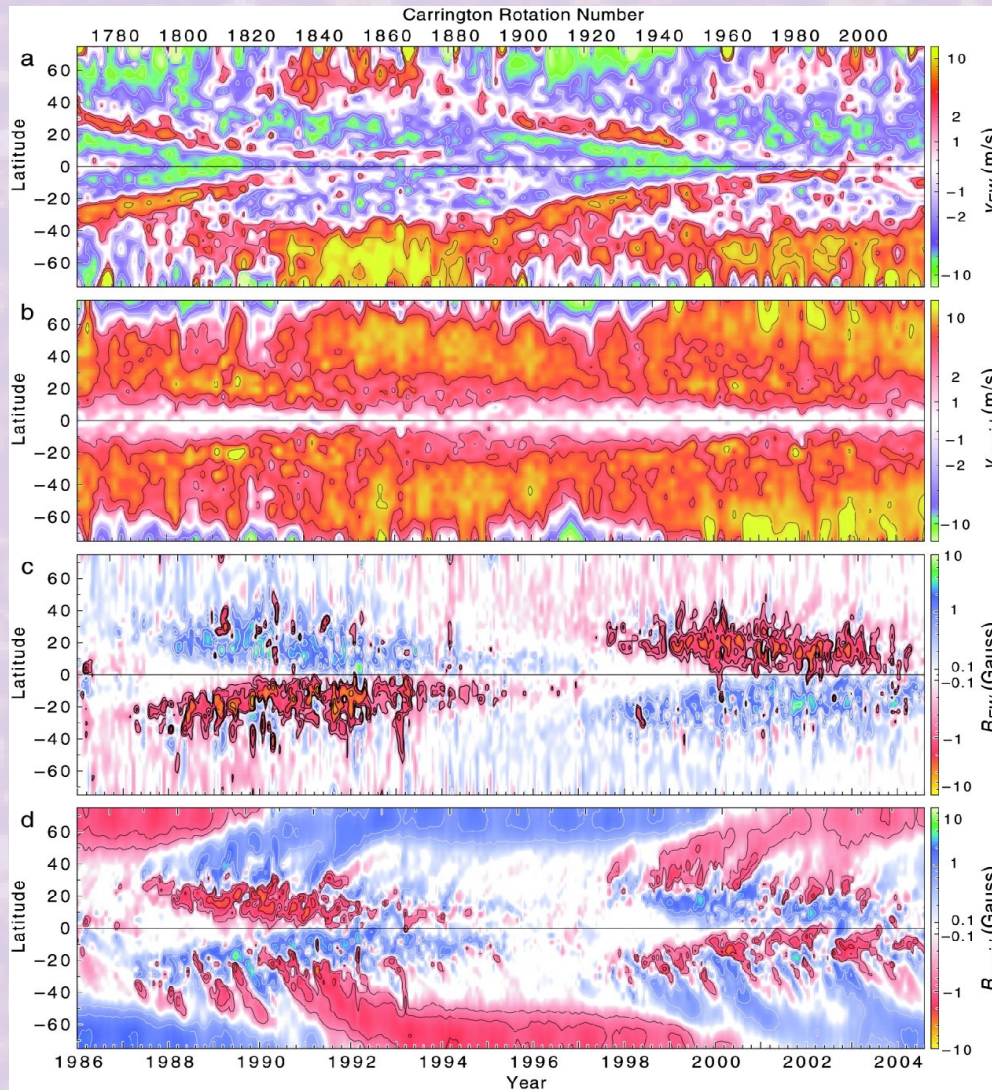
- Pomalý (~ 10 m/s) tok od rovníku k pólům
- (Zřejmě) odpovídá za odnos magnetického pole k pólu, přepólování globálního pole a jeho recyklaci
- Projeví se pouze statisticky – lokální rychlosti jsou až o dva řády větší
- Jeden z faktorů způsobující diferenciální rotaci

3-D meridionální cirkulace

- Jednoduchý model – proud jde v horní polovině KZ k pólu a ve spodní se vrací zpět:
- Horní polovina KZ:
 $0,25 \% M_s$
 - Rychlost cca 20 m/s
- Spodní polovina KZ:
 $2,7 \% M_s$
 - Rychlost cca 2 m/s
 - Rovnice kontinuity
 - „Měření“ z motýlkového diagramu

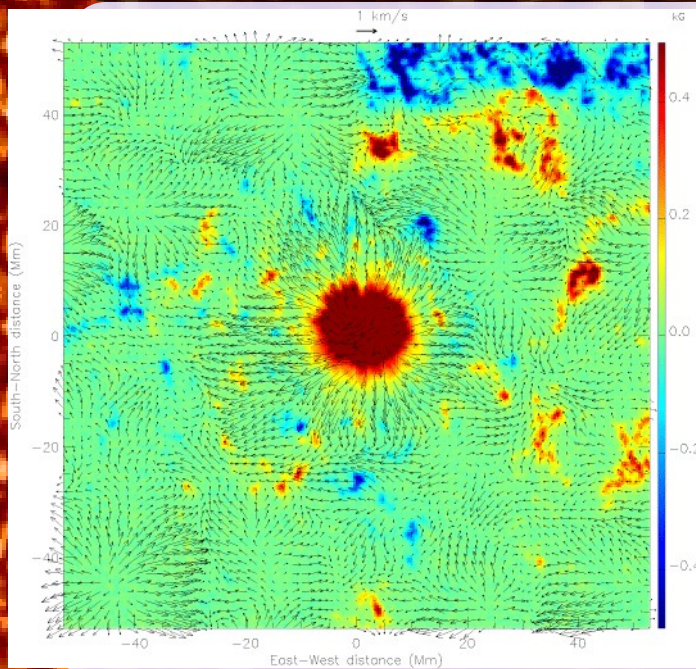


Velkorozměrové rychlosti v čase

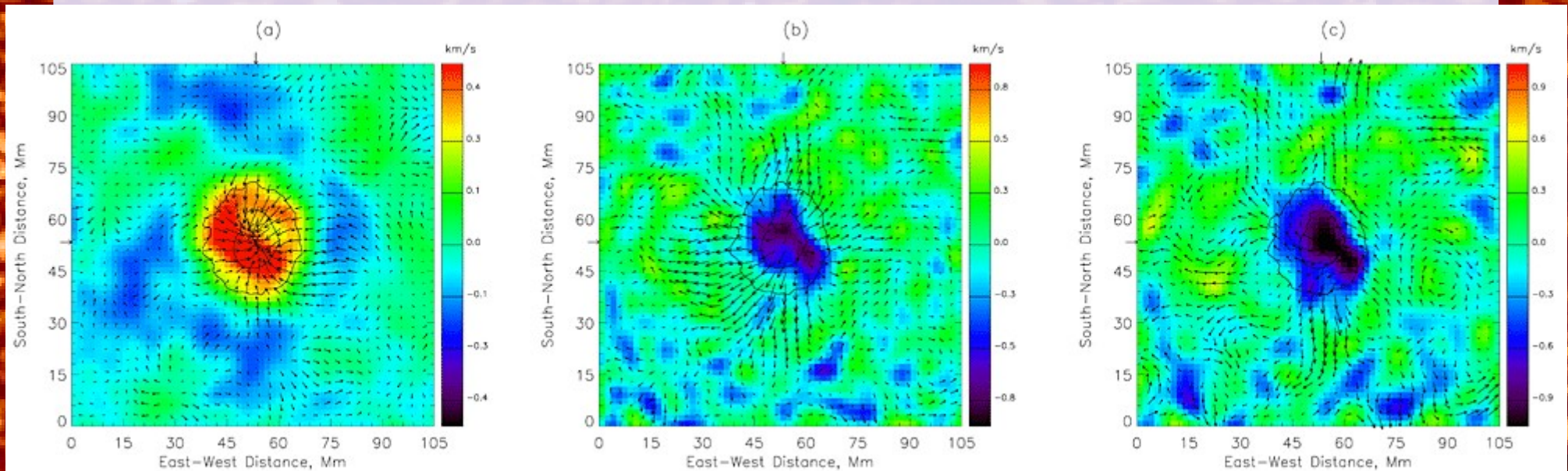


- Změny DR
- Meridionální proud
- Motýlkový diagram (toroidální pole)
- Radiální pole

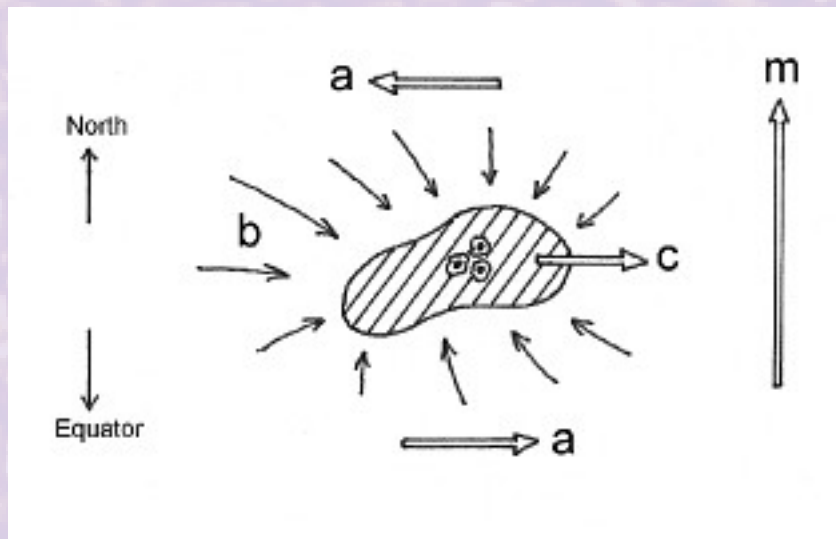
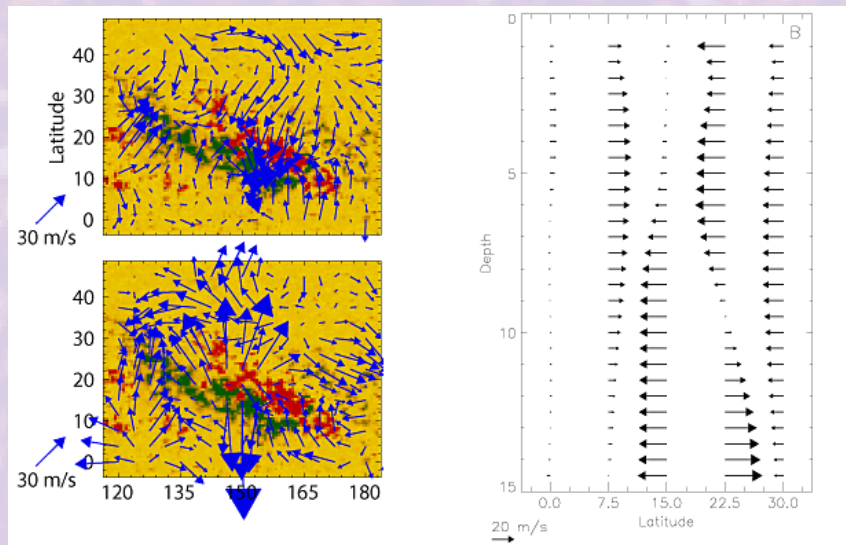
Toky okolo aktivních skvrn



- Povrch – moat, divergence
- 1–5 Mm – konvergence
- ~5 Mm – divergence
- pod 5 Mm – úplně jiná topologie

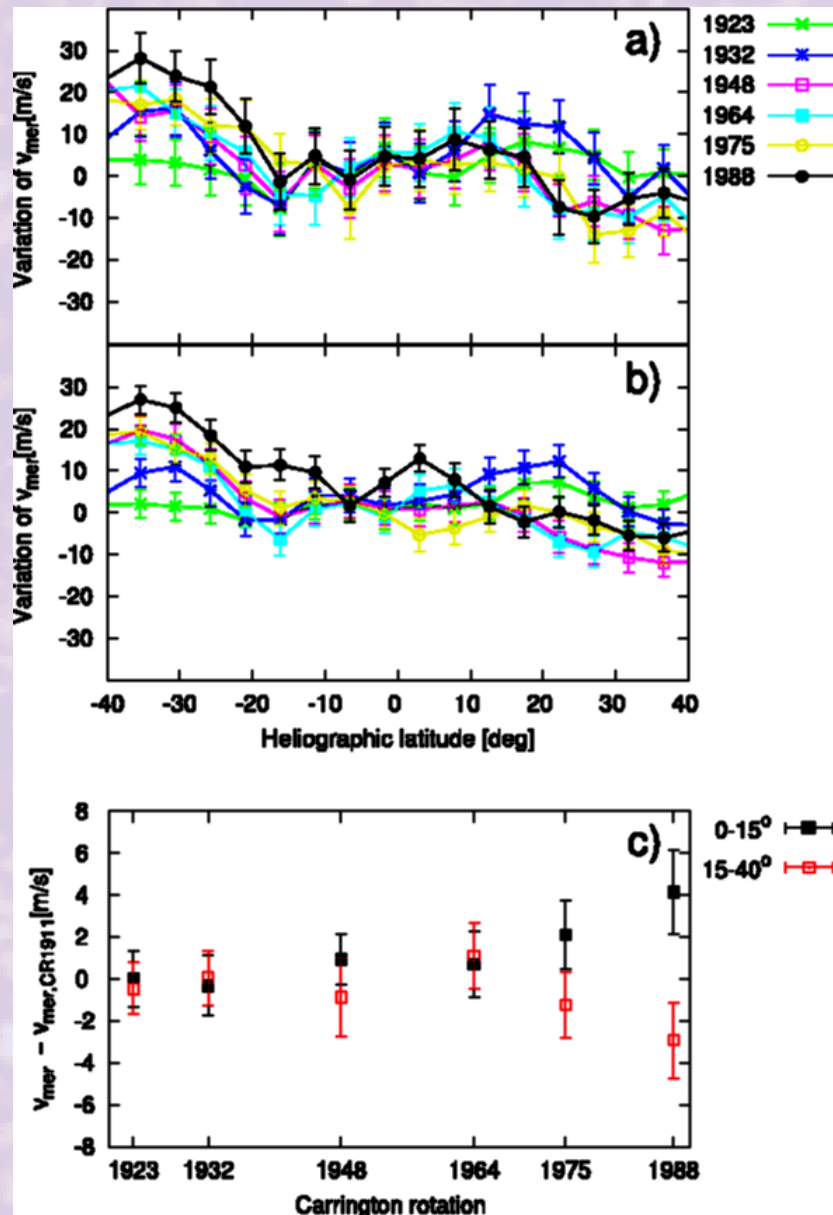


Aktivní oblasti?



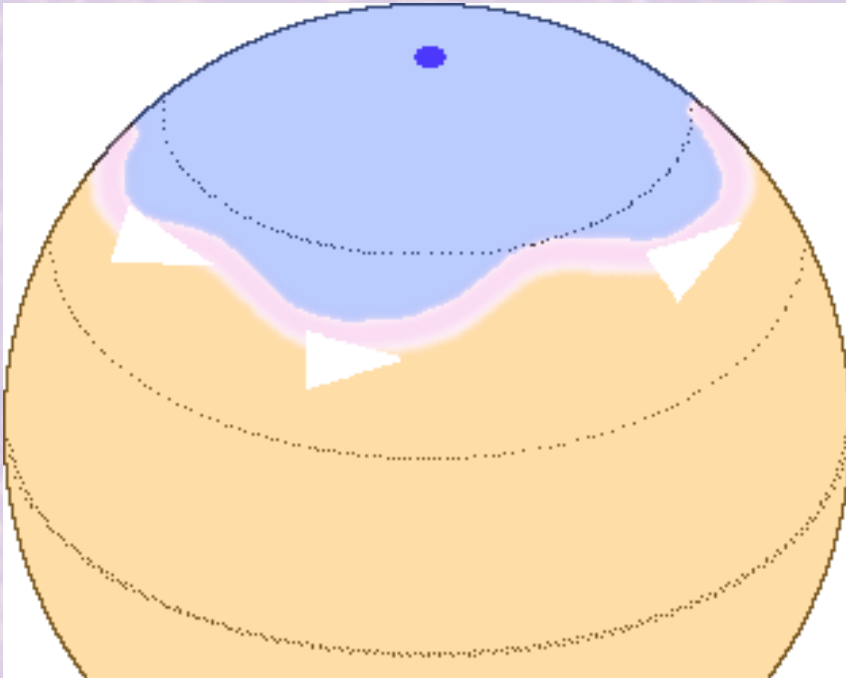
- Jako u skvrn, jen komplikovanější
- Zřejmě vývoj s časem (hypotéza)
 - Během vynořování převládají divergentní pohyby
 - Konvergentní pohyby okolo stabilních skvrn, stabilnější okolo vedoucích částí, méně stabilní okolo částí chvostových

Meridionální tok – cyklické změny



- Variace značící vtok hmoty do pásu aktivity
 - Část z nich lze vysvětlit prouděním kolem aktivních oblastí, ale ne vše
 - Odpovídá Spruitovu (Rempelovu) modelu torzních oscilací, kde jsou vtoky jako vedlejší produkt

Rossbyho vlny



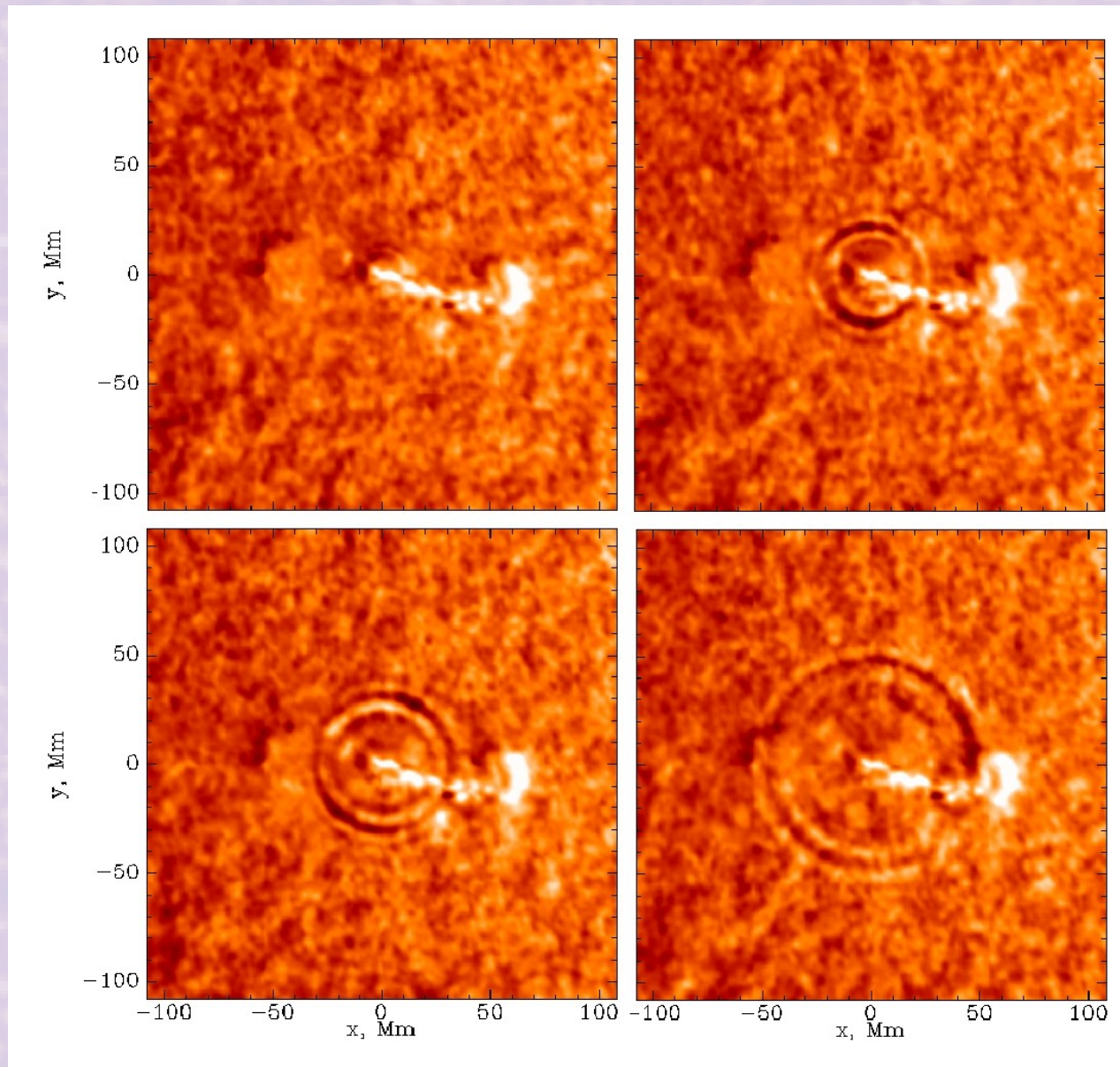
- Velkorozměrové vlny
- Mají vždy komponentu, která se šíří proti směru rotace
- Na Zemi odpovídá za střídání počasí

$$c = u - \frac{2\omega \cos \phi}{Rk^2}$$

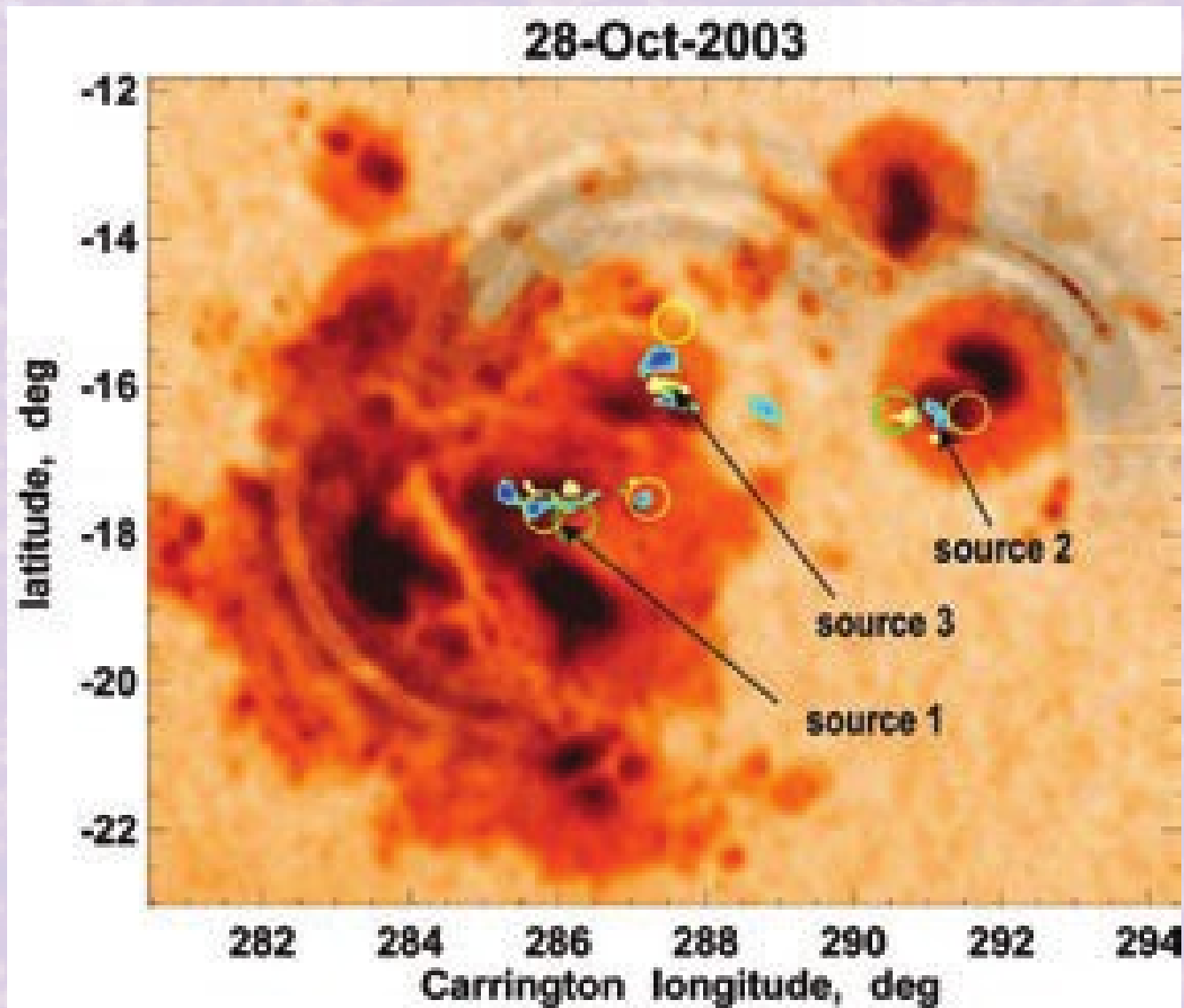
$$\omega_{\text{west}} = -\frac{2\omega m}{l(l+1)}$$

