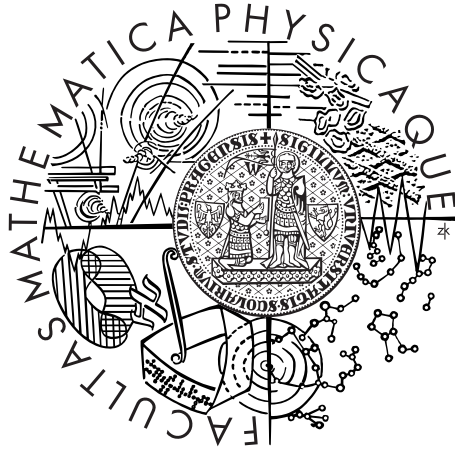


UNIVERZITA KARLOVA



ASTRONOMICKÝ ÚSTAV

# **Slnčná fyzika**

POZNÁMKY

18. júna 2021

# Obsah

<b>1</b>	<b>SLNKO AKO HVIEZDA</b>	<b>4</b>
1.1	SLNKO V MINULOSTI	4
1.2	HL'ADANIE ENERGIE PRE SLNKO	4
1.3	SLNKO AKO HVIEZDA	5
1.4	VNÚTORNÁ ŠTRUKTÚRA SLNKA	5
1.5	SLNEČNÉ POZOROVANIE	6
1.6	SLNEČNÁ AKTIVITA	6
1.7	HVIEZDNA AKTIVITA	6
1.8	SLNEČNÉ ŠKVRNY	6
1.9	HVIEZDNE ŠKVRNY	7
1.10	KORÓNA	7
1.11	SLNEČNÉ ERUPCIE	7
1.12	HELIOSEIZMOLÓGIA	8
1.13	ASTEROSEIZMOLÓGIA	8
<b>2</b>	<b>VNÚTORNÁ ŠTRUKTÚRA A VÝVOJ SLNKA</b>	<b>8</b>
2.1	SLNKO: NAŠA NAJBLIŽŠIA HVIEZDA	8
2.1.1	GAMOV PEAK	8
2.2	ROVNICE VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRY	10
2.2.1	ODHADY Z ROVNÍC VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRY	10
2.3	NEŠTANDARDNÉ MODELY	11
2.3.1	LOW Z MODEL	11
2.3.2	RÝCHLO ROTUJÚCE JADRO	11
2.3.3	VNÚTORNÉ MAGNETICKÉ POLE	11
2.3.4	VNÚTORNÉ MIEŠANIE	11
2.3.5	WIMPY GRAVITAČNE VIAZANÉ V JADRE	11
2.4	MODEL S	11
2.5	VÝVOJ SLNKA	13
2.5.1	ZRODENIE SLNKA	13
2.5.2	PROTOHVIEZDA	13
2.5.3	SLNEČNÁ PUBERTA = HVIEZDA TYPU T TAURI	14
2.5.4	SLNKO PRED HLAVNOU POSTUPNOSŤOU	14
2.5.5	DOSPELOSŤ SLNKA: PRÁVE TERAZ = HLAVNÁ POSTUPNOSŤ	14
2.5.6	PREDDÔCHODOK S OBEZITOU = ČERVENÝ OBOR	14
2.5.7	DÔCHODKOVÉ KRČE = ASYMPTOTICKÁ VETVA OBROV	14
2.5.8	ROZŽHAVENÝ DÔCHODCA = BIELY TRPASLÍK	15
2.6	AKO OVERIŤ SPRÁVNOSŤ MODELU?	16
<b>3</b>	<b>KONVEKCIA V SLNKU</b>	<b>16</b>
3.1	VZNIK KONVEKCIE NA SLNKU	16
3.1.1	MIXING - LENGTH THEORY	17
3.1.2	KONVEKCIA SO ŽIARIVÝMI STRATAMI	18
3.2	SUPERADIABATICKÁ ZÓNA	19
3.3	PODPOVRCHOVÉ VRSTVY	20
3.4	FOTOSFÉRICKÉ KONVEKTÍVNE SPEKTRUM	20
3.4.1	KONVEKTÍVNE ŠKÁLY	21
3.5	GRANULÁCIA	21
3.6	SUPERGRANULÁCIA	21
3.7	OBRIE BUNKY	22
3.8	ALTERNATÍVNE MODELY KONVEKECIE	22

3.8.1	SKETCH KONVEKCIA	22
<b>4</b>	<b>ATMOSFÉRA</b>	<b>23</b>
4.1	TRI VRSTVY	23
4.1.1	FOTOSFÉRA	23
4.1.2	CHROMOSFÉRA	25
4.1.3	PRECHODOVÁ VRSTVA	25
4.2	ŠTANDARDNÝ MODEL ATMOSFÉRY	25
4.3	PRETUBERANCIE	26
4.3.1	ROVNOVÁHA V PROTUBERANCI	26
4.4	FILAMENTY	27
4.5	CHROMOSFÉRIKÉ ŠTRUKTÚRY	27
4.6	SPIKULE	28
4.7	PREVIAZANÁ ATMOSFÉRA	28
<b>5</b>	<b>ROTÁCIA</b>	<b>29</b>
5.1	SLNEČNÉ ROTÁCIE	29
5.1.1	EFEKTY ROTÁCIE NA VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRE	30
5.2	VÝVOJ ROTÁCIE	31
5.2.1	TORZNÉ OSCILÁCIE	31
5.3	MERIDIONÁLNA CIRKULÁCIA	32
5.3.1	MECHANIZMUS DIFERENCIÁLNEJ ROTÁCIE	32
5.4	ROSSBYHO VLNY	33
5.5	SÚRADNICE	33
<b>6</b>	<b>OSCILÁCIE</b>	<b>34</b>
6.1	OSCILÁCIE	34
6.2	VÝKONNÉ SPEKTRUM = POWER-SPEKTRUM	34
6.3	SFÉRIKÉ HARMONIKY	35
6.3.1	TEORÉMY DISKRÉTNEJ FOURIEROVEJ TRANSFORMÁCIE DFT	35
6.3.2	ZÁKLADNÝ MOD	35
6.3.3	LINEÁRNE ADIABATICKÉ OSCILÁCIE NEROTUJÚCEHO SLNKA	36
6.4	VEĽKÁ A MALÁ SEPARÁCIA	45
6.5	ROTAČNÉ ROZŠTIEPENIE	46
6.6	FREKVENCIA VO VNÚTRI	46
<b>7</b>	<b>HELIOSEIZMOLÓGIA</b>	<b>47</b>
7.1	DUVALLOV ZÁKON	47
7.2	INVERZNÉ ÚLOHY	48
7.3	RING-DIAGRAM LOKÁLNA HELIOSEIZMOLÓGIA	51
7.4	TIME-DISTANCE	52
7.5	HELIOSEIZMICKÁ HOLOGRAFIA	53
7.6	POD ŠKVRNOU	53
<b>8</b>	<b>SLNEČNÝ MAGNETIZMUS</b>	<b>54</b>
8.1	SLNEČNÝ CYKLUS	54
8.1.1	HOMOPOLÁRNE DYNAMO	54
8.1.2	HLAVNÉ PREJAVY CYKLU	54
8.1.3	JOYOV ZÁKON	55
8.2	DYNAMO	55
8.2.1	BABCOCKOVE DYNAMO	56
8.2.2	BABCOCKOVO-LEIGHTONOVO DYNAMO	56

8.2.3	MEAN - FIELD THEORY . . . . .	57
8.3	PREČO 11 ROKOV? . . . . .	58
8.4	MAGNETICKÉ POLE NA SLNKU . . . . .	58
8.4.1	POZOROVACIE DŮKAZY MAGNETICKÝCH TRUBÍC . . . . .	58
8.5	SLNEČNÉ ŠKVRNY . . . . .	59
8.5.1	MCINTOSHOVA KLASIFIKÁCIA SLNEČNÝCH ŠKVRN . . . . .	59
8.5.2	MORFOLOGICKÁ KLASIFIKÁCIA AKTÍVNYCH OBLASTÍ . . . . .	59
8.5.3	VEL'KOROZMEROVÁ ŠTRUKTÚRA . . . . .	59
8.5.4	FORMÁCIA ŠKVRN . . . . .	60
8.5.5	JEMNÁ ŠTRUKTÚRA . . . . .	62
8.5.6	MODELÝ SLNEČNÝCH ŠKVRN . . . . .	63
<b>9</b>	<b>ERUPCIE</b>	<b>63</b>
9.1	ENERGETCKÉ JAVY NA SLNKU . . . . .	63
9.2	KLASIFIKÁCIA ERUPCIÍ . . . . .	63
9.3	DISIPÁCIA MAGNETICKÝCH POLÍ . . . . .	64
9.3.1	ČASOVÉ ŠKÁLY . . . . .	64
9.3.2	EXPLOZÍVNA DISIPÁCIA . . . . .	65
9.4	VZNIK ERUPCIE . . . . .	66
9.4.1	ŠTANDARDNÝ MODEL SLNEČNEJ ERUPCIE . . . . .	66
9.4.2	FÁZE ERUPCIE . . . . .	67
9.4.3	NEUPERTOV EFEKT . . . . .	67
9.4.4	PROBLÉMY ŠTANDARDNÉHO MODELU . . . . .	68
<b>10</b>	<b>KORÓNA, SLNEČNÝ VIETOR</b>	<b>68</b>
10.1	PRECHODOVÁ OBLASŤ . . . . .	68
10.2	KORÓNA . . . . .	68
10.2.1	ZLOŽKY KORÓNY . . . . .	69
10.2.2	EMPIRICKÝ PROFIL INTENZITY . . . . .	69
10.2.3	KORÓNA V MINIMU / MAXIMU . . . . .	70
10.2.4	EMISNÉ ČIARY . . . . .	71
10.2.5	KORONÁLNY OHREV . . . . .	72
10.3	SLNEČNÝ VIETOR . . . . .	73
10.3.1	TYPY SLNEČNÉHO VETRA . . . . .	73
10.3.2	HELIOSFÉRA . . . . .	73
10.3.3	PRÚDOVÁ VRSTVA . . . . .	74
<b>11</b>	<b>KOZMICKÉ POČASIE, PREDPOVEĎ AKTIVITY</b>	<b>74</b>
11.1	KOZMICKÉ POČASIE . . . . .	74
11.2	SCENÁRE ERUPTÍVNYCH UDALOSTÍ . . . . .	75
11.3	POLÁRNA ŽIARA . . . . .	75
11.4	DOPADY AKTIVITY NA ZEM . . . . .	75
11.5	SLNEČNÁ AKTIVITA . . . . .	76
11.6	METÓDY PREDPOVEDÍ AKTIVITY . . . . .	76



# 1 SLNKO AKO HVIEZDA

## 1.1 SLNKO V MINULOSTI

Ako je už známe, tak v rôznych krajinách v staroveku malo Slnko rôzne pomenovania, ale vo všetkých to znamenalo iba jedno "boh" (napr. Ra / Re, Apolón, Khors, Radegast, Sunna, Dadžbóg, Surya Deva). Dokonca Inkovia a Aztékovia mali celú mytológiu zasvätenú Slnku.

Zachytíme niektoré udalosti z histórie. V Číne v roku 2134 BC ľudia verili, že počas zatmenia Slnka ho požiara nejaká veľká bytosť ako drak a musia ho vyplašiť, aby ho nezjedol a tak počas zatmenia robili veľký hluk. Ďalšou zaujímavosťou je, že pravdepodobne v roku 1111 BC číňania videli bielu erupciu, toto je zachytené v jednej starej knihe. 300 rokov neskôr sa v Číne pozorovali aj slnečné škvrny a bolo to zapísané v kronikách. V ďalších storočiach sa ľudia snažili popísať Slnko. Napr. Anaxagoras (500 - 428 BC) popísal Slnko ako horiacu kovovú guľu väčšiu než Peloponézia a kvôli tomuto výroku bol uväznený. Eratosténés (276 - 194 BC) našiel spôsob ako určiť vzdialenosť Zeme od Slnka a spravil to správne. Aristarchus (310 - 230 BC) sa považuje za zakladateľa heliocentrického systému.

Keď sa posunieme do modernejšej doby, tak stojí za zmienku kresba slnečnej škvrny v Anglicku (r. 1128) alebo spozorovanie protuberancii v Rusku (r. 1185). Za začiatok astronómie ako ju poznáme dnes by sme mohli považovať 17. st. kedy Giordano Bruno preniesol svoju myšlienku o tom, že iné hviezdy sú rôzne vzdialené od Slnka a majú iné vlastnosti, ale sú podobné Slnku. Za tieto myšlienky bol Giordano Bruno upálený. Pár rokov na to nasledovali teleskopické pozorovania slnečných škvŕn (Galileo, Scheiner, Fabricius), bolo to prvé vedecké pozorovanie Slnka (r. 1609 / 1610). V roku 1715 bola zaznamenaná prvá kresba slnečnej koróny a v roku 1800 W. Herschel objavil infračervené žiarenie od Slnka a to môžeme považovať za počiatok slnečnej spektroskopie. V roku 1851 bol objavený 11 ročný slnečný cyklus Schwabem, pretože pozoroval Slnko asi 20 rokov a aj to nahrával. A z týchto nahrávok zistil, že existuje slnečný cyklus. V roku 1859 Carrington pozoroval bielu erupciu. Rok na to bola počas úplného zatmenia uvidená CME (= coronal mass ejection = výron koronálnej hmoty). V roku 1892 začalo štúdium solárnej spektroskopie pomocou spektroheliografu Haleom a v roku 1908 zistil, že slnečné škvrny sú magnetické. A v 50. rokoch bol objavený slnečný vietor Biermannom, Chapmanom a Parkerom.

## 1.2 HLADANIE ENERGIE PRE SLNKO

Keďže zo Slnka ide radiácia, tak jej zdroj niekde musí byť. Počas rokov sa zistilo, že zdroj ide zvnútra a nie z povrchu Slnka, to nám hovorí aj rovnováha síl. Prvá vec čo je známa, tak je to, že Slnko horí z chemických reakcií a ak by to bol prípad zdroja, tak by Slnko horelo len 20 000 rokov čo vieme, že je nemožné, keďže Zem je staršia. Ďalší mechanizmus, ktorý by to mohol ovplyvňovať je Kelvin - Helmholtzova kontrakcia (vznik tepelnej energie u planét a hviezd ich stálym gravitačným zmršťovaním) čo by udržalo žiarivosť Slnka asi 20 mil. rokov čo je tiež málo. Podobný príspevok mal aj Lockyer v roku 1890, potenciálna energia padajúcich komét by pokryla energetickú potrebu, ale počet komét nie je taký veľký a zistilo sa, že hmotnosť Slnka by sa zväčšovala a to by zmenilo planetárne dráhy čo nebolo pozorované.

V roku 1904 Rutherford povedal, že vnútorným zdrojom by mohol byť rozpad rádioaktívnych prvkov, ale v Slnku by museli byť skryté veľmi hmotné prvky. Pár rokov na to Eddington (r. 1920) prišiel zo správnym riešením, teda termonukleárnou reakciou (proces, pri ktorom dochádza ku zlúčeniu atómových jadier vodíka za pomoci vysokej teploty, tlaku a následnému vzniku hélia), jediným problémom bolo, že v spektrálnych čiarach neboli pozorované silné čiary vodíka, silnejšie čiary boli čiary kovov. Až Cecilia Payne v r. 1925 analyzovala spektroskopické pozorovania a zo Sahovej rovnice vypočítala, že Slnko by sa malo skladať prevažne z vodíka čo podporuje teóriu termonukleárnej reakcie. V r. 1930 Chandrasekhar, Bethe vypočítali dataily termojadrového zlučovania. A v roku 1957 Burbidge zistil, že ťažšie prvky vznikajú vo hviezdach.

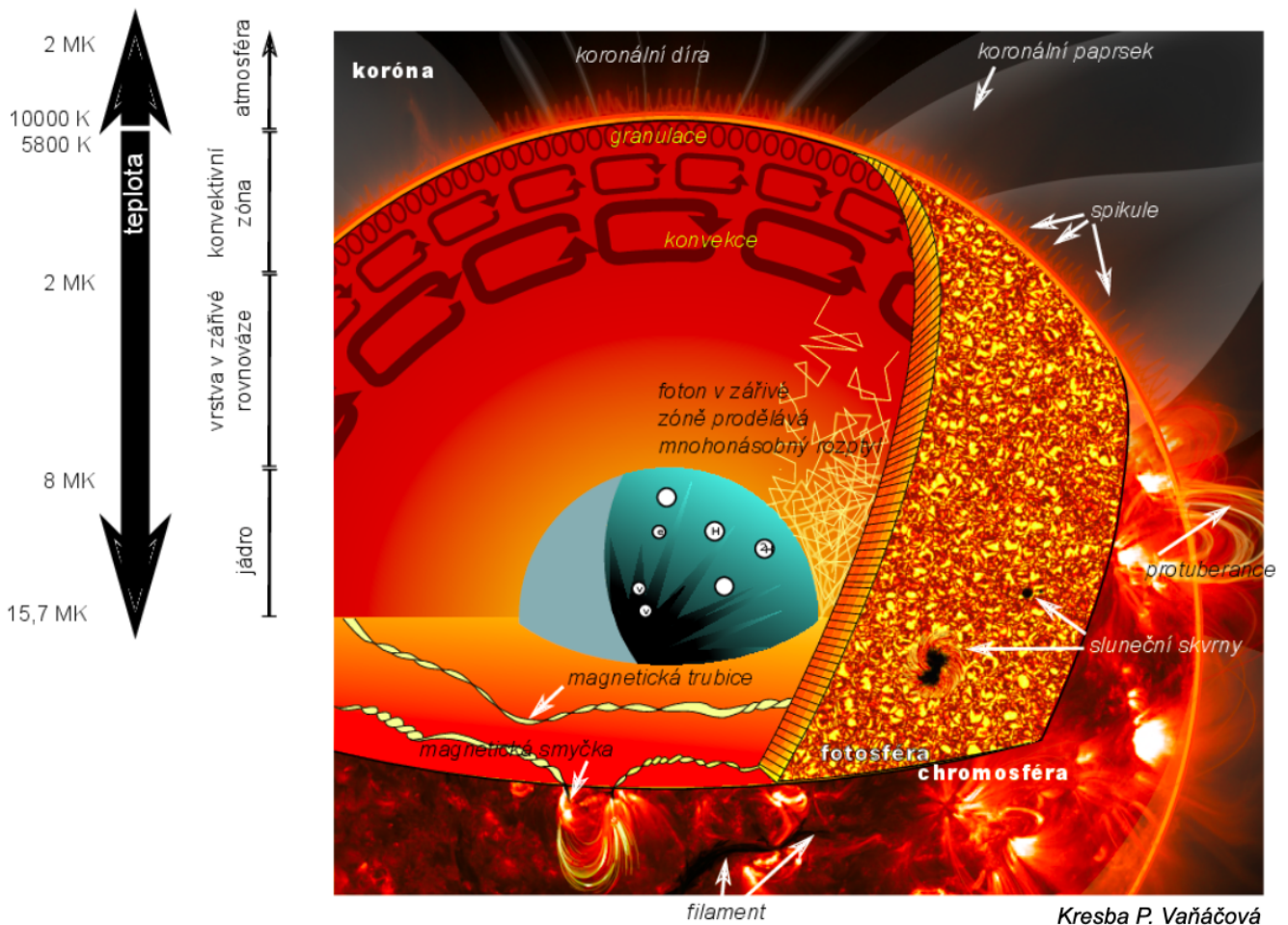
### 1.3 SLNKO AKO HVIEZDA

Slnko v HR diagrame sa nachádza v spektrálnej triede G2 na hlavnej postupnosti. Odhadovaný vek Slnka je 4,5 mld rokov čo ešte nie je ani v polovici svojho veku, preto môžeme tvrdiť, že je v "najlepších rokoch". Ešte 6,4 mld rokov sa bude nachádzať na hlavnej postupnosti, potom sa posunie ku červeným obrom, následne na asymptotickú postupnosť a za približne 8 mld rokov sa z neho stane biely trpaslík.

Hmotnosť	$M$	$1,98 \times 10^{30}$ kg
Polomer	$R$	695980 km
Svietivosť	$L$	$3,84 \times 10^{26}$ W
Abundancia vodíka	$X$	0,71
Abundancia hélia	$Y$	0,27
Metalicita	$Z$	0,02
Efektívna teplota	$T_{eff}$	5770 K
Stredná hustota	$\rho$	$1400 \text{ kg m}^{-3}$
Gravitačné zrýchlenie	$g$	$27,4 \text{ m s}^{-2}$
Úniková rýchlosť	$v$	$6,17 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

Tabuľka 1: Fundamentálne parametre Slnka

### 1.4 VNÚTORNÁ ŠTRUKTÚRA SLNKA



Obr. 1: Vnútoraná štruktúra Slnka

Slnko sa skladá z jadra, vrstvy v žiarivej rovnováhe, konvektívnej zóny a atmosféry. Jadro sa nachádza v strede Slnka a prebiehajú v ňom termojadrové reakcie, má až 16 mil. °C. V radiačnej zóne je vysoko

ionizovaný veľmi hustý plyn a v ktorej žiarenie z jadra je prenášané difúziou smerom ku povrchu (dochádza tu k rozptylu žiarenia plynovými jadrami, kým sa dostane častica ďalej tak stratí nejakú energiu, doba kým sa dostane cez túto vrstvu môže byť aj 10 mil. rokov). Potom sa dostaneme do konvektívnej zóny, kde transport energie nie je možný difúziou, pretože je tu plyn menej ionizovaný a tak dokáže pohltiť viac fotónov z radiačnej zóny. Žiarenie je pod povrchom ochladzované. Atmosféra sa skladá z fotosféry (vytvára plynný, takmer nepriehľadný povrch Slnka), chromosféry (polopriehľadná vrstva plynov pozorovateľná iba pri použití špeciálneho filtra alebo počas zatmenia) a koróny (vonkajšia atmosféra Slnka, mení tvar s výtriskami plynu, je viditeľná iba pomocou koronografu alebo počas úplného zatmenia). Slnko stráca hmotnosť žiarením  $L_0/c^2 \sim 4 \times 10^9$  kg/s, vetrom  $\sim 10^9$  kg/s.

## 1.5 SLNEČNÉ POZOROVANIE

V dnešnej dobe nie sme limitovaný iba bielym svetlom, ale máme rôzne možnosti. V bielom svetle máme vytvorené kresby (z minulých storočí), fotografie aj v iných spektrálnych režimoch. Vieme pozorovať pekné spektrálne čiary kvôli žiareniu, ktoré prichádza zo Slnka a keďže je ho veľa, tak je to aj vo vysokom rozlíšení. Pre Slnko platí, že **1 arcsec = 725 km**.

Spektrálnymi pozorovaniami myslíme to, že môžeme pozorovať Slnko vo všetkých spektrách. Rutinné pozorovania sú dostupné. Máme aj iné špeciálne pozorovania, napr. pomocou magnetogramu (obrazové znázornenie priestorových zmien v sile slnečného magnetického poľa), dopplerogramu (obraz povrchu Slnka, v ktorom každému bodu odpovedá určitá radiálna rýchlosť, dá sa určiť dopplerov posuv). Všetko môže byť dané s priestorovým aj časovým rozlíšením.

## 1.6 SLNEČNÁ AKTIVITA

Slnečná aktivita je komplex dynamických javov, ktoré sa v obmedzenom čase a priestore vyskytujú na slnečnom povrchu. Prejavuje sa zmenami magnetického poľa v atmosfére Slnka (slnečné škvrny, protuberancie, erupcie, CME a plazmové oblaky). Na Slnku sú zmeny jasnosti celkovo cca 0,1%, omnoho väčšie sú v UV, X-ray alebo rádiovnej oblasti. Z toho plynie, že Slnko je premenná hviezda. Slnečná aktivita kolíše s periódou okolo 11 rokov.

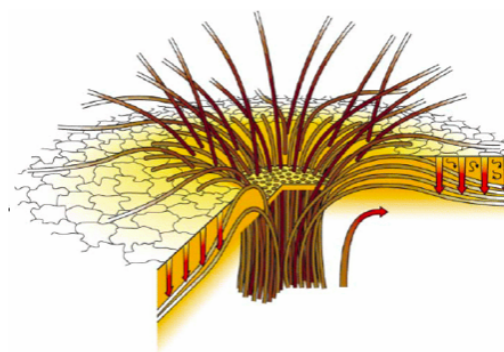
## 1.7 HVIEZDNA AKTIVITA

Slnečnú aktivitu by sme vedeli rozlíšiť aj keby nebolo pozorovateľné v takých rozmeroch ako ho vidíme. Boli by sme schopní určiť z vápnikovej emisie magnetické pole, z H $\alpha$  emisie chromosféry, z UV a RTG emisie (horúca plazma) korónu a z RTG zábleskov erupcie.

## 1.8 SLNEČNÉ ŠKVRNY

Slnečné škvrny sú tmavé miesta na solárnej fotosfére. Tmavé miesta sú kvôli tomu, že sú chladné a chladné sú kvôli magnetickému poľu v okolí. Teplotný gradient spôsobuje kontrast v žiarení. Vznikajú v miestach fotosféry, kde je znížená lokálna intenzita magnetického poľa, ktoré potláča konvekciu. Slnečné škvrny sú rôznej veľkosti a čím väčšia slnečná škvrna, tým je životnosť dlhšia.

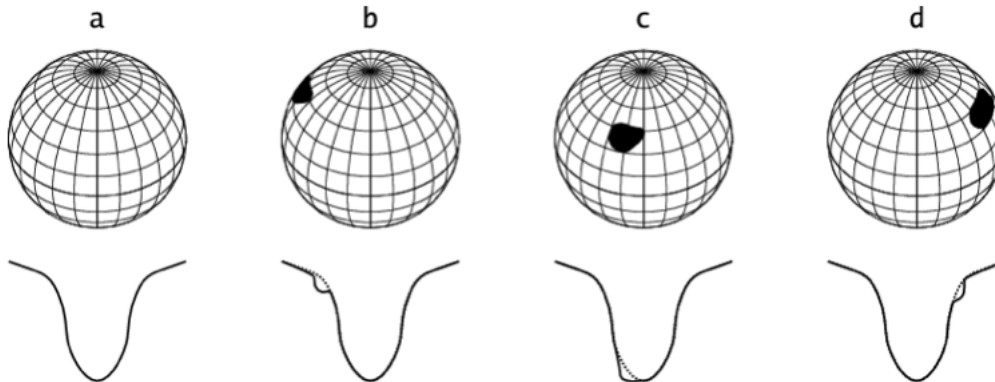
Slnečná škvrna sa vytvára na mieste, kde sa magnetické pole vynorí do fotosféry, pokiaľ sa pole skloní viac ako o 45°, tak formuje penumbra. Formuje sa kvôli toku tepla z vnútra. z existencie Lorentzovej sily. Z toho vyplýva, že radiácia umožňuje ochladzovanie efektívnejšie. Komplikované pole formuje komplikovanú skupinu škvŕn.