- Objeví se vždy s diferenciální rotací
- Těžko detekovatelné ve sluneční atmosféře
- Označovány jako *r*-mody „oscilací“

Sluncetřesení

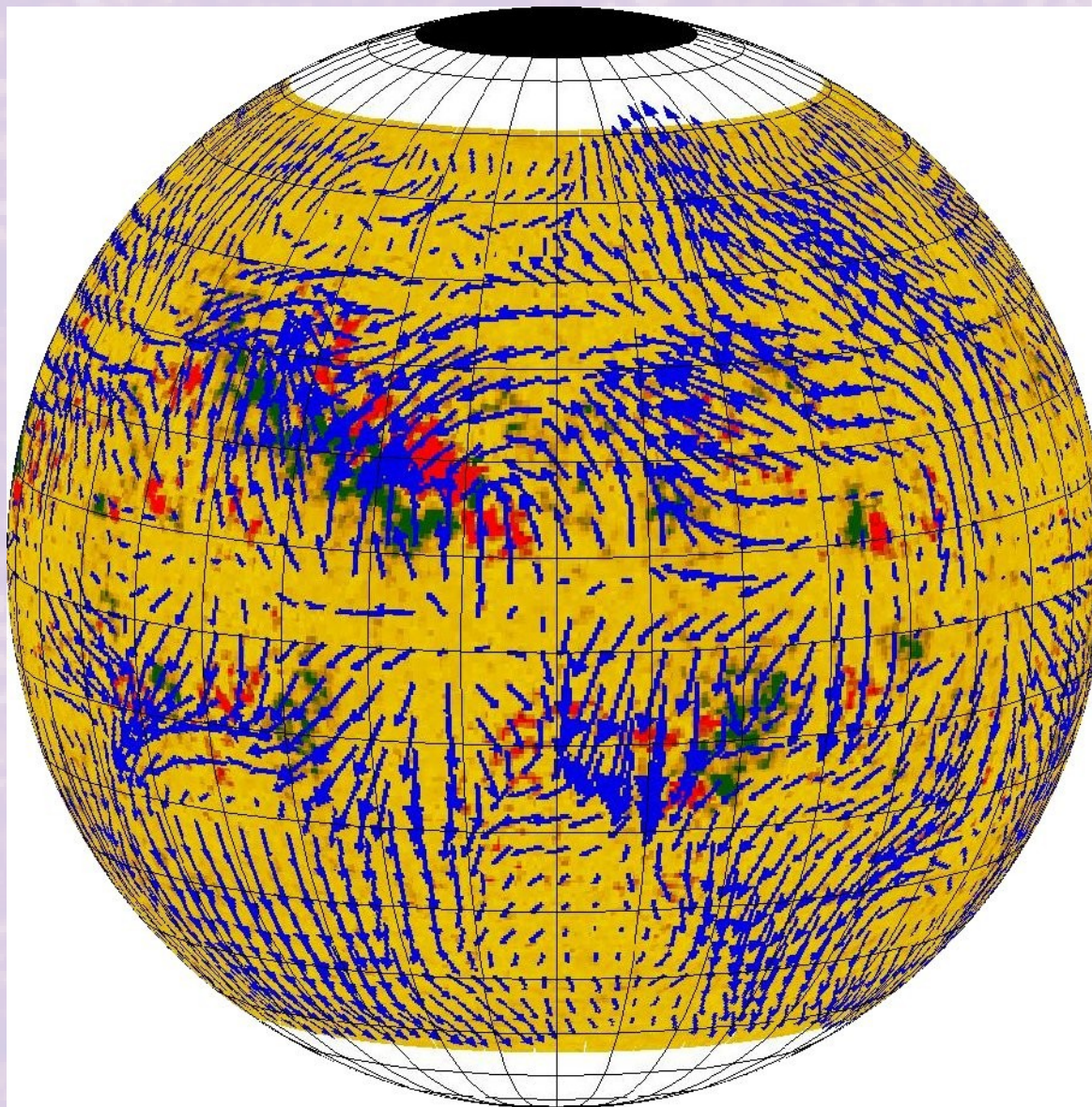


Indukované oscilace



Podpovrchové počasí (sub-surface weather, SSW)

- Reziduální velkorozměrové toky



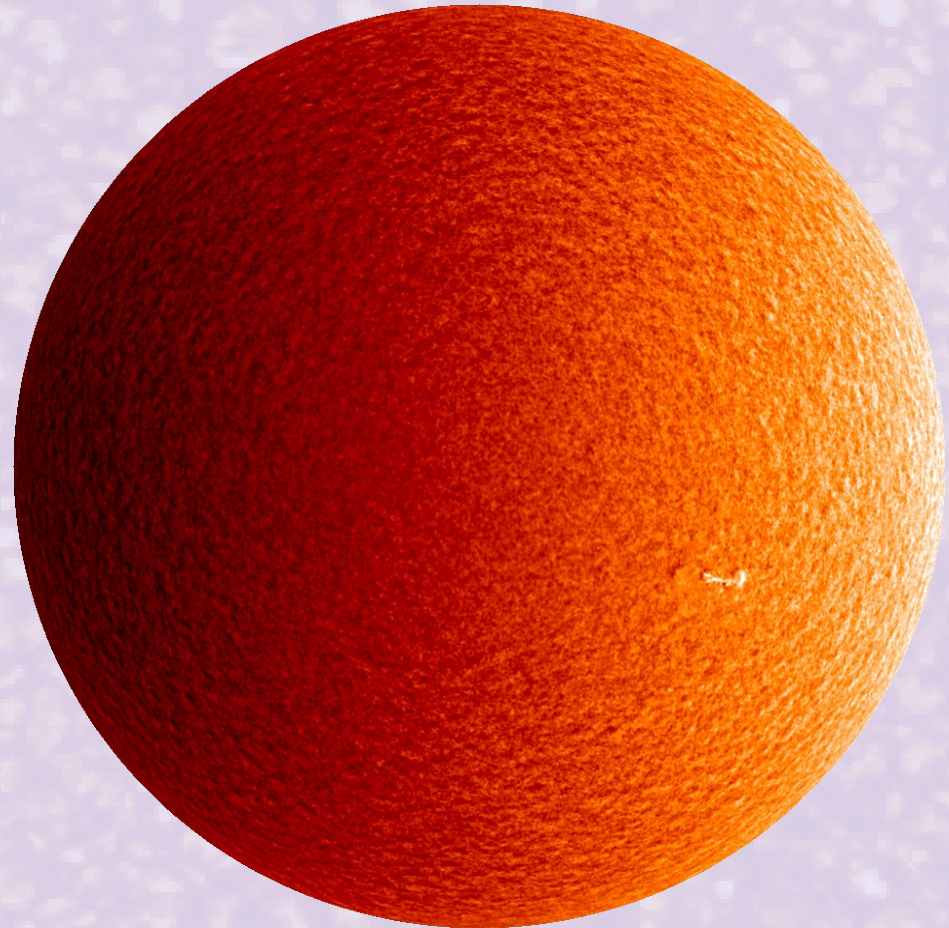
- Ve fotosféře
 - Dopplerovská složka rychlosti
 - Pohyb plazmatu
 - Trasovací metody
 - Local correlation tracking
 - Feature tracking
 - Ball tracking
 - other trackings
 - Pohyb struktur
- V konvektivní zóně
 - Lokální helioseismologie

Dopplerovská složka rychlosti

- Dopplerův jev v konkrétní spektrální čáře

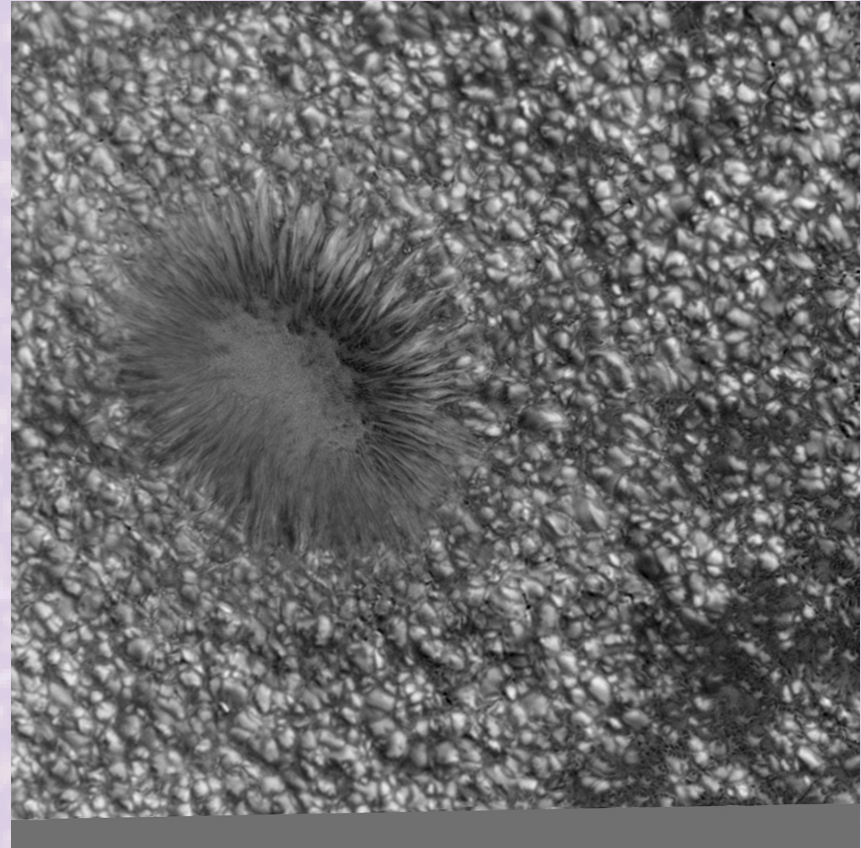
$$\frac{v_{\text{los}}}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

- Celodiskové mapy – dopplergramy
- Rotace, meridionální cirkulace, supergranule (Hart 1956, Leighton 1962)
- Evershedův jev



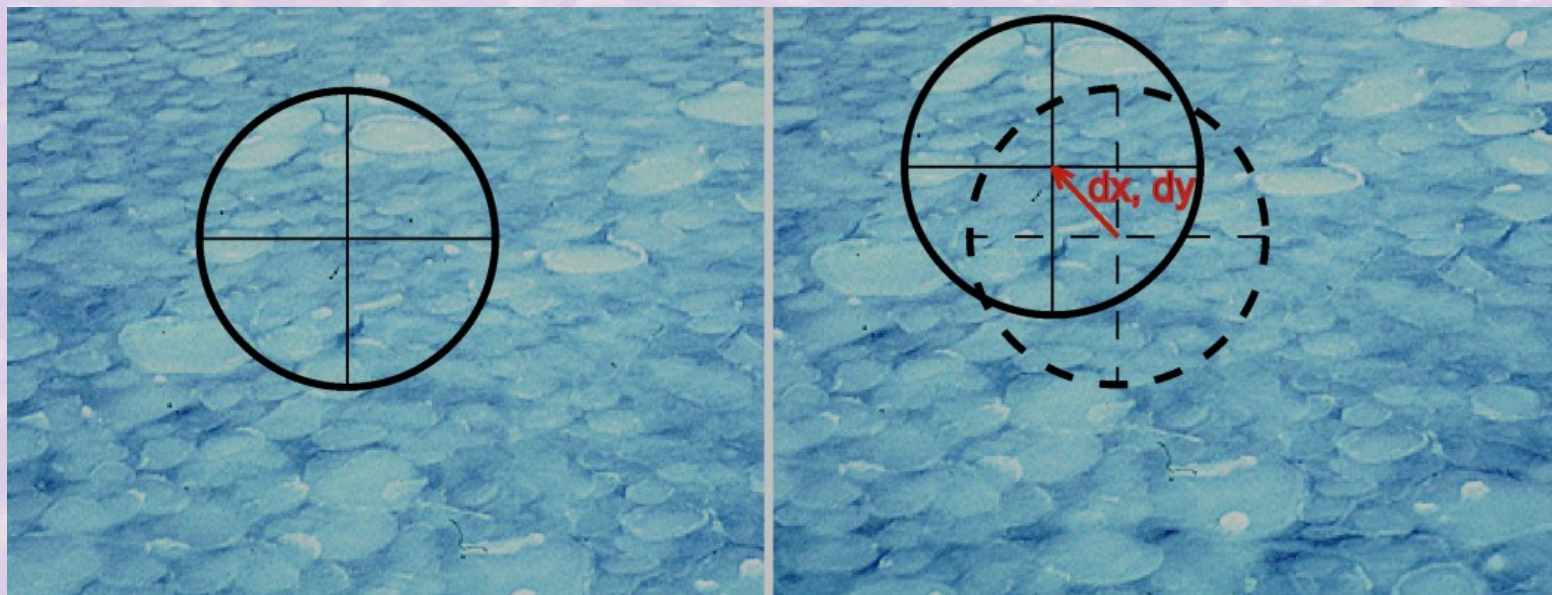
Evershedův jev

- 1909, John Evershed, Kodaikanal, Indie
- V penumbře – ke středu disku modrý posuv, k limbu červený posuv
 - Interpretace – radiální tok penumbrou ven ze skvrny
- Reálný jev u slunečních skvrn



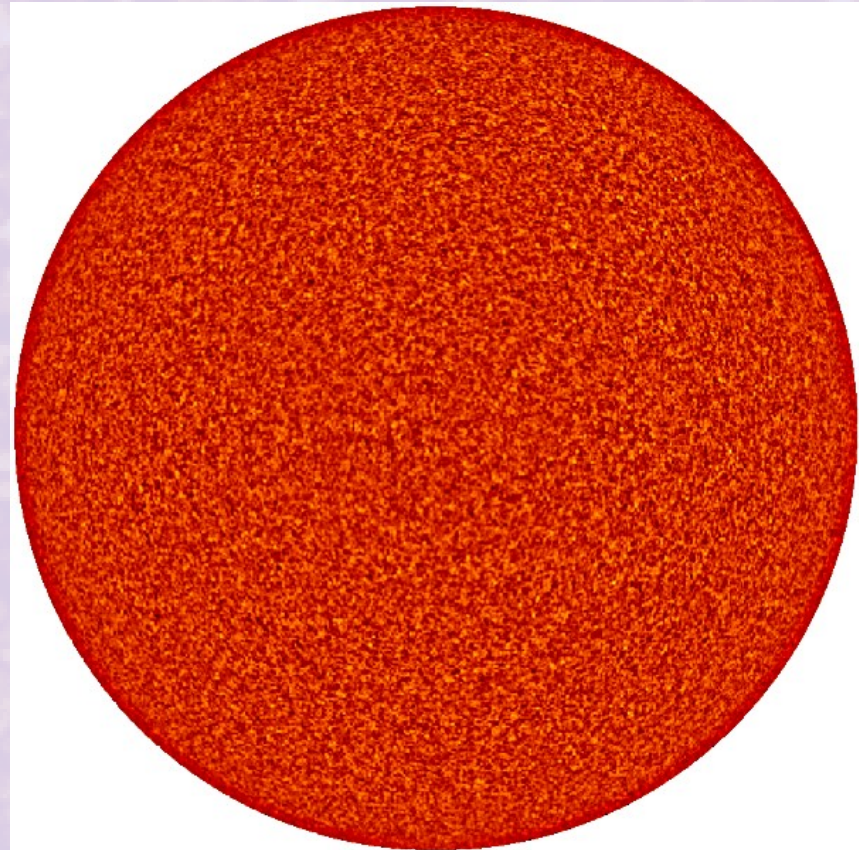
Local correlation tracking

- Princip nejlepší shody
- HODNĚ předpokladů
 - Rozlišitelná struktura
 - Odstup dvou snímků kratší než životnost struktury
 - Korelační okno větší než rozměr struktury
 - Výhoda průměrování

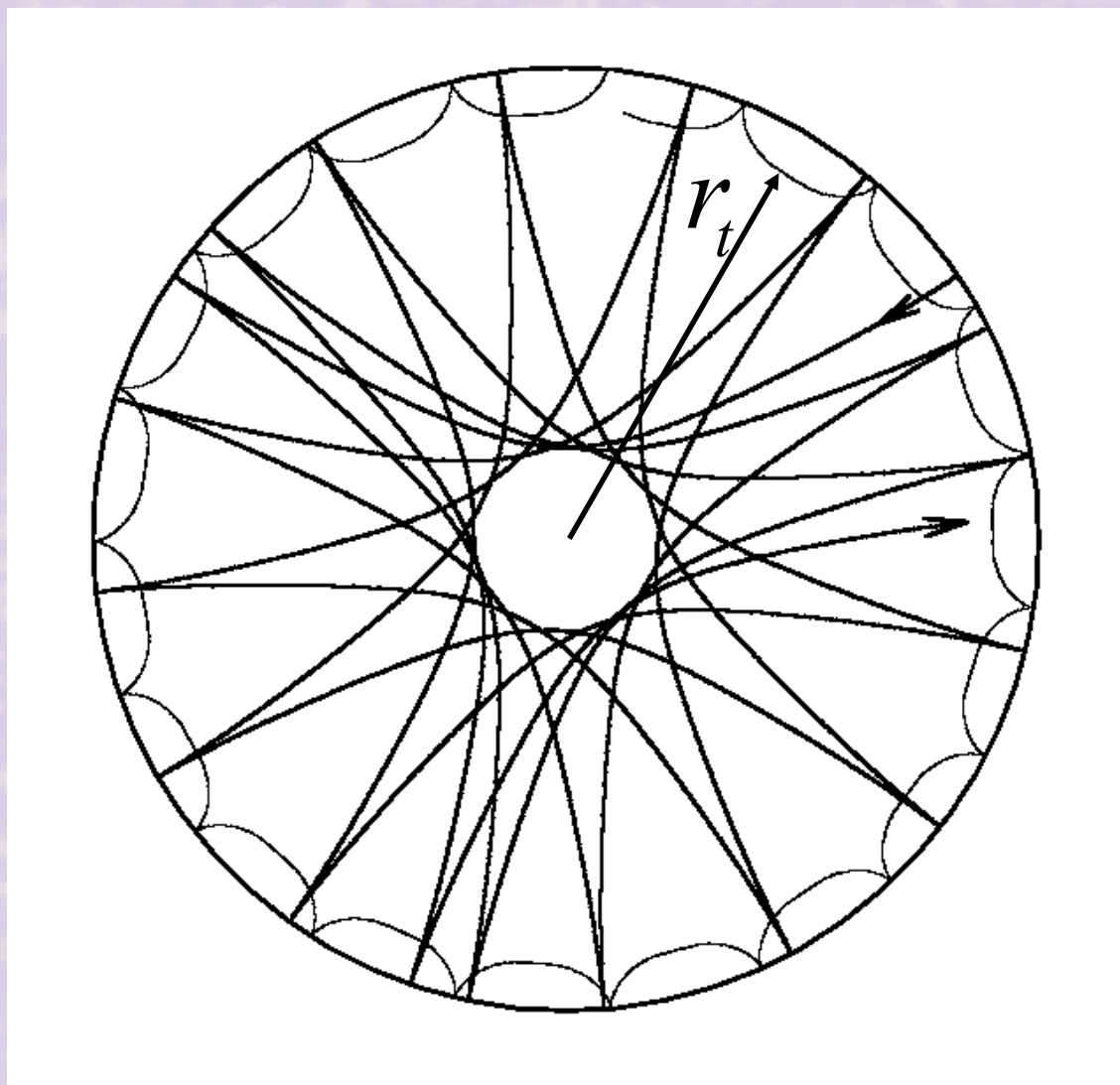


Lokální helioseismologie

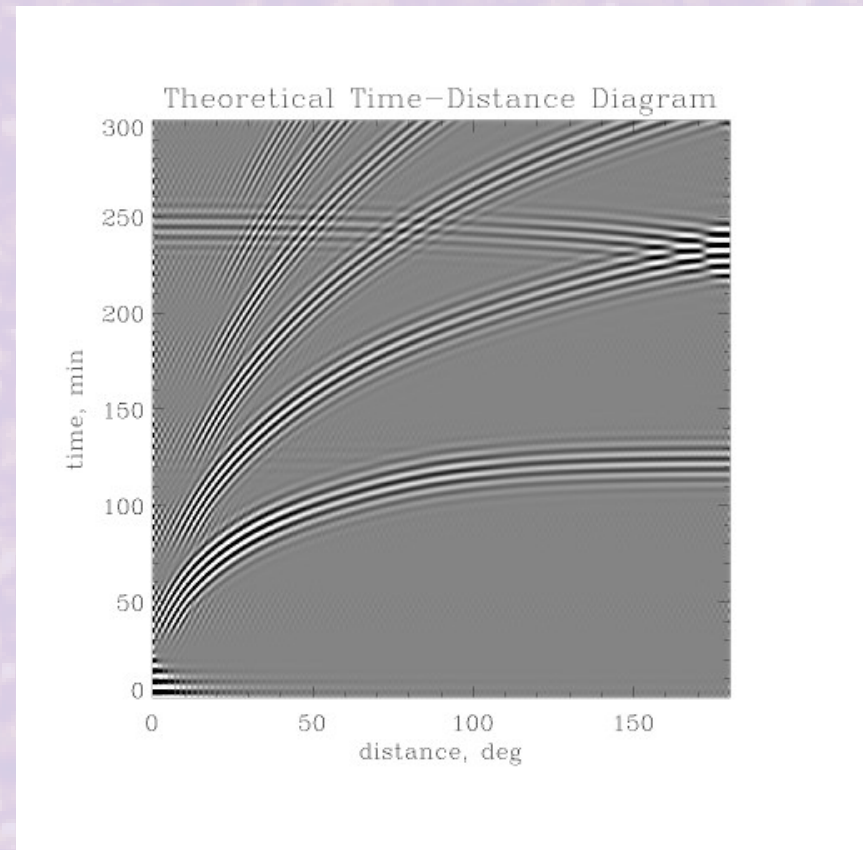
- Analýza a sledování vlnových balíků ve fotosféře – odezvy hydrodynamických vln
- V konvektivní zóně – zvukové (p) vlny
- Lokální helioseismologie
 - Ring-diagram
 - Time–distance
 - Holografie