Obr. 2: Znázornenie prierezu slnečnej škvŕny

## 1.9 HVIEZDNE ŠKVRNY

Ak je škvrna na povrchu hviezdy, tak to zapríčiňuje zmenu spektrálnej čiary čo pozorujeme dopplerovskou tomografiou. Inverzná metóda je, že z meraných profilov sa dá odvodiť tvar a teplota škvŕn, ktoré by tieto profily vyvolali. Vtedy je potrebná rýchla vysokodisperzná spektroskopcia po dlhú dobu na rýchlo rotujúce hviezdy. V spektre vidno výchylku, keď sa tam nachádza hviezdna škvrna. Pozorovanie hviezdnych škvŕn pomôže lepšiemu pochopeniu slnečných škvŕn.



Obr. 3: Pozorovanie hviezdnych škvŕn pomocou svetelných kriviek

## 1.10 KORÓNA

Koróna môže byť pozorovaná pri úplnom zatmení Slnka. Najviac viditeľná je v UV a RTG oblasti. V okolí "mesiaca" pri zatmení Slnka je tá svetlá oblasť fotosféra. Koróna má zhruba 2 MK a jej možnosti ohrevu sú pomocou rozptylu zvukových vln spôsobených konvekciou, disipáciou MHD vln, erupciou alebo Joulovým teplom z prúdov pozdĺž magnetických slučiek.

Hviezdna koróna je riedka, horúca a ionizovaná. U horúcich hviezd vzniká tlakom žiarenia a u chladných je za vznikom silné magnetické pole vypínajúce sa nad fotosférou. Dá sa merať mimo zemskú atmosféru.

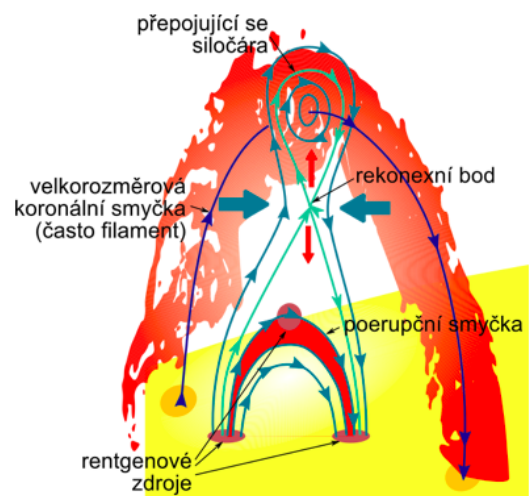
## 1.11 SLNEČNÉ ERUPCIE

Erupcia vzniká ako reakcia slnečnej atmosféry na náhly, rýchly proces vyžiarovania energie, ktorá je pravdepodobne magnetického pôvodu. Táto energia spôsobí v určitom mieste slnečnej atmosféry časovo obmedzené prehriatie a následné urýchlenie elektrónov, protónov a ťažších iónov na rýchlosti blízke rýchlosti svetla.

Slnečné erupcie sú dôsledkom rekonexie magnetického poľa. Erupcia začína v koróne a časticové zväzky sa šíria dole (chromosférická erupcia → biela erupcia) a od Slnka (CME, plazmový oblak).

Klasifikácia sa tvorí podľa toku žiarenia v úzkom RTG páse - A, b, C, M, X logaritmicky.

Na iných hviezdach môžeme pozorovať supererupcie. Pri chladných spektrálnych typoch sú erupcie relatívne bežné aj omnoho silnejšie než bežné slnečné.



Obr. 4: Znáročenie slnečnej erupcie

## 1.12 HELIOSEIZMOLÓGIA

Helioseizmológia študuje vnútro Slnka (štruktúru, podpovrchové toky, dianie na odvrátenej strane) na základe pozorovania a analýzy oscilácií na jej povrchu. Ide tam o sledovanie hydrodynamických vln, teda inverzia pozorovania informácie o poruchách, ktoré ovplyvňujú šírenie týchto vln.

## 1.13 ASTEROSEIZMOLÓGIA

Asteroseizmológia študuje vnútornú štruktúru pulzujúcich hviezd pomocou analýzy ich frekvenčného spektra. Je to obdoba helioseizmológie, ale je to iba globálne.

# 2 VNÚTORNÁ ŠTRUKTÚRA A VÝVOJ SLNKA

## 2.1 SLNKO: NAŠA NAJBLIŽŠIA HVIEZDA

Slnko má tri vrstvy: jadro, vrstvu žiarivej rovnováhy, konvekčnú zónu. V jadre prebiehajú termonukleárne reakcie, hlavne cez p-p reťaz. 88% solárnej energie sa mení na žiarenie. Asi 2% sú tvorené CNO cyklom. Radiačná zóna, je oblasť kde sa energia transformuje pomocou difúzie (rozptyl žiarenia na časticách plynu, často sú to protóny, zmeniť sa môže smer fotónu, ale aj ich počet = z jedného fotónu z jadra môže prísť viac fotónov k ďalšej vrstve). V konvekčnej zóne sa opacita zväčšuje (dominovaná elementami iron group a tieto prvky rekombinujú a tak zväčšujú opacitu). Žiarenie sa transformuje pomocou hmoty a nachádza sa tam turbulentná kaskáda. A potom je atmosféra.

### 2.1.1 GAMOV PEAK

Jeden z aspektov tvorby energie v jadre je, že účinnosť p - p cyklu je veľmi zvláštna. Prípady p - p chain by v jadre nemal byť vykonávaný, pretože 2 protóny sa musia stretnúť. Keď sa pozrieme na typickú kinetickú energiu týchto častíc, tak je väčšia než typická odpudivá energia. Ale vďaka tunelovému javu niektoré protóny môžu ísť cez "tunel", teda prejsť cez potenciálnu bariéru a teda p - p chain je možné vytvoriť. Aj napriek tomu, že reakcie sú malé, tak p - p reagujú.

Tempo reakcií na jednotku hmotnosti je:

$$r_{\alpha\beta} \propto n_{\alpha}n_{\beta} \langle \sigma v \rangle, \quad (1)$$

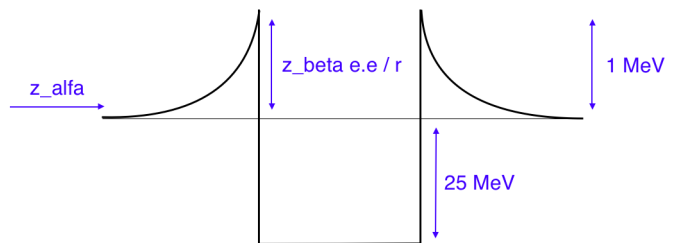
kde  $n$  je časticová hustota,  $\langle \sigma v \rangle = \int \sigma v \frac{dn}{n}$ , pričom  $\frac{dn}{n}$  je relatívny počet častíc v intervale  $[E, E + dE]$ . Tok častíc je úmerný ( $n_{\alpha}v$ ) na častice  $\beta$  s účinným prierezom interakcie  $\sigma$ . Nepredpokladáme, že účinný prierez je závislý na rýchlosti, ale v skutočnosti by mohol byť.

$\frac{dn}{n}$  poznáme z rozdelenia, pokiaľ predpokladáme Maxwell - Boltzmanovo rozdelenie, tak platí:

$$\frac{dn}{n} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{kT^{3/2}} \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) E^{1/2} dE, \quad (2)$$

potom

$$r_{\alpha\beta} \propto \int \sigma v e^{\frac{-E}{kT}} E^{1/2} dE \propto \left| E = \frac{1}{2} m v^2 \right| \propto \int \sigma E^{1/2} e^{\frac{-E}{kT}} E^{1/2} = \int \sigma E e^{\frac{-E}{kT}} dE. \quad (3)$$





Účinný prierez vieme odhadnúť z de Brogliho vlnovej dĺžky ( $\lambda_p = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$ ) a to korigujeme na tunelový jav.  $\sigma \propto \lambda_p^2$  krát pravdepodobnosť tunelového javu  $\propto \exp(\frac{E_e}{E})$ , kde  $E_e = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\lambda_p}$  je elektrická energia, potom:

$$\sigma \sim \lambda_p^2 e^{-\frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\lambda_p E}} \sim \frac{h^2}{2mE} e^{-\frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{h} \sqrt{\frac{2m}{E}}} \sim \frac{1}{E} e^{-\frac{e^2}{E}}. \quad (4)$$

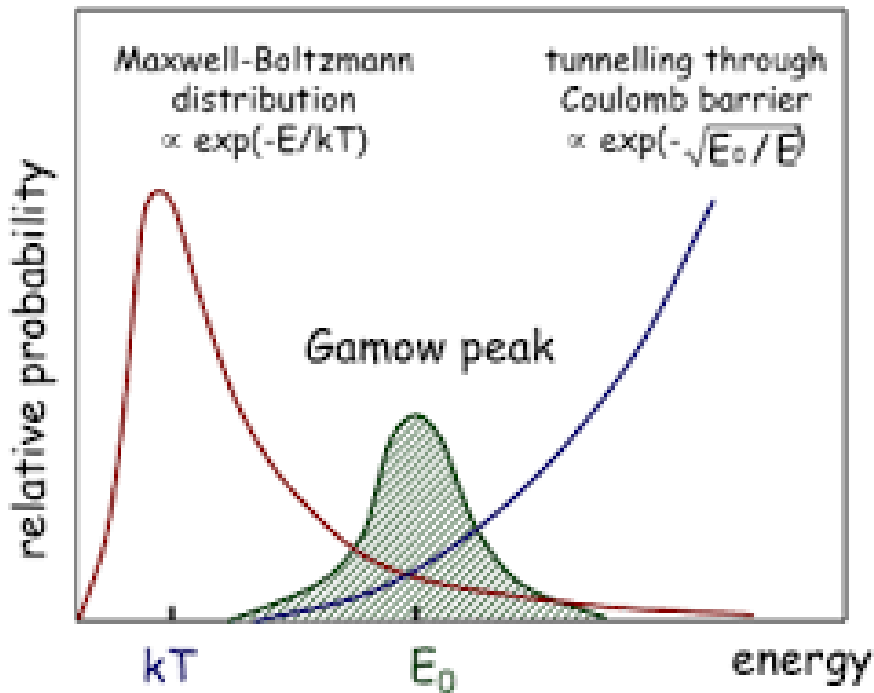
Definujme si  $b = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2 \sqrt{2m}}{h}$ , tak potom reakčné tempo je:

$$r \propto \int e^{-\frac{E}{kT} - \frac{b}{E^{1/2}}} dE \quad (5)$$

$\frac{dr}{dE}$  je funkcia efektivity reakcií v závislosti na energii. Maximum tejto funkcie (lokácia Gamovho peaku) je:

$$\frac{d}{dE} \left( \frac{dr}{dE} \right) = 0 = e^{\frac{E_{max}}{kT} - \frac{b}{E_{max}^{1/2}}} \cdot \left( -\frac{1}{kT} + \frac{1}{2} b E_{max}^{-3/2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{2}{kTb} = E_{max}^{-3/2} \Rightarrow E_{max} \propto \left( \frac{bkT}{2} \right)^{2/3} \quad (7)$$



Obr. 5: Gamov peak

Odhadom vidíme, že peak je veľmi úzky, takže ostatná energia ku tomu príliš neprispieva. Integrant môže byť aproximovaný Gaussianom. Potom:

$$r \propto \frac{1}{T^{2/3}} e^{-\frac{a}{T^{1/3}}} \quad (8)$$

kde  $a = \frac{3(b/2)^{2/3}}{k^{1/3}}$  a  $\frac{1}{T^{3/2}}$  dostaneme z Maxwellovho rozdelenia a faktora z integrácie.

## 2.2 ROVNICE VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRY

Riešením rovníc vnútornej štruktúry získame 1D štruktúru ľubovoľnej hviezdy. Je to nutné riešiť numericky. Nasledujúce rovnice popisujú štandardný slnečný model.

Rovnica kontinuity vyjadrujúca zachovanie hmotnosti:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi\rho r^2 \quad (9)$$

Eulerova rovnica, rovnica hydrostatickej rovnováhy:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} \quad (10)$$

Rovnica prenosu energie:

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi\rho r^2(\varepsilon + \text{korelacia}) \quad (11)$$

Rovnica energie pre teplotu, má 2 rôzne formy pre radiačnú oblasť (žiarenie) a pre adiabatickú oblasť (konvekcia):

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dr} = \frac{-GmT\rho}{r^2P} \nabla & \leftarrow \nabla_{rad} = \frac{3\kappa PL}{16\pi ac GmT^4} \\ & \leftarrow \nabla_{ad} = \frac{\delta Gm}{c_p r^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Stavová rovnica pre ideálny plyn, pričom  $\mu$  je molárna hmotnosť, ktorá môže byť vypočítaná pomocou abundancií (X - pre vodík, Y - pre hélium, Z - metalicita):

$$P = \frac{\mathfrak{R}\rho T}{\mu}, \quad \mu = \frac{1}{2X + 3/4Y + 1/2Z} \quad (13)$$

Miera pre výrobu energie = energy production rate (energetická vyt'áženosť p - p reťazca:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 X^2 \rho T^4 \quad (14)$$

Kramerova aproximácia pre opacitu (zanedbáva napríklad tvorbu spektrálnych čiar:

$$\kappa = \kappa_0(X + 1)Z\rho T^{-3,5} \quad (15)$$

### 2.2.1 ODHADY Z ROVNÍC VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRY

Na to aby sme vypočítali teplotu v centre, tak predpokladáme hydrostatickú rovnováhu a stavovú rovnicu.

Vieme, že stredná hodnota hustoty  $\langle \rho \rangle \propto \frac{M_{sun}}{R_{sun}^3}$ , potom zmenu tlaku si určíme ako tlak na povrchu mínus tlak v centre a rovnako si určíme zmenu polohy, teda pre gradient tlaku platí:

$$\frac{dP}{dr} \sim \frac{0 - P}{R_{sun} - 0} \sim -\frac{GM_{sun} \langle \rho \rangle}{R_{sun} - 0^2} \sim -\frac{G M_{sun}^2}{R_{sun}^5}, \quad (16)$$

pričom pri druhej aproximácii sme použili rovnicu hydrostatickej rovnováhy. Tlak v centre si môžeme vyjadriť aj zo stavovej rovnice pre ideálny plyn:

$$P_c \sim \frac{\mathfrak{R} \langle \rho \rangle T_c}{\mu} \sim \frac{\mathfrak{R} M T_c}{\mu R_{sun}^3} \quad (17)$$

A keď dáme do rovnosti (16) a (17), tak pre teplotu v centre plynie (pre výpočet sme zvolili  $\mu = 0,6$ ):

$$T_c = \frac{P_c \mu R_{sun}^3}{\mathfrak{R} M_{sun}} \sim \frac{G M_{sun}^2}{R_{sun}^4} \frac{\mu R_{sun}^3}{\mathfrak{R} M_{sun}} \sim \frac{G M_{sun} \mu}{\mathfrak{R} R_{sun}} = 1,4 \times 10^7 K. \quad (18)$$

## 2.3 NEŠTANDARDNÉ MODELY

Neštandardné modely sú modely, ktoré sa podstatne odchyľili v nejakých oblastiach od štandardného modelu. Tieto modely boli vytvorené kvôli tomu, aby zmiernili, alebo zničili nezrovnalosti s neutrínovým problémom. Neutrínovým problémom myslíme nameranie trikrát menšieho množstva neutrín, než bolo predpovedaných. Neutrína vieme detekovať, keď zinteragujú s chlóróm, pretože tak vznikne argón, ktorý je detekovateľný. Nedetekujeme všetky vzniknuté neutrína kvôli ich osciláciám (behom cesty od Slnka ku nám sa menia na mionové, elektrónové a tauonové neutrína, ale v skutočnosti detekujeme iba elektrónové).

### 2.3.1 LOW Z MODEL

Ak sa znižuje metalicita  $Z$ , tak potom sa znižuje aj opacita  $\kappa$  (z rovnice (15)). Toto vedie ku menšiemu gradientu teploty podľa rovnice (12), a teda to vedie ku väčšiemu jadrú avšak aj ku menšej centrálnej teplote  $T_C$  a teda nižšej produkcii neutrín. Meraná povrchová metalicita ( $Z \sim 0,02$ ) je väčšia než centrálna ( $Z \sim 0,001$ ). Možné vysvetlenie tohto javu je, že povrchové vrstvy obsahujú prach, ktorý Slnko zachytilo pri priechode medzegalaktickým oblakom, kde veľké množstvo prachu bolo akreované. Tento model bol vylúčený spektrom slnečných oscilácií, pretože silne závisí na  $Z$ , pričom je to nekonzistentné s pozorovaniami.

### 2.3.2 RÝCHLO ROTUJÚCE JADRO

Odstredivá sila tiež vzdoruje gravitácii, teda je nutný menší žiarivý tlak (rovnica (10)) a potom je možná nižšia teplota. Na vysvetlenie neutrín je potrebné jadro, ktoré rotuje  $500\times$  rýchlejšie než povrch (muselo by takto vydržať dlho (skoro celú dobu života) a nescelo by sa propagovať na povrch, čo je u nášho Slnka vylúčené s pozorovanou hodnotou sploštenia).

### 2.3.3 VNÚTORNÉ MAGNETICKÉ POLE

Tlak magnetického poľa pracuje proti gravitácii, kde je opäť možná nižšia teplota. Nutná intenzita magnetického poľa cca  $10^9$  G (tlak mag. poľa by tvoril 10% tlaku plynu a tlaku žiarenia, čo je pomerne veľký podiel). Ohmická disipácia poľa by zničila pole behom niekoľko miliónov rokov, teda tak silné pole by v podmienkach slnečného plazmatu neprežilo dobu života Slnka.

### 2.3.4 VNÚTORNÉ MIEŠANIE

Miešanie v slnečnom jadre by nahradilo hélium akumulovaný pri centre vodíkom a to by znížilo molekulárnu hmotnosť  $\mu$ . A teda by to malo nižšiu teplotu (rovnica (13)), ktorá dáva rovnaký žiarivý tlak ( $P \sim \frac{T}{\mu}$ ) a to vedie ku zníženiu detekcie neutrín. Nezhoda s meraním oscilácií a navyše vyžaduje energiu, teda ťažké hélium musí byť transportované hore proti gravitačnej sile, čo by bolo náročné vysvetliť.

### 2.3.5 WIMPY GRAVITAČNE VIAZANÉ V JADRE

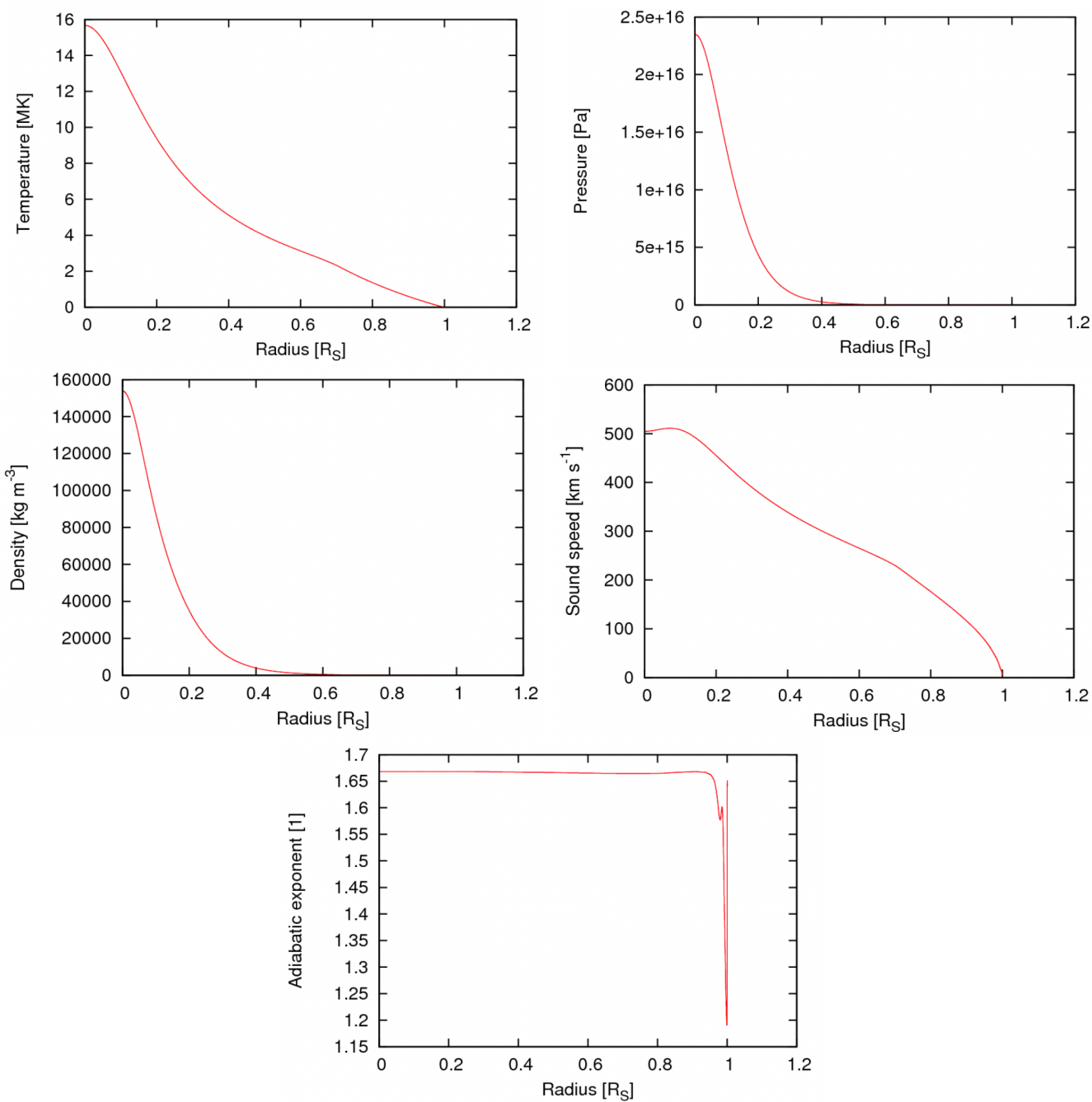
Častice temnej hmoty sú viazané v jadre a interagujú iba slabó (vd'aka malému účinnému prierezu ochladzujú jadro). Efektívne sa prenáša energia na dlhé vzdialenosti a znižuje sa gradient.

## 2.4 MODEL S

Numericky riešené rovnice vnútornej štruktúry nám dali riešenie, ktoré nazývame Model S. Je používaný v helioseizmológii. V nasledujúcich grafoch vidíme ako sa menia veličiny v závislosti na vzdialenosti od centra normovaného na jednotku.

Všetky veličiny sú v jadre vysoké a postupne klesajú, až na adiabatický exponent. Adiabatický exponent v jednom bode na povrchu prudko klesne a následne sa prudko zvýši. Tento skok sa deje kvôli výmene entropie konvekciou.





Obr. 6: Krivky modelu S

## 2.5 VÝVOJ SLNKA

Vývoj Slnka môžeme popísať pomocou HR diagramu, je to riešenie rovníc hviezdneho vývoja. Podľa obr. 7 môžeme vývoj popísať nasledovne:

**P-A** pred hlavnou postupnosťou (PMS), na konci Hayashiho línia

**A** hlavná postupnosť nulového veku (ZAMS)

**A-E** MS (11 Gy), **B** súčasné Slnko

**F-H** RGB (0,6 Gy) - vetva červených obrov

**H** héliový záblesk

**H-I** horenie hélia

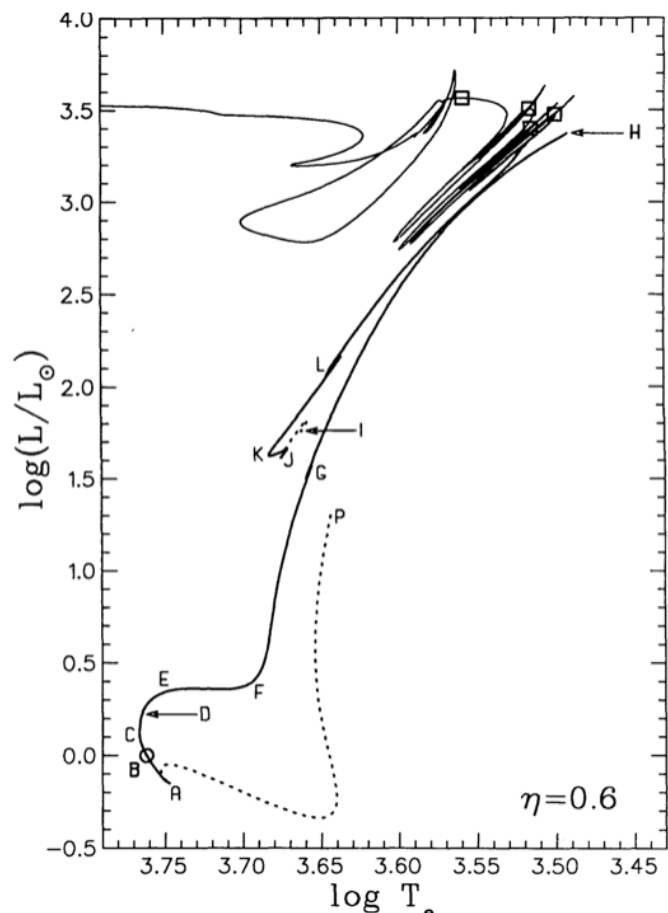
**I-J** pred horizontálnou vetvou červených obrov

**K-štvorčeky** AGB - asymptotická vetva obrov (0,1204 Gy)

**Štvorčeky** záblesky slupiek He na AGB

Slnko sa na konci vývoja dostane do oblasti bielych trpaslíkov.

Najlepší slnečný model sa počíta ako sled statických modelov medzi ktorými sa mení skokovo chemické zloženie. Evolúcia je veľmi pomalá, takže časový skok je zhruba milión rokov.



Obr. 7: HR diagram Slnka, Sackmann, I. J. (1993)

### 2.5.1 ZRODENIE SLNKA

Slnko sa rodí gravitačným kolapsom, ktorý môže byť samovolný alebo indukovaný, z obrieho oblaku prevažne plynu a prachu (parametre:  $M \sim 6 \times 10^5$  Slnk,  $R \sim 100$  ly,  $\rho \sim 100$  atómov/cm<sup>3</sup>).

Kolaps je hierarchický, teda kolabuje do fragmentov (fragment hmotnosti hviezdy = globula).

Počiatočná kontrakcia je veľmi rýchla, pokiaľ obsahuje prach ( $\sim 10000$  rokov). Potom sa trochu spomalí. Prach je veľmi dôležitý v tomto kolapse, pretože musí splňovať Viriálov teorém (počas kolapsu potenciálna energia je zmenená za kinetickú energiu, takže sa zvyšuje teplota a 1/2 tejto potenciálnej energie musí byť vymazaná zo systému, v našom prípade žiarením). A prach žiari v kontinuu, takže je to veľmi účinné pre ochladzovanie, viac než plyn.

Potom nastáva ustálenie rovnováhy a ďalší kolaps riadi prach (60 - 100 K), centrálna teplota rastie. Výsledná hustota je  $10^{-10}$  kg/m<sup>3</sup> čo je stamiliárd-krát viac než pôvodná.