Cesta vzruchu nitrem



- Měření cestovního času vlnového paketu mezi dvěma body
- Z k - ω diagramu pakety se stejnou fázovou rychlostí $v_f = \omega/k$
- Měří se kovariance oscilací v různých bodech pro různá zpoždění
- Travel-time ovlivněn poruchami nitra



$$\delta \tau(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = - \int_{\Gamma} ds \left[\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{1}{v_p} \frac{\delta c}{c} + \frac{\delta \omega_c}{\omega_c} \frac{\omega_c^2 v_p}{\omega^2 c^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{c_A^2}{c^2} - \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_A)^2}{k^2 c^2} \right) \right]$$

- Povrchová měření
 - Projekční efekty
 - Vlny (?)
- Helioseismologie
 - Hlubková struktura – některé testy ukazují, že spolehlivost time–distance klesá na nulu už kolem 4 Mm
 - Helioseismická jádra – separace příspěvků pro různé hloubky
 - Ring-diagram – jednoduchá, ale malé rozlišení
 - Průměrování alespoň 8 hodin, aby se získal rozumný signál/šum

Koncept problému

Základní koncept vyšetřování dynamiky KZ

- (M)HD rovnice se sférickou geometrií, malé Machovo číslo, magnetická energie zanedbatelná proti vnitřní
 - Splněno do cca $0,98 R_s$
- Anelastická aproximace
 - Rychlost, mag. pole a změny termodynamiky způsobené konvekcí jsou malé oproti pozadí
 - Není prostor pro vznik akustických vln
- Entropie je konvekcí neustále promíchávána

- Adiabaticita
$$\epsilon = \frac{\frac{\partial T}{\partial r} - \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{ad}}{\frac{\partial T}{\partial r}} = -\frac{H_T}{c_p} \frac{\partial S}{\partial r}, \quad \text{pro} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{ad} = -\frac{g}{c_p}$$

- $\epsilon < 10^{-4}$ pro $r < 0,97 R_s$, $\epsilon < 10^{-2}$ pro $r < 0,995 R_s$

Anelastické rovnice

$$\nabla \cdot (\bar{\rho} \vec{v}) = 0$$

$$\bar{\rho} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + 2 \vec{\Omega}_0 \times \vec{v} \right] = -\nabla (\bar{p} + p) + (\bar{\rho} + \rho) \vec{g} - \nabla \cdot \mathbf{D}$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial S}{\partial t} = \nabla \cdot [\kappa_r \bar{\rho} c_p \nabla (\bar{T} + T) + \kappa_0 \bar{\rho} \bar{T} \nabla \bar{S} + \kappa \bar{\rho} \bar{T} \nabla S] -$$

$$- \bar{\rho} \bar{T} \vec{v} \cdot \nabla (\bar{S} + S) + 2 \bar{\rho} \nu \left[e_{ij} e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{v})^2 \right]$$

$$\mathbf{D}_{ij} = -2 \bar{\rho} \nu \left[e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \delta_{ij} \right], \quad e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\bar{p} = \mathfrak{R} \bar{\rho} \bar{T}$$

$$\frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{P}{\bar{P}} - \frac{T}{\bar{T}} = \frac{P}{\gamma \bar{P}} - \frac{S}{c_p}$$

Pro 0,72 až 0,96 R_s , typický vývoj po 3000 až 10000 dní

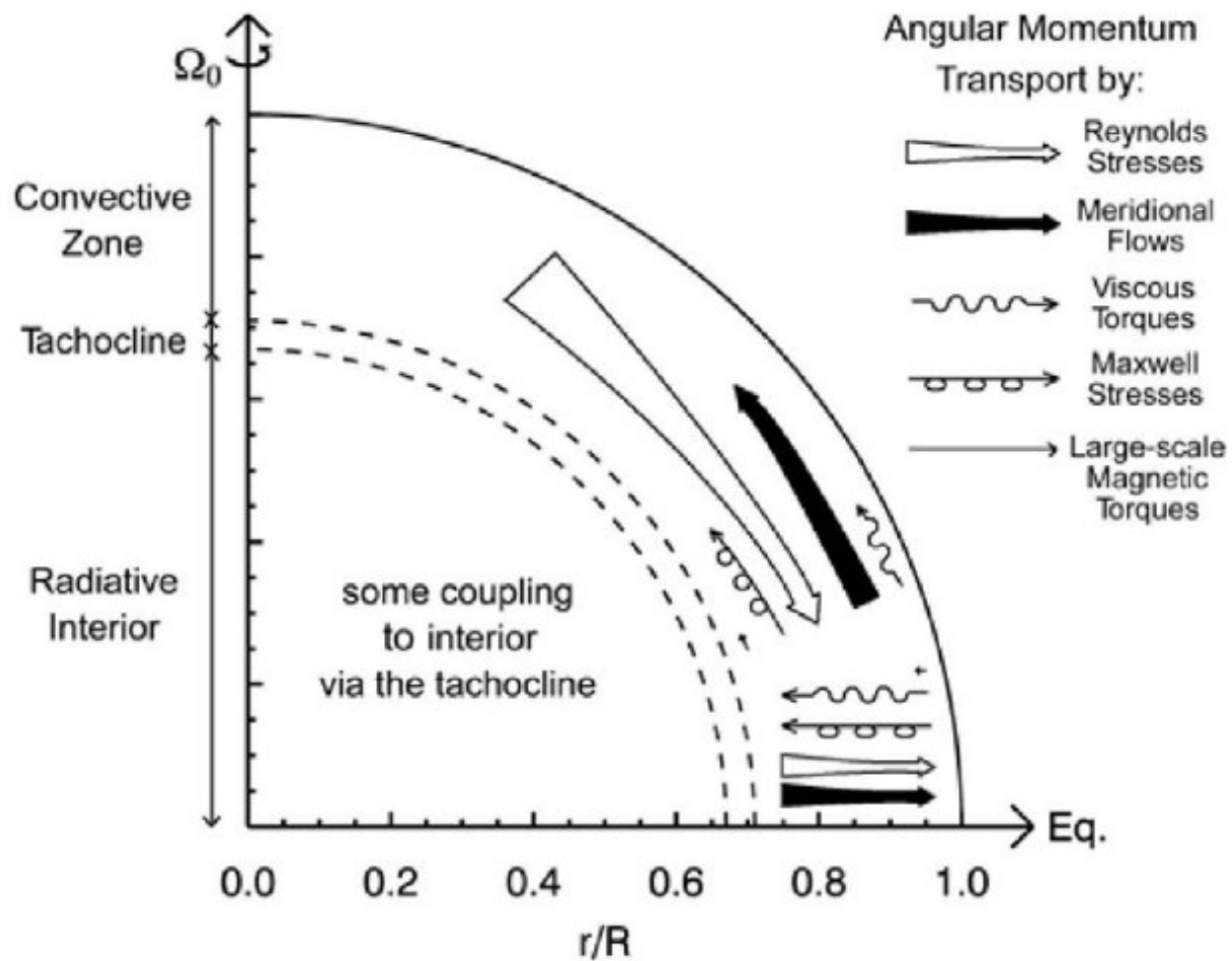
okrajové podmínky: okraje v radiálním směru nepenetrovatelné $v_r = 0$

a bez deformací (stress-free) $(\partial/\partial r)(v_\theta/r) = (\partial/\partial r)(v_\phi/r) = 0$

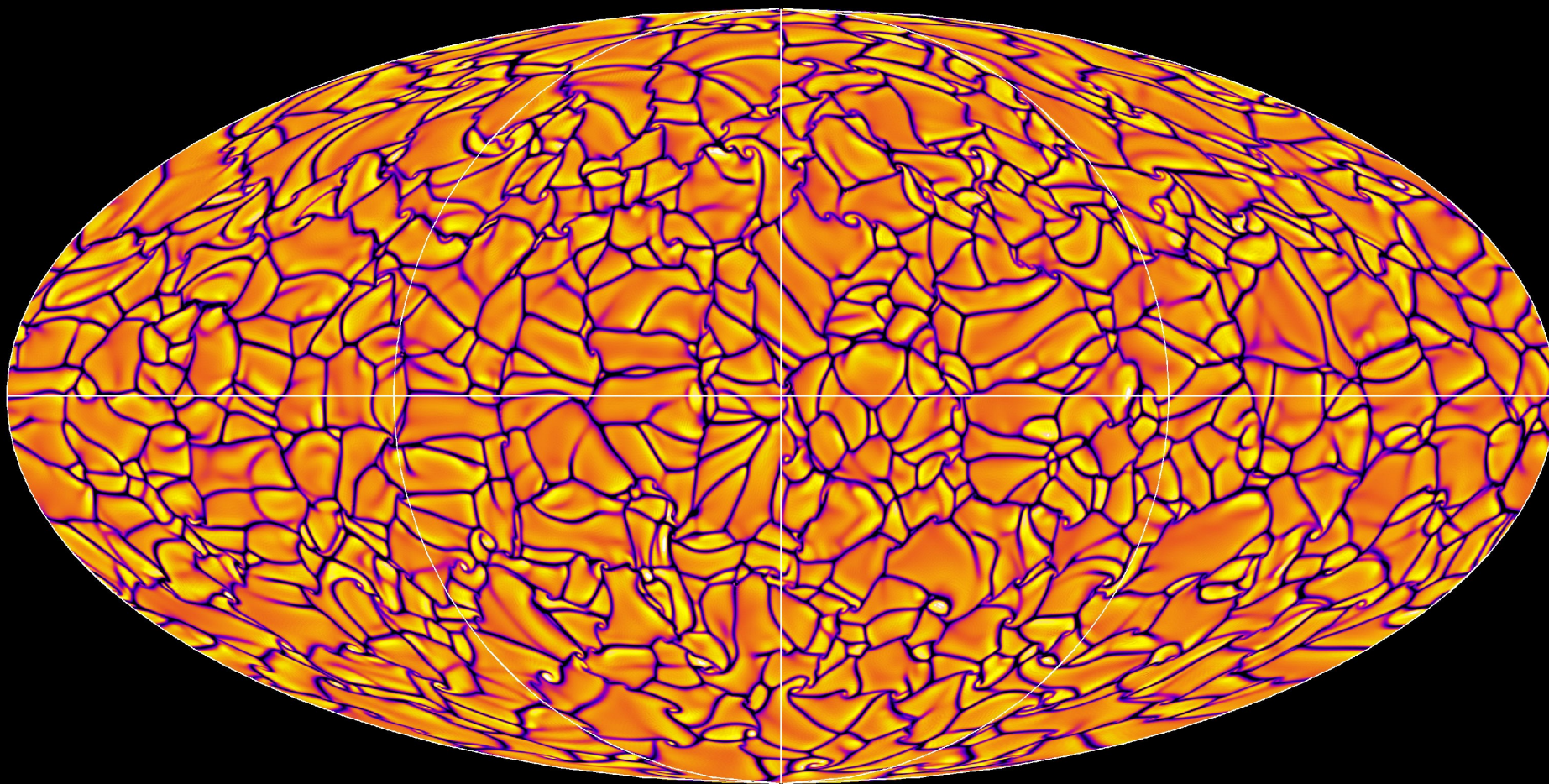
Konstatní entropie na hranici $\partial \bar{S} / \partial r = \text{const}$

- Energetická rovnováha
- Přenos momentu hybnosti

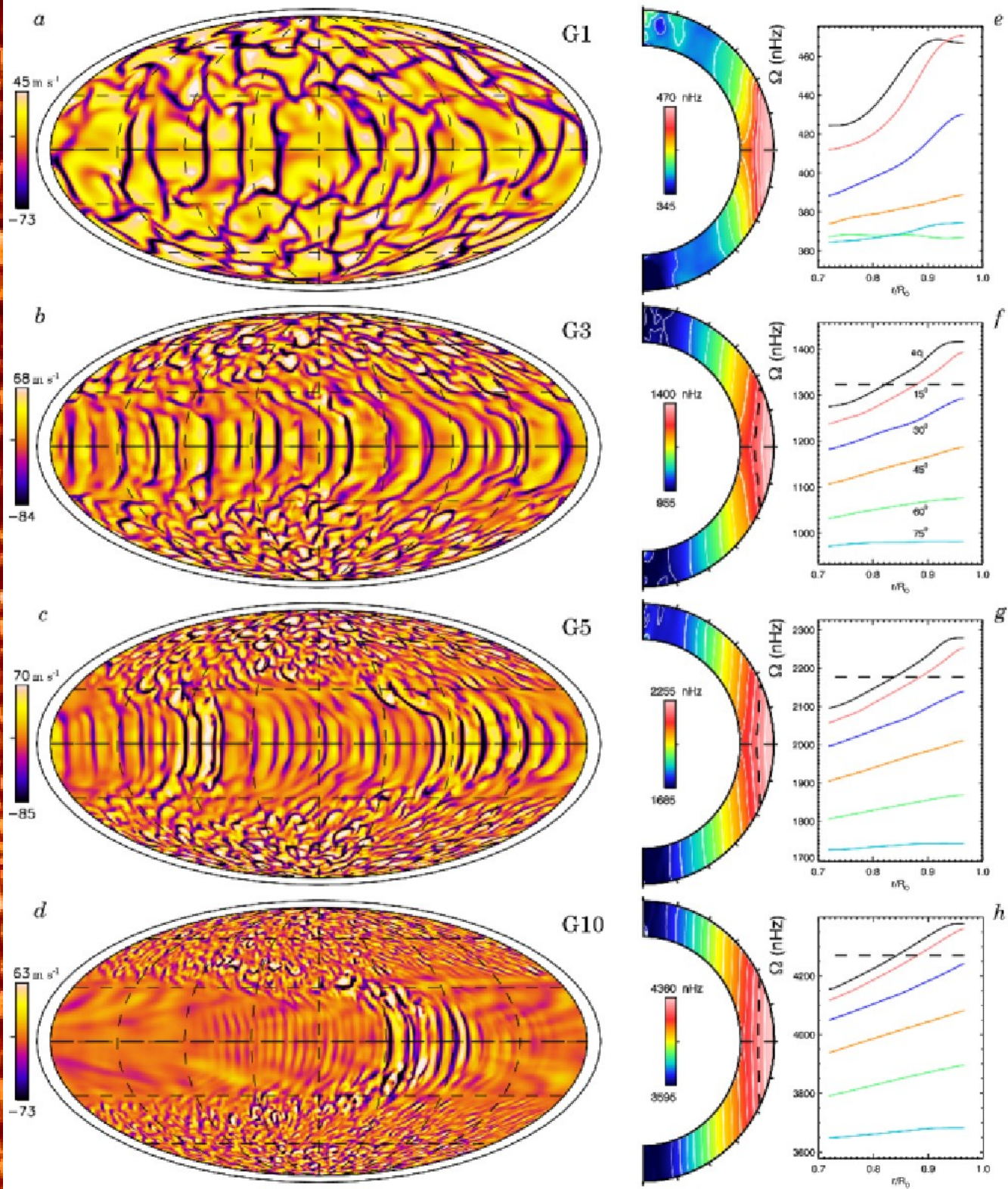
Přenos momentu hybnosti



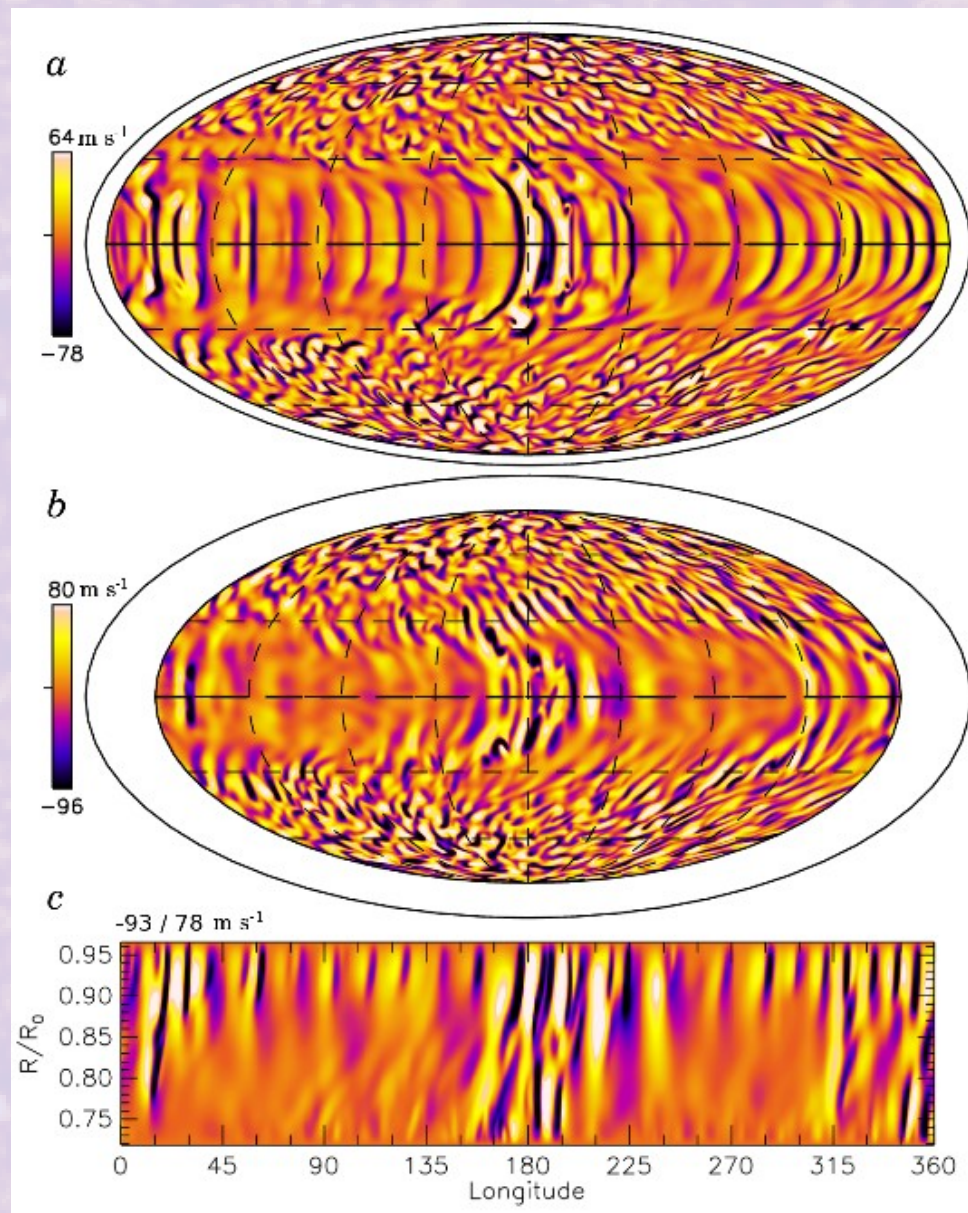
Sluneční případ – v_r



Vliv rotace

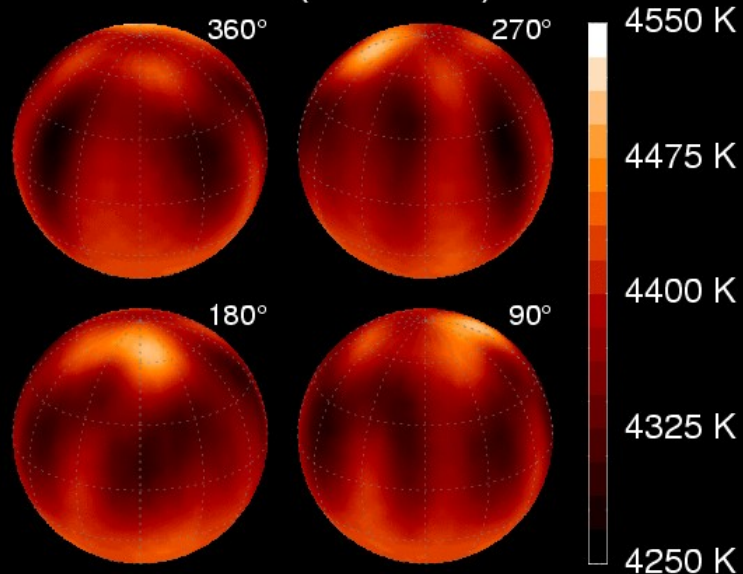


Pětinásobná rotační rychlost – hloubková struktura

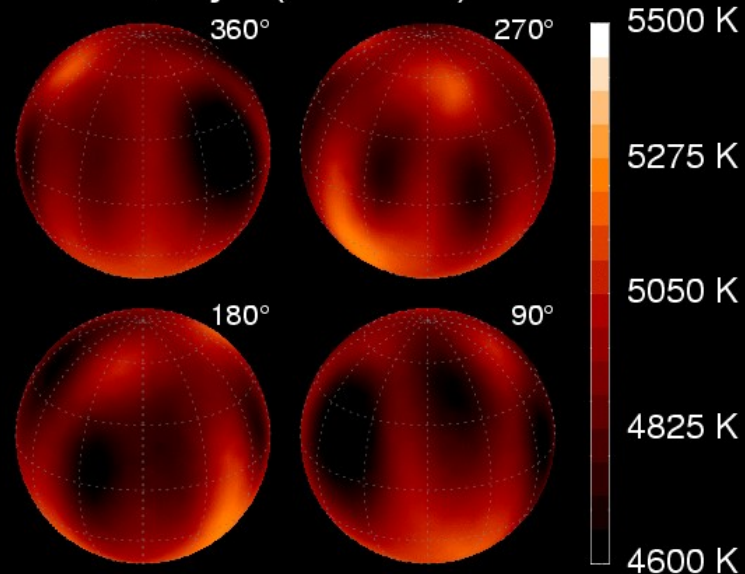


Vsuvka: Doppler Imaging rychle rotujících hvězd

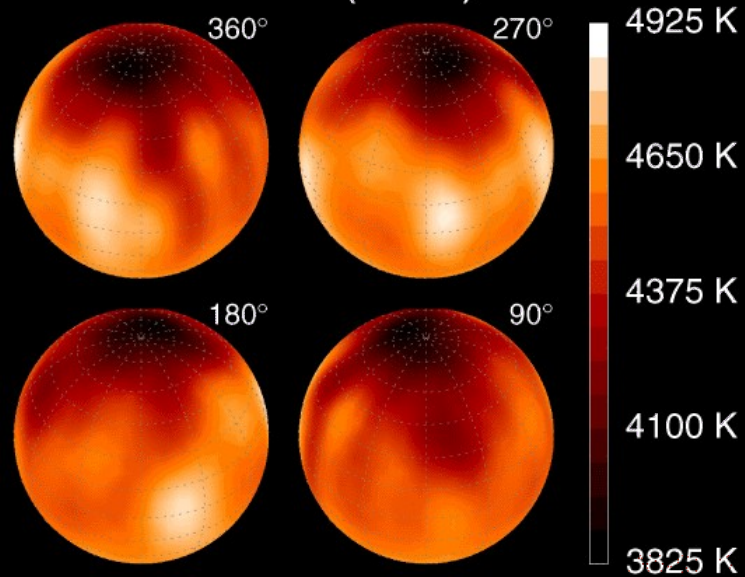
HD 31993 (1996.87)



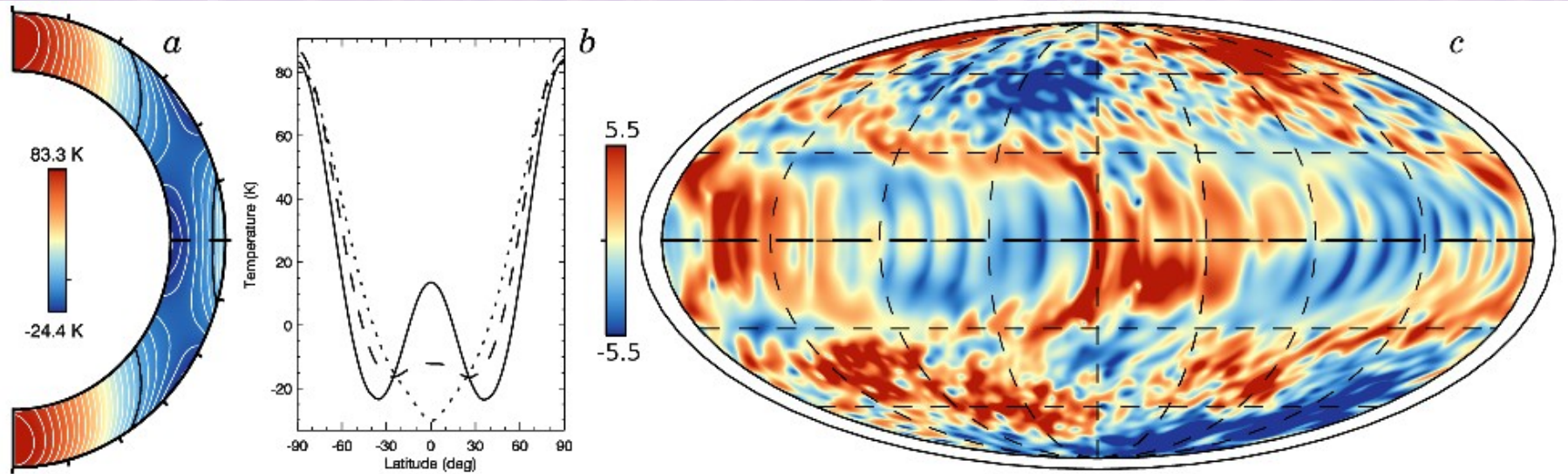
LQ Hya (2000.27)



HD 291095 (1997)



5× rotace – teplotní variace

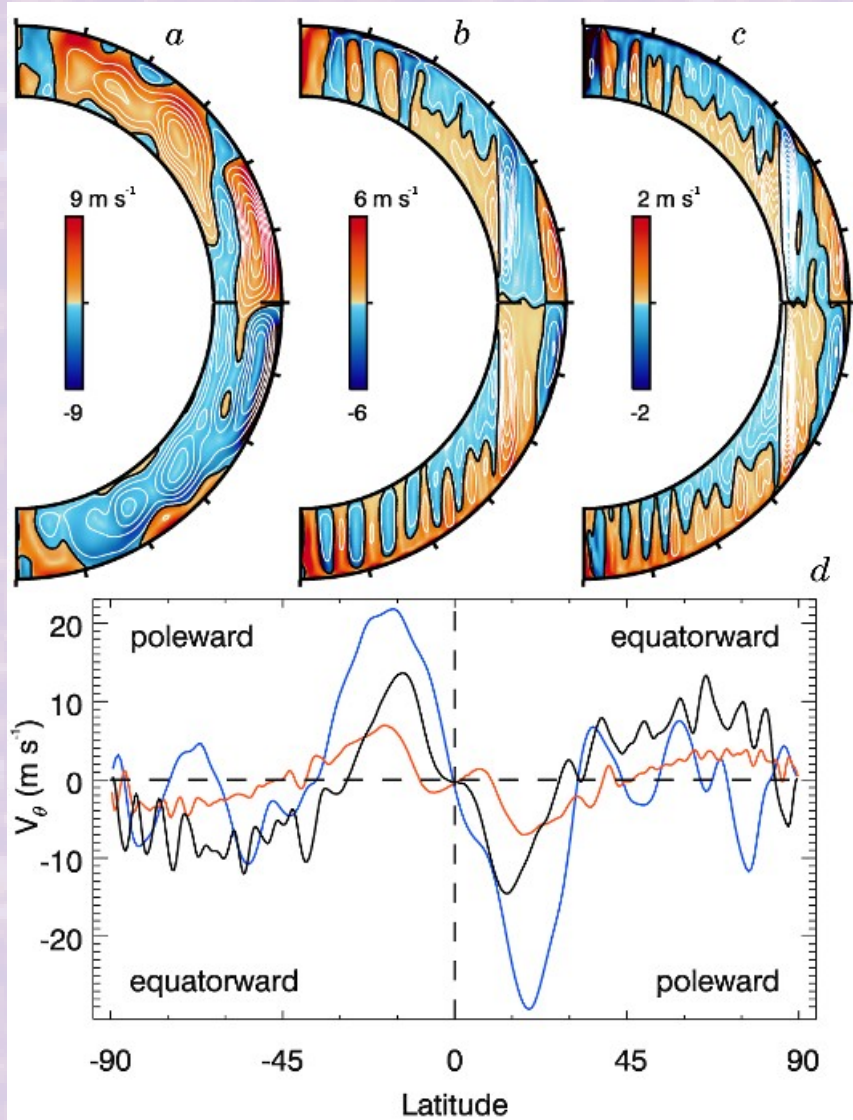


Teplotní struktura jako důsledek tepelného větru

Plná čára profil pro $0,96 R_s$, čárkovaná pro $0,84$, tečkovaná pro $0,72 R_s$

U Slunce zřejmě ohřev pólů o cca 5 K působením tepelného větru

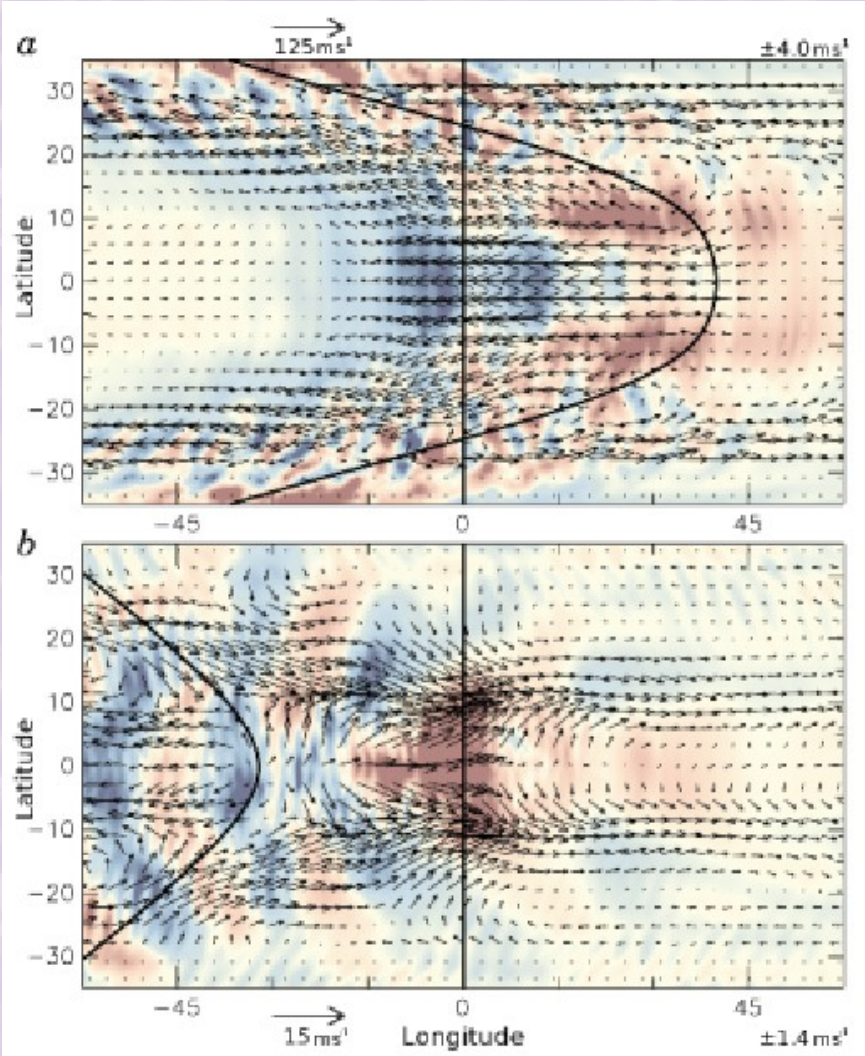
Změny meridionální cirkulace



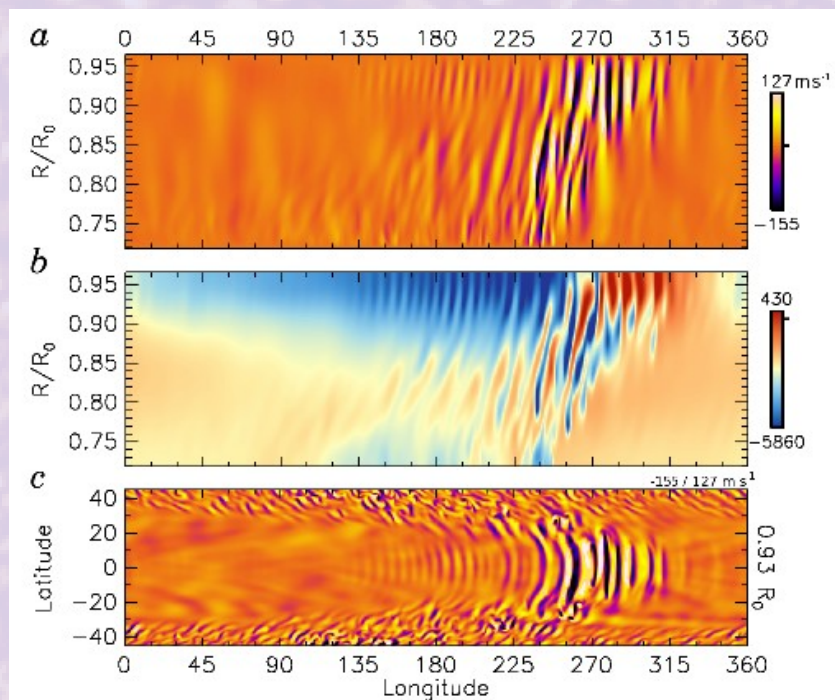
a – rotace $1 \Omega_0$, *b* – $5 \Omega_0$, *c* – $10 \Omega_0$

- S rychlostí rotace klesá efektivita meridionálního proudění (proti odhadům z dynamových modelů) a tok se štěpí na více buněk

Konvektivní hnízda



- V rovníkové oblasti vznikají dvě nebo jedna oblast, kde probíhá konvekce (až ze dna), jinde prakticky neprobíhá
- Útvary rotují pomaleji než plazma (o cca $1/45 \Omega$)
- Místa „provozu“ dynamy?



- Výzkum dynamiky konvektivní zóny nekončí ani pozorovatelsky (upřesnění helioseismologie) ani teoreticky (příliš mnoho věcí v modelech nereprodukuje realitu)
- V (globálních) simulacích nevidíme:
 - Supergranule, (mesogranule), ani granule – počítače prostě nejsou dostatečně veliké
 - Mikrofyziku – ta se předpokládá, proto jsou Pa , Ra , Re a další čísla odlišná od reality (mnohem větší)
- Simulace umožňují zahrnout magnetické pole
 - Proces dynamika (!)

- Taylor-Proudman teorém
- Geostrofický vítr
- Tepelný vítr
- Diferenciální rotace
- Torzní oscilace podle Spruita

● Reynoldsovo

- Inerciálních síly proti viskózním.
- Re malé -> laminární

$$Re = \frac{vL}{\nu}$$

● Taylorovo

- Odstředivá síla
- Ta velké -> musí se s ní počítat

$$Ta = \frac{4\Omega^2 r^4}{\nu^2}$$

● Rayleighovo

- Vzplývavé síly
- Ra velké -> konvekce

$$Ra = \frac{g\beta}{\nu\alpha} (T_s - T_\infty) k^3$$

β ... termální expanzní koeficient
 α ... tepelná difuzivita

● Prandtlovo

- Charakter vedení tepla
- Pr malé -> vedení tepla kondukcí

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Ekmanovo

- Tření v rotujícím prostředí
- Ek malé -> tření lze zanedbat

$$Ek = \frac{\nu}{2L^2 \Omega \sin \theta} = \frac{\nu}{\Omega L^2}$$

Rossbyho

- Coriolisova síla proti odstředivé
- Ro malé -> Coriolis
- Ro velké -> odstředivá

$$Ro = \frac{1}{\Omega \tau}$$

τ ... char. čas pohybu

Machovo

- $Ma < 1$ -> podzvukové
- $Ma = 1$ -> zvukové
- $Ma = (0,8-1,3)$ -> transsonické
- $Ma = (1,2-5)$ -> nadzvukové
- $Ma > 5$ -> hypersonické
 - Ionizace a disociace plynu

$$Ma = \frac{v}{c_s}$$

• Reynoldsovo magnetické

- Advekce magnetického pole proti difúzi

- R_m malé \rightarrow spíše difúze

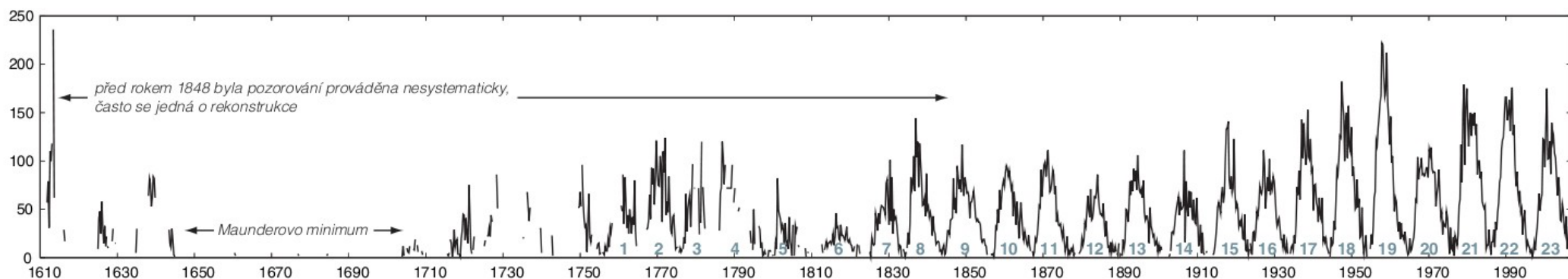
$$R_m = \frac{vL}{\eta}$$

Část II.

Sluneční dynamo

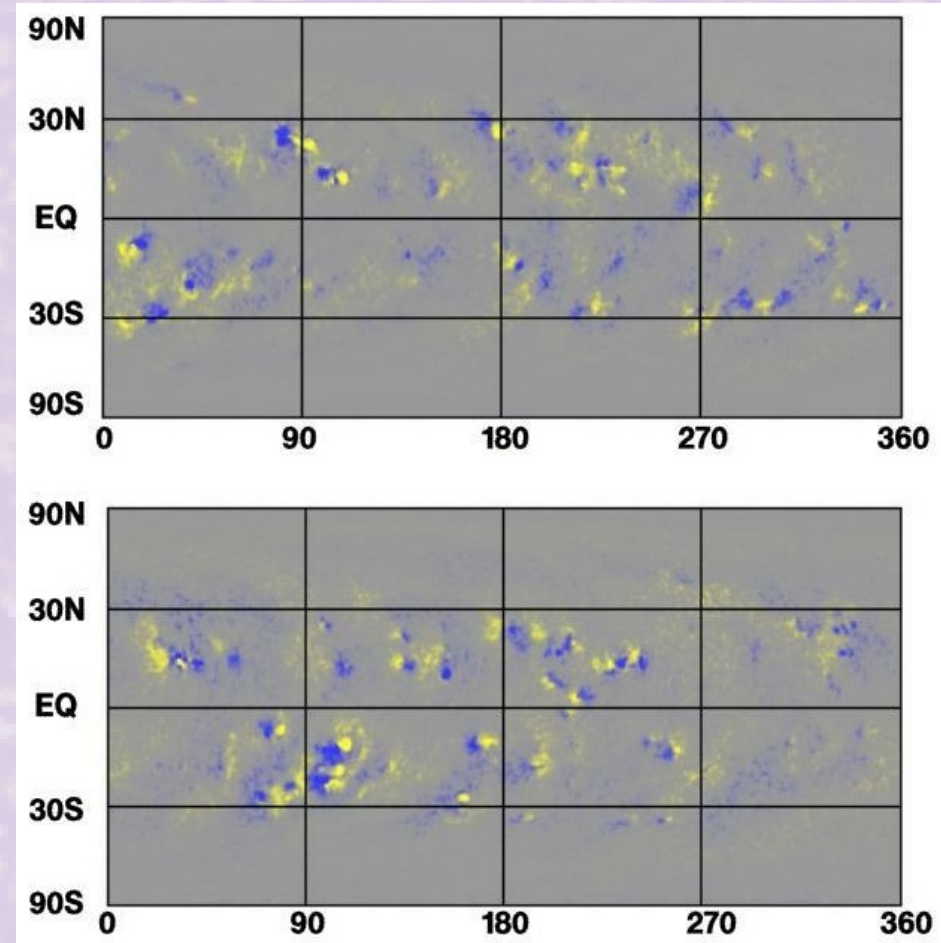
Sluneční cyklus

- Hlavní cyklus – 11 let
 - Objev – Heinrich Schwabe (1834)
 - Hale – 22 let, složený ze dvou 11letých
 - 7,5 – 16 let (11,2 je střední délka trvání)
 - V počtu slunečních skvrn, jejich ploše, mohutnosti erupcí, ...
 - Od ~1760 číslovány, v současnosti nastupuje cyklus 24



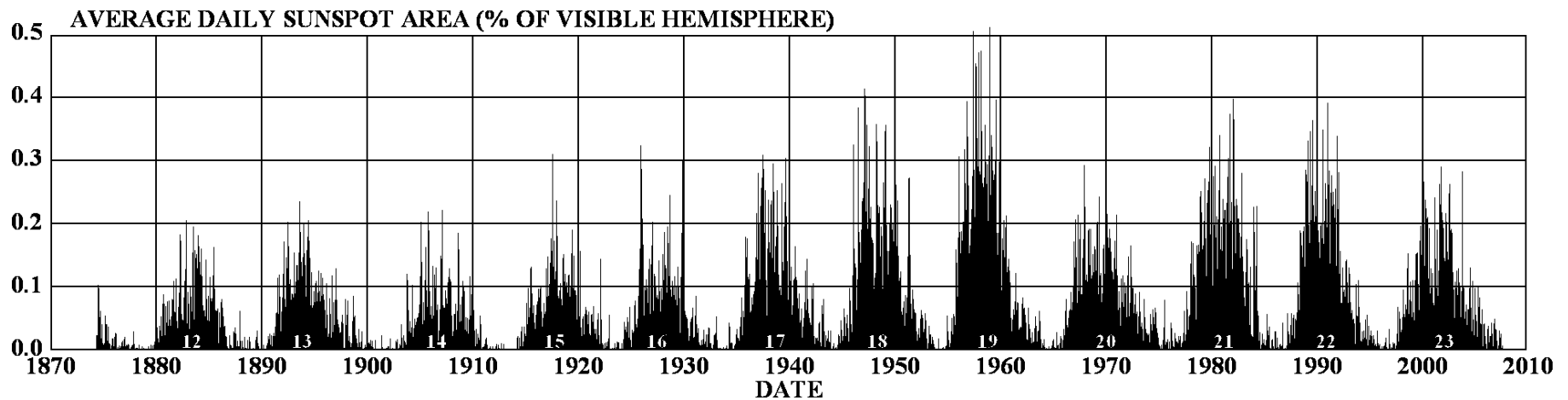
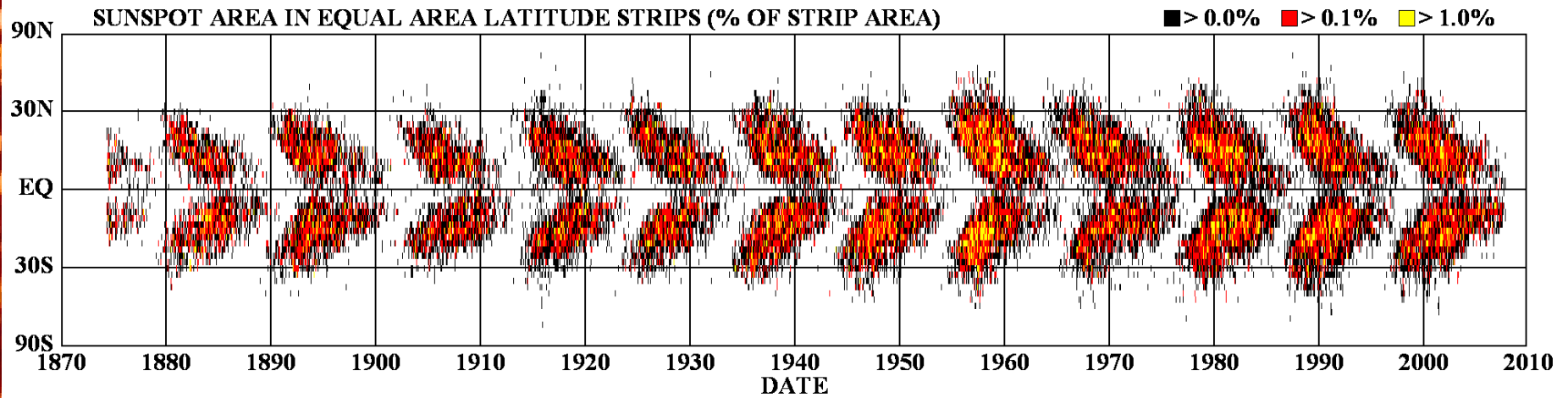
Hlavní projevy 11- (22-)letého cyklu

- Mění se počet a mohutnost aktivních jevů
- Lokalizované aktivní jevy migrují k rovníku
- Polarita vedoucích skupin skvrn a globálního magnetického pole se cyklus od cyklu mění
- Magnetické pole se zesiluje a zase „rozpouští“ periodicky
 - Operuje jakýsi typ dynamo