### 2.5.2 PROTOHVIEZDA

Keď centrálna teplota prekročí hranicu 2000K, začne dochádzať ku rozpadu molekúl vodíka čo spotrebovávajú energiu (miesto vyžarovania) a pri dosiahnutí 3000K ionizuje, teda opäť spotrebovávajú energiu čo urýchľuje kolaps.

Centrálna hustota dosiahne  $10^{-5}$  kg/m<sup>3</sup> a vzniká dočasná hydrostatická rovnováha.

Nesymetria (dôsledok náhodných pohybov) spôsobí, že protohviezda začne rotovať a vznikne akrécia z disku, teda vytvorí sa disk miesto sféry. Takže kolaps je vytváraný akoby v disku a nie po celej sfére.

Pri prekročení centrálnej teploty 1 MK začne dochádzať ku prvým termojadrovým reakciám - reakcia deutéria, ale deutéria väčšinou nie je dost' a tak táto fáza trvá iba niekoľko miliónov rokov.

### 2.5.3 SLNEČNÁ PUBERTA = HVIEZDA TYPU T TAURI

Ďalej dochádza ku gravitačnému kolapsu. Chladné (2000-4000K) obrie hviezdy sú ohrievané gravitačnou kontrakciou. Stále je to úplne konvektívne a zatiaľ nedochádza ku jadernej fúzii žiadnych prvkov.

Sú obklopené akrečným diskom, rýchlo rotujú a majú silné magnetické polia prepojené s akrečným diskom. Spôsobuje to vznik obrých škvrn, supererupcie, silný hviezdny vietor. Sú úplne nepravidelné premenné hviezdy, je tam magnetická premennosť a zákryty zhušteninami v disku.

### 2.5.4 SLNKO PRED HLAVNOU POSTUPNOSŤOU

Skoro izotermálna kontrakcia (pri konšt. teplote) 10 Myr a veľký pokles luminozity. Potom nastáva pomalšie približovanie ku hlavnej postupnosti (20 Myr), luminozita rastie na dvojnásobok a efektívna teplota o 30%. Potom behom 20 Myr nastane ľahký pokles luminozity až ku minimu a nastane ZAMS (hlavná postupnosť nulového veku).

### 2.5.5 DOSPELOSŤ SLNKA: PRÁVE TERAZ = HLAVNÁ POSTUPNOSŤ

Slnko sa dostalo na Hlavnú postupnosť pre  $\sim 4,5$  mld rokmi a bude na nej ešte  $\sim 6,4$  mld rokov.

Vďaka termonukleárnej reakcii postupne rastie stredná molekulová hmotnosť v jadre a tak rastie tlak žiarenia, centrálna teplota a teda aj žiarivý výkon (zo 70% (než dnešná luminozita) na ZAMS na 221% na TAMS = terminal age mass sequence).

Za 3 mld rokov sa teplota dostane do maxima (5843 K, teda +64K). Za 4,8 mld rokov dôjde vodík v strede jadra (dnes je spálená asi polovica vodíka) a za 6,4 mld rokov jadro gravitačne skolabuje (dochádza ku elektrónovej degenerácii). Vodík bude horieť v hrubej slupke v okolí a v jadre bude hélium. Následne Slnko opustí MS a stane sa červeným obrom.

### 2.5.6 PREDDÔCHODOK S OBEZITOU = ČERVENÝ OBOR

Za 700 mil rokov expanzia pri konštantnej luminozite  $2,3 R_0$  (polomeru Slnka dnes), prechod ku červeným obrom (teplota klesne na 4900K).

Ako ďalej expanduje, tak rastie produkcia energie v jadre, pretože čím väčší povrch, tým väčšia strata energie a to musí byť doplnené z jadra. Konvektívna zóna klesá k jadrú, (prenáša H smerom ku vrstvám, kde horí) od jadra postupuje slupka jadrového horenia (stretnú sa za 7,6 mld rokov od teraz). To zrýchľuje expanziu až na  $166 R_0$  pri svietivosti  $2300 L_0$  za 7,68 mld rokov. Slnko ako červený obor bude celkovo trvať 600 mil rokov.

Keď centrálna teplota dosiahne  $10^8$  K (teplota pre zapálenie reakcie premeny He na C, O, atď.), vzplanie celé jadro = héliový záblesk ľahko mimo stred (stred ochladzovaný unikajúcimi neutrínami), v okamžiku záblesku produkcie energie v jadre  $10^{10} L_0$ .

### 2.5.7 DÔCHODKOVÉ KRČE = ASYMPTOTICKÁ VETVA OBROV

Héliový záblesk zníži svietivosť (vznikne rázová vlna, ktorá presunie He do vnútorných vrstiev, kde je nižšia teplota, teda nižšia produkcia energie), to spôsobí aj pokles tlaku žiarenia a Slnko dočasne splaskne.

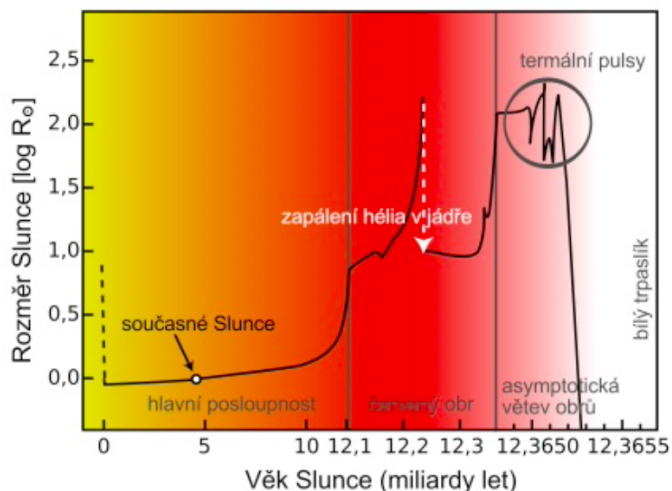
Vnútna štruktúra je slupková (v centre dochádza ku premene He na CNO, nad tým je vrstva s horiacim He, potom neaktívnym He, horiaci H a nad ním neaktívny H) a nastane opätovná expanzia. Horenie je 100 mil rokov stabilné, a potom sa vytvorí uhlíko - kyslíkové jadro a jadrové reakcie v dvoch slupkách.

Zapálenie neaktívneho He v zábleskoch spôsobuje opätovnú expanziu vonkajších vrstiev = termálne pulzy (400 rokov rozpínania, kedy sa zapáli He, potom 10 000 rokov gravitačného zmršťovania, kedy He vyhorí a poklesne tlak), Slnko expanduje až na  $347 R_0$ . 400 000 rokov na asymptotickej vetve obrov.

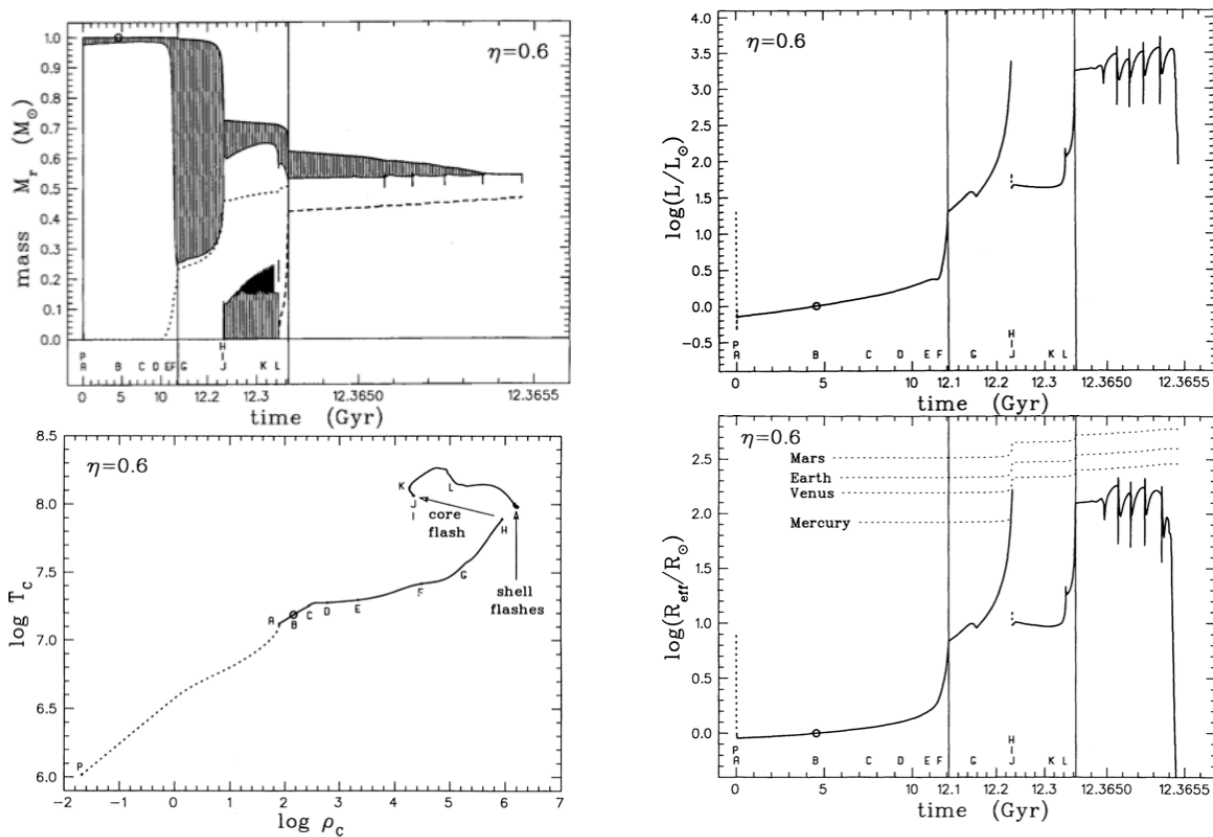
## 2.5.8 ROZŽHAVENÝ DÔCHODCA = BIELY TRPASLÍK

Termálnymi pulzmi je odhodená obálka, tak sa vytvorí planetárna hmlovina. Nakoniec zostane iba CNO jadro s hmotnosťou  $0,54 M_{\odot}$ , a teplotou 120 000 K, má kompletne degenerovaný materiál. Teda vznikne Biely trpaslík.

Malá veľkosť, teda aj malý žiarivý výkon, chladne desiatky až stovky mld rokov a nakoniec skončí ako Čierny trpaslík.



Obr. 8: Zmena polomeru Slnka v čase



Obr. 9: Vývoj parametrov Slnka v čase

## 2.6 AKO OVERIŤ SPRÁVNOSŤ MODELU?

Slnčné dvojčky = môžeme nájsť podobnú hviezdu ako Slnko a porovnať ich, resp. porovnať model s reálnymi pozorovaniami hviezdy. Najpodobnejšia dnes známa hviezda ku Slnku je 18 Scorpi, ktorá je trochu mladšia ako Slnko. Môžeme testovať model aj na iných podobných hviezdach ako Slnko. Hviezdy v iných vývojových štádiách nám môžu pomôcť ku potvrdeniu nášho modelu v iných časových periódach. A nakoniec správnosť modelu môžeme určiť pomocou Seismológie. Seismológia je nezávislá metóda, ktorá merá oscilácie a frekvencie týchto oscilácií sú veľmi citlivé na vnútornú štruktúru. Túto metódu môžeme použiť aj na iných hviezdach, nie len na Slnku.

# 3 KONVEKCIA V SLNKU

## 3.1 VZNIK KONVEKCIE NA SLNKU

Konvekcia súvisí s turbulenciami, teda chaotickým pohybom. Ide o 3D jav, ktorý aproximujeme na 1D model, teda na parametrický režim konvekcie (prebieha vo všetkých smeroch rovnako od centra).

Konvekcia vzniká na spodku konvektívnej zóny, takže na hornom okraji radiačnej zóny a to je 500 Mm od centra. Dovtedy je prenos žiarenia vykonávaný pomocou difúzie fotónov voľne-voľnými rozptylmi.

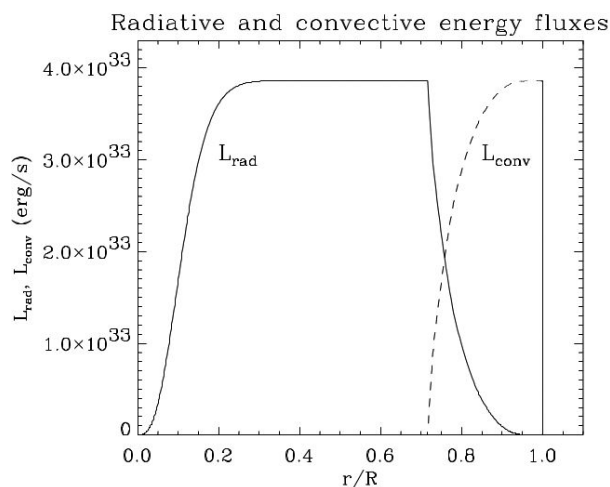
V tejto vzdialenosti je teplota pod 2,5 MK a objavujú sa už viazane-voľné prechody (rekombinácia, hlavne ťažkých prvkov ako železo, nikel), pričom narastá aj opacita (prenos energie žiarením nie je taký efektívny) a to automaticky vyvoláva konvekciu. Konvekcia transportuje energiu pomocou pohybu molekúl v tekutine.

Konvekcia na Slnku je rozdielna od tej, ktorú môžeme pozorovať v laboratóriu, pretože na Slnku je nízka viskozita, veľká hustota, veľký teplotný gradient. Je to parametrický režim konvekcie, ktorej fyzika nie je úplne zrejmá. Je to z dôvodu toho, že to neviem experimentálne dokázať, nevieme čo sa deje vo vnútri konvektívnej zóny. Máme iba modely, ktoré nám dávajú nejaké predpovede a tieto predpovede vieme potvrdiť pozorovaním povrchu Slnka. Máme Mixing - length theory, ktorá teoreticky popisuje presun energie pomocou konvekcie. Ale sú tu aj iné teórie, ktoré majú iné vlastnosti.

Väčšina konvektívnej zóny je mierne stratifikovaná. Tesne pod povrchom dochádza ku prudkému poklesu teploty (súvisí to so superadiabatickou vrstvou), vodíkovej a héliové ionizačné zóny nastavujú rôzne škály turbulentnej konvekcie. Vo väčšine prípadov je konvektívna zóna adiabatická.

Na obr. 10 vidíme výsledok modelu. Dáva nám predstavu o tom ako je energia presúvaná pomocou ktorého mechanizmu. Na pozícii (O, O) sa nachádzame v Slnčnom jadre. Takže na začiatku sa luminozita zvyšuje až ku okraju jadra. Potom sa nachádzame v zóne žiarenia, kde je prenos energie pomocou žiarenia až kým sa nedostaneme ku konvektívnej zóne. V tejto časti začne luminozita prudko klesať, čiže efektívnosť prenosu žiarením klesá, ale účinnosť prenosu konvekciou (čiarkovaná čiara) sa zvyšuje.

Keď sa pozrieme na čiarkovanú čiaru a pôjdeme doľava, tak by sme sa dostali do záporných hodnôt, pričom niektoré modely uvažujú aj s touto variantou a nazýva sa to convective overshooting (konvektívne prestrel'ovanie). Takže klesajúca hmota má zotrvačnosť a preniká hlbšie do vrstiev.



Obr. 10: Radiačný a konvektívny energetický tok

### 3.1.1 MIXING - LENGTH THEORY

The mixing length theory je metóda, ktorá popisuje presun energie pomocou konvekcie. Predstavme si, že máme bublinu s hustotou  $\rho$  v nejakom okolí s hustotou  $\rho'$ . Teraz túto bublinu posunieme vyššie o  $\delta r$ , tak sa zmení hustota bubliny na  $\rho + \Delta\rho$  a hustota okolia na  $\rho' + \Delta\rho'$ . Vieme, že ak  $\rho < \rho'$ , tak bublina bude stúpať.

The mixing length theory je viac menej riešenie pohybovej rovnice pre bublinu. Pohybová rovnica pre bublinu je:

$$\rho \frac{d^2 \delta r}{dt^2} = -g \Delta\rho = -g \left[ \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_{ad} - \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_{rad} \right] \delta r, \quad (19)$$

pri vyjadrení  $\Delta\rho$  sme použili rozdiel hustotných gradientov v bubline (ad) a okolí (rad).

Pokiaľ predpokladáme, že pracujeme s ideálnym plynom, tak môžeme použiť stavovú rovnicu pre ideálny plyn  $\rho = \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T}$ . Zároveň musí platiť vzťah  $\frac{d\mu}{dr} = 0$  (chemické zloženie sa nemení), tak potom  $\frac{d\rho}{dr} = \frac{\mu}{\mathfrak{R}T} \frac{dP}{dr} - \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \frac{dT}{dr}$ , definujeme si výšku stupnice tlaku (pressure scale height)  $\frac{1}{H_p} = -\frac{d \ln P}{dr}$  a teda si môžeme vyjadriť:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_{ad} - \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_{rad} &= \frac{\mu}{\mathfrak{R}T} \frac{dP}{dr} - \left( \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \frac{dT}{dr} \right)_{ad} - \left[ \frac{\mu}{\mathfrak{R}T} \frac{dP}{dr} - \left( \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \frac{dT}{dr} \right)_{rad} \right] \\ &= -\frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \left[ \left( \frac{dT}{dr} \right)_{ad} - \left( \frac{dT}{dr} \right)_{rad} \right] \\ &= \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \left[ \left( \frac{dT}{d \ln P} \right)_{ad} \frac{d \ln P}{dr} - \left( \frac{dT}{d \ln P} \right)_{rad} \frac{d \ln P}{dr} \right] \\ &= -\frac{\mu P}{\mathfrak{R}T^2} \frac{d \ln P}{dr} T \left[ \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{ad} - \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{rad} \right] \\ &= \frac{\mu P}{\mathfrak{R}T} \frac{1}{H_p} \left[ \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{ad} - \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{rad} \right] \\ &= \rho \frac{1}{H_p} \left[ \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{ad} - \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{rad} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Po prvom '=' sme si neoznačili celý prvý člen ako adiabatický, pretože  $\frac{dP}{dr}$  je v hydrostatickej rovnováhe, a teda to nič nemá s procesom, to isté platí aj pri druhom člene. Pri treťom '=' chceme dostať von  $dr$  pretože to nie je dobrá nezávislá premenná, a tak je lepšie si zvoliť namiesto nej napr. tlak.

Dosadením rovnice (20) do rovnice (19) získame:

$$\frac{d^2 \delta r}{dt^2} = -\frac{g}{H_p} (\nabla_{ad} - \nabla_{rad}) \delta r = -N^2 \delta r, \quad (21)$$

pričom  $N^2 = \frac{g}{H_p} (\nabla_{ad} - \nabla_{rad})$  je Brunt - Vaisalaova frekvencia. Pokiaľ  $N^2 < 0$ , tak riešenie rastie a máme konvektívnu nestabilitu a pokiaľ  $N^2 > 0$ , tak riešenie osciluje ( $\delta r \sim \sin(Nt)$ ) a máme g - módy oscilácií.

Vyjadrieme si:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta r}{dt^2} &= -\frac{g}{H_p} (\nabla_{ad} - \nabla) \delta r & / 2 \frac{d\delta r}{dt} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{d\delta r}{dt} \right)^2 &= \frac{g}{H_p} (\nabla - \nabla_{ad}) \frac{d\delta r^2}{dt} & / \int dt \\ \Rightarrow \left( \frac{d\delta r}{dt} \right)^2 &= \frac{g}{H_p} (\nabla - \nabla_{ad}) \delta r^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Zavedieme si pojem "mixing-length" čo znamená, že element cestuje bez porušenia vzdialenosti  $l$  (čo je mixing length), potom splynie s okolím (bublina sa zmixuje s okolím). Zvolíme si  $l$  tak, aby  $\overline{\delta r} = \frac{l}{2}$  a zavedieme si strednú konvektívnu rýchlosť ako  $\bar{v} = \frac{d\delta r}{dt}$  a teda platí:

$$\bar{v}^2 = \frac{g}{4H_p} (\nabla - \nabla_{ad}) l^2 \quad (23)$$

Pre tok energie konvekciou platí vzt'ah:

$$F_c = \rho v^2 v \sim \rho \left[ \frac{g}{4H_P} (\nabla - \nabla_{ad}) l^2 \right]^{3/2} \quad (24)$$

Hlboko v konvektívnej zóne platí, že  $\nabla > \nabla_{ad}$ , ale málo  $\frac{\nabla - \nabla_{ad}}{\nabla} \ll 1$ , takže máme pomalé konvektívne rýchlosti, čas plynie pomaly a všetko je v lokálnej rovnováhe, a teda sa to nazýva zóna efektívnej konvekcie.

Pod povrchom nastáva ostrý pokles  $\frac{d\rho}{dr}$ , a teda máme veľké rýchlosti,  $\nabla \gg \nabla_{ad}$ , rýchlosť sa približuje rýchlosti zvuku. Nazýva sa to neefektívna konvekcia alebo inak superadiabatická zóna (je tu viac než len adiabatická konvekcia, ktorou sa presúva energia, musíme brať do úvahy aj stratu žiarením).

V mixing-length theory si definujeme  $l = \alpha H_P$ , kde  $\alpha \sim 1$  čo je konštanta proporcionality = mixing length alpha. Je to voľný parameter modelu nazývaný vesmírna konštanta.  $H_P$  je fyzikálna kvantita a  $l$  je geometrická kvantita.

### 3.1.2 KONVEKCIA SO ŽIARIVÝMI STRATAMI

Element vyžaruje behom vzostupu (keď bublina stúpa tak vyžaruje, to je jediný rozdiel od predchádzajúceho setupu), a teda  $\nabla_{real} = \nabla' \neq \nabla_{ad}$ , takže procesy nie sú adiabatické. A  $\bar{v}^2 = \frac{g}{4H_P} (\nabla - \nabla') l^2$ . Pre teplotnú zmenu v vzostupnom elemente platí:

$$\Delta T = \left[ \left( \frac{dT}{dr} \right)' - \frac{dT}{dr} \right] \delta r, \quad (25)$$

pričom zmenu tepla berieme voči okoliu, čiarkovaný teplotný gradient je v rámci bublinky (nie je adiabatický, pretože vyžaruje do okolia) a teplotný gradient bez čiarky je definovaný v okolí.

Použijeme  $\alpha = \frac{l}{H_P}$ . Tok energie konvekcie aproximujeme ako

$$F_C = \Delta T \rho c_P \bar{v}, \quad (26)$$

kde  $\Delta T \rho c_P$  je energia, ktorá nám dá teplo, ktoré získame z kalorimetrickej rovnice a  $\bar{v}$  je rýchlosť, ktorá sa zvyšuje.

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left[ \left( \frac{dT}{dr} \right)' - \frac{dT}{dr} \right] \delta r = (\nabla - \nabla') \frac{T \delta r}{H_P} \\ \nabla' &= -H_P \frac{d \ln T}{dr} \\ \delta r &= \frac{l}{2}, \quad l = \alpha H_P \Rightarrow \delta r = \frac{\alpha H_P}{2} \\ \Rightarrow \Delta T &= (\nabla - \nabla') \frac{T \alpha}{2} \\ \Rightarrow F_C &= \alpha \rho c_P T \bar{v} \frac{\nabla - \nabla'}{2} \end{aligned} \quad (27)$$

strata vyžarovaním plynie z rovnice vnútornej štruktúry a rovnice tepelnej rovnováhy.

Pre tok žiarenia (radiative flux) platí:

$$F'_R = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \frac{\Delta T}{d} = \frac{8\alpha\sigma T^4}{3\kappa\rho d} (\nabla' - \nabla), \quad (28)$$

kde  $d$  je vzdialenosť na ktorej  $\Delta T \Rightarrow 0$  čo je približne rozmer bunky (pretože predpokladáme, že bunka je homogénna).

Celkový konvekčný tok sa skladá z adiabatického toku a korekcie od adiabatického toku (o koľko je prenos menej efektívny, než za predpokladu adiabaticity = strata žiarením). Nazýva sa to superadiabatický prenos, pretože je tam adiabatický prenos plus nejaká korekcia. A teda pre celkový tok žiarenia platí:

$$F_C = F_C^{ad} + F_C' = \alpha \rho c_P \bar{v} T (\nabla - \nabla_{ad})/2 + \alpha \rho c_P \bar{v} T (\nabla - \nabla')/2 \quad (29)$$

V rámci bunky je rovnováha, čiže  $F_R' = F_C'$ , to znamená, že sa konvekčný deficit vyžiari von a teda:

$$\frac{8\sigma T^4}{3\kappa\rho d}(\nabla' - \nabla) = \rho c_P \bar{v}(\nabla_{ad} - \nabla')/2, \quad (30)$$

kde  $\bar{v} = \left[ \frac{g}{4H_P}(\nabla - \nabla')l^2 \right]^{1/2}$ .

Pre rovnováhu totálneho toku energie platí  $F_R + F_C = \frac{L_{SUN}}{4\pi r^2}$ , a teda:

$$\frac{16\sigma T^4}{3\kappa\rho H_P} \nabla + \alpha \rho c_P T l \sqrt{\frac{g}{4H_P}} \frac{(\nabla - \nabla')^{3/2}}{2} = \frac{L_{SUN}}{4\pi r^2} \quad (31)$$

Platí rovnica  $\frac{\Delta T}{d} = \frac{\nabla T d}{H_P d} = T \frac{\nabla}{H_P}$ . Keď použijeme 2 rovnice pre  $\nabla$  a  $\nabla'$  (rov. (30) a (31)), pričom  $\nabla_{ad}$  je známa. Takže máme 2 rovnice pre 2 neznáme, takže to môžeme vyriešiť.

Kritérium pre konvekciu je  $N^2 < 0$ .

Ledouxov parameter konvekčívnej stability je definovaný ako:

$$A^* = \frac{1}{\gamma} \frac{d \ln P}{d \ln r} - \frac{d \ln \rho}{d \ln r}, \quad (32)$$

kde pre  $A^* < 0$  nastáva konvekčívna nestabilita. Takže to je alternatívne kritérium pre konvekciu. Ledouxov parameter je znázornený na obr. 11. Môžeme vidieť, že v zóne žiarenia je Ledouxov parameter pozitívny a stúpa, keď sa blíži ku konvekčívnej zóne, tak začne prudko klesať až ku nule, ale je to trochu negatívne. Na okraji konvekčívnej zóny (superadiabatická oblasť) sa dostane do záporných hodnôt, čo je zóna neefektívnej konvekcie. Vo fotosfére (konvekčívne stabilná) to prudko stúpa do pozitívnych hodnôt, je tam overshooting, ale prenos je hlavne žiarením.