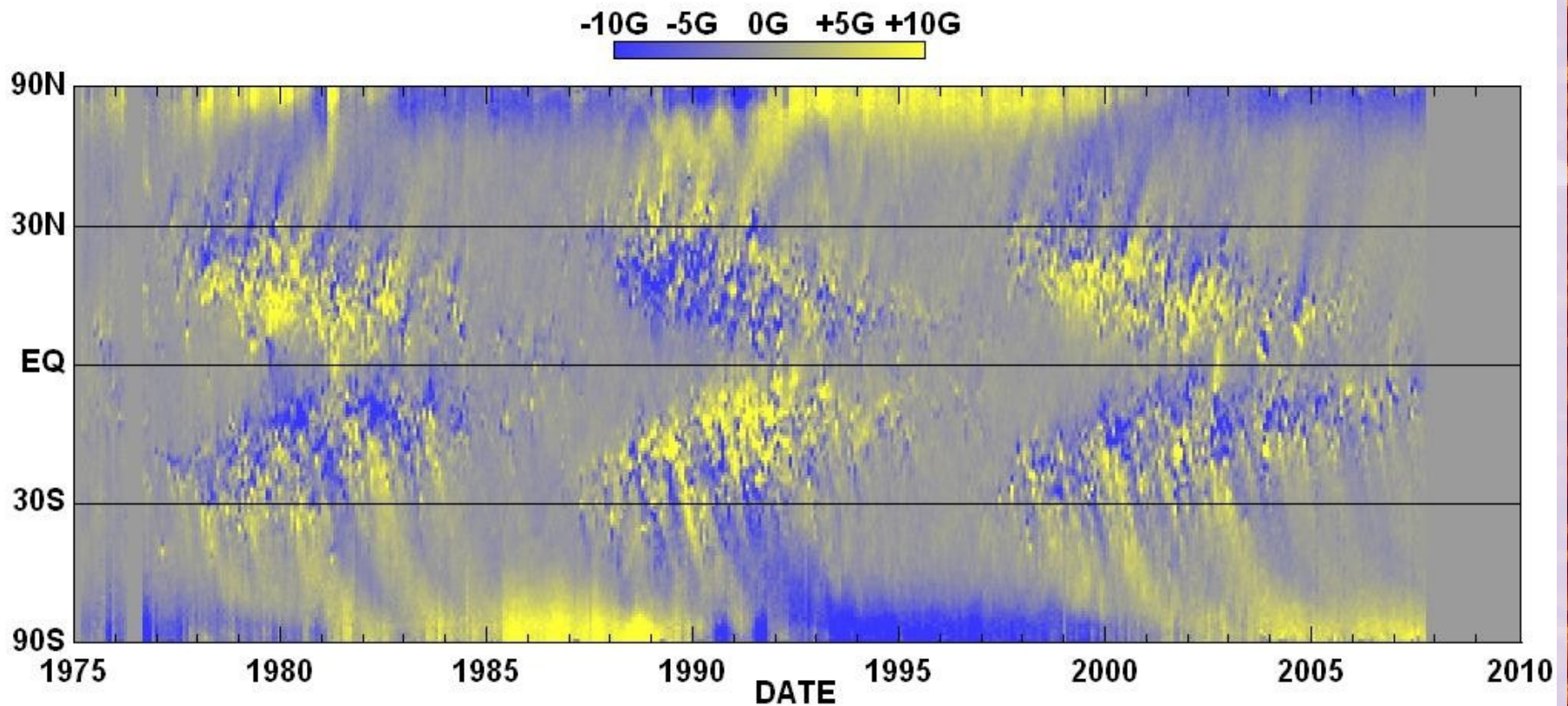


Cyklus 21 (nahore)
vs. cyklus 22 (dole)

DAILY SUNSPOT AREA AVERAGED OVER INDIVIDUAL SOLAR ROTATIONS

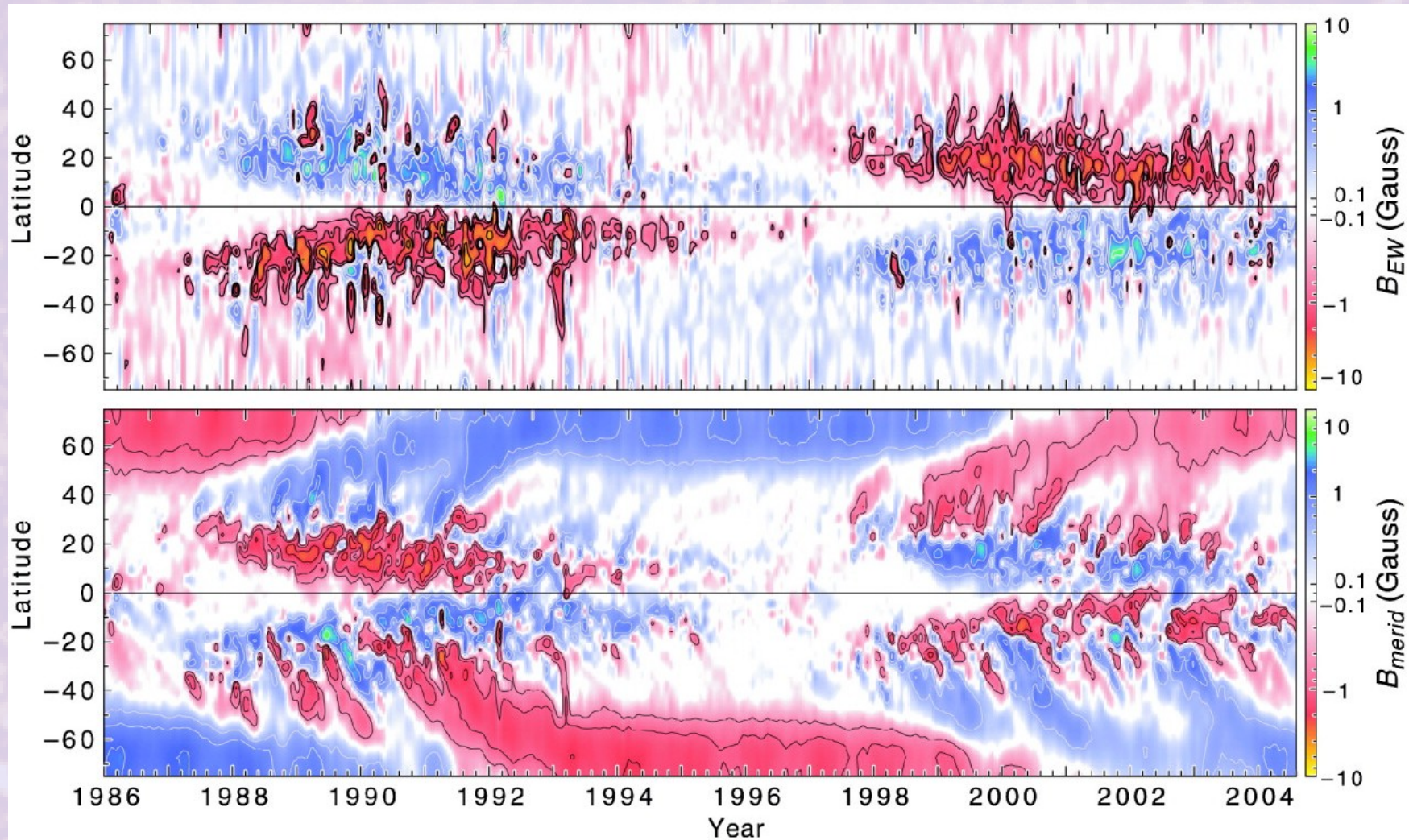


Magnetický motýlkový diagram

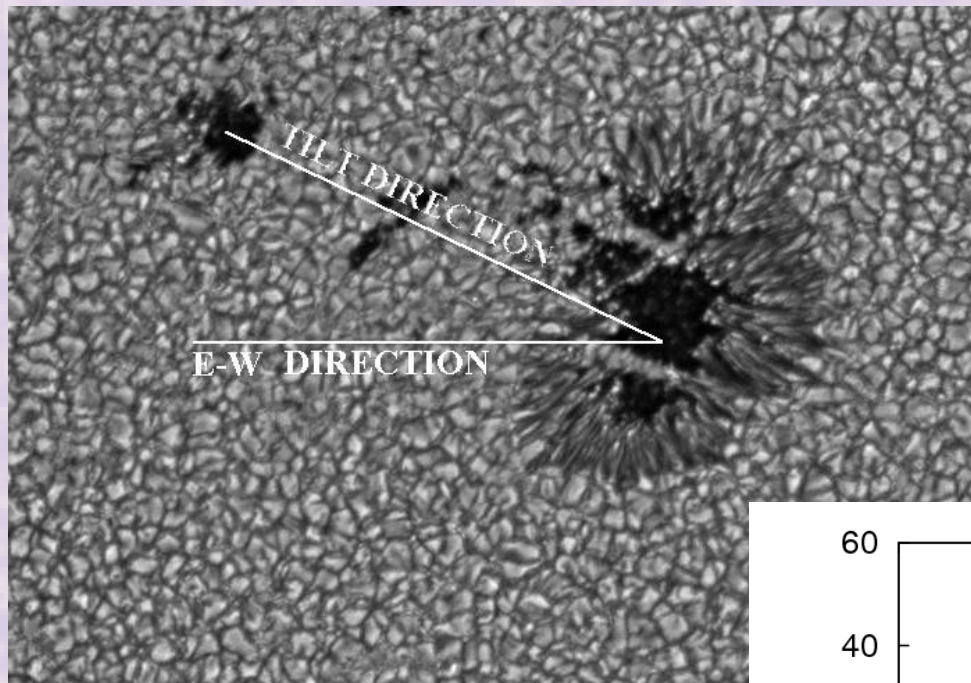


NASA/MSFC/NSSTC/Hathaway 2007/10

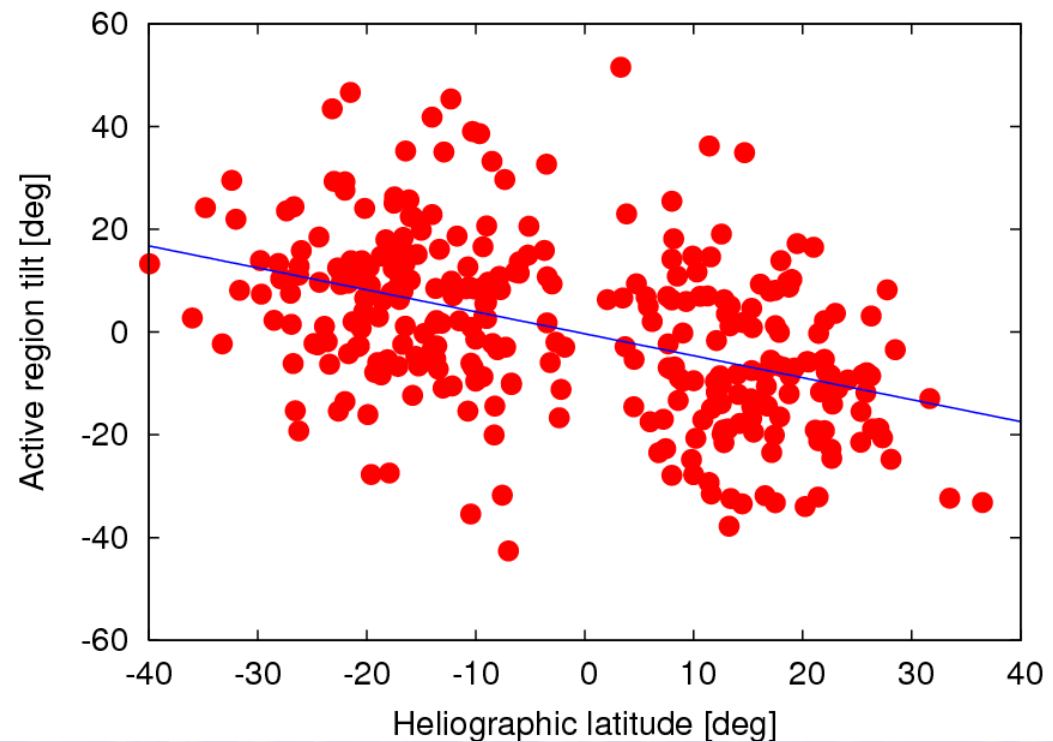
Poloidální vs. toroidální pole



Joyův zákon



- Rozvinuté bipolární skupiny jsou skloněné (otočené) vůči rovnoběžkám



Základní rovnice dynamy

- Sluneční dynamo – proces, který periodicky přerozděluje a přeměňuje magnetické pole tak, aby projevy reprodukovaly pozorované chování.

$$\text{Lorenz: } j = \sigma(E + v \times B) \rightarrow E = \frac{j}{\sigma} - v \times B$$

$$\nabla \times E = \frac{1}{\sigma} \nabla \times j - \nabla \times (v \times B), \quad j = \frac{1}{\mu} \nabla \times B, \quad \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (v \times B) - \frac{1}{\mu\sigma} \nabla \times (\nabla \times B), \quad \frac{1}{\mu\sigma} = \eta$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] + \eta(\mathbf{r}) \Delta \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$$

- Indukční rovnice** – podstatná rovnice v teorii dynamy (plus doplňující vztahy – předpis nebo selfkonzistentní řešení)

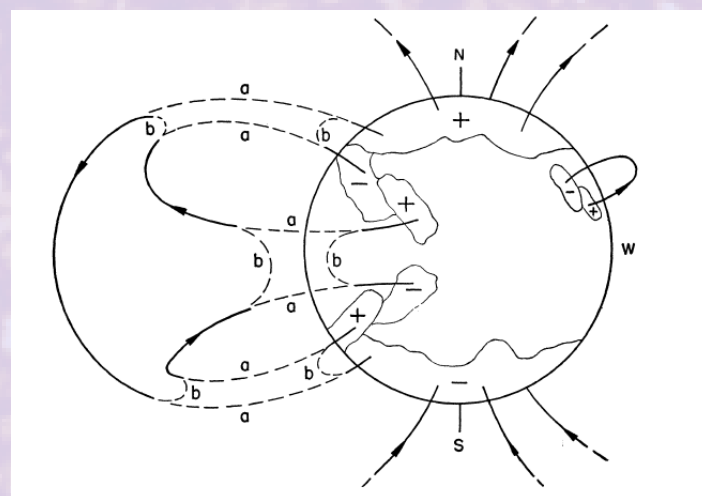
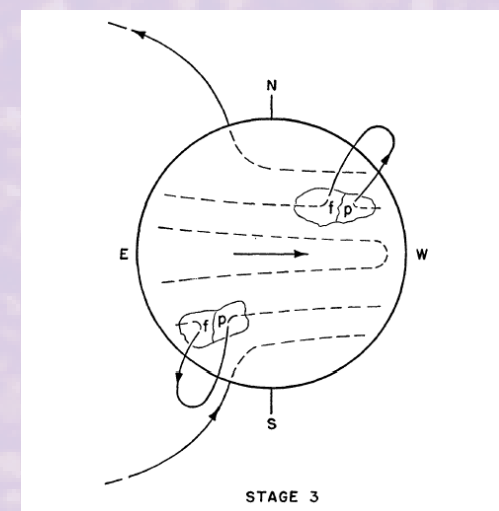
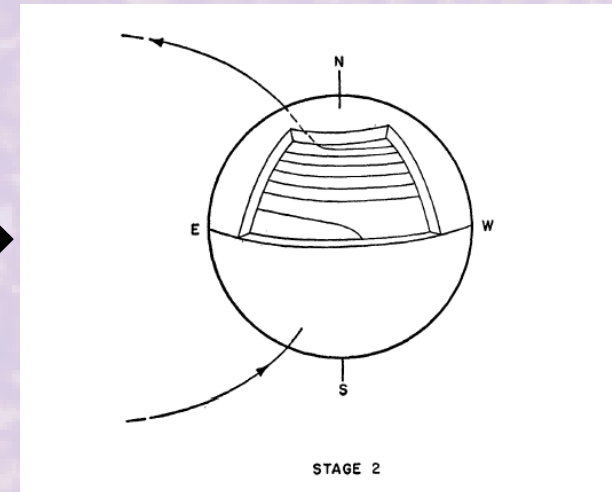
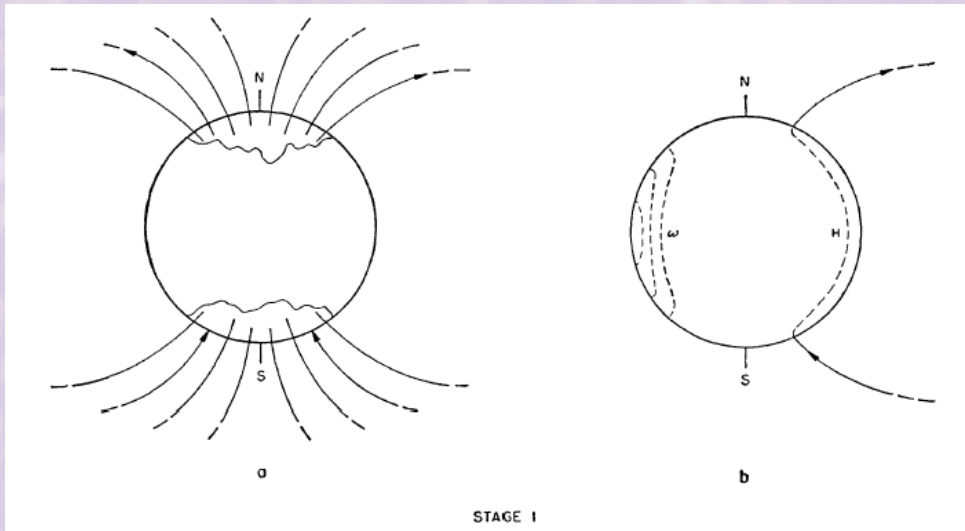
$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho (v \cdot \nabla) v + 2\rho \Omega \times v = -\nabla p + \rho g + \frac{1}{\mu} (\nabla \times B) \times B + \nabla \cdot \tau$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

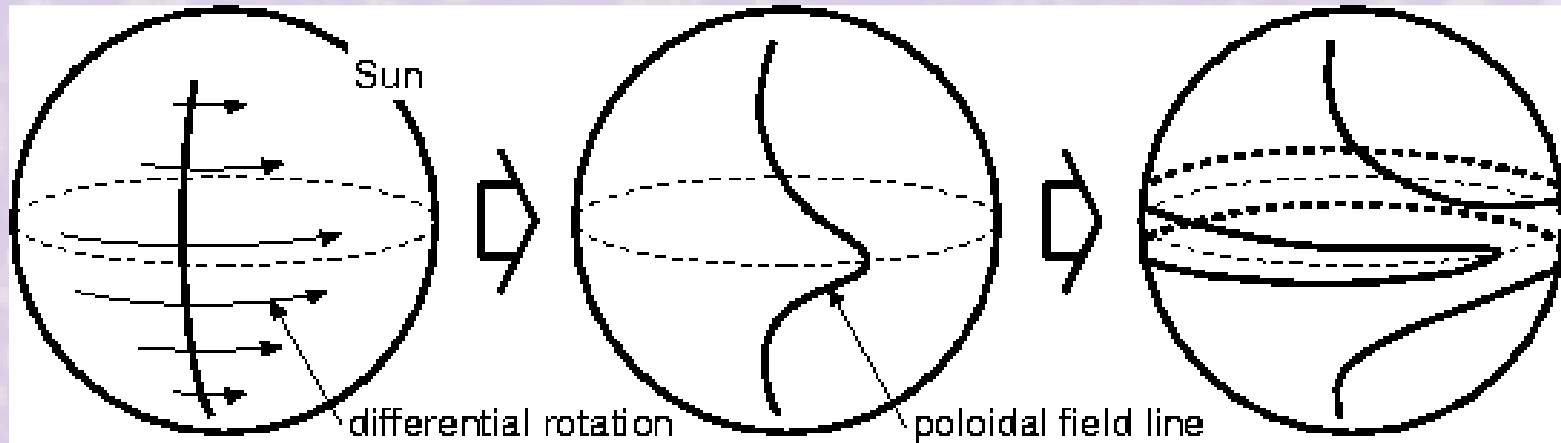
Projevy dynama k reprodukci

- Cyklická změna polarity s půlperiodou cca 10 let
- Migrace (hlubokého) toroidálního pole (generujícího skvrny) k rovníku
- Migrace difúzního povrchového k pólům
- Fázový posun mezi přepólováním toroidálního a poloidálního pole
- Intenzita polárních polí (cca 50 G)
- Antisymetrická parita
- Převážně negativní magnetická helicity na severní (pozitivní na jižní) polokouli
- *Plus další finesy (dlouhá minima, antikorelace mezi délkou a intezitou cyklu, alternace intezity v sudých a lichých cyklech, dvojitá maxima, atd.)*

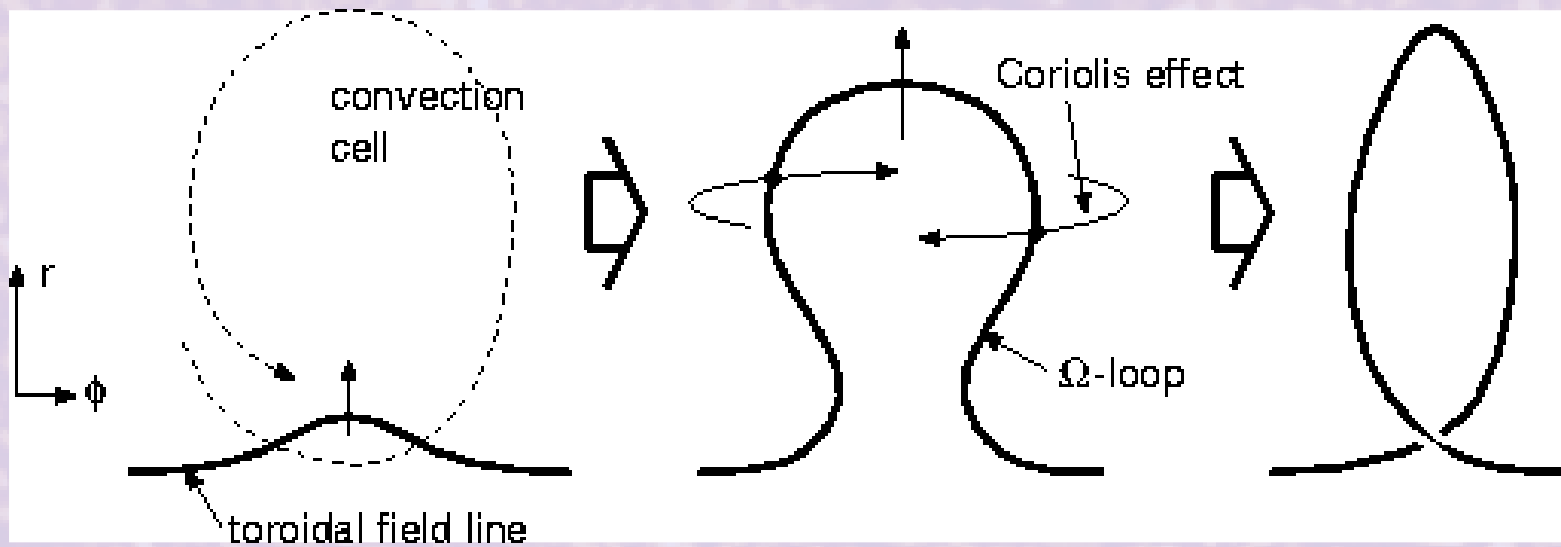
Babcockovo dynamo



Ω



α



Leightonovo dynamo (1969)

• Předpoklady:

- 1) Magnetická pole se mění pouze s časem a šířkou, hodnoty se průměrují v délce a hloubce (zjednodušení výpočtu)
- 2) Diferenciální rotace je funkce hloubky a šířky, konstantní v čase
- 3) Diferenciální rotace mění poloidální pole na toroidální, dokonalá vodivost a laminární proudění se předpokládá
- 4) Pokud celkové magnetické pole překročí určitou hranici, znamená to erupci smyčky k povrchu a vznik skvrn
- 5) Vynořující se toroidální pole má určitou poloidální složku, akce Coriolisovy síly, produkuje systematický tilt skvrn
- 6) Poloidální pole je náhodnými procesy rozptýleno, disperze není ovlivněna diferenciální rotací
- 7) Vynoření toroidálního pole zmenší hodnotu zbývajícího hlubokého toroidálního pole

Leightonovy předpoklady v rovnicích

2. $\Omega_s = 18 \sin^2 \theta \text{ rad rok}^{-1}$, $\Omega(r) = \Omega_s + (\alpha + \beta \sin^n \theta) \frac{R-r}{H}$, H tloušťka oblasti stříhu

3.
$$\frac{\partial' B_\phi}{\partial t} = \sin \theta \times \left[-(\alpha + \beta \sin^n \theta) \frac{R}{H} B_r + (36 + n \beta \sin^{n-2} \theta \frac{R-r}{H}) \sin \theta \cos \theta B_\theta \right]$$

4. eruption rate: $dB_\phi \sim |B_\phi| \frac{dt}{\tau}$, $\tau \sim$ měsíc

5.
$$\frac{\partial' B_r}{\partial t} = \frac{Ha}{2\pi R^2 \tau} \frac{\partial(B_\phi \sin \gamma)}{\partial(\cos \theta)}, \quad |B_\phi| > B_c \quad (\sin \gamma \sim \frac{1}{2} \cos \theta, \quad \frac{a}{R} \sim 0.15)$$

$$0, \quad |B_\phi| \leq B_c$$

6.
$$\frac{\partial'' B_r}{\partial t} = \frac{1}{T_D} \frac{\partial}{\partial(\cos \theta)} \left[(1 - \cos^2 \theta) \frac{\partial B_r}{\partial(\cos \theta)} \right], \quad T_d \sim 20 \text{ let}$$

7. $\Delta B_\phi = -a B_\phi / 2\pi R \rightarrow \frac{\partial'' B_\phi}{\partial t} = \frac{-a B_\phi}{2\pi R \tau}$

Leightonovo dynamo: k řešení

$$B_\theta = \frac{R}{H \sin \theta} \int_{-1}^{\cos \theta} (B_r + B_s) d(\cos \theta)$$

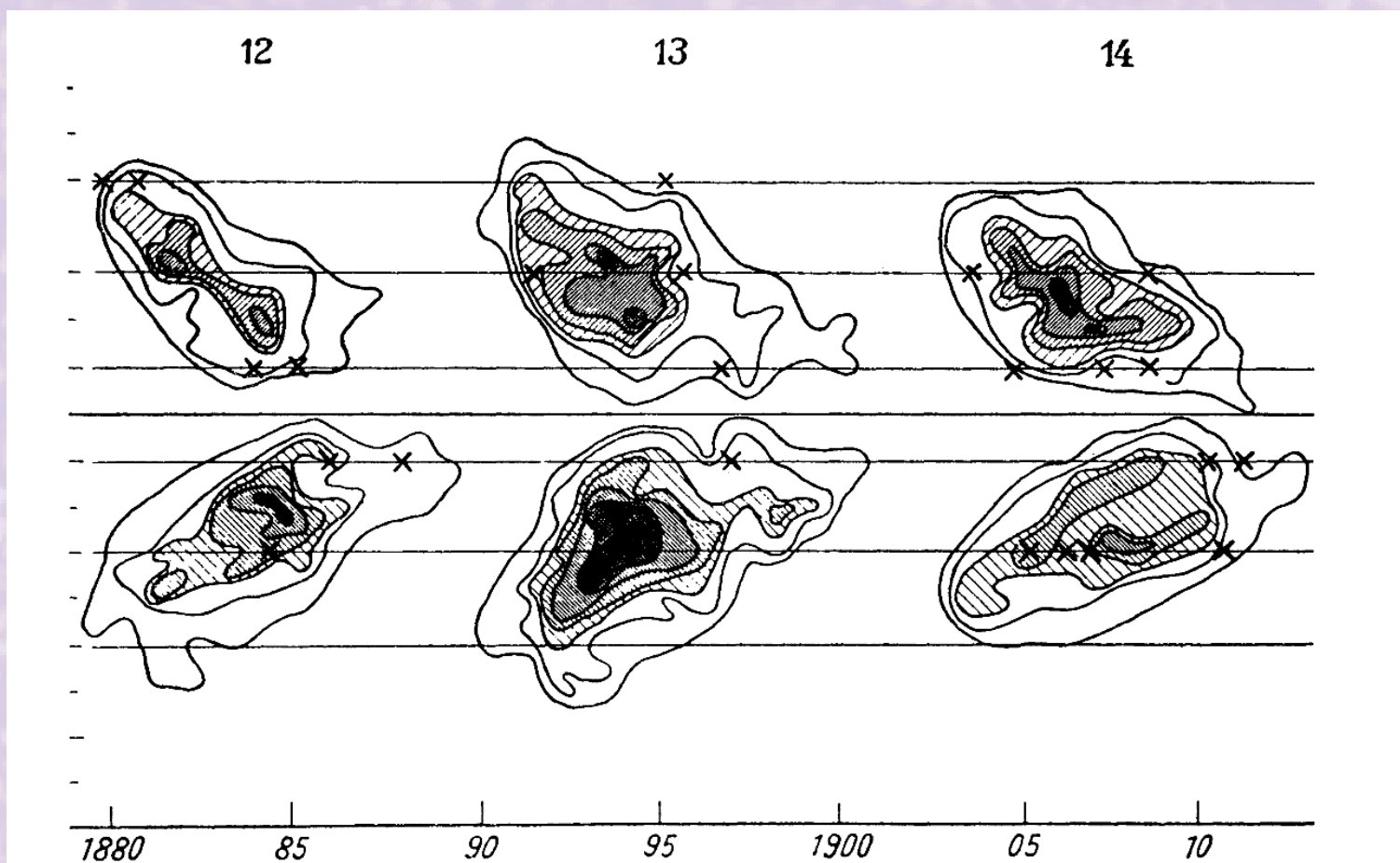
$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = \sin \theta \left[-(\alpha + \beta \sin^n \theta) \frac{R}{H} (B_r + B_s) + \epsilon \left(36 + \frac{n\beta}{2} \sin^{n-2} \theta \right) \times \sin \theta \cos \theta B_\phi \right] - \delta \frac{|B_\phi| B_\phi}{100 B_c \tau} - \frac{B_\phi}{50}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\delta \frac{FH}{80 R \tau} \frac{\partial}{\partial(\cos \theta)} (B_\phi \cos \theta) + \frac{1}{T_D} \frac{\partial}{\partial(\cos \theta)} \left((1 - \cos^2 \theta) \frac{\partial B_r}{\partial(\cos \theta)} \right)$$

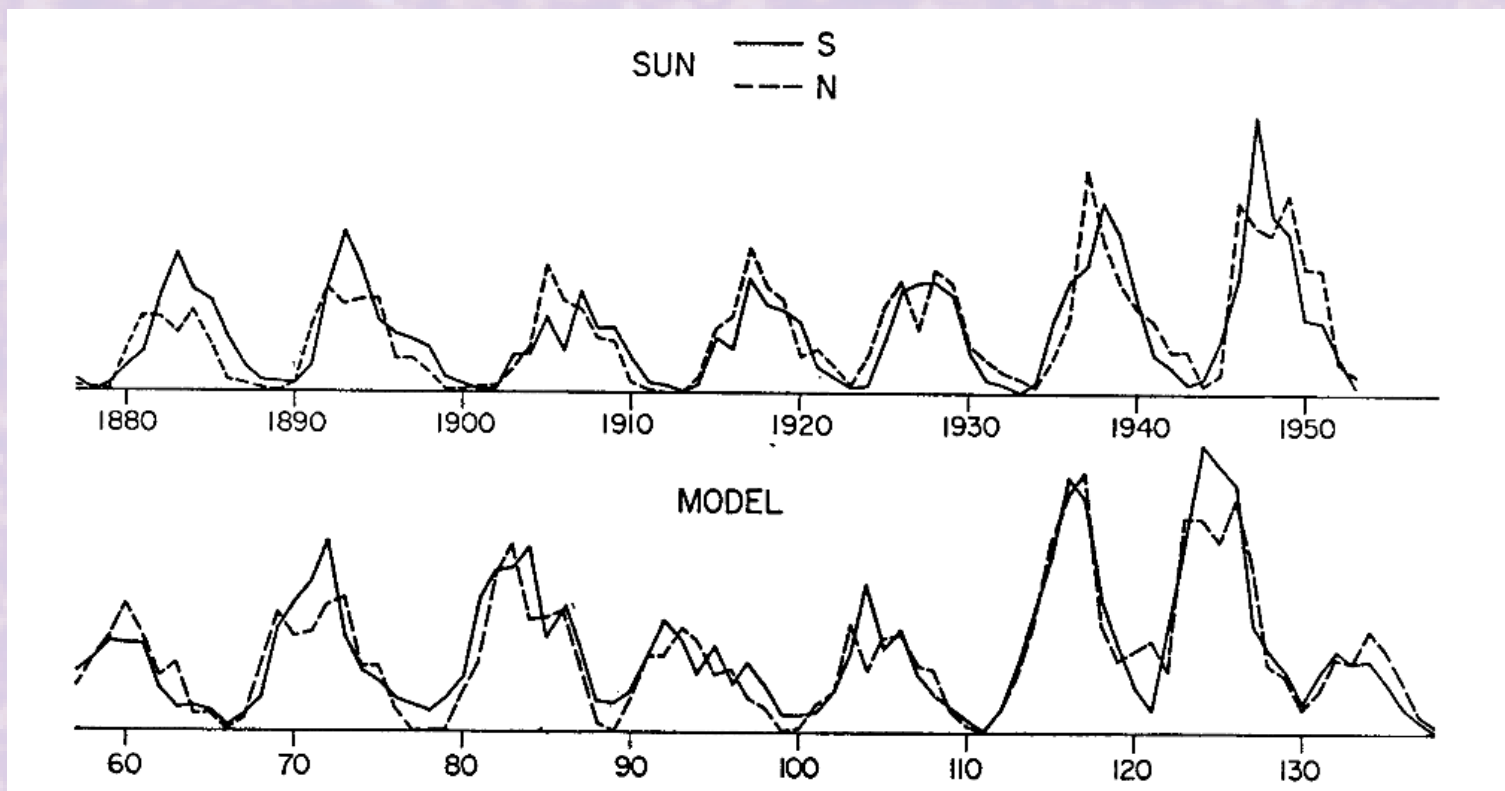
$$\frac{\partial B_s}{\partial t} = -\frac{GH}{80 R \tau} \frac{\partial}{\partial(\cos \theta)} (B_\phi \cos \theta) - \frac{B_s}{50}$$

Jednotky tak, že čas je v letech. F jednotková konstanta, zajišťuje oscilující chování, ϵ rozlišuje model s tenkou střížnou zónou ($\epsilon=0$) od modelu s tlustou střížnou zónou ($\epsilon=1$), δ rozlišuje situaci, kdy je dostatek pole k erupci ($|B_\phi| > B_c$, $\delta=1$) od situace, kdy není ($\delta=0$). Část ($G \sim 0,003$) radiálního pole se nerozptyluje náhodnými pohyby, ale rozpadá se s dobou cca 50 let. Zajišťuje oscilační stav. Do řešení lze vnést náhodnost.

Leightonovo dynamo: výsledky (2)

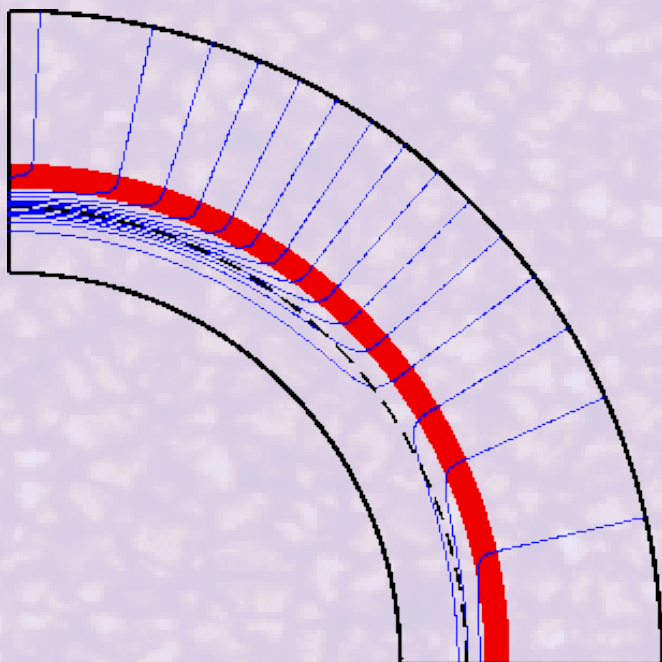


Leightonovo dynamo: výsledky (3)

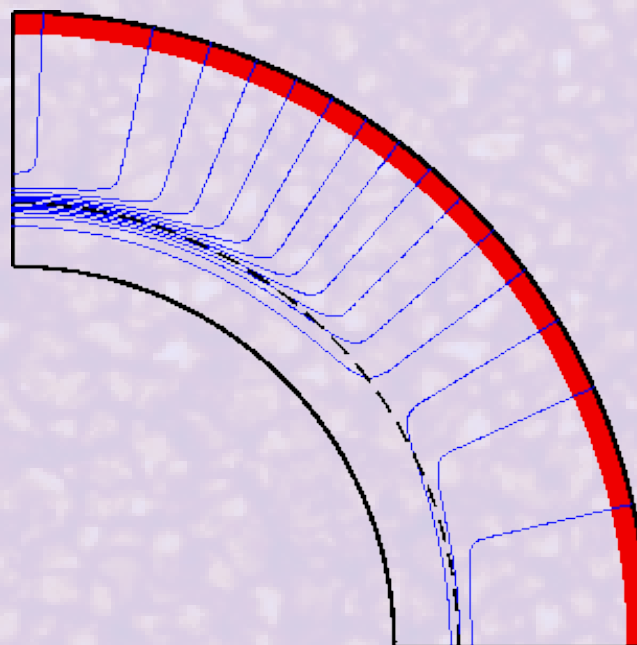


Babcockovo-Leightonovo dynamo

Operuje v přípovrchových vrstvách



Klasické dynamo: oba efekty operují v hloubce, zřejmě na dně konvektivní zóny



B-L dynamo: α -efekt se vyskytuje v přípovrchových vrstvách, oba efekty jsou prostorově odděleny

Babcockovo-Leightonovo dynamo

• Produkuje:

- Délku cyklu 22 let (nastavena meridionálním prouděním)
- Fázový posun mezi k rovníku migrujícím toroidálním polem a k pólu migrujícím poloidálním polem
- 10-100 kG toroidální pole na dně konvektivní zóny (nutné pro formaci skvrn ve správných šířkách)
- Polární pole ~ 10 G
- Slabá antikorelace mezi amplitudou a délkou cyklu

• Neprodukuje:

- Není samovybuzené, čili po velkých minimech by se už nenastartovalo (možná existence dalších efektů), vyžaduje primordinální pole, které jen přerozděluje a zesiluje v cyklu

Babcockovo-Leightonovo dynamo: obtížnosti

● Problémy:

- Vynořující se pole neubírá hlubokému toroidálnímu poli, toto musí být ničeno jinak
- 1979 – pozorovací důkazy o existenci meridionálního toku, s nímž Leightonův model nepočítá
- Helioseismologie – radiální gradient diferenciální rotace velmi malý, shear-layer na dně KZ, ale chod opačný (klesá s r) než Leightonův model potřebuje
 - *Tento argument se lehce změnil s MDI daty: existuje podpovrchová stříhová vrstva na cca $0,95 R_s$, těsně podpovrchový radiální gradient je přesně takový, jaký Leightonův model potřebuje*

Flux transport dynamo (Wang, Sheeley a Nash, 1991)

Kromě difúze dochází ještě k odnosu pole meridionálním proudem

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta_t \nabla \times \mathbf{B}] + \mathbf{S} = \nabla \times \left\{ [\omega(\theta) r \sin \theta \mathbf{e}_\phi + v_\theta(r, \theta) \mathbf{e}_\theta] \times \mathbf{B} \right\} - \nabla \times [\eta_t(r) \nabla \times \mathbf{B}] + \mathbf{S}(r, \theta, t)$$

$$S(R_s, \theta, t) = \frac{\epsilon h R_h}{2\pi R_s^3 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{B_\phi a \sin \gamma}{\tau} \right)$$

- * Magnetické pole není uvnitř poloměru $r=R_h$, kde $R_h < R_s$
- * Toroidální komponenta se vyskytuje v $R_h < r < R_h + h$, $h \ll R_h$
- * $|B_\theta| \ll |B_r|$ mimo $R_h < r < R_h + h$, na povrchu B_θ mizí
- * \mathbf{S} i \mathbf{B} jsou na povrchu čistě radiální
- * Meridionální proud je ve vrstvě $R_h < r < R_h + h$ antisymetrický vůči rovníku, směřuje k rovníku. Na povrchu je v_θ směřuje k pólům. Je pouze funkcí šířky.
- * Turbuletní difúze je konstantní v $R_h < r < R_h + h$, ale pro $r < R_h$ mizí (vnitřek je dokonale vodivý). Na povrchu je difúzní koeficient roven difúznímu koeficientu supergranulární difúze.

Flux transport dynamo: zdrojový člen

$$S(R_S, \theta, t) = \frac{\epsilon h R_h}{2\pi R_S^3 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{B_\phi a \sin \gamma}{\tau} \right)$$

a separace pólů bipolární oblasti, úměrná $|B_\phi|$

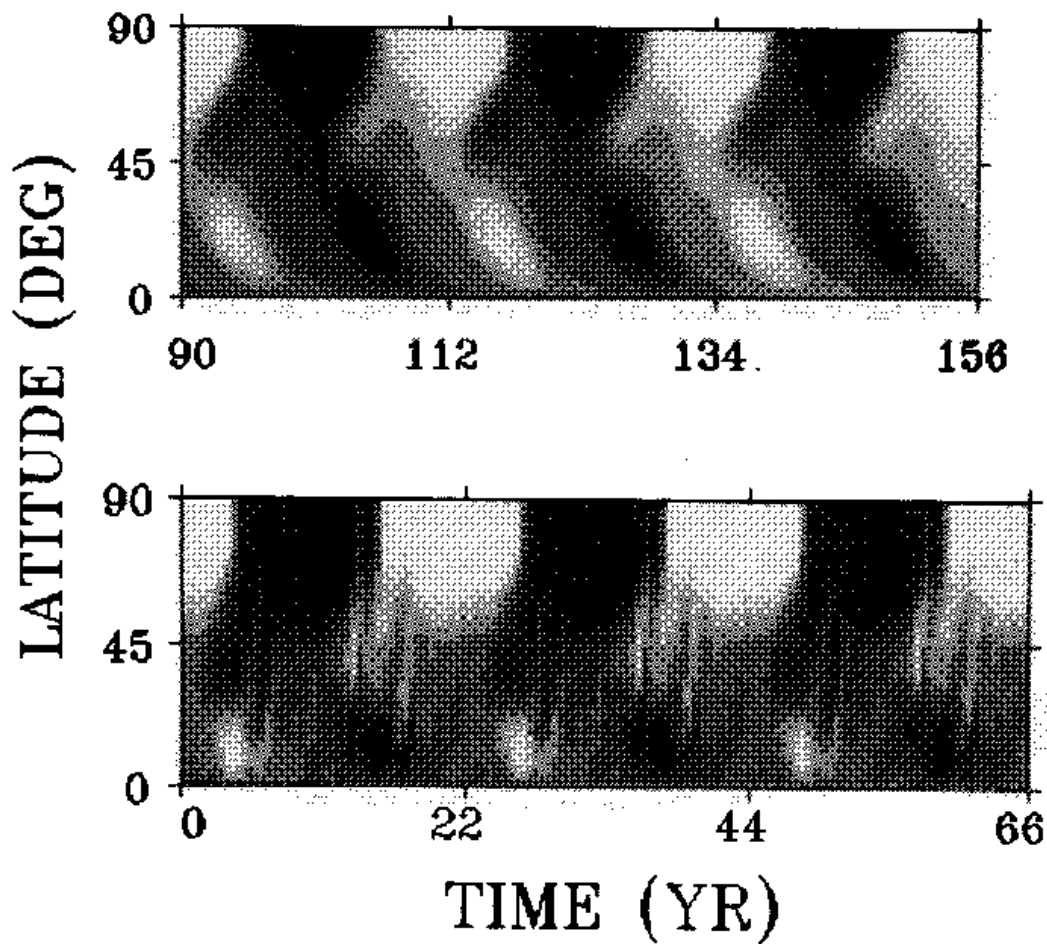
τ typický čas vymoření oblasti, nepřímo úměrný $|B_\phi|$

ϵ jen část se vymoří, $\epsilon \sim 0,05$

$$S(R_S, \theta, t) = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{h R_h}{R_S^2} \right) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (B_\phi^3 \cos \theta), \quad \sigma = \frac{4\pi R_S B_0^2 \tau_0}{\epsilon a_0}$$

a_0 , τ_0 a B_0 jsou konstanty (parametry modelu) nezávislé na θ ani t

Flux transport dynamo: výsledky (1)

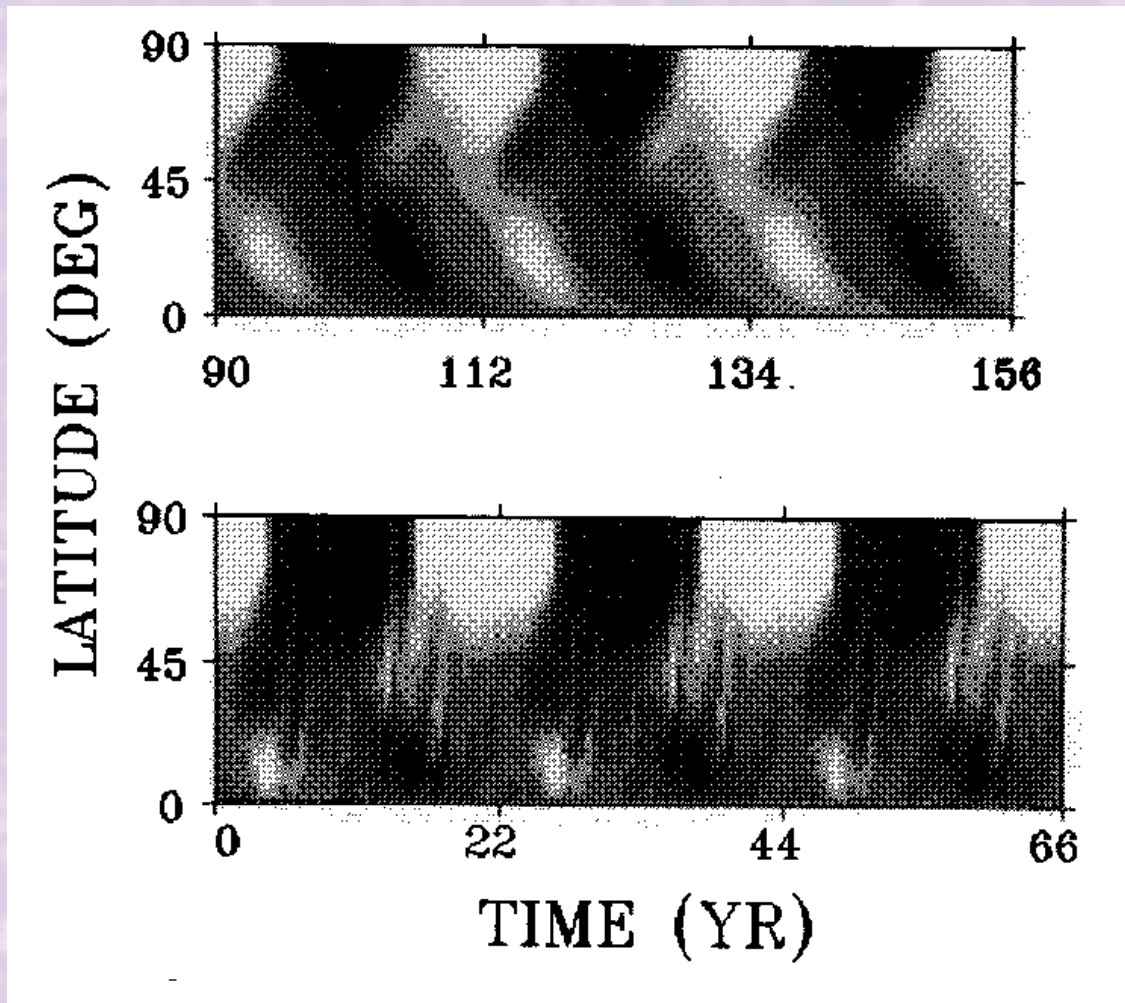


Radiální pole

model

měření (WSO)