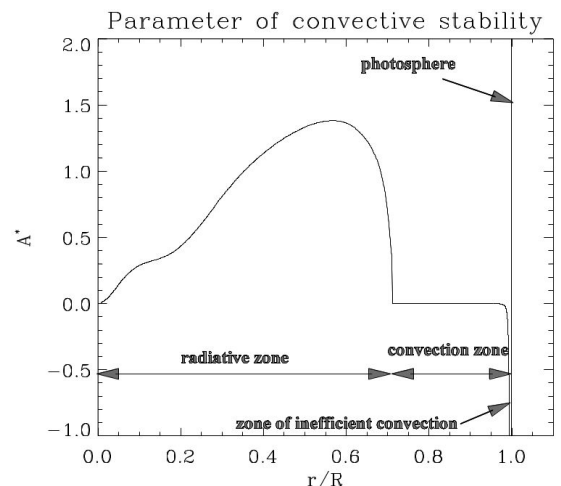
Pre Slnko platí, že gradient teploty je prudší vo vnútorných vrstvách, a tak vzniká konvekcia, aby sa udržal tok tepla ( $\sim T^3$ ).

### 3.2 SUPERADIABATICKÁ ZÓNA

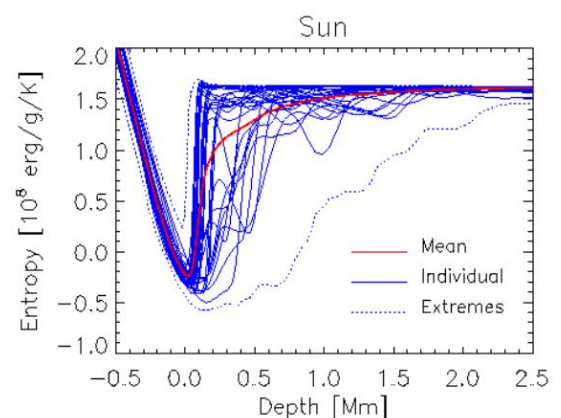
Z 3D modelovania vychádza, že v rôznych miestach vyzera výrazne inak (aj do malých hĺbok) čo je nevýhoda pre mixing-length theory. Nie je to správna teória, pretože reprezentuje realitu iba v statickom zmysle, teda odpovedá nejakým stredným hodnotám.

Hlboká konvekcia je takmer adiabatická, povrchové vrstvy sú dominované žiarivými stratami, prechodová vrstva (superadiabatická oblasť) je turbulentná, kde prenosu energie dominuje superadiabatický gradient.

Na obr. 12 vidíme superadiabatickú zónu. Je to graf závislosti entropie od hĺbky (skoro povrchové vrstvy). Ako ideme bližšie ku povrchu, tak je entropia menej konštantná a klesá až do minima. Je to veľmi ťažké na modelovanie, ale našťastie to nemá veľký vplyv na úplnú štruktúru hviezd.



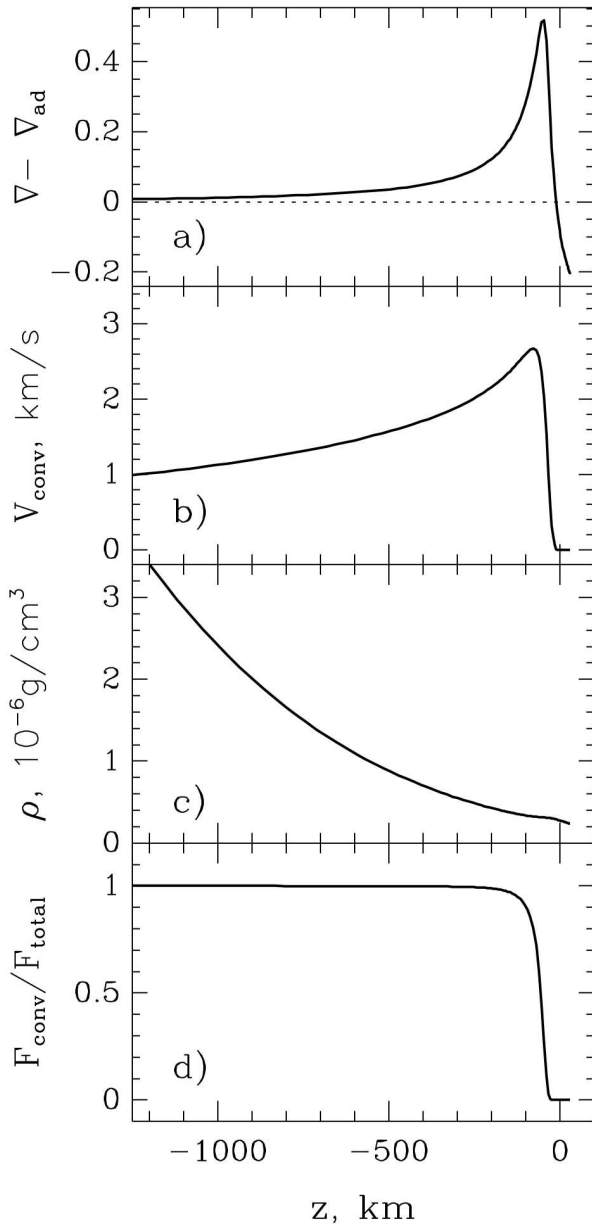
Obr. 11: Ledoux parameter vo vnútri



Obr. 12: Superadiabatická zóna



### 3.3 PODPOVRCHOVÉ VRSTVY

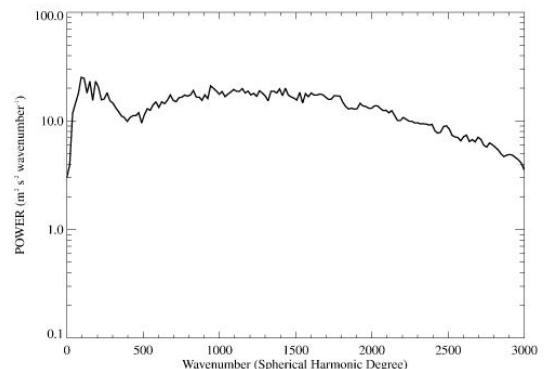


Obr. 13: Podpovrchové vrstvy: Na grafe a) máme znázornený rozdiel medzi adiabatickým a konvektívnym gradientom. Ako vidíme je to trochu pozitívne a blízko povrchu to ide rýchlo hore. Na grafe b) je znázornená konvektívna rýchlosť, ktorá pri povrchu je podobná rýchlosti svetla. Na grafe c) máme znázornený pokles hustoty. A na grafe d) je znázornený pomer konvektívneho toku ku celkovému toku. Celu cestu ku povrchu je konvektívny tok dominantný a na povrchu je dominantný tok žiarenia.

### 3.4 FOTOSFÉRIKÉ KONVEKTÍVNE SPEKTRUM

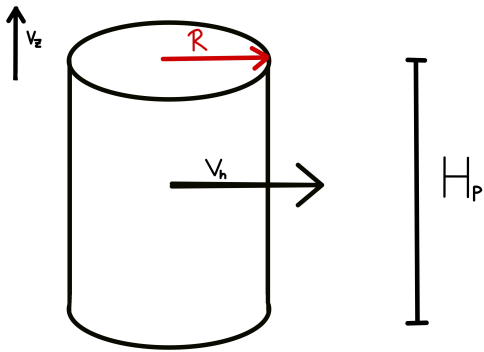
Fotosférické konvektívne spektrum znázorňuje ako veľá konvektívneho toku je prenášaného v závislosti na  $R$  (resp.  $R \sim \frac{1}{l}$ , kde  $l$  je uhlový stupeň). Na obr. 14 vidíme konvektívne spektrum, ktoré je spojité, ale obsahuje dva vrcholy (maximá)  $l_1 \sim 120$  a  $l_2 \sim 1000$ . Oblasť pri vrchole 2 znázorňuje granuláciu, pričom  $R \sim 1\text{Mm}$ . A oblasť pri vrchole 1 znázorňuje supergranuláciu, pričom  $R \sim 30\text{Mm}$ . Táto oblasť je iba z pozorovania, pretože máme neúplné modely a v simuláciách sa neukáže.

Konvekcia nie je vždy rovnaká v radiálnom smere (môže dochádzať aj ku pohybom do strán) a s tým súvisia konvektívne škály.



Obr. 14: Fotosférické konvektívne spektrum

### 3.4.1 KONVEKTÍVNE ŠKÁLY



Obr. 15: Konvektívne škály

Z rovnice kontinuity:  $\pi R^2 v_z \rho \sim 2\pi R H_p \rho v_h$  vyplýva odhad pre veľkosť  $R$  a to:  $R \sim 2H_p \frac{v_h}{v_z}$ . Na obr. 15 máme znázornené parametre.

Balanciou žiarivých strát a toku enthalpie  $H = U + pV$  získame  $\sigma T_{eff}^4 \sim \rho v_z H$ , pričom pre plazmu platí  $H = \frac{5}{2}kT + x\chi$ , kde  $x$  je zastúpenie ionizovaného vodíka a  $\chi$  je ionizačný potenciál vodíka. Z toho vyplýva pre rýchlosť:

$$v_z = \frac{\sigma T_{eff}^4}{\rho H}, \quad (33)$$

pričom platí, že  $x \sim 0, 1$  na povrchových vrstvách a keď vezmeme slnečné hodnoty pri povrchu, tak vychádza pre vertikálnu rýchlosť hodnota  $v_z \sim 2$  km/s (zhoduje sa to zo strednou hodnotou rýchlosti pri konvekcii).

Horizontálnu rýchlosť odhadneme pomocou hornej limity rýchlosti zvuku  $v_h c_S$  (pre fotosféru platí, že rýchlosť zvuku je  $c_S \sim 7$  km/s). Z toho vyplýva pre  $H_p = 300$  km, že  $2R < 4$  Mm čo je horný limit na veľkosť buniek konvekcie na termálnej škále.

Pre hĺbkovú závislosť platí:

$$R \sim 2H_p \frac{v_h}{v_z} = 2H_p \frac{c_S}{v_z} = 2H_p \frac{c_S}{\frac{\sigma T_{eff}^4}{\rho (5/2kT + x\chi)}} = 2H_p \frac{c_S (5/2kT + x\chi) \rho}{\sigma T_{eff}^4}, \quad (34)$$

nech  $\frac{dR}{dr} = A \frac{dH_p}{dr} + B \frac{dc_S}{dr} + C \frac{dT}{dr} + D \frac{d\rho}{dr}$ , pričom v Slnku platí  $\frac{\partial H_p}{\partial r} < 0$ ,  $\frac{\partial c_S}{\partial r} < 0$ ,  $\frac{\partial T}{\partial r} < 0$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial r} < 0$ , a hodnoty  $A, B, C, D$  sú kladné, takže

$$\frac{dR}{dr} < 0 \quad (35)$$

s výškou veľkosti konvektívnych štruktúr  $R$  klesá, teda s hĺbkou rastie.

### 3.5 GRANULÁCIA

Typická veľkosť **granule** je 1 Mm a jej doba života je 3 - 17 minút. Sú plytké s veľkými rýchlosťami, ktoré idú až ku km/s (blízke rýchlosti zvuku). Granule sú teplejšie v strede a chladnejšie na okrajoch (typická konvektívna štruktúra). Existuje tzv. Explodujúca granula, granula, ktorá má rýchlu evolúciu. Objavil ich W. Herschel (1801 - horúce mraky nad chladným povrchom) a Nasmyth (1865) bol na správnej ceste ku interpretácii.

**Mesogranule** by mali mať veľkosť  $\sim 6$  Mm a životnosť približne hodinu. Mali by byť formované explodujúcimi granulami. Nie je jasné či vôbec existujú, pretože nie je dôvod prečo by mali existovať. Neukazuje sa špeciálny peak v konvektívnej štruktúre.

### 3.6 SUPERGRANULÁCIA

Typická veľkosť **supergranule** je 30 Mm a doba života približne 24 hodín. Jej horizontálna (konvektívna) rýchlosť poľa 300 m/s, pričom vertikálna 20 m/s. Nechovajú sa ako pekné konvektívne bunky, pretože nepozorujeme teplotný gradient od centra ku okraju, čiže tam nie je dobrá tepelná fluktuácia (je to v rámci chyby), pre stred - okraj je to 5 K. Supergranule koncentrujú magnetické pole na svojich hraniciach. V dopplerograme ich môžeme vidieť svetlejšie alebo tmavšie. Svetlejšie idú od nás a tmavé idú ku nám.

Ich hlboká štruktúra a pôvod sú nejasné, máme 4 možnosti pôvodu:

1. Konvekciou (rekombinačné zóny helia  $\text{He}^{2+} \rightarrow \text{He}^+$  cca 10 Mm hĺbka, uvoľnené teplo spôsobuje nestabilitu)

2. Magnetokonvekciou (magnetické pole reguluje podpovrchovú konvekciu, teda nastavuje priestorovú škálu)
3. Termálnym vetrom (samoorganizujúce sa elementy tvoria sieť "tlaková nízka ustanovuje sa rovnováha)
4. Hydrodynamicky riadený jav (zostupné prúdy granul sa v hĺbke spojujú a nastavujú supergranulárne zostupné prúdy a tým pádom nový mod prúdenia)

Nemôžu byť čiste konvektívnym javom, pretože v numerických simuláciách konvekcie žiadne supergranulácie nie sú, konvektívne spektrum je spojité. Supergranule sa pohybujú rýchlejšie než plazma, ktorou sú tvorené (mohlo by to znamenať, že je to vlna, ale nie je to isté).

### 3.7 OBRIE BUNKY

Obrie bunky = konvektívne bunky sú kontroverzné, zatiaľ s istotou neboli detekované (ani nemôžu byť detekované, pretože majú pomalé horizontálne pohyby  $\sim 10$  m/s). Mali by mať veľkosť  $\sim 100$  Mm a dobu života  $\sim 7$  dní.

Objavujú sa v numerických simuláciách, ale problémom je, že nemodelujú aj povrchové vrstvy (súčasné počítače nevedia urobiť globálne simulácie, buď sa robia globálne simulácie bez vrchnej časti konvektívnej vrstvy, alebo iba vrchná časť konvektívnej vrstvy a nie hĺbky).

### 3.8 ALTERNATÍVNE MODELY KONVEKECIE

Napríklad **Spruit** (2003) je podobný granulácii. Ochladzovanie na povrchu je uskutočnené driverom. Ale má pomalý rozsiahly upflow (cm/s) a rýchly veľmi koncentrovaný downflow (km /s). Zatiaľ nie je možné ho detekovať, pretože oblasť toku dole je veľmi malá a tok nahor je veľmi pomalý. Je to lepšie než mixing-length theory (narozdiel od MLT tu ide niečo hore, ale dole už ide niečo veľmi malé).

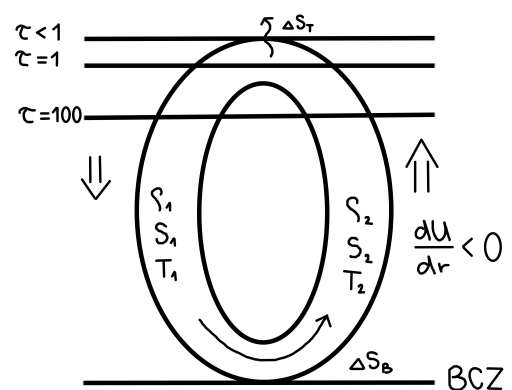
Ukazuje sa, že konvekcia je riadená ochladzovaním na povrchu (MLT funguje dobre, pretože veľká časť konvektívnej vrstvy nie je stratifikovaná, iba povrchové vrstvy, takže veľká časť odpovedá laminárnemu režimu).

#### 3.8.1 SKETCH KONVEKCIA

Na obr. 16 vidíme sketch konvekcie.  $\Delta S_T$  nám udáva stratu entropie žiarením a platí, že  $\Delta S_T \gg \Delta S_B$ , kde  $\Delta S_B$  je entropia odovzdaná spodku. Pohyb je riadený od povrchu, kde sú fluktuácie entropie najväčšie (väčšie než pri dne konvektívnej zóny). Väčšinu práce vykonávajú klesajúce prúdy. A teda pohyb ide zhora dole, kde sa začne strhávať a mixovať materiál a následne ide znova hore, pričom sa mení entropia, teplota aj hustota a platí  $\rho_1 > \rho_2$ ,  $S_1 < S_2$  (pretože je vyžiarený preč) a pre teplotu platí  $T_1 < T_2 < T_{ion}$  (nastane rekombinácia, čiže prudké schladenie materiálu fotónmi, vo vrstve  $\tau = 100$ ).

Najviac práce je vykonanej plazmou, ktorá klesá, nie plazmou, ktorá ide hore. Pretože plazma, ktorá ide nahor je len dôsledkom zotrvačnosti.

Do 20 Mm narastá teplota (z 4300 K na 143 000 K), hustota (o 5,5 rádov) a tlak (o 7 rádov). Keď sa dostaneme ku dnu konvektívnej zóny (od 20 Mm do 200 Mm), tak tam je porovnateľný počet rádov v hustote a v tlaku ako v zóne do 20 Mm. Z toho vyplýva, že všetko dôležité sa vykonáva na povrchu.



Obr. 16: Sketch konvekcia (BCZ = bottom of the convection zone)

## 4 ATMOSFÉRA

Atmosféra je pozorovateľná, ale pod jej povrch nevidíme. Je veľmi previazaná, takže nemá zmysel študovať vrstvu po vrstve, ale je potrebné to skúmať ako celok, hlavne kvôli pôsobeniu magnetického poľa. Statické modely atmosféry budú vždy nepresné. Je to náročné na výpočtovú techniku, pretože máme krátky časový krok (rázové vlny), veľké rozlíšenie (malé magnetické elementy) a veľké boxy (rôzne škály konvekcie).

### 4.1 TRI VRSTVY

Slnčná atmosféra sa skladá z 3 vrstiev a to:

1. Fotosféra (približne 300 km hrubá, dochádza v nej ku zmene hustoty (o rád), zmene opacity a je tam teplotné minimum (v hornej časti fotosféry))
2. Chromosféra (nie je v lokálnej termodynamicknej rovnováhe, je hrubá približne 2500 km a jej teplota ide od 10 000 K do 25 000 K)
3. Koróna (je riedka a rozpína sa do medziplanetárneho priestoru, jej teplota dosahuje 2MK)

#### 4.1.1 FOTOSFÉRA

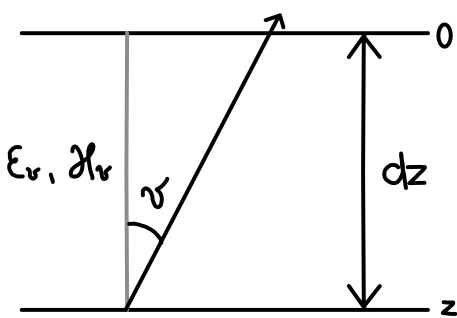
Fotosféra je najnižšia, niekedy je označovaná za povrch (prechodová vrstva medzi opticky tenkou atmosférou a opticky hrubým slnečným telesom). Je zdrojom väčšiny žiarenia prichádzajúceho zo Slnka (až 98%). Ako sme už povedali, tak je veľmi tenká (300 km) a tým, že v nej dochádza ku zmene opacity, tak sa postupne stáva priehľadnou. Teplotné minimum je zhruba 4200 K, teplota klesá celú cestu od centra až ku hrane, kde je teplota najmenšia. Môžeme uvažovať, že je v LTE (je tam rovnováha medzi žiarením a časticami), teda dochádza tam ku tepelnému žiareniu (vidíme to pri spojitom spektre), pretože hustota je dosť veľká.

Vo fotosfére môžeme pozorovať okrajové stmernenie (limb darkening), to znamená, že okraj je temnejší než stred (pozeráme sa do menšej hĺbky, teda do miest s menšou teplotou).

Fotosféra sa niekedy skúma ako samostatná časť, avšak jeden z modelov supergranulácie predpokladá, že táto konvektívna škála je kvôli selforganizácii magnetického poľa vo vyššej atmosfére.

Model atmosféry je popis zmien teploty, tlakom hustoty, ... s výškou závisí od smeru pozorovania. Fotosféra je v lokálnej termodynamicknej rovnováhe, takže musíme vyriešiť rovnice prenosu žiarenia RTE. RTE popisuje ako sa mení intenzita s výškou.

Na obr. 17 máme znázornenú planparalelnú atmosféru, ktorá má vrstvy. Tieto vrstvy majú opacitu  $\kappa_v$  a koeficient emisie  $\epsilon_v$ . Šírka vrstvy je  $dz$ . Os ide od 0 (povrch) do nejakej hĺbky  $z$ . A my to pozorujeme pod uhlom  $\theta$ . Tento uhol vieme prepísať ako  $\mu = \cos \theta$ . Potom môžeme písať RTE:



Obr. 17: Nákres planparalelnej atmosféry

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI_v}{dz} &= -\kappa_v I_v + \epsilon_v & / : \kappa_v \\ \mu \frac{dI_v}{\kappa_v dz} &= -I_v + \frac{\epsilon_v}{\kappa_v} & | \frac{\epsilon_v}{\kappa_v} \equiv S_v \\ & & d\tau_v \equiv -\kappa_v dz \end{aligned} \quad (36)$$

zmena intenzity pozdĺž šírky vrstvy je závislá od toho koľko svetla sa absorbuje a koľko sa emituje z tejto vrstvy.  $S_v$  je zdrojová funkcia (source function) a  $\tau_v$  je optická dĺžka. Potom môžeme písať:

$$\mu \frac{dI_v}{d\tau_v} = I_v - S_v \quad (37)$$

Formálne riešenie pre polo-nekonečnú atmosféru (máme povrch a vrstva ide až do nekonečna) je:

$$I_V(0, \mu) = \frac{1}{\mu} = \int_0^\infty S_V(\tau_V) \exp\left(-\frac{\tau_V}{\mu}\right) d\tau_V \quad (38)$$

a všeobecné riešenie pre vrstvy integrácia od  $\tau_1$  do  $\tau_2$  je

$$I_V = \frac{1}{\mu} I(\tau_1) \exp\left(-\frac{\tau_2 - \tau_1}{\mu}\right) + \frac{1}{\mu} \int_{\tau_1}^{\tau_2} S(\tau') \exp\left(-\frac{\tau_2 - \tau'}{\mu}\right) d\tau' \quad (39)$$

Uvažujme pre fotosféru všeobecné riešenie pre vrstvy, pretože fotosféra je vrstva. Predpokladajme lineárnu aproximáciu  $S_V(\tau_V) = S_V(0) + b\tau_V$ , ktorú vložíme do vzťahu (38) takže

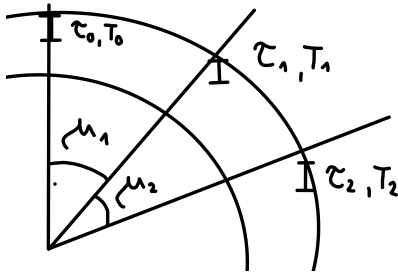
$$\begin{aligned} I_V(0, \mu) &= \int_0^\infty \frac{1}{\mu} S_V(0) \exp\left(-\frac{\tau_V}{\mu}\right) d\tau_V + b \int_0^\infty \tau_V \frac{1}{\mu} \exp\left(-\frac{\tau_V}{\mu}\right) d\tau_V \\ &= \left| \int_0^\infty e^{-x} dx = [-e^{-x}]_0^\infty = 1; \int_0^\infty x e^{-x} dx = [e^{-x}(-x-1)]_0^\infty = 1 \right| \\ &= S_V(0) + b\mu \end{aligned} \quad (40)$$

teda intenzita v smere  $\mu$  je rovná zdrojovej funkcii v optickej hĺbke  $\tau_V = \mu$ . Formálne platí pre  $\tau_V = \mu$ :

$$I_V(0, \mu) = S_V(\tau_V) \quad (41)$$

je **Eddingtonov-Barbierov vzťah**, teda nám hovorí, že intenzita v uhle  $\mu$  je rovnaká ako zdrojová funkcia v optickej hĺbke  $\tau_V$ .

Na obr. 18 máme znázornené vrstvy fotosféry. Takže máme tam sférický povrch a vrstvu. Ak sa pozrieme iba na pozorovací uhol, tak je rôzny, ak sa pozeráme na rôzne body povrchu Slnka. Ale stále sa pozeráme na rovnakú optickú hĺbku, teda  $\tau_0 = \tau_1 = \tau_2$ , preto sú tam tie úseky, ktoré majú rovnakú dĺžku. Ak sa pozrieme na radiálnu vzdialenosť platí, že keď sa pozeráme do centra disku, tak sa pozeráme geometricky hlbšie, než v ostatných prípadoch, teda  $\delta r_0 > \delta r_1 > \delta r_2$ . A pre teplotu platí  $T_0 > T_1 > T_2$  čo sa nazýva limb darkening. To znamená, že teplota pri pozeraní do centra disku je vyššia, lebo sa pozeráme hlbšie.



Obr. 18: Nákres pre fotosféru

Fotosféra je približne v LTE, teda zdrojová funkcia je rovná planckovej funkcii:  $S_V(\tau_V) = B_V(T)$ . Z toho vyplýva:

$$I_V(0, \mu) = B_V(T) \quad (42)$$

z pozorovania na disku (pod rôznym  $\mu$ ) prevádzame skenovanie priebehu teploty v atmosfére. Ďalej je otázka či máme aj limb brightening a odpoveď je, že áno, keď zdrojová funkcia sa zvyšuje s výškou.

Ako môže byť použitý limb darkening. Pozrieme sa na teplotný profil:

$$\begin{aligned} d\tau_V &= -\kappa_V dz \quad / \frac{1}{dT} \\ \frac{d\tau_V}{dT} &= -\kappa_V \frac{dz}{dT} \end{aligned} \quad (43)$$

Použijeme Eddington-Barbierov vzťah:

$$\begin{aligned} S_V(\tau_V) = B_V(T) &\Rightarrow \frac{dS_V}{d\tau_V} \frac{d\tau_V}{dT} = \frac{dB}{dT} \\ &\Rightarrow \frac{d\tau_V}{dT} = \frac{dB}{dT} \left( \frac{dS_V}{d\tau_V} \right)^{-1} \\ I_V(0, \mu) = B_V(T) &\Rightarrow \frac{dI_V}{d\mu} = \frac{dB}{dT} \frac{dT}{d\mu} \\ &\Rightarrow \frac{dB}{dT} = \frac{dI_V}{d\mu} \left( \frac{dT}{d\mu} \right)^{-1} \\ &\Rightarrow \frac{d\tau_V}{dT} = \left( \frac{dI_V}{d\mu} \right) \left( \frac{dS_V}{d\tau_V} \right)^{-1} \left( \frac{dT}{d\mu} \right)^{-1} \end{aligned}$$

pričom  $\left(\frac{dI_V}{d\mu}\right)\left(\frac{dS_V}{d\tau_V}\right)^{-1} = 1$ , pretože  $I_V(\mu = S_V(\tau_V))$ , teda formálna diferenciácia je  $\frac{I_V}{d\mu} = \frac{dS_V}{d\tau_V}$  a tak získame vzt'ah:

$$-\kappa_V \frac{dz}{dT} = \left(\frac{dT}{d\mu}\right)^{-1} \quad (44)$$

pričom na pravej strane je teplotný profil s uhlom pozorovania (merateľné) a na ľavej strane je opacita (musí byť známa) a sken teploty podľa hĺbky, ktorý si vieme vyjadriť.