Flux transport dynamo: výsledky (2)

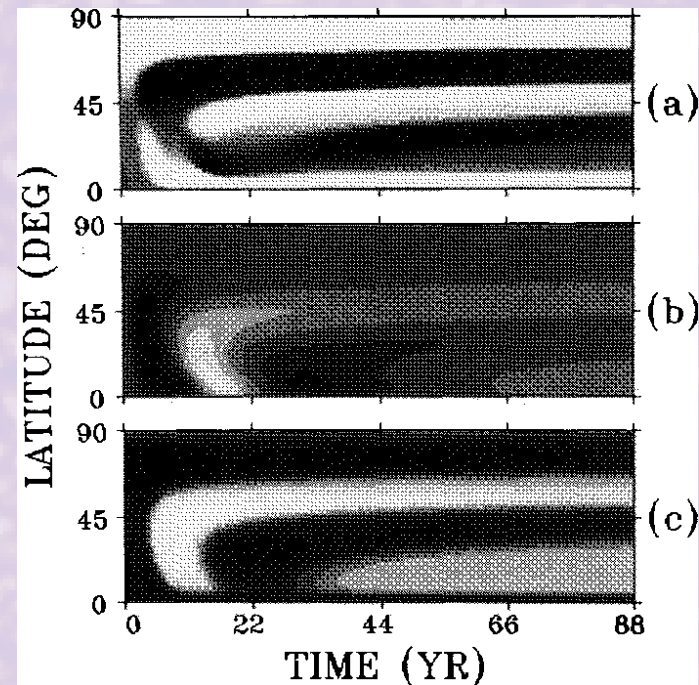
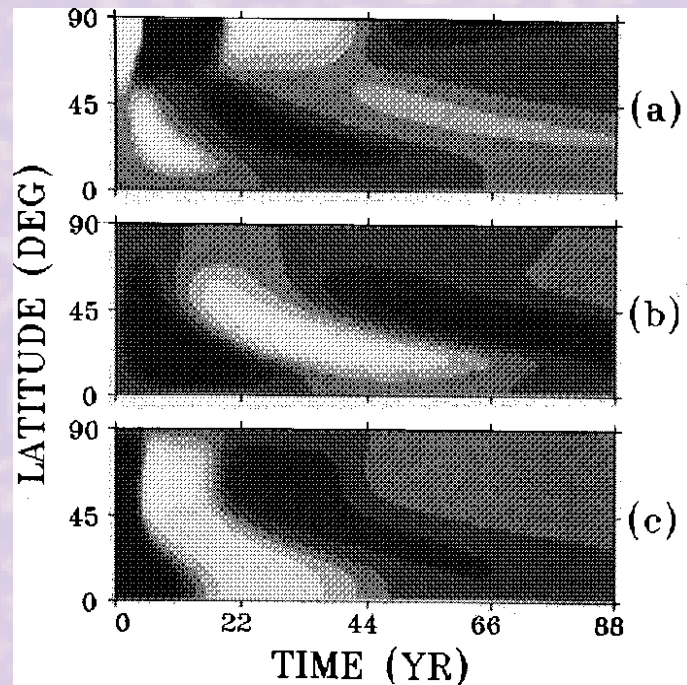


Radiální pole

model

měření (WSO)

Flux transport dynamo: výsledky (3)

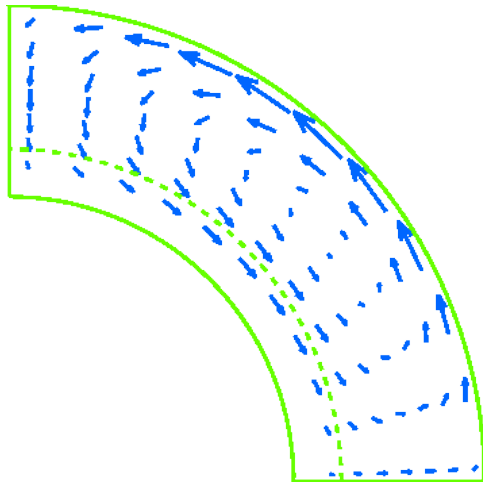


*Odstranění meridionálního proudění
v nitru*

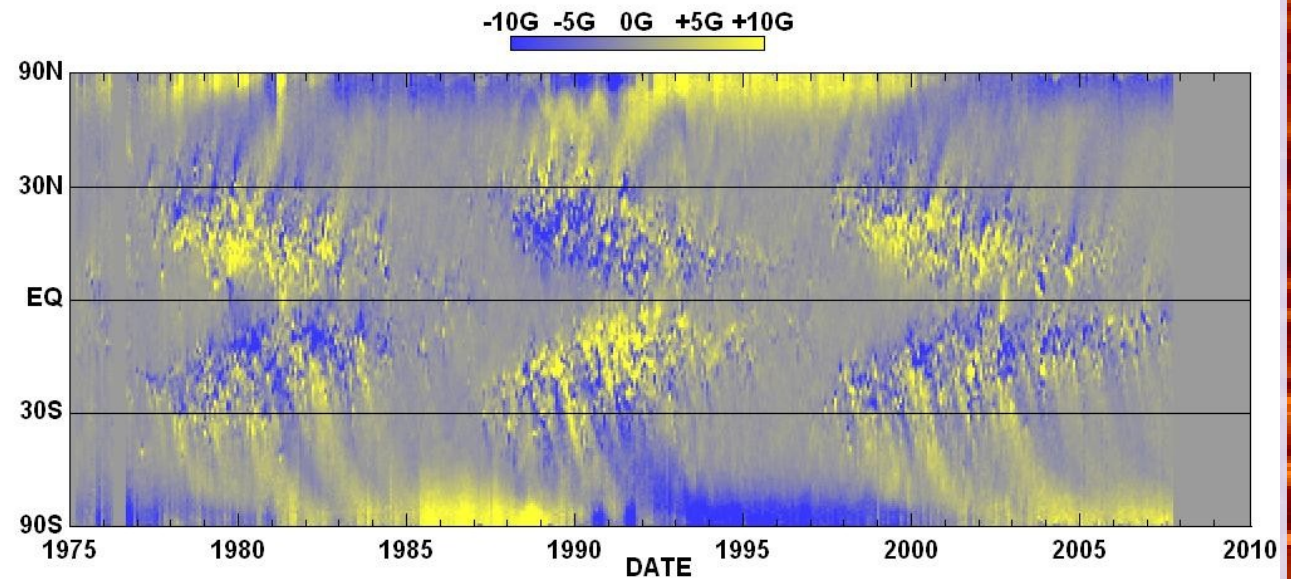
na povrchu

- a) B_s
- b) B_ϕ
- c) B_m

Role meridionálního toku



- Důležitý při odnosu následné (trailing) polarity k pólu, podepisuje se na změně celkové polarity
Skutečnost trochu jiná od modelu v originálním (Wangově) flux transport dynamu



NASA/MSFC/NSSTC/Hathaway 2007/10

Kalibrované flux transport dynamo (Dikpati a kol.)

- Klasické flux transport dynamo, avšak vstupují pozorované údaje pro konstituenty, které měřit lze
 - Diferenciální rotace
 - Meridionální cirkulace
 - Velkorozměrová poloidální pole
- Vypočítá se výchozí model, do něj pak vstoupí měřené hodnoty a model iteruje dále
- Výsledek se porovná s pozorováním a zafixují se hodnoty dalších volných parametrů – čím více dat vstoupí, tím větší prediktivní schopnost model má
- Je možné zahrnout asymetrie (!)

Kalibrované flux transport dynamo: fyzika

Ukazuje se jako výhodné využít vektorového potenciálu A :

$$\mathbf{B}_p = \nabla \times (A \mathbf{e}_\phi)$$

\mathbf{B}_p poloidální pole, B_ϕ toroidální pole, \mathbf{u} meridionální proud, Ω diferenciální rotace, $S(r, \theta, B_\phi)$ je poloidální zdrojový člen

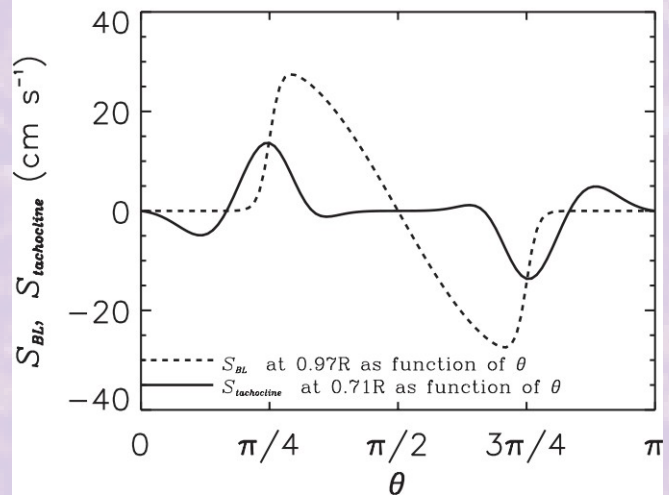
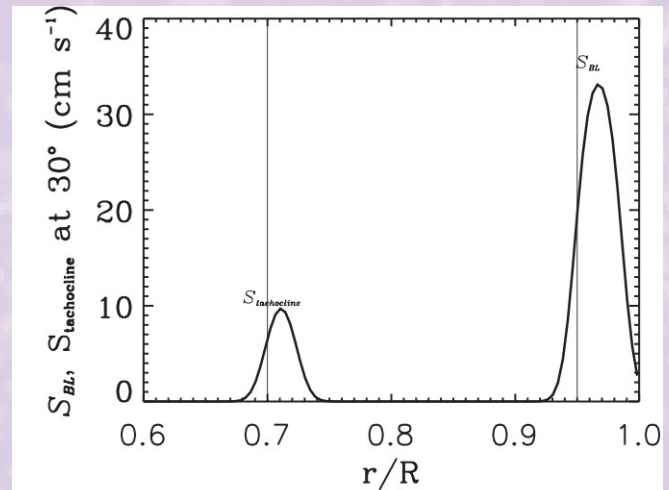
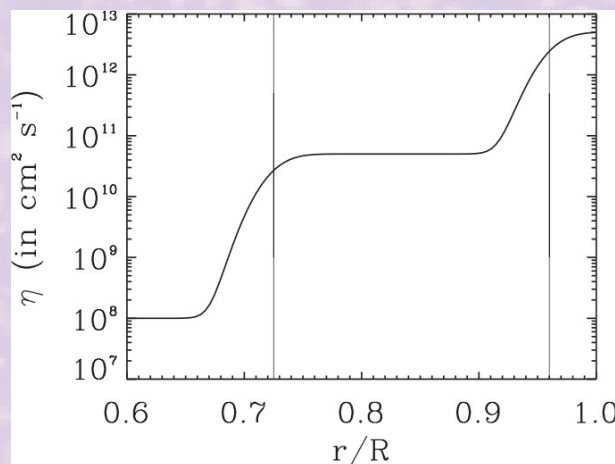
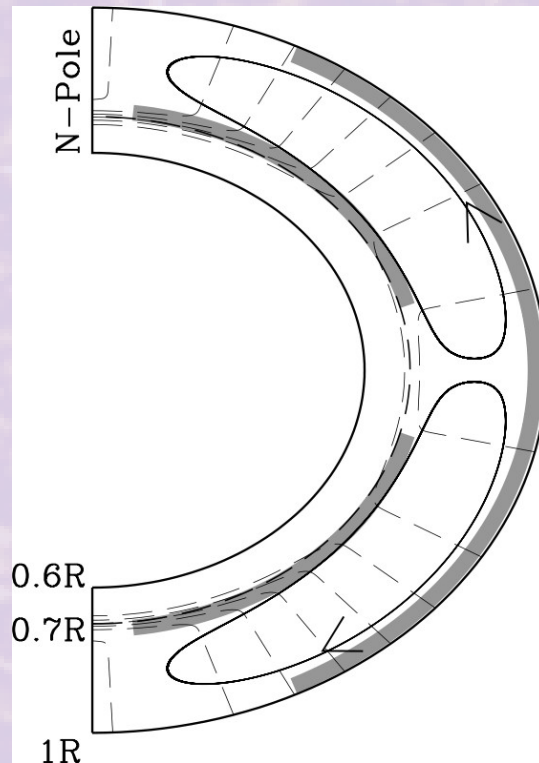
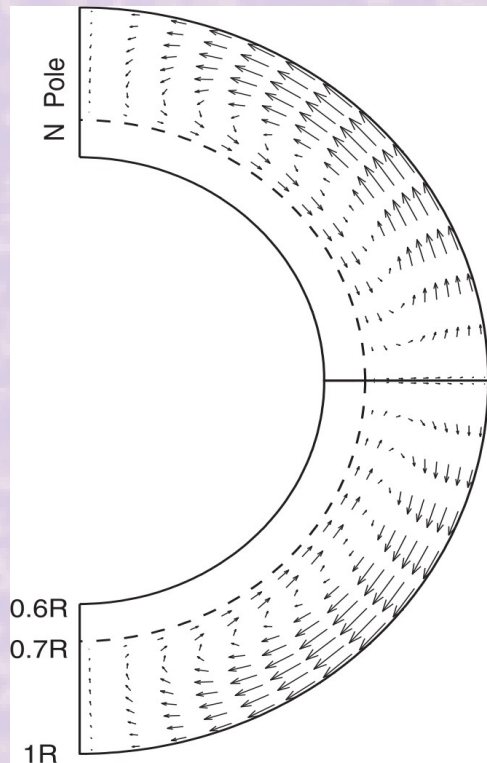
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{r \sin \theta} (\mathbf{u} \cdot \nabla) (A r \sin \theta) = \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A + S(r, \theta, B_\phi)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\phi}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r u_r B_\phi + \frac{\partial}{\partial \theta} u_\theta B_\phi \right) = r \sin \theta (\mathbf{B}_p \cdot \nabla) \Omega - \nabla \eta \times \nabla \times B_\phi \mathbf{e}_\phi + \\ + \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) B_\phi \end{aligned}$$

$$\Omega(r, \theta) = \Omega_c + \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(2 \frac{r - r_c}{d_1} \right) \right] [\Omega_s(\theta) - \Omega_c], \quad \Omega_c(\theta) = \Omega_{\text{Eq}} + a_2 \cos^2 \theta + a_4 \cos^4 \theta$$

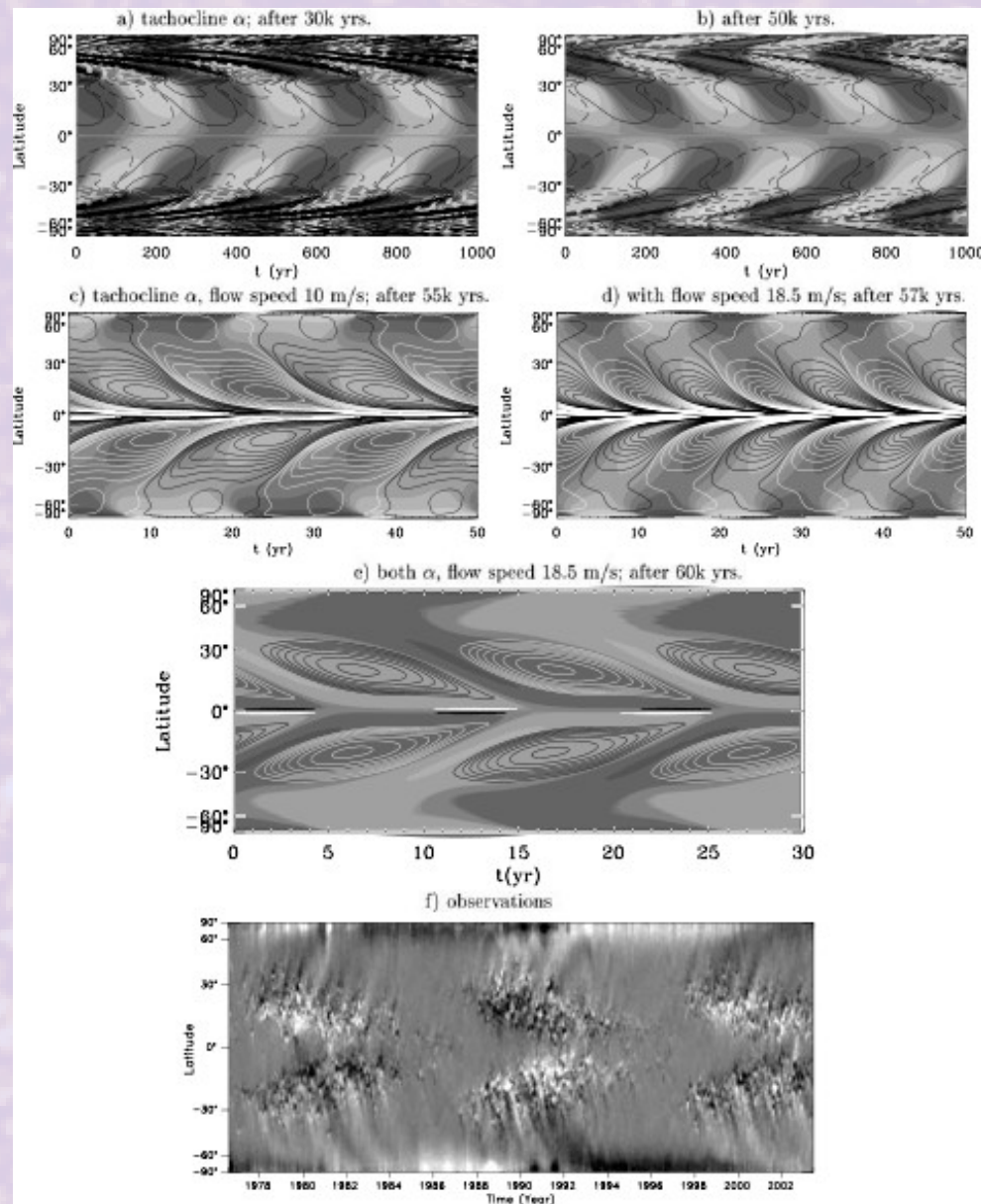
erf reprezentuje tachoklinu tloušťky d_1 v poloze r_c

Kalibrované flux transport dynamo: další ingredience

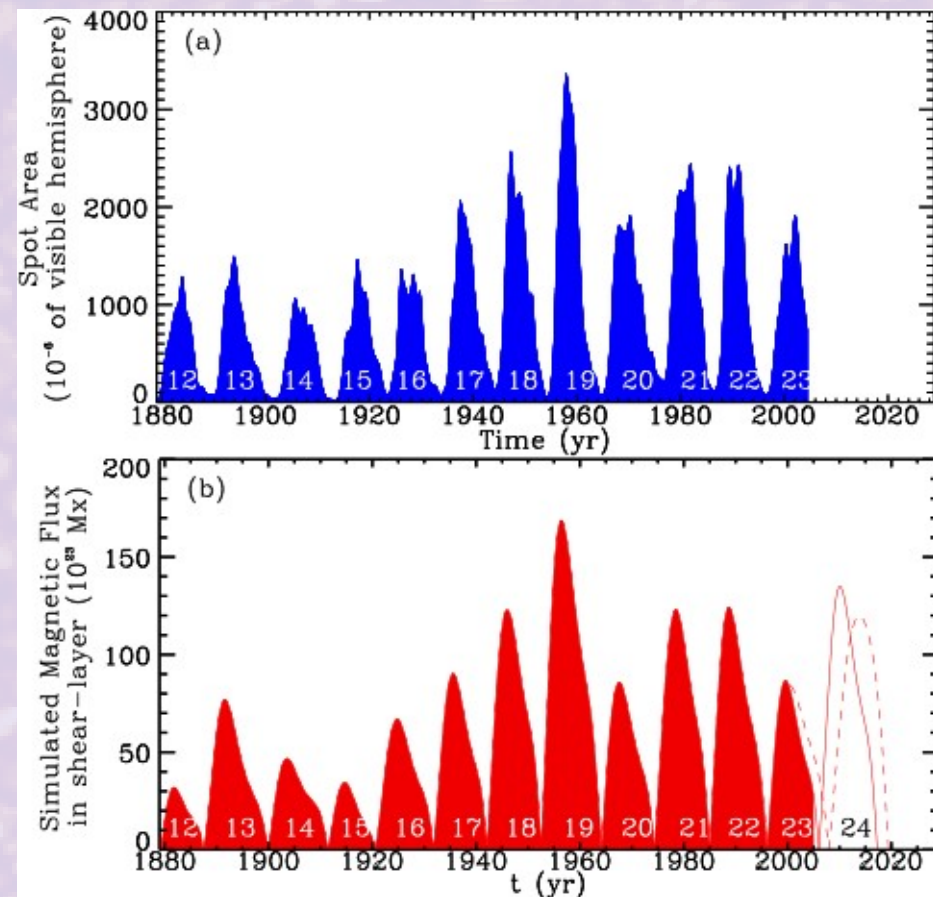
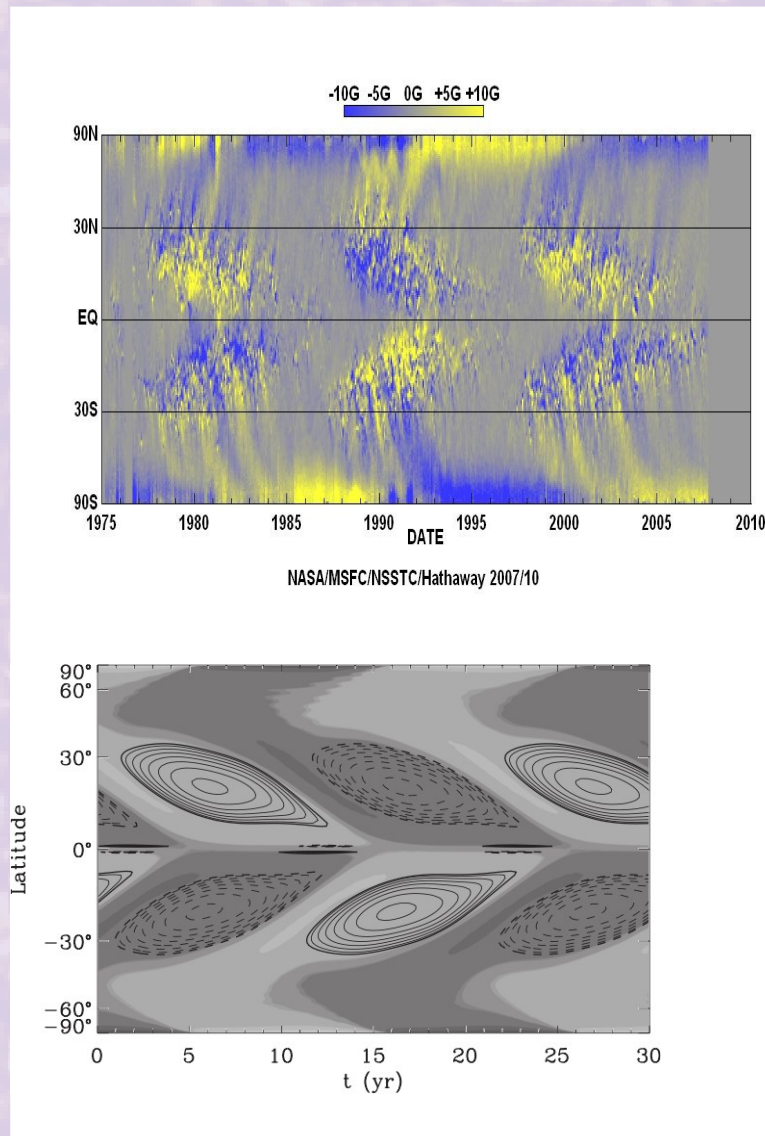