### 4.1.2 CHROMOSFÉRA

Chromosféra má 2 vrstvy v jednej. Vrstva nie je homogénna ani uniformná. Je vytvorená pravdepodobne kvôli magnetickému poľu Slnka. Teplota na nej prv klesá ku teplotnému minimu, a potom rastie so vzdialenosťou od Slnka kvôli procesom v magnetickom poli. Je zhruba 2500 km hrubá.

V tejto vrstve už LTE nepatrí, čo znamená, že žiari iba na konkrétnych vlnových dĺžkach. Chromosféra je dominantný zdroj Balmerovej série a to preto, že teplota okolo 10 000 K je vhodná pre tvorbu týchto čiar. Dobre viditeľná je čiara  $H_\alpha$  (čiže čiary Balmerovej série), prispieva tiež  $H_\beta$  a  $H_\gamma$  a dokopy nám tieto čiary dávajú ružovú farbu. Preto pri zatmení Slnka pozorujeme chromosféru v tejto farbe. Voľným okom nie je pozorovaná (okrem zatmenia), pretože veľká časť je pohltená fotosferickým žiarením.

V chromosfére sa tiež nachádzajú emisné čiary Ca II (hlavne pri teplotnom minime), ktoré mapujú koncentráciu magnetického poľa (ohraničujú supergranule) a tvoria sieťovú štruktúru (vápniková mriežka).

V chromosfére je pozorované okrajové zjasnenie, teda, že okraj je jasnejší než stred, čo pozorujeme v spektrálnych čiarach.

V tejto vrstve môžeme pozorovať protuberancie (filamenty), spikule, fibrily, ... Niektoré časti siahajú vyššie než zvyčajne chromosféra.

### 4.1.3 PRECHODOVÁ VRSTVA

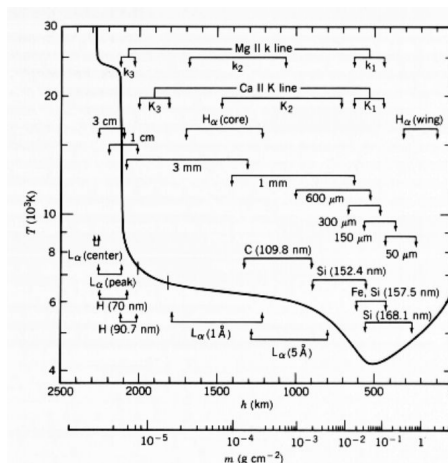
Prechodová vrstva je tzv. vrstva medzi chromosférou a korónou, hrubá asi 800 km. Rast teploty v chromosfére je pozvoľný, potom skokom teplota vyrastie na 1-2 MK vo vrstve asi 1000 km. Dochádza tam ku teplotnej diskontinuite a odtiaľ zo stavovej rovnice plynie aj diskontinuita v hustote, pretože tlak musí byť spojité ( $P \sim \rho T$ ). Takže tam prudko klesá teplota a rastie hustota (tlaková kontinuita).

Môže byť pozorovaná v UV oblasti. V tejto vrstve sú pozorované emisné čiary He II (30,4 nm). Teplota je približne 30 000 K. Je veľmi štrukturovaná a nehomogénna, teda sa dajú pozorovať aj teplejšie javy z chromosféry (magnetické zóny sú veľmi dobre viditeľné - napr. filamenty). Dochádza tu ku pohybu hore a dole, takže je pozorovaný dopplerov posun. A s výškou sa nehomogenity rozplývajú.

## 4.2 ŠTANDARDNÝ MODEL ATMOSFÉRY

Štandardný model atmosféry je VAL-C. C značí variantu pre tiché Slnko. Je to semiempirický model. Teplotný profil získame tak, že spravíme sken teploty podľa hĺbky a podľa uhlu pre viac vlnových dĺžok a potom to nafitujeme. Pod fotosféru nevidíme v žiadnej vlnovej dĺžke. Vo fotosfére vidíme granuláciu, slnečné škvrny. Nad fotosférou rôzna vlnová dĺžka odpovedá rôznej výške.

Na obr. 19 vidíme znázornený štandardný model atmosféry. Na 0 sme na povrchu Slnka, teda tam začína fotosféra, ktorej teplota klesá až do slnečného minima (zhruba v 500 km hĺbke). Potom teplota sa zvyšuje cez chromosféru. Prudko narastie v prechodovej vrstve a ide hore až do koróny. Potom môžeme na obrázku vidieť aj spektrálne čiary, kde sa tvoria.



Obr. 19: Štandardný model atmosféry

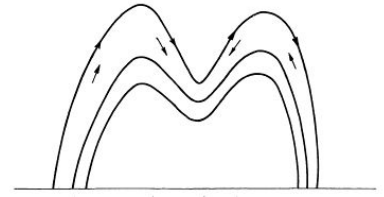
### 4.3 PROTUBERANCIE

Je to chromosferický materiál v koróne. Je to chladnejšie kvôli narušeniu tepelnej rovnováhy, ale hustejšie než okolie. Vyššia hustota znamená vyššie straty žiarením, a teda ochladzovanie.

Štandardný model protuberancie: vyparovania plazmatu v nižšej atmosfére, tok nahor gradientom tlaku vo vnútri magnetickej slučky, potom sa tá plazma hore stretáva a poklesne vlastnou váhou (magnetický pokles) a vytvorí sa magnetický dip. Takýto model udržuje protuberanciu stabilnú, môže viesť ku rovnováhe.

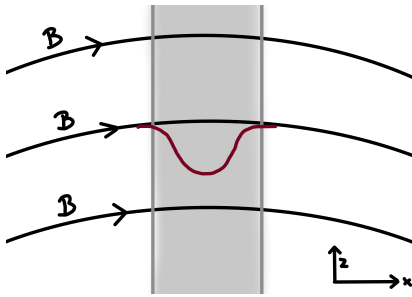
Otázkou je či magnetický dip môže byť pozorovaný, to by znamenalo, že magnetické pole je znižované na vrchole slučky, ale o koľko. To rieši rovnováha v protuberancii.

Protuberancia je z definície chromosférický materiál v koróne. Protuberancie môžu byť **kľudné**, ktoré majú typické magnetické pole od 10 do 100 G a ich zdrojom je kruhovo polarizované svetlo a **aktívne**, ktoré majú magnetické pole väčšie ako 100 G (silné magnetické pole). Typickými parametrami protuberancie sú: hrúbka 5000 km, výška 50 000 km a dĺžka 200 000 km.



Obr. 20: Protuberancia

#### 4.3.1 ROVNOVÁHA V PROTUBERANCI



Obr. 21: Nákres pre protuberanciu

Nech nám tečie magnetické pole  $B = (B_x, B_y, B_z)$  a predpokladajme, že  $B_y \equiv 0$  a  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$  (kvôli symetrii). Na obr. 21 je znázornené toto magnetické pole s v strede je znázornená vrstva. Otázkou je aký veľký skok magnetického poľa je v smere  $z$ . Tak potom platí vzťah:

$$-\frac{dP}{dz} - \rho g + (j \times B)_z = 0, \quad (45)$$

pričom je prvý člen zanedbateľný, pretože výška stupnice tlaku je omnoho menšia než výška protuberancie, ak tlak bol dominantný, tak by sme nepozorovali protuberanciu, tak ako ju vidíme. Pre teplotu  $T \sim 10^4$  K platí, že výšková škála  $H_P \sim 300$  km čo je v konflikte

s pozorovanými výškami. Hmota je podporovaná Lorenzovou silou (dominovaná v smere  $z$ ). Tento systém je v hydrostatickej rovnováhe.

Vzťah (45) si zintegrujeme cez  $x$  ( $\mu$  v tomto prípade je permeabilita vákuua):

$$g \int \rho dx = \int (j \times B)_z dx = \int \frac{1}{\mu} [(\nabla \times B) \times B]_z dx$$

$$j = \frac{1}{\mu} \begin{pmatrix} \nabla_x & \nabla_y & \nabla_z \\ \times & & \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix} = \left( \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}, \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z}, \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) = \left( 0, \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z}, 0 \right)$$

$$(j \times B)_z = \frac{1}{\mu} \left[ \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} \right]_z = \frac{1}{\mu} \left[ -B_x \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) \right] = -\frac{1}{\mu} B_x \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \right)$$

vrstva je tenká, teda  $B_x$  je spojitá cez vrstvu (nie je tam žiaden skok, nemení sa) a  $\frac{\partial B_z}{\partial x} \gg \frac{\partial B_x}{\partial z}$ , potom platí:

$$g \int_{x_1}^{x_2} \rho dx \sim -\frac{1}{\mu} \int_{x_1}^{x_2} B_x \frac{\partial B_z}{\partial x} dx \sim \frac{1}{\mu} B_x [B_z], \quad (46)$$

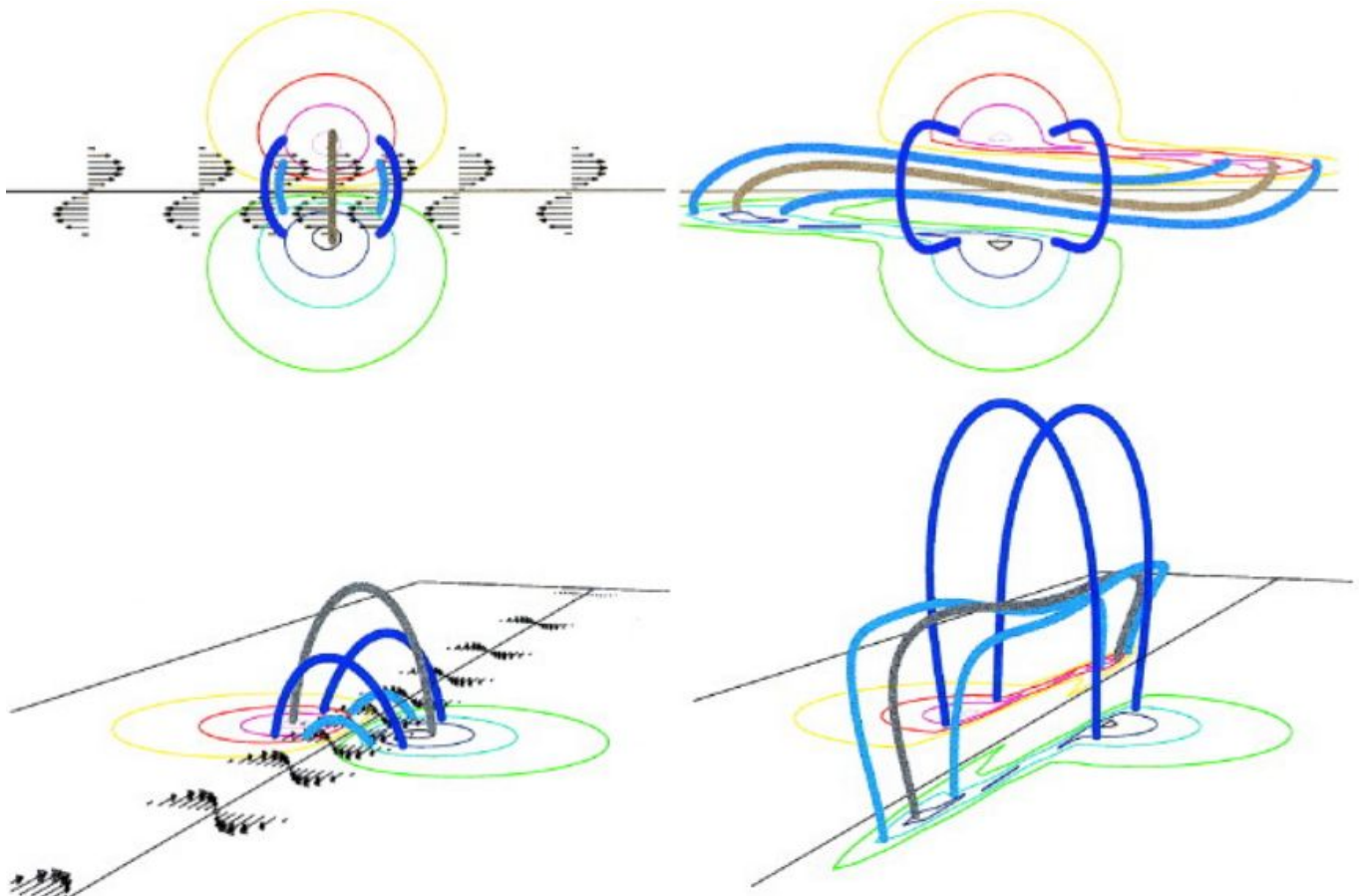
pričom  $B_x$  sme mohli dať von z integrálu, pretože je spojitá a  $[B_z] = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial B_z}{\partial x} dx$ , takže je skok v  $B_z$ .

Pre protuberanciu s hodnotami typickými pre Slnko  $[x] = 5000$  km,  $\rho = 10^{-10}$  kg/m<sup>3</sup>,  $B_x = 10^{-3}$  T platí:

$$[B_z] \sim 2 \times 10^{-4} \text{ T} \quad (47)$$

čo je veľmi malá zmena a teda nie je merateľná.

## 4.4 FILAMENTY



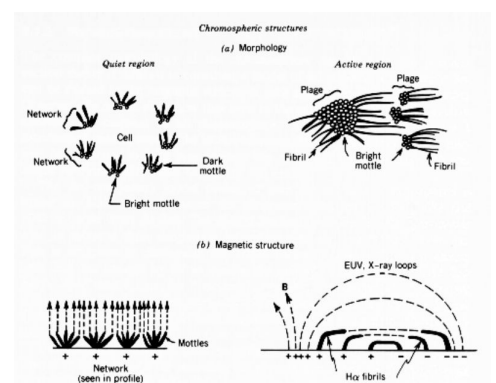
Obr. 22: Model filamentu

Filamenty sú podobné protuberancii. Pokiaľ to pozorujeme nad okrajom, tak je to protuberancia a pokiaľ to pozorujeme na slnečnom disku, tak hovoríme o filamente. Filamenty sa javia tmavé, pretože "tieň" povrch, nastáva tak rozptýlenie žiarenia z fotosféry do rôznych smerov. Nachádza sa v koróne a žiari hlavne v čiare  $H_{\alpha}$ . Dá sa na nich pozorovať neutrálnu čiaru / líniu (polarity inversion line), to je línia, ktorá rozdeľuje bipolárne magnetické pole. Magnetické pole v nich má helikálnu štruktúru. Filament vzniká nad touto líniou. Pokiaľ sú súčasne pozdĺž neutrálnej línie strihové prúdy (shearing motions), tak tam vzniká prúdová vrstva a následne vznikajú magnetické povrazce (pokiaľ sú vyplnené plazmou, tak hovoríme o filamente). Môžu sa v dôsledku konvekcie zaplietť a to je považované za príčinu erupcií. Na obr. 22 máme znázornený model filamentu.

## 4.5 CHROMOSFÉRICKÉ ŠTRUKTÚRY

Na obr. 23 je znázornená chromosférická štruktúra. Môžeme na ňom vidieť tichú chromosféru zloženú z magnetických sietí (formované rovnakou polaritou), aktívnu chromosféru zloženú fibrilami. Bright mottles (jasné škvrny) sú miesta, kde je malé magnetické pole. Dark mottles sa nachádzajú na okraji supergranul, kde sa nachádza silnejšie magnetické pole.

Fibrily sa rozvíjajú z oblasti so silným magnetickým polom. Pozorujú sa v  $H_{\alpha}$  čiare. Smerujú paprskovito od slnečnej škvrny, začínajú vo vnútri penumbry a siahajú až do vzdialenosti rovnajúcej sa priemeru škvrny. Systém fibril obklopujúci slnečnú škvrnu sa nazýva superpenumbra. Životnosť má 10 až 20 minút.



Obr. 23: Chromosférické štruktúry



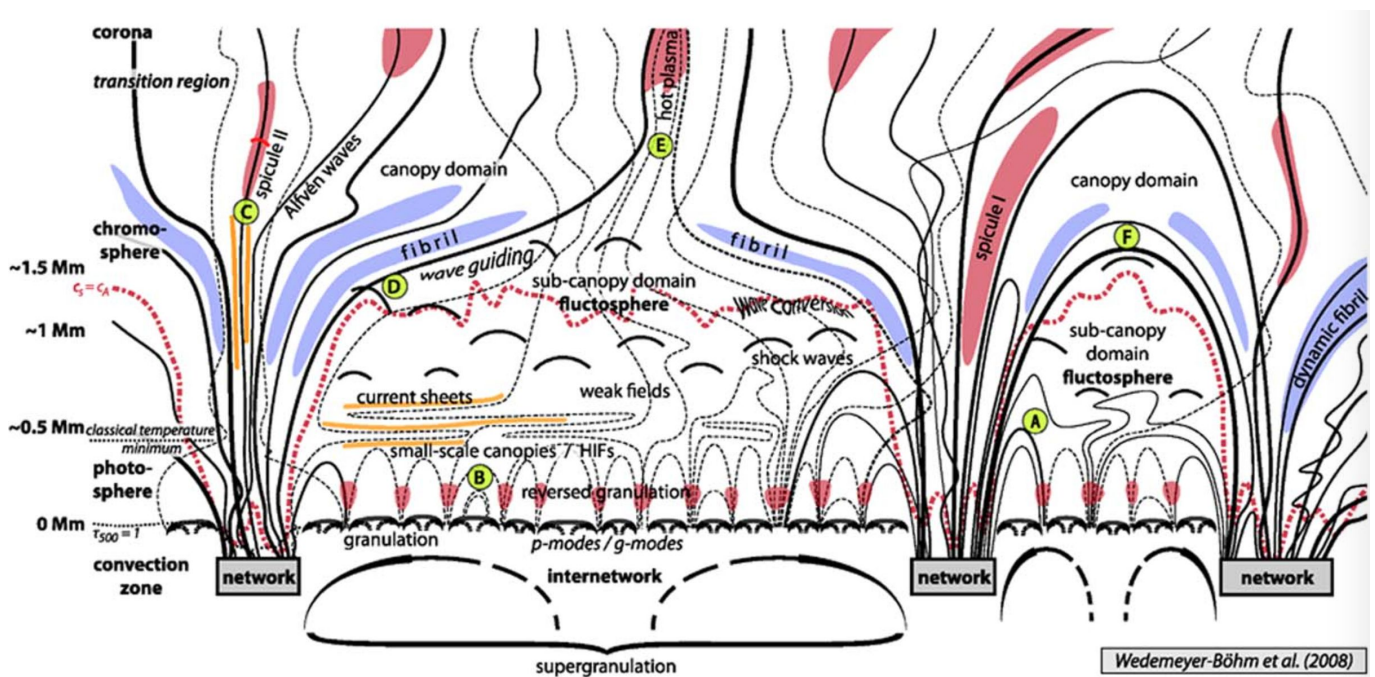
## 4.6 SPIKULE

Spikule sú pozorovateľné nad okrajom (vyzerajú ako tráva). Ich výška je približne 5000 km a hrúbka menej než 500 km. Teplotu majú  $10^4$  K, hustotu  $3 \times 10^{-10}$  kg/m<sup>3</sup> rovnako ako chromosféra. Ich vertikálna rýchlosť môže byť až 25 km/s.

Totálny tok hmoty pomocou spikule je  $100\times$  väčší než tok slnečným vetrom.. Tok pomocou spikule neunikne, takže tam musí byť nejaký spätný tok. Ich životnosť je podobná ako životnosť granúl, tj. 5 až 10 minút.

Existujú aj makrospikule, ktoré sa nachádzajú v polárnych oblastiach, dĺžku môžu mať až 20 000 km. Existujú aj dvojlákové spikule, v skutočnosti bolo zistené, že veľá spikul počas svojej evolúcie sa ukazujú ako dvojlákové.

## 4.7 PREVIAZANÁ ATMOSFÉRA



Obr. 24: Previazaná atmosféra

Na obr. 24 máme znázornenú previazanú atmosféru. Ukázalo sa, že atmosféra je viazaná a je spojená. A všetky vrstvy atmosféry sú spojené do jednej. Všetko je poháňané magnetickým poľom.

Vo fotosfére vidíme konvektívne pohyby (najvýznačnejšie sú granule). **Granule** korešpondujú dĺžke tepelného rozptylu,  $\beta > 1$  tlak plynu dominuje nad tlakom magnetického poľa. Veľkorozmerová redistribúcia magnetických poľí, teda veľké polia majú supergranule a malé polia majú granule. Vo vnútri granúl je horizontálne pole. Granule majú svetlé vnútro a tmavé kraje.

Nad vrstvou supergranulácie máme vrstvu **reverznej granulácie** (tmavé vnútro a svetlé kraje). Dochádza ku adiabatickej expanzii nad centrom granule a adiabatickej kompresii (kompresia = ohrev) nad mezigranulárnymi priestormi. Mezigranulárne procesy sú jasnejšie (majú väčšiu hustotu aj teplotu) než granulárne.

V chromosfére máme **canopy domain** (v obr. nad F). Uzatvárajú magnetické pole. Je tvorená veľkorozmerovými magnetickými poliami. Je to tzv. pravá chromosféra. Nachádzajú sa tam MHD vlny, ktoré boli nižšie excitované. Fibrily (modrou) sú tvorené chladnou plazmou v rozpínajúcom sa magnetickom poli, je to možný dôsledok rázových vln z interakcie unikajúcich oscilácií a konvekcie fotosféry. Je to ekvipartičná vrstva ( $c_S = c_A$   $c_S$  typická rýchlosť je HD vlny,  $c_A$  typická rýchlosť magnetickej komponenty vlny), čo znamená, že tam dochádza ku konverzii vln. Nachádzajú sa tam vlny, ktoré tam nevznikli (napr. seizmické vlny, ktoré boli konvertované do magnetického poľa).

**Spikule** (červenou) majú 2 typy. Typ I je výsledkom rázových vln poruchami vo fotosfére (napr. zvukovými vlnami), propagácia pozdĺž poľa z fotosféry do hornej vrstvy. Typ II je tenší, dynamickejší, premenlivejší, rýchlejší a pravdepodobne dôsledkom rekonexných procesov, súvisí s Alfvénovými vlnami.

**Koronálny mech** (nad E). Dochádza tam ku výtriskom horúcej plazmy v oblasti koróny, ale nie nutne nad najsilnejším poľom vo fotosfére. Obvykle sú v spojení s aktívnou oblasťou.

**Subcanopy domain** (pod F) má slabé magnetické pole ( $\beta < 1$ ). V tejto domain dochádza ku rázovým vlnám. Granulácia je dominantný jav zodpovedný za štruktúru, intragranule - silné horizontálne pole, formujú vrchlíky. Je to dynamická domain, dochádza tam ku reverznej granulácii. Prechod z konvekcie dominovanej vrstvy do vrstvy dominovanej vlnami.

**Fluktosféra = klapotisféra** je dominovaná rázovými vlnami, refrakcia a konverzia vln na ekvipartičnej vrstve.

Dynamické procesy znázornené na obr. 24 sú: C - prúdová vrstva (rekonexia), D - rázové vlny nasledujú siločiar, E - rázové vlny stlačujú a ohrievajú plazmu v oblasti zužujúceho sa magnetického poľa, F - rázové vlny tlačia na vrchlíky a stlačujú magnetické pole.

## 5 ROTÁCIA

### 5.1 SLNEČNÉ ROTÁCIE

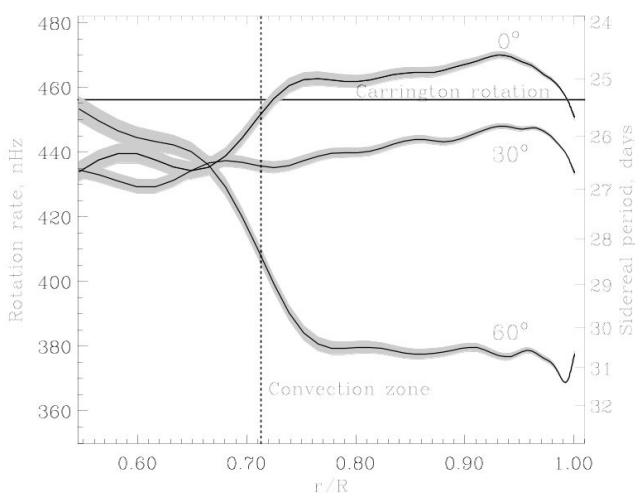
Slnko rotuje pomaly. Jedna rotácia trvá asi mesiac a prvý to pozoroval v roku 1610 Galileo Galilei pomocou rotácie pohybu škvŕn. V roku 1858 pozoroval škvŕny aj Carrington a zistilo sa, že ich stredná rotačná perióda je  $13^{\circ}12'$ , teda  $T = 27,2753$  dňa.

Bola pozorovaná aj **diferenciálna rotácia** čo znamená, že škvŕny pri rovníku sa pohybujú pomalšie než škvŕny, ktoré sa nachádzajú ďalej od rovníka. V roku 1864 Carrington sa to prvýkrát pokúšal vyjadriť ako  $\omega = A + B \sin^{7/4} b$  pričom konštanty odvodil fitovaním. V dnešnej dobe sa na popis diferenciálnej rotácie používa vzťah:

$$\omega = A + B \sin^2 b + C \sin^4 b \quad (48)$$

je to parabolický fit, ktorý je vhodný v šírkach kde sa tvoria škvŕny, ale smerom ku pólom prestáva fungovať.  $A, B, C$  sú parametre. Táto báza nie je ortogonálna, teda koeficienty sa budú meniť pri pridávaní ďalších členov rozvoja. Tento vzťah predpokladá symetriu rotačného zákona voči rovníku.

Lepší popis expanzie je pomocou Legendrových alebo Gegenbauerových polynomov alebo inej ortogonálnej bázy, ale to nebolo úspešné kvôli tomu, že sa rotácia mení s časom. Slnečná rotácia je nesymetrická voči rovníku a je ovplyvnená magnetickými poľami.



Obr. 25: Helioseizmologický profil rotácie

Rotáciu môžeme merať rôznymi spôsobmi. Najznámejšie sú:

1. **spektroskopicky** (pomocou dopplerovho posunu spektrálnych čiar),
2. **trasovaním objektov** (pozorovanie pohybu napr. slnečných škvŕn, ale môžu byť použité rôzne objekty, ktoré sú dobre pozorovateľné, čím je objekt väčší, tým je rotácia rigidnejšia = nejaví sa tak diferenciálne),
3. **helioseizmicky** (meria solárnu rotáciu ako funkciu hĺbky, teda merania aj pod povrchom).

Keď kombinujeme výsledky zo spektroskopického merania a trasovania, tak môžeme dostať 3D vektor rýchlosti. Rôzne metódy nám môžu dať rôzne výsledky, kvôli tomu, že daný pozorovaný jav nemusí

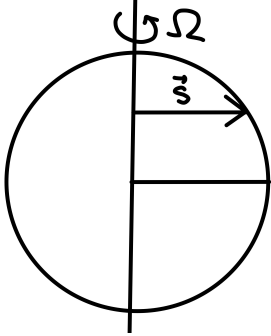
ovplyvňovať iba rotácia. Magnetické elementy rotujú rýchlejšie než okolie a väčšie objekty, ktoré pozorujeme majú rigidnejšiu rotáciu.

Z helioseizmológie sa ukazuje, že rotácia je diferenciálna iba v konvektívnej zóne, hlbšie vrstvy rotujú zhruba ako tuhé teleso (vid' obr. 25). Medzi konvektívnou a žiarivou vrstvou je veľmi silné rýchlostné trenie (lokálne sú tam veľké rozdiely v rýchlostiach), táto vrstva sa nazýva **taxoklína** a myslíme si, že je hlavným zdrojom magnetického poľa Slnka (dynamo).

Slnčnú rotáciu sa pokúšame simulovať, napr. simuláciou cylindrickej tendencie rotácie. S pozorovania vieme, že vrstvy majú konický profil (teda ležia pod uhlom  $\sim 25^\circ$ , pričom v simulácii to nie je presne takto (je to dôsledok Taylor - Proudmanovho stavu, teda dôsledok rovnováhy v toku).

Rotácia je diferenciálna. Na rovníku je rotácia o 30% rýchlejšia než na pólach. Žiarivá zóna rotuje rigidne, rýchlejšie než póly, ale pomalšie než rovník.

### 5.1.1 EFEKTY ROTÁCIE NA VNÚTORNEJ ŠTRUKTÚRE



Obr. 26: Nákres rotácie Slnka s uhlovou rýchlosťou  $\Omega$ , v danej pozícii na povrchu Slnka, ktorá je vzdialená  $s$

Rovnice hydrostatickej rovnováhy nemusia byť modifikované. Započítavame aj odstredivé sily.

$$\nabla P = -\rho g + \rho \Omega^2 \vec{s} = -\rho \nabla \Phi + \rho \Omega^2 \vec{s} = -\rho \nabla \Psi, \quad (49)$$

kde  $\nabla \Psi$  je modifikovaný potenciál, ktorý zahrňuje aj vplyv odstredivej sily. Ak je  $\Omega$  konštantné na valcoch, tak rotácia má oddelený potenciál konzervatívnej rotácie. Teda  $\Omega^2 \vec{s} = -\nabla V$ , kde  $V = -\int_0^s \Omega^2 s ds$  je potenciál slnečnej rotácie, potom gravitačný potenciál je paralelný s potenciálom slnečnej rotácie  $\nabla \Phi \parallel \nabla V$ . Z toho vyplýva, že tlak závisí iba na  $\Psi$ . Izoplochy  $\Psi$  sú totožné s plochami konštantného tlaku.

Pre chemické zloženie platí, že  $\mu = \text{konšt.}$  a teda teplota  $T$  je tiež iba funkciou  $\Psi$ , stavová rovnica je  $p = \mathfrak{R} \rho \frac{T}{\mu}$ .  $\frac{T}{\mu}$  je vždy konštantné na ekvipotenciálnych plochách.

Ďalej:

$$\begin{aligned} \nabla P &= -\rho \nabla \Psi & / \nabla \times \\ \nabla \times \nabla P &= -\nabla \times (\rho \nabla \Psi) = -(\nabla \rho) \times (\nabla \Psi) - \rho (\nabla \times \nabla \Psi) & (50) \\ \Rightarrow 0 &= (\nabla \rho) \times (\nabla \Psi) \end{aligned}$$

$\nabla \times \nabla P \doteq 0$  a  $\rho (\nabla \times \nabla \Psi) \doteq 0$  pretože rotácia gradientu je nula. Z posledného vzťahu v (50) vyplýva, že aj hustota je konštantná na ekvipotenciálnych plochách  $\nabla \rho \parallel \nabla \Psi$ .

Rovnicu kontinuity môžeme nahradiť poissonovou rovnicou  $\Delta \Phi = 4\pi G \rho$  a teda:

$$\Delta \Psi = \Delta \Phi + \Delta V = 4\pi G \rho - 2\Omega^2 \quad (51)$$

Rovnica prenosu žiarenia (využijeme fakt, že teplota je funkciou  $\Psi$ ):

$$\begin{aligned} L_R &= -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \nabla T = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Psi} \nabla \Psi & (52) \\ \Rightarrow L_R &= f(\Psi) \nabla \Psi \end{aligned}$$

pre  $f(\Psi) = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Psi}$

Rovnica energetickej rovnováhy:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot L_R &= \rho \varepsilon & (\text{lokálne}) \\ \nabla \cdot L &= \frac{df}{d\Psi} (\nabla \Psi)^2 + f(\Psi) \Delta \Psi & (53) \\ &= \frac{df}{d\Psi} (\nabla \Psi)^2 + f(\Psi) [4\pi G \rho - 2\Omega^2] = \rho \varepsilon \end{aligned}$$

pričom  $(\nabla\Psi)^2 = (g_{eff})^2$  čo nie je konštantné na ekvipotenciále, pretože efektívne gravitačné zrýchlenie  $g_{eff}$  je väčšie v peakoch. Ale  $f(\Psi)[4\pi G\rho - 2\Omega^2]$  a  $\rho\varepsilon$  sú konštantné na ekvipotenciále.

Pre rigidne konzervatívne rotujúcu hviezdu sa nedá rovnica energetickej rovnováhy splniť, to sa nazýva **von Zeipelov paradox**.

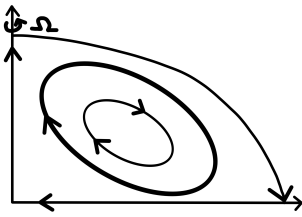
Treba to odkloniť od predpokladov, zaviesť dodatočný transport energie od (teplejších) pólov ku (chladnejšiemu) rovníku. To sa nazýva **meridionálna cirkulácia**.

Charakteristický čas:

$$\tau_{circ} \sim \frac{GM^2}{LR} \frac{1}{\xi} \sim \frac{\tau_{KH}}{\xi}, \quad (54)$$

kde  $\xi = \frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_c}$  popisuje dôležitosť rotácie  $\xi = \frac{f_{centering}}{f_{grav}}$  a  $\tau_{KH}$  je charakteristický čas Kelvin-Helmholtzovej kontrakcie. Pre Slnko je charakteristický čas rotácie  $\tau_{circ} \sim 10^{12}$  rokov.

### Interpretácia Zeipelovho paradoxu



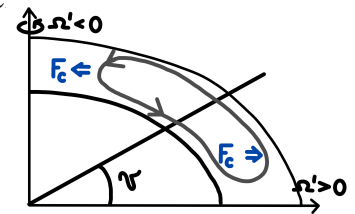
Obr. 27: Cirkulácia

Teplo prichádzajúce nie je vyvážené teplom odchádzajúcim, a teda sa element buď ohrieva, alebo ochladzuje voči okoliu. Vzplývavé sily vedú ku cirkulácii v meridionálnej vrstve. Táto vrstva nie je stabilná, musí sa meniť alebo energia musí byť vytváraná v nerealistickej forme (z hľadiska rozloženia).

Ďalej (Baker & Kippenhake, 1959) cirkulácia sa zriadi pre všetky typy rotácie a (Roxburgh, 1966) zriadi sa pre všetky formy konvekcie. Stabilné riešenie môžeme nájsť, vtedy keď rotácia ani meridionálna cirkulácia nie sú konzervatívne, takže odstredivá sila nemá potenc

Pre Slnko nie je globálna cirkulácia dôležitá ( $\tau_{circ} \sim 10^{12}$  roka). Vzniká tam iná forma meridionálnej cirkulácie a to turbulentný pumping. A platí:

$$\begin{aligned} \Omega' &= \Omega(v) - \Omega_{mean} \\ F_C &\propto -\Omega \times v \end{aligned} \quad (55)$$



Obr. 28: Cirkulácia v Slnku

kde  $F_C$  je koriolisová sila a  $v$  je rýchlosť. Na rovníku ide smerom von a na póle ide smerom dnu a tak formuje bunku.

## 5.2 VÝVOJ ROTÁCIE

Profil diferenciálnej rotácie nie je konštantný v čase. Dochádza tam aj ku sekulárnym zmenám, ktoré sú dlhodobé a neperiodické. Hviezdy na MS zvyčajne rotujú rýchlejšie (Slnko v minulosti bolo podobné, ale keďže sa zmeny sčítavajú, tak je to málo). Slnko stále spomaľuje pomocou **magnetického brzdzenia**, teda magnetické pole Slnka siaha veľmi ďaleko a vo výsledku je pre slnečný vietor efektívny polomer Slnka väčší (efektívnejšie straty momentu hybnosti). Rotácia jadra by sa spomaľovať týmto mechanizmom nemala.

Ďalej dochádza aj ku periodickým zmenám, ktoré súvisia s periodickým cyklom. Pozoruje sa severojužná asymetria (pologuľa, ktorá vykazuje nižšiu aktivitu rotuje rýchlejšie a viac diferenciálne), zmena profilu na viac rigidne v dobe maxima (Slnko rotuje pomalšie a menej diferenciálne), lokálne urýchlenie lokálnymi povrchovými magnetickými oblasťami.

### 5.2.1 TORZNÉ OSCILÁCIE

Torzne oscilácie sú pásy rýchlejšej (pomalšej) rotácie (o cca 10 m/s čo nie je veľa v porovnaní s rýchlosťou na rovníku, ktorá je 2 km/s) migrujúce smerom ku rovníku s cyklom aktivity. Na oblasti rozhrania pomalého a rýchleho pásu sa objavujú aktívne oblasti (oblasti so škvrnami). Existuje aj druhá vetva, kde dochádza ku migrácii ku pólom s cyklom aktivity.

Pôvod je nejasný. Spruit 2003 a potom Rempel 2006 robili model a zistili, že pás aktivity je o cca 5 K chladnejší než okolie (v aktívnych oblastiach je nižší tlak) a tak dochádza ku vtoku hmoty do pásu (stáčanie do špirál pôsobením Coriolisovej sily), teda vzniku torzných oscilácií.

Torzne oscilácie majú 2 vetve:

1. Low-latitude vetva - je skôr povrchová, najskôr je spôsobená termálnym efektom (Tazlor-Proudman state) spojeným s povrchovou magnetickou aktivitou čo je geostrofické prúdenie
2. Hight-latitude vetva - je hlboká a najskôr je spôsobená efektom Reynoldsového tenzoru (mechanical forcing)

Z helioseizmológie sa ukazuje, že prúdy blízko rovníka sú plytšie (spojené s plytkým magnetickým poľom, skôr tepelný efekt - ochladzovanie), prúdy bližšie ku pólom sú hlbšie (skôr spojené s mechanickými silami)

### Oscilácie v tachokline

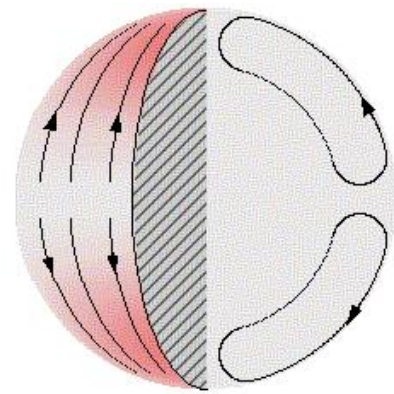
Tachoklin je vrstva na rozhraní medzi radiačnou zónou a konvektívnou zónou. Sú tam pozorované oscilácie s dĺžkou 1,3 roka, ale boli pozorované iba s MDI a GONG dátami v 90-tých rokoch, ale od roku 2002 neboli pozorované, takže môže to byť len nejaká pozorovaná chyba.

## 5.3 MERIDIONÁLNA CIRKULÁCIA

Meridionálna cirkulácia v Slnku je zapríčinená turbulentným pumpingom. Je to dôležité pre prenos magnetického toku z aktívnej zóny ku slnečným pólom a v procese recyklácie magnetického poľa, takže to ovplyvňuje slnečný cyklus.

Pozoruje sa pomalý tok ( $\sim 10$  m/s) od rovníka ku pólom. Prejavuje sa iba štatisticky, pretože lokálne rýchlosti sú až o dva rády väčšie, takže pri pozorovaní to nevidíme.

Je to jeden z faktorov spôsobujúcich diferenciálnu rotáciu (unáša rýchlejšie elementy ku rovníku a pomalšie ku pólom). Zatiaľ sa uvažuje o teórii, že sa jedná o jednu veľkú bunku, ale existujú aj teórie, ktoré hovoria o tom, že sa formujú protibunky.



Obr. 29: Meridionálna cirkulácia

### 5.3.1 MECHANIZMUS DIFERENCIÁLNEJ ROTÁCIE

Zachovanie uhlového momentu v konvektívnej zóne  $L = \vec{r} \times \vec{p} = \text{konšt.}$ , kde  $\vec{r}$  je polohový vektor a  $\vec{p}$  je vektor hybnosti. Keď si chceme zadefinovať hybnosť, tak prv si musíme zadefinovať rýchlosť. Rýchlosť  $\vec{v}$  je superpozíciou rotácie  $\langle v_\phi \rangle$ , meridiálnej cirkulácie  $\vec{v}_m = (\langle v_r \rangle, \langle v_\theta \rangle)$  a konvektívneho komponentu  $\vec{u}$ . Pričom  $\langle . \rangle$  je priemer cez  $\phi$  (dĺžka). Teda:

$$\vec{v} = \langle v_\phi \rangle \vec{e}_\phi + \vec{v}_m + \vec{u} \quad (56)$$

Hydrodynamické rovnice:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi \quad (57)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (58)$$

Azimutálna zložka  $\langle v_\phi \rangle = v_{rot} = r \sin \theta \Omega = s \Omega$ , pričom  $s \equiv r \sin \theta$ . Vzt'ahy (57) a (58) spriemerujeme cez  $\phi$  (pravá strana (57) bude nulová kvôli tomu, že predpokladáme symetriu, a teda  $\phi$  komponenta bude nulová) a dostaneme:

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + (v \cdot \nabla)_\phi v_\phi = 0 \quad / \cdot s \rho \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \rho \vec{v} \rangle_\phi &= 0 \quad / \cdot s \rho \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 \end{aligned} \quad (60)$$



Z rovnice (59):

$$s\rho \frac{\partial v_\phi}{\partial t} + s\rho (\vec{v} \cdot \nabla) v_\phi = 0$$

$$(\rho \vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - (\nabla \cdot \rho \vec{v}) \vec{v} = \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) \quad \Leftarrow \text{zo vzťahu (60) (anelasticita)}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{rot} + \vec{v}_{circ} + \vec{u}_{convec} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (s\rho \langle v_\phi \rangle_\phi) + \nabla \cdot (s\rho \langle \vec{v} v_\phi \rangle_\phi) = 0$$

$$\langle \vec{v} v_\phi \rangle_\phi = \langle (v_{rot} + v_m + \vec{u})(v_{rot} + u_\phi) \rangle_\phi$$

$$= \langle v_{rot} v_{rot} + v_{rot} v_m + v_{rot} \vec{u} + v_{rot} u_\phi + v_m u_\phi + \vec{u} u_\phi \rangle_\phi$$

$$= v_{rot}^2 \frac{v_{rot}}{v_{rot}} + v_\phi v_m + v_{rot} \langle \vec{u} \rangle_\phi + v_{rot} \langle u_\phi \rangle_\phi + v_m \langle u_\phi \rangle_\phi + \langle \vec{u} u_\phi \rangle$$

$$= v_{rot}^2 \vec{e}_\phi + v_{rot} v_m + \langle \vec{u} u_\phi \rangle_\phi \quad \Leftarrow \text{kvôli tomu, že } \langle u_\phi \rangle = 0 \text{ (convection stochastic)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (s\rho v_\phi) + \nabla \cdot (s\rho v_{rot}^2 \vec{e}_\phi + s\rho v_\phi v_m + \rho s \langle \vec{u} u_\phi \rangle_\phi) = 0 \quad (\nabla \cdot v_{rot}^2 \vec{e}_\phi = 0, \text{ pretože je to konšt.})$$

Pre  $v_\phi = s\Omega$  dostaneme:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho s^2 \Omega) + \nabla \cdot (\rho s^2 \Omega v_m + \rho s \langle \vec{u} u_\phi \rangle_\phi) = 0 \quad (61)$$

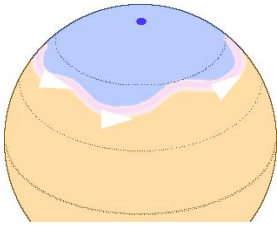
pričom  $L = \rho s^2 \Omega = \text{konšt.}$  a z toho vyplýva:

$$\nabla \cdot (\rho s^2 \Omega v_m + \rho s \langle \vec{u} u_\phi \rangle_\phi) = 0 \quad (62)$$

pre  $L = \text{konšt.}$  je rovnováha tvorená meridionálnym pohybom a konvekciou. Pričom platí, že pokiaľ  $u_\phi$  rastie (lokálne zrýchlenie), tak  $v_m$  klesá a teda nastáva zrýchľovanie rovníka a pokiaľ  $u_\phi$  klesá (lokálne spomaľovanie), takže  $v_m$  rastie, tak dochádza ku spomaľovaniu pólův.

Problém nastane, keď  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  a  $\nabla \cdot \rho$  nemôžeme zanedbať, pretože to riadi konvekciu.

## 5.4 ROSSBYHO VLNY

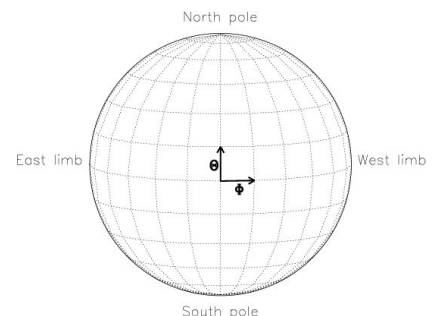


Obr. 30: Rossbyho vlny

Rossbyho vlny sú veľkorozmerové vlny, ktoré sa vyskytujú vždy, keď máme rotujúcu tekutinu. Majú vždy komponentu, ktorá sa šíri proti smeru rotácie. Na Zemi sú zodpovedné za striedanie počasia (v miernom pásme menia počasie každé  $\sim 3$  dni). Sú ťažko detekovateľné v slnečnej atmosfére a označujú sa ako **r-mody** oscilácii.

## 5.5 SÚRADNICE

1. Carringtonov systém ( $\omega_{syn} = 13,2^\circ / \text{deň}$ ,  $T_0 = 9.11.1853$ )
2. Heliocentrický systém
3. Lokálny kartézsky systém (hlavne pre pozorovanie s vysokým rozlíšením)
4. Rôzne projektívne systémy (v helioseizmológii Postelova projekcia)



# 6 OSCILÁCIE

## 6.1 OSCILÁCIE

Oscilácie boli objavené v 60-tých rokoch 20. storočia Robertom Leightonom pomocou dopplerogramu. Leighton monitoroval dopplerov posun na jednej pozícii solárneho disku v časovej postupnosti a zistil, že signál je periodický s periódou 5 minút (konkrétne 296 s). Tento jav sa opakoval na všetkých pozorovaných miestach Slnka a teda je to typická vibrácia, ktorú Slnko má. Neznamená to, že všetky miesta na Slnku vibrujú v rovnakej fáze. Sú tm fázové posuny a to znamená, že tam musia byť nejaké rezonančné vlny, ktoré sa šíria po celom slnečnom vnútre.

Najvýznamnejšie a najsilnejšie mody sú **p-mody** (akustické mody) s periódou 296 s (5 minútové oscilácie). Nie je to mod jedinej interferencie, ale má až  $10^7$  rôznych modov. Modom myslíme jedinečnú kombináciu vlnového vektora  $\vec{k}$  a frekvencie  $\omega$ .

V 70. rokoch sa ukázalo analyticky, že mody (vlny) sú uväznené v určitom rozsahu hĺbky. A vo všeobecnosti platí, že ak vlnová dĺžka modu je väčšia, tak preniká do väčšej hĺbky (malé sa dostanú iba na povrch, veľké do vnútra). Takže rôzne mody môžu byť použité na sondáž slnečného vnútra.

Helioseizmológia je založená na osciláciách.

## 6.2 VÝKONNÉ SPEKTRUM = POWER-SPEKTRUM

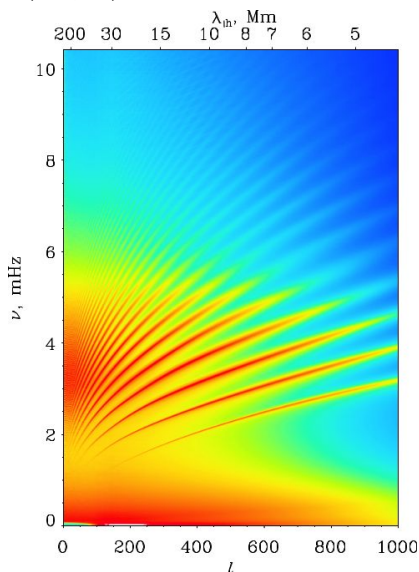
Výkonné spektrum udáva rozloženie výkonu signálu pozdĺž frekvenčnej osi. Nech máme meranie, ktoré je dočasne vyriešené, napr. funkcia  $\Phi(x, y, t)$ . Namiesto všeobecnej funkcie  $\Phi$  môžeme zobrať jednu reprezentáciu / meranie a to bude rýchlosť ( $v(x, y, t)$ ), ktorú vieme ľahko pozorovať z dopplerogramu.

Nech máme signál vo fourierovom priestore, teda rýchlosť bude:

$$\tilde{v}(k_x, k_y, \omega) = \int \int \int v(x, y, t) e^{i(k_x x + k_y y + \omega t)} dx dy dt, \quad (63)$$

kde  $k_x$  a  $k_y$  sú kartézské komponenty horizontálneho vlnového vektora  $\vec{k}_h = (k_x, k_y)$ . Pričom veľkosť tohto vektora je  $|k_h| = \frac{2\pi}{\lambda}$ , kde  $\lambda$  je vlnová dĺžka. Power-spektrum je  $P(k_x, k_y, \omega) = \tilde{v}(\tilde{v}^*) = |\tilde{v}|^2$ . Namiesto 3D power-spektra používame 2D power-spektrum  $P(k, \omega) = |\tilde{v}(k, \omega)|^2$ .

Problém je, že kartézska reprezentácia nie je vhodná pre celé Slnko, pretože Slnko je sféra. A teda funkcie sú ortogonálne v kartézskom systéme, ale nemusia byť vo sfére. Takže namiesto harmonických funkcií v kartézskych súradniciach budeme používať sférické harmonické funkcie. Takže použijeme rýchlosť ako  $v(\theta, \phi, t)$ .



$$\tilde{v}(l, m, n) = \int \int \int v(\theta, \phi, t) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} d\theta d\phi dt, \quad (64)$$

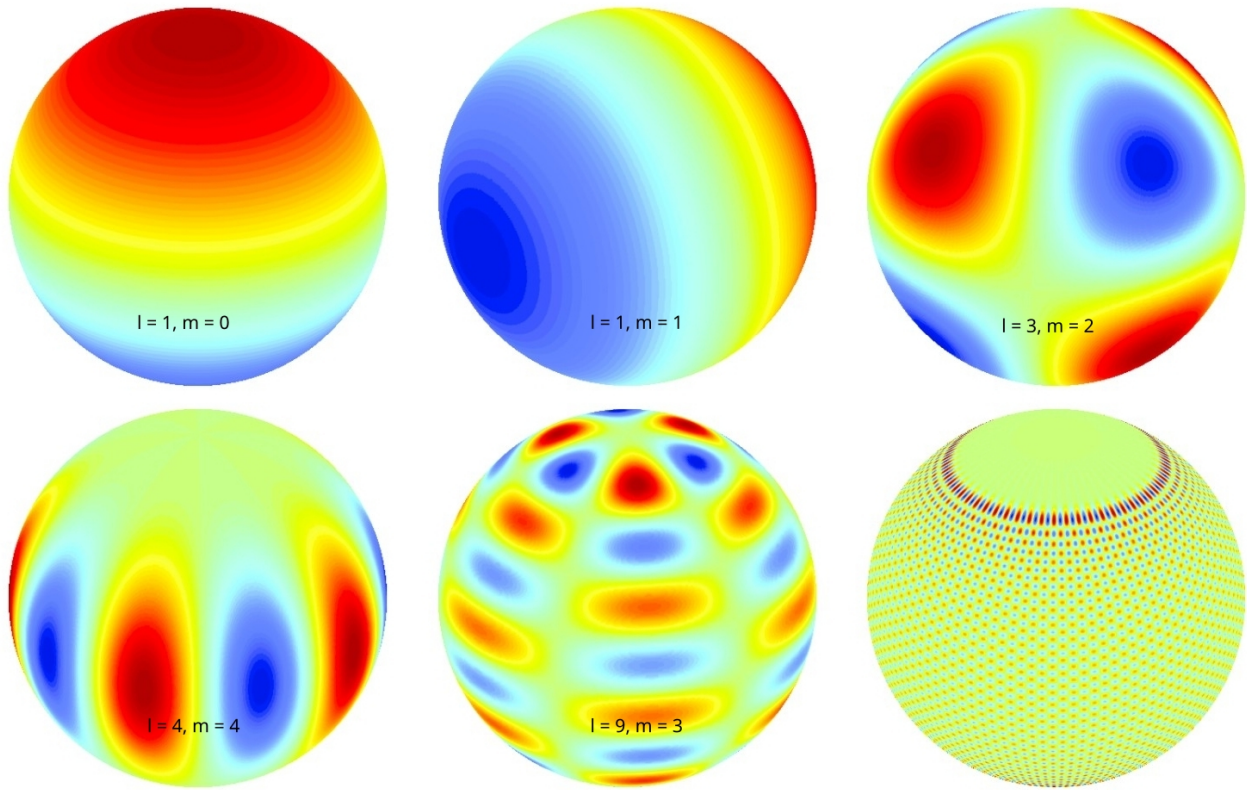
kde  $Y_l^m(\theta, \phi)$  je guľová funkcia. A teda power-spektrum  $P(l, m, n) = \tilde{v}(\tilde{v}^*)$ .

Veľkosť horizontálneho vlnového vektora vypočítame ako  $k_h = \frac{l(l+1)}{R_\odot}$ , kde  $l$  sa nazýva uhlový stupeň (angular degree).

Signál na nízkych frekvenciách korešponduje s konvekciou, v týchto frekvenciách by sme pozorovali g mody vln. Typická frekvencia oscilácii je 2,5 - 4,5 mHz, čo korešponduje 5 minútam. Frekvencie vyššie než 5,3 mHz sa neodrážajú späť pod povrch, ale unikajú do atmosféry. Niektoré interferujú, ale je to slabé.

Obr. 31: Spektrum oscilácii

### 6.3 SFÉRICKÉ HARMONIKY



Obr. 32: Priestorové vlny (vidíme tu iba  $l$  a  $m$ , ale  $n$  tu nie je pretože nemáme ich prierez)

$l$  (uhlový stupeň) udáva počet uzlových kriviek v uhlovom smere,  $m$  udáva koľko z tých kriviek prechádza pólom (limituje ho počet  $l$ ) a  $n$  udáva počet uzlových kriviek v radiálnom smere.