Kalibrované flux transport dynamo: důležitosti

- a) pouze tachoklinní α -efekt a diferenciální rotace,
- b) totéž, ale více vyvinuto,
- c) přidán meridionální tok 10 m/s,
- d) přidán meridionální tok 18,5 m/s,
- e) přidán Babcock-Leighton α -efekt
- f) pozorování z NSO/Kitt Peak

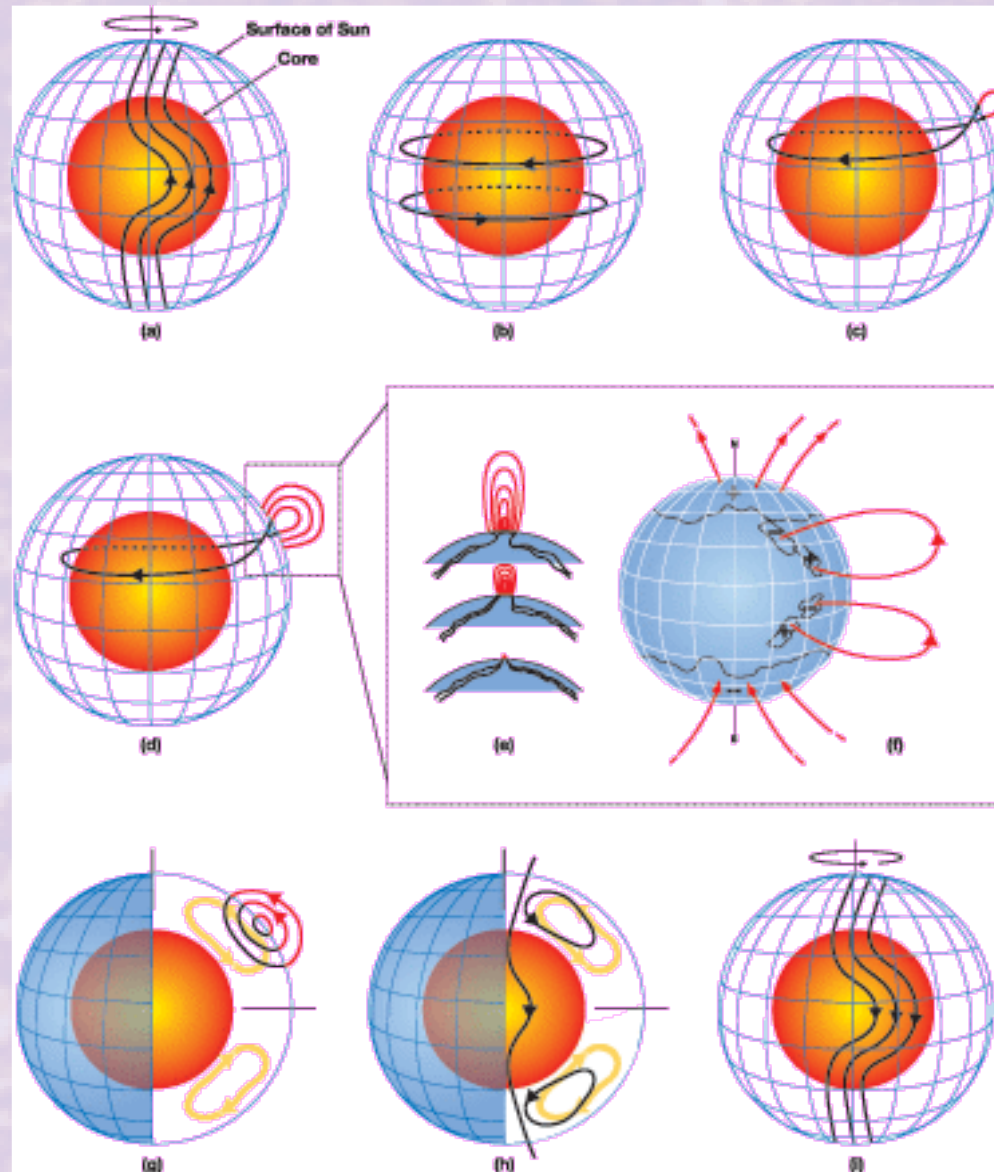


Kalibrované flux transport dynamo: výsledky



Dokáže reprodukovat většinu pozorovaných vlastností slunečního cyklu, má prediktivní schopnost *ale* není to dynamo!

Flux-transport dynamo: shrnutí



- Šířkový stříh produkuje toroidální pole
- α -effect způsoben rozpadem aktivních oblastí
- Transport pole meridionální cirkulací nebo difúzí, nedá se rozhodnout, co je dominantní

Mean field dynamo

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times [v \times B - \eta \nabla \times B], \quad B = \langle B \rangle + b, \quad v = \langle v \rangle + u, \quad \langle b \rangle = 0, \quad \langle u \rangle = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle B \rangle = \nabla \times [\langle v \rangle \times \langle B \rangle + \langle u \times b \rangle - \eta \nabla \times \langle B \rangle]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} b = \nabla \times [\langle v \rangle \times b + u \times \langle B \rangle + u \times b - \langle u \times b \rangle - \eta \nabla \times b]$$

$\epsilon \equiv \langle u \times b \rangle$, $G \equiv u \times b - \langle u \times b \rangle$, b a $\langle B \rangle$ lineární $\wedge \epsilon$ a b lineární $\rightarrow \epsilon$ a $\langle B \rangle$ lineární

$$\epsilon = \alpha \langle B \rangle - \beta \nabla \times \langle B \rangle + \dots$$

$$\frac{\partial \langle B \rangle}{\partial t} = \nabla \times [\langle v \rangle \times \langle B \rangle + \alpha \langle B \rangle - (\eta + \beta) \nabla \times \langle B \rangle], \quad \eta + \beta \equiv \eta_t$$

Ω efekt

α efekt

$$\alpha = \pm l \Omega \sim \frac{\langle u \times b \rangle B_H}{B_H^2}$$

Hydrodynamické ($\alpha\Omega$) dynamo: Parker (1955)

589 citací, 41 v roce 2008

$$\mathbf{B} \rightarrow B_t = B \mathbf{e}_y, \quad B_p = (B_x, 0, B_z), \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial \nabla \times \mathbf{A}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + \alpha \mathbf{B} - \eta_t \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}]$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{v} \times (\nabla \mathbf{A}) + \alpha \mathbf{B} + \eta_t \Delta \mathbf{A} \quad \wedge \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta_t \nabla \times \mathbf{B}]$$

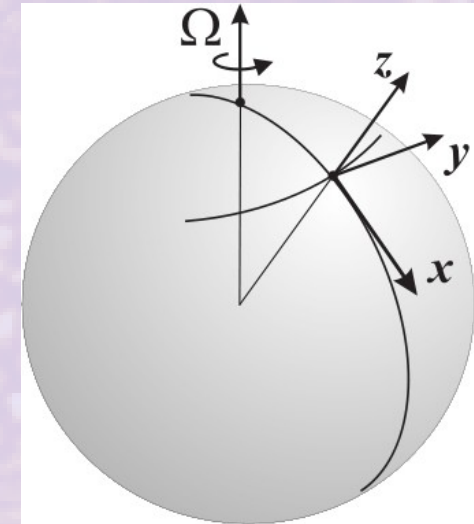
$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \eta_t \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad \wedge \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial z} + \eta_t \nabla^2 B$$

$$\mathbf{v} = r \Omega = (R+z) \Omega, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \Omega, \quad \frac{\partial v}{\partial x} \rightarrow 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \eta_t \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad \wedge \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \Omega \frac{\partial A}{\partial x} + \eta_t \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \wedge \quad (A, B) = (A_0, B_0) e^{-i\omega t + ikx}$$

$$(-i\omega + \eta_t k)^2 - ik\alpha\Omega = 0, \quad \text{pro } \alpha\Omega > 0 \rightarrow -i\omega = \left(-\eta_t k^2 \pm \sqrt{\frac{k\alpha\Omega}{2}} \right) + i \sqrt{\frac{k\alpha\Omega}{2}}$$

$$\sim e^{-i\omega t} \rightarrow \text{rostoucí řešení pro } i\omega < 0 \rightarrow \text{Im}(\omega) = \mp \sqrt{\frac{k\alpha\Omega}{2}} < 0$$



Parkerovo kinematické dynamo

$$B = B_0 \exp \left[\left(-\eta_t k^2 + \sqrt{\frac{k \alpha \Omega}{2}} \right) t + i \left(\sqrt{\frac{k \alpha \Omega}{2}} t + kx \right) \right]$$

Pro $\alpha\Omega < 0$ se propaguje vlna ve směru k rovníku – odpovídá slunečnímu případu. Potřebujeme ještě způsob, jak magnetické pole “zničit” – α -quenching

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \left(\frac{B}{B_0} \right)^2}$$

Modifikované řešení Parker-Yoshimura znaménkové pravidlo $\alpha \, d\Omega/dr < 0$, což se ovšem na Slunci nepozorovalo (60. a 70. léta), 80. léta – helioseismologie prakticky stanovuje $d\Omega/dr \sim 0$ pro konvektivní zónu. Další měření – podpovrchové oblasti (posledních $0,05 R$) ukazují nárůst rotační rychlosti s hloubkou

Modifikované $\alpha\Omega$ dynamo: Kitiashvili (2008)

Parker: $\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \eta \nabla^2 A \quad \wedge \quad \frac{\partial B}{\partial t} = G \frac{\partial A}{\partial x} + \eta \nabla^2 B, \quad G = \frac{\partial \langle v_y \rangle}{\partial z}$

přidáme: $\alpha = \alpha_h + \alpha_m, \quad \alpha_h = -\tau/3 \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u}), \quad \alpha_m = \tau/(12 \pi \rho) \mathbf{b} \cdot (\nabla \times \mathbf{b})$

vede na soustavu:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B - \eta k^2 A$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = ikGA - \eta k^2 B$$

$$\frac{\partial \alpha_m}{\partial t} = -\frac{\alpha_m}{T} - \frac{Q}{2\pi\rho} \left[-ABk^2 + \frac{\alpha}{\eta} (B^2 - k^2 A^2) \right]$$

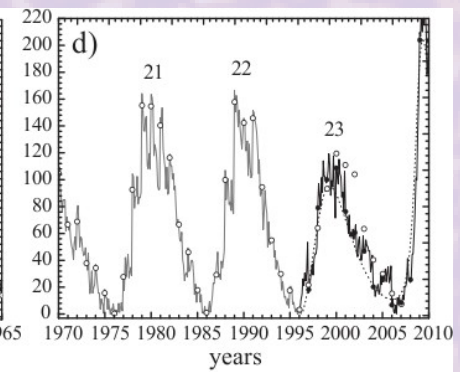
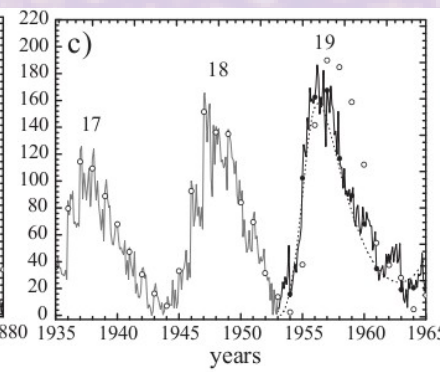
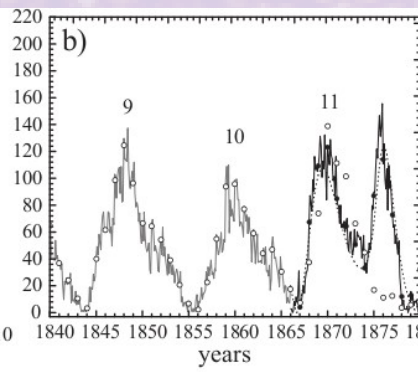
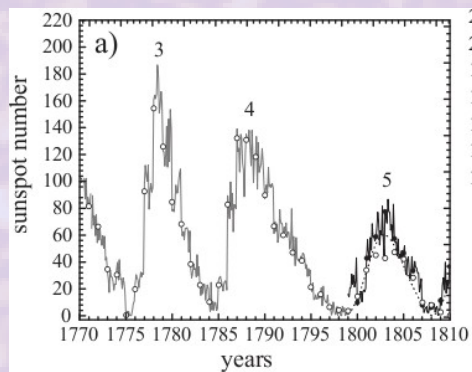
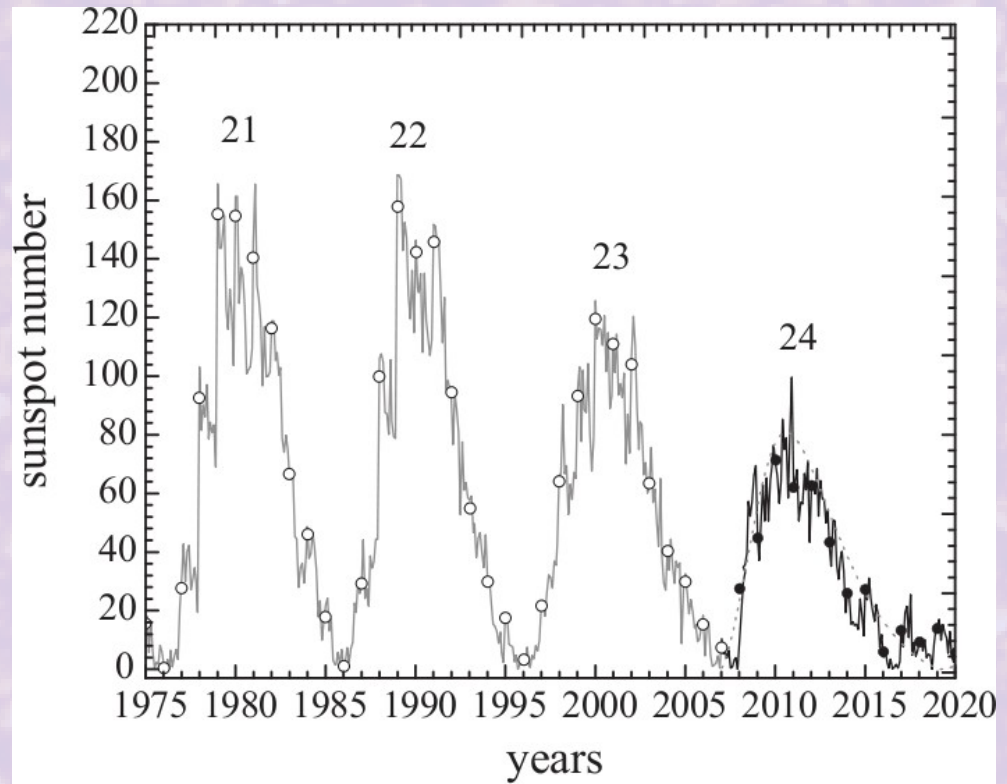
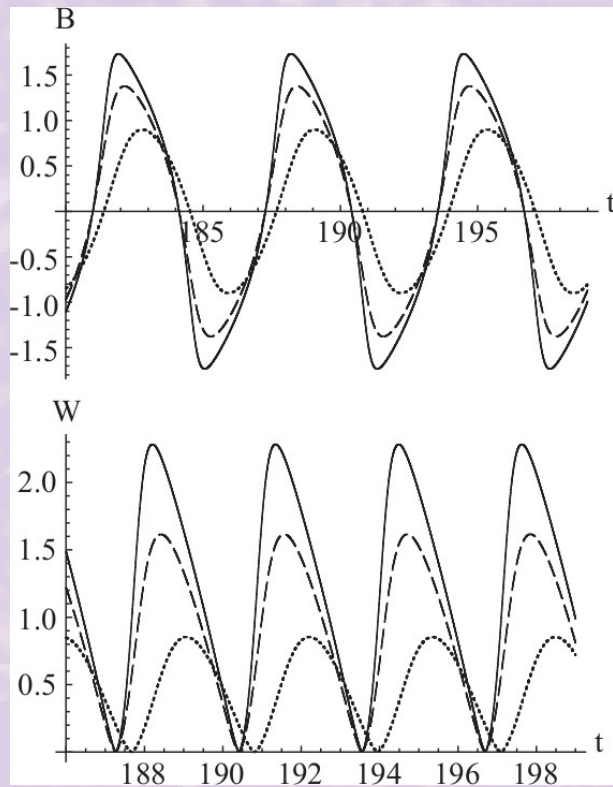
$$Q = \frac{1}{18} \left(\frac{q-1}{2-q} \right) \left(\frac{k_*^{4-2q} - 1}{1 - 1/k_*^{q-1}} \right)$$

$$T = \frac{1}{2\eta_m k_0^2} \left(\frac{3-q}{q-1} \right) \left(\frac{1 - 1/k_*^{q-1}}{k_*^{3-q} - 1} \right)$$

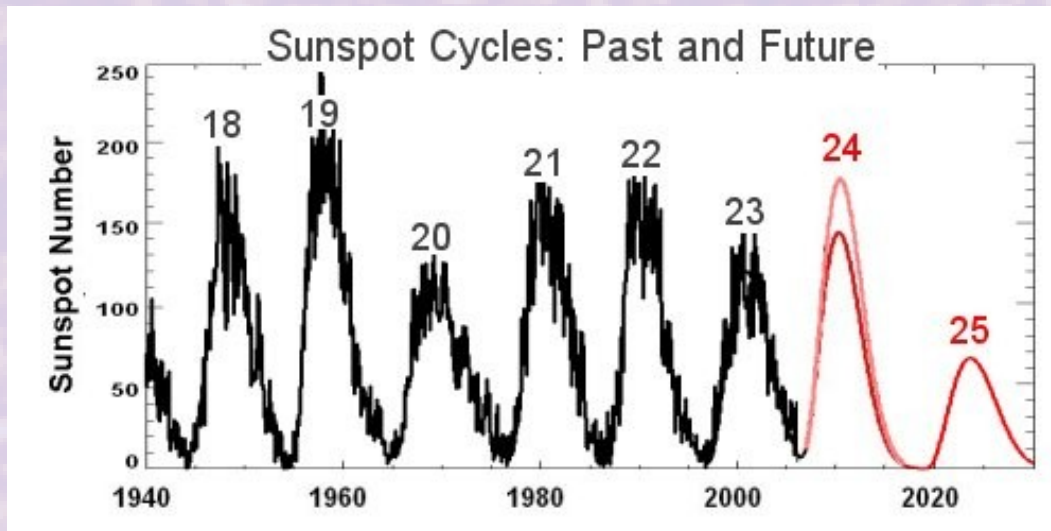
$$k_* = k_1/k_0$$

k_1 a k_0 jsou škály popisující turbulenci, q popisuje konvektivní spektrum ($q=5/3$ pro Kolmogorovskou konvekci, $q=3/2$ odpovídá interakci Alfénovských vln)

Modifikované $\alpha\Omega$ dynamo: Kitiashvili (2008)



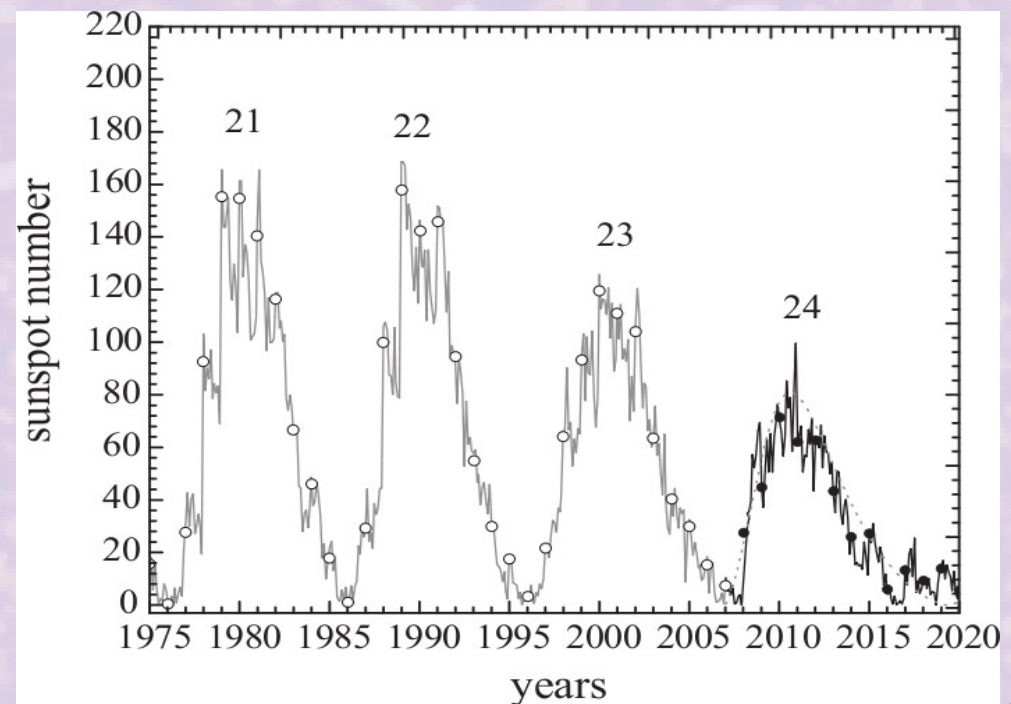
Prediktivní schopnost dynam



Předpověď cyklu č. 24

↑ kalibrované flux
transport dynamo

kalibrované
hydrodynamické dynamo



Jak daleko jsme od „standardního modelu dynama“?

- Není „standardní model“, je „standardní představa“
- Různé přístupy, různé výsledky
- Chybí plně 3-D model (zatím nejlépe 2,5-D)
- Asimilace dat
 - Metoda z meteorologie
 - Výpočty probíhají s určením chyby, chyby se zpřesňují jak přicházejí nová data – není nutné vždy s příchodem nové měřené hodnoty přepočítat celý model
- Mnohé vstupní parametry jsou určeny s takovou nejistotou, že je téměř nelze použít
- Výzkum dynama považován za kontroverzní