Červená farba znamená, že ide dole a modrá, že expanduje. Veľká vlnová dĺžka a malé  $l$  reprezentuje veľmi veľkú škálu vln.

#### 6.3.1 TEORÉMY DISKRÉTNEJ FOURIEROVEJ TRANSFORMÁCIE DFT

Signál je meraný po dobu  $T$ , a teda frekvenčné rozlíšenie je  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$  čo je zároveň najmenšia merateľná funkcia. Najvyššia merateľná funkcia je Nyquistova frekvencia  $\omega_{Ny} = \frac{\pi}{\Delta t}$ , kde  $\Delta t$  je vzorkovacia funkcia. Celkovo:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \leq \omega \leq \frac{\pi}{\Delta t} \quad (65)$$

s krokom  $\Delta\omega$ . Najnižšia frekvencia nám hovorí, že máme jednu plnú vlnu. V skutočnosti môžeme mať vyššie frekvencie než Nyquistova frekvencia. Tieto frekvencie sú rýchlejšie než meranie. Vyššie funkcie sa vzorkujú do nižších (aliasing). Takže namiesto toho, aby sme to videli za  $\omega_{Ny}$ , tak to uvidíme na mieste  $\omega_{Ny} - (\omega - \omega_{Ny})$ , čo je problém aliasingu. Jedným s riešením je, že budeme mať rýchlejší vzorkový čas. Podobne je to aj pre priestorové funkcie.

Problémom je, že to pozorujeme na pologuli, na ktorej nie sú guľové funkcie  $Y_l^m$  ortogonálne, teda dostávame falošné módy, aliasing. Klasické spektrum oscilácii vynášame do  $l$ - $v$  ( $k$ - $\omega$ ) diagram.

#### 6.3.2 ZÁKLADNÝ MOD

Základným modom budeme rozumieť vlnu, ktorá sa šíri v Slnku a predpokladajme, že vlna ide z jedného pólu ku druhému, potom sa odrazí a ide späť. Potom vlnová dĺžka bude  $\lambda = 4R_{\odot}$ . Pre určenie typickej časovej škály použijeme typickú rýchlosť, ktorou putuje vlna, čo je rýchlosť zvuku  $c_S = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ . Z toho si vyjadríme priemernú rýchlosť zvuku  $\bar{c}_S = \sqrt{\frac{\bar{\gamma P}}{\bar{\rho}}}$ , kde  $\bar{P}$  a  $\bar{\rho}$  sú stredná hodnota tlaku a stredná hodnota hustoty.



Pre strednú hodnotu hustoty platí vzťah:

$$\bar{\rho} = \frac{3}{4\pi} \frac{M_{\odot}}{R_{\odot}^3}. \quad (66)$$

Strednú hodnotu tlaku odhadneme z rovnice hydrostatickej rovnováhy, ktorú hrubo diskretizujeme (po-vrch - stred):

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{GM_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^4} \Rightarrow \frac{0 - \bar{P}}{M_{\odot} - 0} = -\frac{GM_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^4} \Rightarrow \bar{P} = \frac{GM_{\odot}^2}{4\pi R_{\odot}^4}. \quad (67)$$

Diskretizovaním rovnice kontinuity dostaneme:

$$\frac{R_{\odot} - 0}{M_{\odot} - 0} = \frac{1}{4\pi R_{\odot}^2} \quad (68)$$

Takže pre rýchlosť zvuku zo vzťahov (66) a (67) vyplýva:

$$\bar{c}_S = \sqrt{\frac{\gamma \bar{P}}{\bar{\rho}}} = \sqrt{\frac{\gamma \frac{GM_{\odot}^2}{4\pi R_{\odot}^4}}{\frac{3M_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^3}}} = \sqrt{\gamma \frac{GM_{\odot}}{3R_{\odot}}} \quad (69)$$

Takže pre oscilácie tam a naspäť platí:

$$\tau = \frac{\lambda}{c_S} = \frac{4R_{\odot}}{c_S} = \sqrt{\frac{16R_{\odot}^2}{\gamma \frac{GM_{\odot}}{3R_{\odot}}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 16 R_{\odot}^3}{\gamma G M_{\odot}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 16}{G\gamma} \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\bar{\rho}}} = \frac{6}{\sqrt{\gamma\pi}} [G\bar{\rho}]^{-1/2}, \quad (70)$$

kde  $\tau$  je typický čas priechodu vlny. Pre Slnko ( $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ,  $\bar{\rho} = 1,409 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) vyplýva  $\tau = 142$  minút. Reálne časy sú okolo 15 minút, pretože rýchlosť zvuku smerom do centra rastie.

### 6.3.3 LINEÁRNE ADIABATICKÉ OSCILÁCIE NEROTUJÚCEHO SLNKA

Predpoklady:

- poruchy indexované čiarkou sú malé voči pozad'ovým hodnotám (indexované nulou)
- linearita  $v' \ll c_S$ , takže rýchlosti sú oveľa menšie ako rýchlosť zvuku
- adiabacita  $\frac{dS}{dt} = 0$ ,  $\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{konšt.}$
- sféricky symetrické pozadie
- zanedbávame magnetické pole, tenzor napätia, rotáciu
- porucha je malá voči pozadiu:  $v_0 = 0$ ,  $\rho_0 = \rho_0(r)$ ,  $P_0 = P_0(r)$

Riešené rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) &= 0 && \text{Kontinuity} \\ \rho \frac{dv}{dt} &= \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v \right) = -\nabla P - \rho g = -\nabla P - \nabla \Phi \rho && \text{Pohybová} \\ PV^\gamma &= \frac{P}{\rho^\gamma} = \text{konšt.} \Rightarrow \left( \frac{dP}{dt} - P\kappa \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \frac{1}{\rho^\kappa} = 0 && \text{Stavová} \\ \Delta \Phi &= 4\pi G \rho && \text{Poissonova} \end{aligned}$$

Zo stavovej rovnice (rovnice adiabacity) a toho, že rýchlosť zvuku je  $c_s^2 = \frac{\gamma P}{\rho}$  dostávame:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P\gamma}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{dP}{dt} - c_s^2 \frac{d\rho}{dt} = 0. \quad (71)$$

Predpokladali sme, že porucha je malá voči okoliu, tak si určme výchylku ako  $\vec{\xi}(t)$ , takže  $\vec{v}' = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t}$ .

Zaved' me si do rovníc Eulerovské perturbácie (čiarkovane)  $\rho'$ ,  $\vec{v}'$ ,  $P'$ ,  $\Phi'$  a Lagrangeove perturbácie ( $\delta$ ). Tieto dve perturbácie súvisia spolu vzťahom:

$$\delta A = A' + \xi_r \cdot \frac{\partial A_0}{\partial r}. \quad (72)$$

### Linearizácia

Linearizujeme rovnicu kontinuity. Hustotu a rýchlosť si rozdelíme na pozadie a poruchu, teda  $\rho = \rho_0 + \rho'$  a  $v = v_0 + v'$ . Pričom platí, že druhú a vyššiu mocninu poruchy zanedbávame ( $\rho'v' \rightarrow 0$ ) a na začiatku sme si povedali, že porucha je malá voči pozadiu a  $\nabla v_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$ , pričom pre pozad'ové hodnoty automaticky platia hydrodynamické rovnice. Takže:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 v_0) + \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 v') &= 0 \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 v') &= 0 \quad \left| v' = \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\rho_0 \xi) - \nabla \cdot \left( \xi \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\rho_0 \xi) = \nabla \cdot \left( \xi \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \right) &= -\nabla \cdot [\xi \nabla \cdot (\rho_0 v_0)] \quad / \int \\ \rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \xi) &= - \int \nabla \cdot [\xi \nabla \cdot (\rho_0 v_0)] dt = 0 \end{aligned}$$

Linearizované hydrodynamické rovnice:

$$\rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \xi) = 0 \quad (73)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} = -\nabla P' - g e_r \rho' + \rho_0 \nabla \Phi' \quad (74)$$

$$P' + \xi_r \frac{dP_0}{dr} = c_0^2 \left( \rho' + \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} \right) \quad (75)$$

$$\Delta \Phi' = 4\pi G \rho' \quad (76)$$

Pre zjednodušenie rovníc predpokladáme, že malé poruchy spôsobené vlnami majú za následok iba zanedbateľné poruchy gravitačného poľa (**Cowlingova aproximácia**). Takže  $\Phi' = 0$ , takže môžeme škrtať Poissonovu rovnicu a jeden z členov pohybovej rovnice.

Zvyšné rovnice prevedieme do sférických súradníc  $(r, \theta, \phi)$ . Napríklad  $\vec{\xi} = \xi_r \vec{e}_r + \vec{\xi}_h$ . Pri lokálnom prístupe zložka  $r$  korešponduje so zložkou  $z$  a zložka  $h$  so zložkami  $x$  a  $y$  a dá sa tam predpokladať symetria. Pre operátor divergencie platí:

$$\nabla \cdot \vec{\xi} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \xi_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \xi_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \xi_\phi}{\partial \phi} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \xi_r) + \frac{1}{r} \nabla_h \cdot \vec{\xi}_h \quad (77)$$

Rovnica kontinuity vo sférických súradniciach:

$$\begin{aligned}
\rho' + \nabla \cdot (\rho_0 \vec{\xi}) &= 0 \\
\rho' + \nabla_r \cdot (\rho_0 \vec{\xi}_r) + \nabla_h \cdot (\rho_0 \vec{\xi}_h) &= 0 \quad (\rho_0 \neq \rho_0(h)) \\
\rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho \xi_r) + \frac{\rho_0}{r} \nabla_h \cdot \vec{\xi}_h &= 0
\end{aligned} \tag{78}$$

Pohybová rovnica vo sférických súradniciach rozdelená na radiálnu a horizontálnu časť:

$$\begin{aligned}
\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} &= -\nabla P' - g e_r \rho \quad (v' = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t}) \\
\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= -\nabla P' - g e_r \rho' \\
\rho_0 \left[ \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \xi_h}{\partial t^2} \right] &= -\nabla_r P' - \frac{1}{r} \nabla_h P' - g e_r \rho' \\
\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} &= -\nabla_r P' - g e_r \rho' \\
\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \xi_h}{\partial t^2} &= -\frac{1}{r} \nabla_h P'
\end{aligned} \tag{79}$$

Hľadáme vlnové riešenie, teda  $\xi_r \sim e^{i\omega t}$  a  $\xi_h \sim e^{i\omega t}$ . Takže:

$$-\omega^2 \rho_0 \xi_r = -\frac{\partial P'}{\partial r} - g \rho' \tag{80}$$

$$-\omega^2 \rho_0 \xi_h = -\frac{1}{r} \nabla_h P' \tag{81}$$

Stavová rovnica vo sférických súradniciach a vyjadríme z nej  $\rho'$ :

$$\begin{aligned}
\left( \frac{dP}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt} \Rightarrow \delta P = c^2 \delta \rho \Rightarrow P' + \xi_r \frac{dP_0}{dr} = c^2 \left( \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} \right) \right) \\
P' + \xi_r \frac{dP_0}{dr} &= c_0^2 \left( \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} \right) \\
\frac{1}{c_0^2} P' + \frac{1}{c_0^2} \xi_r \frac{dP_0}{dr} &= \rho' \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} \\
\rho' &= \frac{1}{c_0^2} P' + \frac{1}{c_0^2} \xi_r \frac{dP_0}{dr} - \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} \\
\rho' &= \frac{1}{c_0^2} P' + \xi_r \left[ \frac{1}{c_0^2} \frac{dP_0}{dr} - \frac{d\rho_0}{dr} \right] \\
\rho' &= \frac{1}{c_0^2} P' + \xi_r \left[ \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{dP_0}{dr} - \frac{d\rho_0}{dr} \right] \\
\rho' &= \frac{P'}{c_0^2} + \xi_r \frac{\rho_0}{g} g \left[ \frac{1}{\gamma P_0} \frac{dP_0}{dr} - \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} \right] \\
\Rightarrow \rho' &= \frac{P'}{c_0^2} + \frac{\rho_0 N^2}{g} \xi_r
\end{aligned} \tag{82}$$

kde  $N^2$  je Brunt-Väisälöva frekvencia. Z mixing-length theory vieme, že:

$$N^2 = \frac{g}{\rho_0} \left[ \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_{ad} - \frac{d\rho}{dr} \right] \tag{83}$$

pričom pre adiabatické priblíženie platí  $\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial r}\right) = \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{\partial P_0}{\partial r}$ . A teda dostávame:

$$N^2 = \frac{g}{\rho} \left[ \frac{\rho}{\gamma P} \frac{dP}{dr} - \frac{d\rho}{dr} \right] = g \left[ \frac{dP}{\gamma P dr} - \frac{d\rho}{\rho dr} \right] \quad (84)$$

Takže máme 4 rovnice:

$$\rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_0 \xi_r) + \frac{\rho_0}{r} \nabla_h \cdot \xi_h = 0 \quad (85)$$

$$-\omega^2 \rho_0 \xi_r = -\frac{\partial P'}{\partial r} - g\rho' \quad (86)$$

$$-\omega^2 \rho_0 \xi_h = -\frac{1}{r} \nabla_h P' \quad (87)$$

$$\rho' = \frac{P'}{c^2} + \frac{\rho_0 N^2}{g} \xi_r \quad (88)$$

s okrajovými podmienkami:

$$\xi(r=0) = 0 \quad (89)$$

$$\delta P(r=R_\odot) = 0 \quad (90)$$

pričom prvá podmienka je podmienka stabilného stredú Slnka a druhá hovorí, že nie sú žiadne externé sily (napríklad atmosféra).

### Riešenie v separovanom tvare pre radiálnu a uhlovú časť

Riešenie hľadáme v nasledujúcom separovanom tvare:

$$\begin{aligned} \rho'(r, \theta, \phi) &= \rho'(r) \cdot f(\theta, \phi) \\ P'(r, \theta, \phi) &= P'(r) \cdot f(\theta, \phi) \\ \xi_r(r, \theta, \phi) &= \xi_r(r) \cdot f(\theta, \phi) \\ \xi_h(r, \theta, \phi) &= \xi_h(r) \cdot \nabla_h f(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (91)$$

kde  $f(\theta, \phi)$  je neznáma funkcia uhlových súradníc. Najviac budeme predpokladať regulárnu časť riešenia na póloch.

Pre rovnicu kontinuity (85) dostaneme:

$$\left[ \rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \rho_0 \xi_r \right] f(\theta, \phi) + \frac{\rho_0}{r} \xi_h \nabla_h^2 f = 0 \quad (92)$$

Pokiaľ chceme hľadať riešenie v separovanom tvare, tak musí byť splnená rovnica  $\nabla_h^2 f = \alpha f$ , pričom  $\alpha$  je konštanta. Nenulové riešenie je na póloch  $\alpha = -l(l+1)$ . Potom  $f(\theta, \phi) = Y_l^m(\theta, \phi) = C P_l^m(\theta) e^{im\phi}$ , kde  $P_l^m(\theta)$  je Legendrov polynom. A teda:

$$\Rightarrow \rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_0 \xi_r) - \frac{l(l+1)}{r} \rho_0 \xi_h = 0 \quad (93)$$

Rovnica (86) v separovanom tvare nám dá:

$$\begin{aligned} -\omega^2 \rho_0 \xi_r f(\theta, \phi) &= -\frac{dP' f(\theta, \phi)}{dr} - g\rho'(f)(\theta, \phi) \\ -\omega^2 \rho_0 \xi_r &= -\frac{dP'}{dr} - g\rho' \\ \Rightarrow \frac{dP'}{dr} + g\rho' - \omega^2 \rho_0 \xi_r &= 0 \end{aligned} \quad (94)$$

Rovnica (87) v separovanom tvare nám dá:

$$\begin{aligned}
 -\omega^2 \rho_0 \xi_h(r) \nabla_h f(\theta, \phi) &= -\frac{1}{r} P'(r) \nabla_h f(\theta, \phi) \\
 -\omega^2 \rho_0 \xi_h(r) &= -\frac{1}{r} P'(r) \\
 \Rightarrow \xi_h(r) &= \frac{1}{\omega^2 \rho_0 r} P'
 \end{aligned} \tag{95}$$

Rovnica (88) v separovanom tvare nám dá:

$$\begin{aligned}
 \rho' f(\theta, \phi) &= \frac{P' f(\theta, \phi)}{c_0^2} + \frac{\rho_0 N^2}{g} \xi_r f(\theta, \phi) \\
 \Rightarrow \rho' &= \frac{P'}{c_0^2} + \frac{\rho_0 N^2}{g} \xi_r
 \end{aligned} \tag{96}$$

Poslednú rovnicu z (95) vložíme do rovnice kontinuity (93):

$$\begin{aligned}
 \rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_0 \xi_r) - \frac{l(l+1)}{r} \rho_0 \frac{P'}{\omega^2 \rho_0 r} &= 0 \\
 \rho' + \frac{2}{r} \rho_0 \xi_r + \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} + \rho_0 \frac{d\xi_r}{dr} - \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2} P' &= 0 \quad (\text{za } \rho' \text{ z (96)}) \\
 \rho_0 \frac{d\xi_r}{dr} + \xi_r \frac{d\rho_0}{dr} + \frac{2}{r} \rho_0 \xi_r + \frac{P'}{c_0^2} + \frac{\rho_0 N^2}{g} \xi_r - \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2} P' &= 0 \quad / : \rho_0 \\
 \frac{d\xi_r}{dr} + \frac{2}{r} \xi_r + \xi_r \left[ \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} + \frac{N^2}{g} \right] + \frac{P'}{\rho_0 c_0^2} \left[ 1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2 \omega^2} \right] &= 0 \\
 \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} + \frac{N^2}{g} = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} + \frac{1}{\gamma P_0} \frac{dP_0}{dr} - \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} = \frac{1}{\gamma P_0} \frac{dP_0}{dr} = \\
 = \left| \frac{dP_0}{dr} = -g\rho_0 \text{ (pozadie v hyd. rovnováhe)} \right| = -\frac{1}{\gamma P_0} g\rho_0 = -\frac{g}{c^2} \\
 \frac{d\xi_r}{dr} + \frac{2}{r} \xi_r - \frac{g}{c_0^2} \xi_r + \left[ 1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2 \omega^2} \right] \frac{P'}{\rho_0 c_0^2} &= 0 \\
 \frac{d\xi_r}{dr} + \frac{2}{r} \xi_r - \frac{g}{c_0^2} \xi_r + \left[ 1 - \frac{S_l^2}{\omega^2} \right] \frac{P'}{\rho_0 c_0^2} &= 0
 \end{aligned}$$

kde sme pre zjednodušenie zaviedli **Lambovu frekvenciu**  $S_l^2 = \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2}$ . Predpokladáme lokálny prístup, teda  $\frac{d\xi_r}{dr} \gg \frac{\xi_r}{r}$ .

$$\Rightarrow \frac{d\xi_r}{dr} - \frac{g}{c_0^2} \xi_r + \left[ 1 - \frac{S_l^2}{\omega^2} \right] \frac{P'}{\rho_0 c_0^2} = 0 \tag{97}$$

Do poslednej rovnice (94) dosadíme poslednú rovnicu (96):

$$\Rightarrow \frac{dP'}{dr} + \frac{g}{c_0^2} P' + (N^2 - \omega^2) \rho_0 \xi_r = 0 \tag{98}$$

### JWKB riešenie (Jeffreys-Wentzel-Kramers-Brillouin)

Predpokladáme, že v rámci oscilácie sa mení hlavne hustota a ostatné stavové parametre sú konštantné. Riešenie rovníc (97) a (98) hľadáme v tvare JWKB aproximácie:

$$\begin{aligned}
 \xi_r &= A \rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r} \\
 P' &= B \rho_0^{1/2} e^{-ik_r r}
 \end{aligned} \tag{99}$$

pričom  $A$ ,  $B$  a  $k_r$  sú konštanty a zároveň  $k_r = k_r(r)$  sa mení pomaly.

Predpokladáme lokálny prístup a vložení JWKB aproximácie do rovnice (97) získame:

$$\begin{aligned} & \frac{d(A\rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r})}{dr} - \frac{g}{c_0^2} (A\rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r}) + \left[1 - \frac{S_l^2}{\omega^2}\right] \frac{(B\rho_0^{1/2} e^{-ik_r r})}{\rho_0 c_0^2} = 0 \\ & A \left[ -ik_r \rho_0^{-1/2} - \frac{1}{2} \rho_0^{-3/2} \frac{d\rho_0}{dr} \right] e^{-ik_r r} - \frac{g}{c_0^2} (A\rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r}) + \left[1 - \frac{S_l^2}{\omega^2}\right] \frac{(B\rho_0^{1/2} e^{-ik_r r})}{\rho_0 c_0^2} = 0 \quad / \cdot e^{-ik_r r} \rho_0^{1/2} \\ & \left[ -ik_r - \frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} - \frac{g}{c_0^2} \right] A + \left[1 - \frac{S_l^2}{\omega^2}\right] \frac{B}{c_0^2} \\ & \Rightarrow \left[ -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} - \frac{g}{c_0^2} \right] A + \left[1 - \frac{S_l^2}{\omega^2}\right] \frac{B}{c_0^2} = 0 \end{aligned} \quad (100)$$

Použijeme JWKB aproximáciu v rovnici (98) a získame:

$$\begin{aligned} & \frac{d(B\rho_0^{1/2} e^{-ik_r r})}{dr} + \frac{g}{c_0^2} (B\rho_0^{1/2} e^{-ik_r r}) + (N^2 - \omega^2) \rho_0 (A\rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r}) = 0 \\ & B \left[ -ik_r \rho_0^{1/2} + \frac{1}{2} \rho_0^{-1/2} \frac{d\rho_0}{dr} \right] e^{-ik_r r} + \frac{g}{c_0^2} (B\rho_0^{1/2} e^{-ik_r r}) + (N^2 - \omega^2) \rho_0 (A\rho_0^{-1/2} e^{-ik_r r}) = 0 \quad / \cdot e^{-ik_r r} \rho_0^{-1/2} \\ & \left( -ik_r - \frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho_0}{dr} \right) B + \frac{g}{c_0^2} B + (N^2 - \omega^2) A = 0 \\ & \Rightarrow [N^2 - \omega^2] A + \left[ -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} + \frac{g}{c_0^2} \right] B = 0 \end{aligned} \quad (101)$$

Takže hľadáme netriviálne riešenie sústavy rovníc (100) a (101). Determinant matice tvorenej týmito rovnicami musí byť 0:

$$\begin{aligned} & \det \begin{pmatrix} -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} - \frac{g}{c_0^2} & \frac{1}{c_0^2} - \frac{S_l^2}{c_0^2 \omega^2} \\ N^2 - \omega^2 & -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} + \frac{g}{c_0^2} \end{pmatrix} = 0 \\ & \left[ -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} - \frac{g}{c_0^2} \right] \left[ -ik_r - \frac{1}{2H_\rho} + \frac{g}{c_0^2} \right] - \left[ \frac{1}{c_0^2} - \frac{S_l^2}{c_0^2 \omega^2} \right] [N^2 - \omega^2] = 0 \\ & -k_r^2 - \left( \frac{1}{2H_\rho} - \frac{g}{c_0^2} \right)^2 - \frac{1}{c_0^2} (N^2 - \omega^2) + \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) = 0 \\ & k_r^2 = \frac{1}{4H_\rho^2} - \frac{2}{H_\rho} \frac{g}{c_0^2} + \frac{g^2}{c_0^4} - \frac{N^2}{c_0^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2} + \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) \\ & k_r^2 = \frac{\omega^2 - \frac{c_0^2}{4H_\rho^2} - N^2 - \frac{1}{H_\rho} g + \frac{g^2}{c_0^2}}{c_0^2} + \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) \\ & k_r^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2 - N^2 - \frac{1}{H_\rho} g + \frac{g^2}{c_0^2}}{c_0^2} + \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) \\ & N^2 = g \left( \frac{1}{\gamma P_0} \frac{\partial P_0}{\partial r} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right) = g \left( \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_0}{\partial r} - \frac{1}{H_\rho} \right) = \\ & = g \left( \frac{1}{c_0^2} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_0}{\partial r} - \frac{1}{H_\rho} \right) = \left| \frac{\partial P_0}{\partial r} = \rho_0 g \right| = g \left( \frac{1}{c^2} \frac{1}{\rho_0} \rho_0 g - \frac{1}{H_\rho} \right) = \\ & = g \left( \frac{g}{c^2} - \frac{g}{H_\rho} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k_r^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c_0^2} + \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) \quad (102)$$

kde  $\omega_c = \frac{c_0}{2H_p}$  je akustická hraničná frekvencia (cut-off). Pre  $k_r > 0$  nastáva propagácia vln a pre  $k_r < 0$  dochádza ku útlmu vln. Pre Slnko platí  $\omega_c = 5.2$  mHz. Vlna má 2 odrazové body:  $r_1, r_2$  a platí  $\int_{r_1}^{r_2} k_r dr = \pi(n + \alpha)$ , kde  $n$  je rád a  $\alpha$  je fázová zmena na rozhraniach pri odraze.

### Disperzné relácie pre p mod

P mody (zvukové vlny) sa môžu v závislosti na  $S_l$  šíriť veľmi hlboko do zóny žiarivej rovnováhy. Mody s nízkym  $S_l$  sa ťažko pozorujú. Pre mody šíriace sa iba v konvektívnej zóne, môžeme v rovnici (102) zanedbať  $N^2$  oproti  $\omega^2$ , teda  $N^2 \ll \omega^2$ . A teda:

$$\begin{aligned} k_r^2 &= \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c_0^2} + \frac{S_l^2}{c_0^2} \\ k_h &= \frac{S_l}{c_0} = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r} \\ k_r^2 c^2 &= \omega^2 - \omega_c^2 - k_h^2 c_0^2 \\ \omega^2 &= \omega_c^2 + k_r^2 c_0^2 + k_h^2 c_0^2 \\ k^2 &= k_h^2 + k_r^2 \\ \Rightarrow \omega^2 &= \omega_c^2 + k^2 c_0^2 \end{aligned} \quad (103)$$

Vlna sa šíri pod povrchom a vďaka rastúcej rýchlosti zvuku smerom ku centru sa lomí od kolmice. V spodnom obratovom bode nastáva úplný odraz. V mieste odrazu sa vlna nešíri v radiálnom smere, a teda  $k_r^2 = 0$  a zároveň platí  $\omega \ll \omega_c$ , teda  $\omega^2 \ll N^2$  a rovnica pre dolný obratový bod  $r_1$ :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= c_0^2 \frac{S_l^2}{c_0^2} = c_0^2 \left[ \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r} \right]^2 \\ \omega &= \frac{c}{r} \sqrt{l(l+1)} = \frac{cL}{r} \\ \Rightarrow \frac{\omega}{L} &= \frac{c_0(r_1)}{r_1} \end{aligned} \quad (104)$$

a pre horný obratový bod platí  $\omega_c(r) \sim \omega$ , pričom  $\omega_c$  je strmé pri povrchu a tak môžeme zjednodušene požadovať  $r_2 = R_\odot$

### Disperzné relácie pre g mod

G mody sú gravitačné módy nešíria sa v konvektívnej zóne, ale len vo vrstve žiarivej rovnováhy. Takže môžeme zanedbať  $\omega^2$  oproti  $S_l^2$  čiže  $\omega^2 \gg S_l^2$  a rovnica (102) sa zjednoduší na:

$$\begin{aligned} k_r^2 &= \frac{S_l^2}{\omega^2 c_0^2} (N^2 - \omega^2) \\ k_h^2 &= \frac{S_l^2}{c_0^2} \\ k_r^2 &= k_h^2 \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) = k_h^2 \frac{N^2}{\omega^2} - k_h^2 \\ k^2 &= k_h^2 + k_r^2 = k_h^2 \frac{N^2}{\omega^2} \\ \omega^2 &= N^2 \frac{k_h^2}{k^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = N^2 \cos^2 \Phi \quad (105)$$

Uhol  $\Phi$  je uhol medzi horizontálnym vlnovým vektorom a celkovým vlnovým vektorom. Vďaka  $\cos^2 \Phi$  sa tieto módy šíria hlavne horizontálne.

### Disperzné relácie pre f mod

F mody sú gravitačné módy šíriace sa na povrchu. Analógiou sú vlny na vodnej hladine a preto budeme predpokladať  $\delta P = 0$ . Riešime rovnice pre Lagrangeovu poruchu  $P' = \delta P + g\rho_0 \xi_r$ .

Z rovnice (97):

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_r}{dr} - \frac{g\xi_r}{c_0^2} + \left[1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right] \frac{P'}{\rho c_0^2} &= 0 \\ \frac{d\xi_r}{dr} - \frac{g\xi_r}{c_0^2} + \left[1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right] \frac{\delta P}{\rho c_0^2} + \left[1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right] \frac{g\rho\xi_r}{\rho c_0^2} &= 0 \\ \frac{d\xi_r}{dr} + \left[1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right] \frac{\delta P}{\rho c_0^2} - \xi_r \left[\frac{g}{c_0^2} - \frac{g}{c_0^2} + \frac{l(l+1)c_0^2 g}{r^2\omega^2 c_0^2}\right] &= 0 \\ \frac{d\xi_r}{dr} - \xi_r \left[\frac{l(l+1)}{r^2\omega^2} g\right] + \left[1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right] \frac{\delta P}{\rho c_0^2} &= 0 \end{aligned} \quad (106)$$

Z rovnice (98):

$$\begin{aligned} \frac{\partial P'}{\partial r} + \frac{g}{c_0^2} P' + (N^2 - \omega^2) \rho \xi_r &= 0 \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + \frac{\partial (g\rho \xi_r)}{\partial r} + (N^2 - \omega^2) \rho \xi_r + \frac{g}{c_0^2} \delta P + \frac{g}{c_0^2} g\rho \xi_r &= 0 \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + g\rho \frac{d\xi_r}{dr} + \xi_r \frac{\partial g\rho}{\partial r} + (N^2 - \omega^2) \rho \xi_r + \frac{g}{c_0^2} \delta P + \frac{g}{c_0^2} g\rho \xi_r &= 0 \quad (\text{vložíme (106)}) \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + g\rho \left[\xi_r \left(\frac{l(l+1)}{r^2\omega^2} g\right) - \left(1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right) \frac{\delta P}{\rho c_0^2}\right] + \xi_r \frac{\partial g\rho}{\partial r} + (N^2 - \omega^2) \rho \xi_r + \frac{g}{c_0^2} \delta P + \frac{g^2}{c_0^2} \rho \xi_r &= 0 \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} - g\rho \left(1 - \frac{l(l+1)c_0^2}{r^2\omega^2}\right) \frac{\delta P}{\rho c_0^2} + g\rho \xi_r \left(\frac{l(l+1)}{r^2\omega^2} g\right) + \xi_r \frac{\partial g\rho}{\partial r} + (N^2 - \omega^2) \rho \xi_r + \frac{g}{c_0^2} \delta P + \frac{g^2}{c_0^2} \rho \xi_r &= 0 \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + \delta P \left(-\frac{g}{c_0^2} + \frac{l(l+1)g}{r^2\omega^2} + \frac{g}{c_0^2}\right) + \xi_r \left[\frac{g^2 \rho l(l+1)}{r^2\omega^2} + \frac{g \partial \rho}{\partial r} + (N^2 - \omega^2) \rho + \frac{g^2}{c_0^2} \rho\right] &= 0 \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + \frac{gl(l+1)}{\omega^2 r^2} \delta P + \xi_r \frac{g\rho}{r} \left[\frac{gl(l+1)}{\omega^2 r} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{N^2 r}{g} - \frac{\omega^2 r}{g} + \frac{rg}{c_0^2}\right] &= 0 \\ \frac{r}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{N^2 r}{g} &= \frac{r}{g} \left(\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + N^2\right) = \\ &= \left| N^2 = g \left[\frac{1}{\gamma P} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}\right] = g \left[\frac{1}{\rho c_0^2} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}\right] = g \left[\frac{g}{c^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}\right] \right| = \\ &= \frac{r}{g} \left(\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{g^2}{c_0^2} - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}\right) = \frac{rg}{c_0^2} = \text{konšt.} \end{aligned}$$

pre  $l$  veľké a  $\omega$  veľké:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta P}{\partial r} + \frac{gl(l+1)}{\omega^2 r^2} \delta P + \frac{g\rho}{r} \xi_r \left(\frac{g(l+1)l}{\omega^2 r} - \frac{\omega^2 r}{g}\right) &= 0 \\ f &= -\left(\frac{g(l+1)l}{\omega^2 r} - \frac{\omega^2 r}{g}\right) \\ \frac{\partial \delta P}{\partial r} + \frac{gl(l+1)}{\omega^2 r^2} \delta P - \frac{g\rho f}{r} \xi_r &= 0 \end{aligned}$$



pre  $\delta P = 0$  a  $f = 0$  môžeme splniť:

$$f = - \left( \frac{g(l+1)l}{\omega^2 r} - \frac{\omega^2 r}{g} \right) = 0 \quad / \cdot \omega^2 r g$$

$$g^2 l(l+1) - \omega^4 r^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{r} \sqrt{l(l+1)} = k_h g \quad (\text{pre } r = R_\odot) \quad (107)$$

takže frekvencia vln závisí hlavne na gravitačnom zrýchlení.

Z rovnice (106) pre  $\delta P = 0$  a dosadením  $\omega^2$  dostaneme:

$$\frac{d\xi_r}{dr} - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r} \xi_r = 0 \quad (108)$$

a riešením je  $\xi_r \sim e^{k_h(r-R_\odot)}$ , takže to klesá s hĺbkou. Takže ide skutočne o povrchový mod.

### Disperzné relácie pre f mod - alternatívne odvodenie

Na f mod sa môžeme pozerat' ako na vlnu pri diskontinuite hustoty. Takže hustota  $\rho_0$  je konštantná a teda  $\rho' = 0$ . Na odvodenie použijeme rovnicu kontinuity  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  a pohybovú rovnicu  $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla P'$ . Pohybovú rovnicu vynásobíme  $\nabla \cdot$  a použijeme v nej rovnicu kontinuity. Teda:

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{v} = -\Delta P' = 0 \quad (109)$$

Hľadáme riešenie rovnice (109) oddelene v z a x zložke šíriacej sa v smere x:

$$P'(x, z, t) = f(z) \cos(k_h x - \omega t) \quad (110)$$

túto rovnicu chceme dosadiť do rovnice (109), takže si  $P'$  zderivujeme:

$$\frac{dP'}{dx} = -f(z) \cdot \sin(k_h x - \omega t) \cdot k_h$$

$$\frac{d^2 P'}{dx^2} = -f(z) \cdot \cos(k_h x - \omega t) \cdot k_h^2$$

$$\frac{dP'}{dz} = \cos(k_h x - \omega t) \cdot \frac{df}{dz}$$

$$\frac{d^2 P'}{dz^2} = \cos(k_h x - \omega t) \cdot \frac{d^2 f}{dz^2}$$

a teda:

$$0 = \Delta P' = -f \cos(k_h x - \omega t) k_h^2 + \cos(k_h x - \omega t) \frac{d^2 f}{dz^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 f}{dz^2} = k_h^2 f$$

$$\Rightarrow f(z) = A \exp(-k_h z) + B \exp(k_h z)$$

pričom kladná exponenciála pri  $f(z)$  má nefyzikálny význam (nekonečná hĺbka), takže za  $B = 0$ .

Okrajové podmienky ( $\delta P = 0$ ) v Lagrangeovom tvare:

$$0 = \delta P = P' + \delta r \cdot P_0 = P' + \xi_z \rho_0 g_0 \quad (111)$$

čo je jedno vyjadrenie medzi  $P'$  a  $\xi_z$ .

Ďalej:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla P' \quad /(\text{vertikálne})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} = -\frac{\partial P'}{\partial z} \quad (112)$$

Takže hľadáme 2 riešenia v tvaroch:

$$P' = A \exp(-k_h z) \cos(k_h x - \omega t) \quad (113)$$

$$\xi_z = C \exp(-k_h z) \cos(k_h x - \omega t) \quad (114)$$

pretože  $\xi_z$  závisí od  $P'$  ako to vidíme vyššie.

Dosadením rovníc (113) a (114) do rovnice (112) dostaneme:

$$\rho_0 C \cos(k_h x - \omega t) \omega^2 \exp(-k_h z) = -k_h A \exp(-k_h z) \cos(k_h x - \omega t)$$

z toho si vyjadríme konštantu  $C$ :

$$C = -\frac{k_h A}{\rho_0 \omega^2} \quad (115)$$

Takže vzťah pre  $\xi_z$  bude:

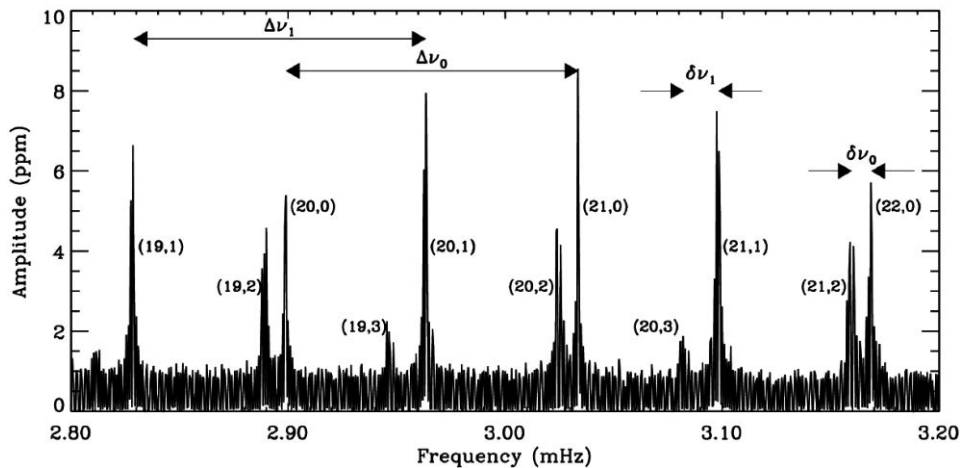
$$\xi_z = -\frac{k_h A}{\rho_0 \omega^2} \exp(-k_h z) \cos(k_h x - \omega t) = -\frac{k_h}{\rho_0 \omega^2} P' \quad (116)$$

a tak sme získali druhý vzťah medzi  $\xi_z$  a  $P'$ . Spojením vzťahov pre  $P'$  a  $\xi_z$ , teda (111) a (116) dostaneme:

$$0 = P' - \frac{k_h}{\rho_0 \omega^2} P' \rho_0 g_0 = \left(1 - \frac{g_0 k_h}{\omega^2}\right) P'$$

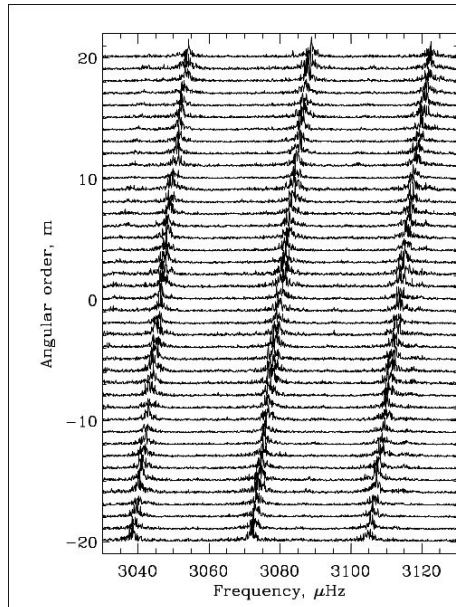
$$\Rightarrow \omega^2 = g_0 k_h \quad (117)$$

## 6.4 VEĽKÁ A MALÁ SEPARÁCIA



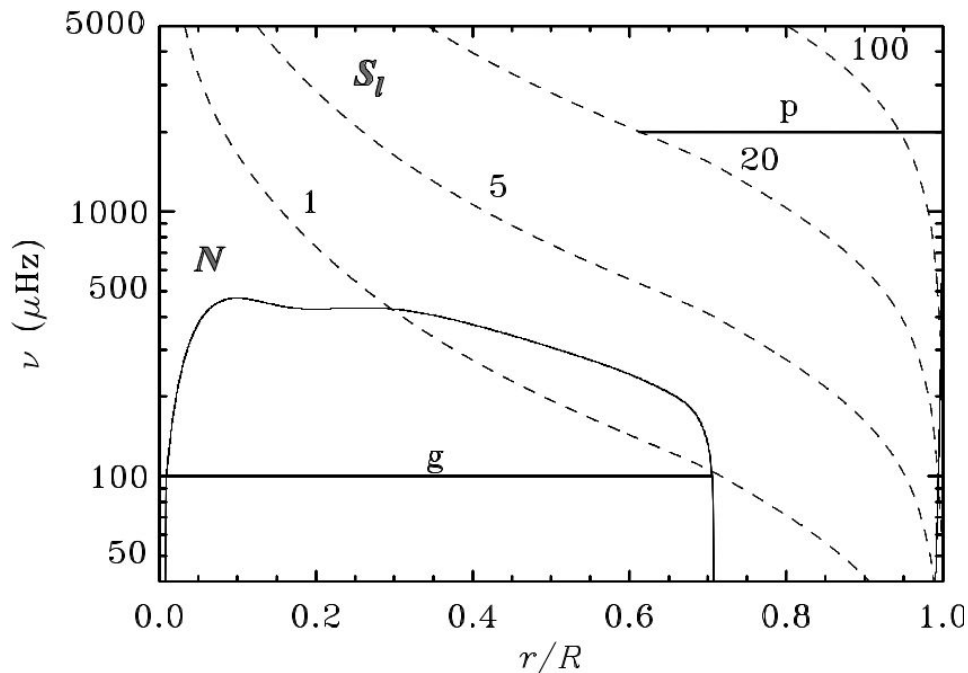
U modov s nízkym  $l$  sa pozoruje veľká a malá separácia. Veľká separácia ( $n, l$  a  $n-1, l$ ) je citlivá na strednú hustotu, takto sa dajú vážiť osamotené hviezdy alebo ak máme odhad hmotnosti, tak sa dá určiť aké sú veľké. A malá separácia ( $n, l$  a  $n-1, l+2$ ) je citlivá na rýchlosť zvuku v blízkosti centra hviezdy (citlivé na zastúpenie vodíka a to závisí na veku hviezdy, takže takto sa dá odhadnúť vek hviezdy).

## 6.5 ROTAČNÉ ROZŠTIEPENIE



Ak zahrnieme rotáciu, tak to bude závislé aj na čísle  $m$ , ktoré nevystupuje v našich výpočtoch vyššie (iba  $l$  sa vyskytuje v disperznej relácii). Ak sa zvyšuje  $m$  pri pozorovaní modov, tak driftujú ako to vidíme na obrázku. Čím rýchlejšie hviezda rotuje, tým väčší je ten sklon.

## 6.6 FREKVENCIA VO VNÚTRI



F mod je na povrchu, takže ho nevidíme na diagrame. Ale vidíme tam g mod a p mod. G mod je aktívny v jadre a na spodnej časti konvektívnej zóny. P mod sa šíri od povrchu ku konvektívnej zóne. Ak má p mod menšie  $l$  (väčšiu vlnovú dĺžku) pri rovnakej frekvencii, tak sa môže šíriť hlbšie do vnútra.

## 7 HELIOSEIZMOLÓGIA

Keď použijeme gravitačný mod (f mod), tak sem schopný z frekvencie odvodiť polomer. Máme disperznú reláciu  $\omega^2 = k_h g$ ,  $g$  je definované hmotnosťou a polomerom a pre  $k_h$  máme vzťah, tak potom môžeme písať:

$$\omega^2 = \frac{GM_\odot}{R_\odot^2} \frac{\sqrt{l(l+1)}}{R_\odot}$$

z tohto si vieme vyjadriť vzťah pre polomer:

$$R_\odot = \left[ \frac{\sqrt{l(l+1)}GM_\odot}{\omega^2} \right]^{1/3} \quad (118)$$

$\omega = \omega(l)$  vieme merať (z power spektra) a fitom z tejto závislosti vieme získať  $R_\odot$ . A dostaneme  $R_{\text{seizmic}} = 695,68$  Mm a  $R_{\text{optic}} = 695,99$  Mm, optický polomer bol meraný zo slnečného disku. Takže rozdiel medzi nimi je 0,3 Mm a to je spôsobené pravdepodobne kvôli nesprávnemu modelu podpovrchovej konvekcie, ktorá ovplyvňuje disperznú reláciu. A môže to byť aj kvôli tomu, že sme nebrali do úvahy efekt atmosféry, keď sme písali disperznú reláciu f modu.

### 7.1 DUVALLOV ZÁKON

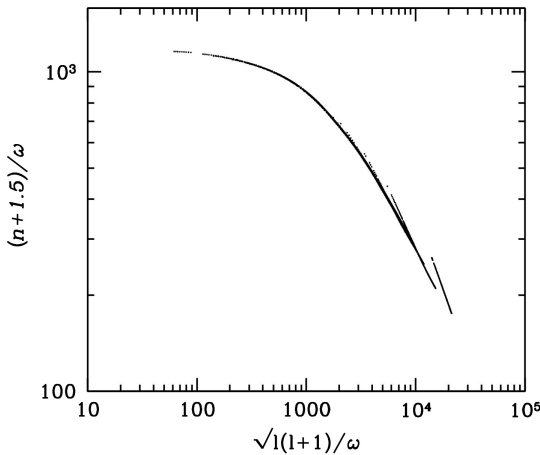
Rezonančná podmienka pre p - mody (stojaté vlny medzi odraznými bodmi  $r_t$  a  $R_\odot$ ):

$$\int_{r_t}^{R_\odot} k_r dr = \pi(n + \alpha) = \int_{r_t}^{R_\odot} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right]^{1/2} dr \quad / \cdot \frac{1}{\omega}$$

$$\int_{r_t}^{R_\odot} \left( \frac{r^2}{c^2} - \frac{l(l+1)}{\omega^2} \right)^{1/2} \frac{dr}{r} = \frac{\pi(n + \alpha)}{\omega}$$

pričom  $n$  je rád vlny a  $\alpha$  fázová zmena pri odraze. To závisí iba na vlastnostiach prostredia. Spodný bod odrazu  $r_t$  závisí na  $\frac{c(r_t)}{r_t} = \frac{\omega}{\sqrt{l(l+1)}}$ . Takisto integrand naľavo závisí na  $\frac{\omega}{\sqrt{l(l+1)}}$ , a teda môžeme písať funkciu:

$$F \left[ \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega} \right] = \frac{\pi(n + \alpha)}{\omega} \quad (119)$$



Celkovo sa 2D disperzná relácia  $\omega = \omega(n, l)$  rozpadá na 1D disperznú reláciu medzi pomery  $\frac{\omega}{l(l+1)}$  a  $\frac{n+\alpha}{\omega}$ . Táto skutočnosť je známa ako Duvallov zákon. Platí približne pre  $l < 250$  (nie je tu veľký povrchový efekt) s hodnotou  $\alpha \sim 1,5$ . Pri uhádnutí správnej konštanty  $\alpha$  môžeme rezonančné frekvencie p modu popísať jednou funkciou a zároveň nám  $\alpha$  napovedá o vlastnostiach v okolí miesta odrazu vlny. Duvallov zákon hovorí o nájdení unikátnej disperznej relácie pre všetky mody s rôznymi  $n$ , môže byť použitý na inverzie.

## 7.2 INVERZNÉ ÚLOHY

Podstatou inverzných úloh je nájsť guľu k slnečnému modelu, ktoré minimalizujú rozdiel medzi vypočítanými a zmeranými funkciami.

Pertubácia v rýchlosti zvuku ( $c \rightarrow c + \delta c$ ) vyvolá pertubáciu vo frekvenciách ( $\omega \rightarrow \omega + \delta \omega$ ) čo je normálny priebeh. Ale ak máme merania s pertubáciou vo frekvencii a my chceme zistiť čo spôsobí pertubáciu v rýchlosti. Takže máme vzť'ah:

$$\int_{r_i}^{R_\odot} \left[ \frac{(\omega + \delta \omega)^2}{(c + \delta c)^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right]^{1/2} dr = \pi(n + \alpha) \quad (120)$$

a označme si  $l(l+1) \equiv L^2$ . Predpokladáme, že pertubácie sú malé, takže  $\frac{\delta c}{c} \ll 1$  a  $\frac{\delta \omega}{\omega} \ll 1$ . Rozvoj podľa  $\frac{\delta \omega}{\omega}$ :

$$\begin{aligned} \left[ \left( \frac{\omega + \delta \omega}{c} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} &= \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 + \frac{\delta \omega}{\omega} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = |(1+x^2) \sim 1+2x| = \\ &= \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 + \frac{2\delta \omega}{\omega} \right) - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[ \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2} + \frac{2\delta \omega \omega}{c^2} \right]^{1/2} = \\ &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \left[ 1 + \frac{\frac{2\delta \omega \omega}{c^2}}{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \right]^{1/2} = \left| \sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2} \right| = \\ &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} + \frac{\frac{\delta \omega \omega}{c^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}} = A + \frac{\frac{\delta \omega \omega}{c^2}}{\frac{\omega}{c} \left( 1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2} \right)^{1/2}} \\ \Rightarrow \left[ \left( \frac{\omega + \delta \omega}{c} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} &= A + \frac{\delta \omega}{c} \frac{1}{\left( 1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2} \right)^{1/2}} \end{aligned} \quad (121)$$

kde za  $A$  sme si zvolili  $A = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}$ .

Rozvoj podľa  $\frac{\delta c}{c}$ :

$$\begin{aligned} \left[ \left( \frac{\omega}{c + \delta c} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} &= \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{\left( 1 + \frac{\delta c}{c} \right)^2} - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{1 + \frac{2\delta c}{c}} - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \\ &= \left| \frac{1}{1+x} \sim 1-x \right| = \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{2\delta c}{c} \right) - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \\ &= \left[ \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2} - \frac{2\delta c \omega^2}{c^3} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \left( 1 - \frac{\frac{2\delta c \omega^2}{c^3}}{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \right)^{1/2} = \\ &= \left| \sqrt{1-x} \sim 1 - \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} - \frac{\delta c \omega^2}{c} \frac{1}{\frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} = \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[ \left( \frac{\omega}{c + \delta c} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = A - \frac{\delta c}{c} \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} \quad (122)$$

Porovnáme tieto dva rozvoje podľa  $\frac{\delta \omega}{\omega}$  a  $\frac{\delta c}{c}$ , pričom  $\omega$  nie je funkciou  $r$ , ale  $c$  je funkciou  $r$ :

$$\begin{aligned} \int_{r_t}^{R_\odot} \left[ A + \frac{\delta \omega}{c} \frac{1}{\left(1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}\right)^{1/2}} \right] dr &= \int_{r_t}^{R_\odot} \left[ A - \frac{\delta c}{c} \frac{\omega}{c} \frac{1}{\left(1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}\right)^{1/2}} \right] dr \\ \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta \omega}{c} \left(1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}\right)^{-1/2} dr &= \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c} \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}\right)^{-1/2} dr \\ \frac{\delta \omega}{\omega} \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} dr &= - \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c} \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} dr \end{aligned}$$

kde si zadefinujeme neporušený travel-time vlny ako  $\tau \equiv \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} dr = \int_{r_t}^{R_\odot} dt$  a teda:

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = - \frac{1}{\tau} \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c} \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}} dr \quad (123)$$

$\frac{\delta \omega}{\omega}$  je to čo meriame,  $\frac{1}{\tau}$  je travel-time, ktorý vieme vypočítať z modelu. Časť  $\frac{1}{c} \left(1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}\right)^{-1/2}$  označme  $K_{\delta c}$  čo je to citlivostné jadro pre poruchu. Teda:

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = - \frac{1}{\tau} \int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c} K_{\delta c}(l, n) dr \quad (124)$$

Kernel  $K_{\delta c}$  popisuje citlivosť efektu zmeny pertubácie modelu na meraní. Kernel môže mať aj zložitejší vzťah.

### Odvodenie, či $\tau$ je naozaj travel-time:

Pre trasu paprsku platí  $\vec{v}_g = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}$ . Čo môžeme rozdeliť na radiálnu  $\frac{dr}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_r}$  a uhlovú časť  $r \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_h}$ . Teda disperzná relácia bude:

$$\omega^2 = c^2(k_r^2 + k_h^2) + \omega_c^2$$

pričom  $\omega_c^2 \ll \omega^2$ . Potom:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_r} = \frac{\partial}{\partial k_r} \left( c \sqrt{k_r^2 + k_h^2} \right) = c \frac{1}{2\sqrt{k_r^2 + k_h^2}} \cdot 2k_r = \frac{c^2 k_r}{\omega}$$

A teda pre  $dt$  platí:

$$dt = dr \frac{\omega}{c^2 k_r} = dr \frac{\omega}{c^2} \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}} = dr \frac{\omega}{c^2} \frac{1}{\frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{\omega^2 r^2}}} = \frac{dr}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}}$$

Čo odpovedá našej definícii  $\tau$ .

Normálny problém je keď máme pozad'ový model  $K_{\delta c}$ , perturbáciu v rýchlosti a predpovedáme to čo môžeme pozorovať. My by sme chceli inverzný problém, teda z pozorovania získať perturbácie v rýchlosti. To sa dá invertovať analyticky.

### Alternatívny výpočet citlivostných jadier

Majme vzťah pre cestovný čas (travel-time), pre rôzne kombinácie  $L$  a  $\omega$  označené písmenom  $a$ :

$$\tau^a = \int_{r_i}^{R_\odot} \frac{1}{c} \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{L^2 c^2}{r^2 \omega^2}}}$$

kde  $c = c(q_\alpha)$ , pričom  $q_\alpha = \{p, \rho, \vec{v}, \gamma, \dots\}$ , teda  $c$  je funkciou všetkých nezávislých perturbovaných veličín a popisuje model. Z pozorovaných radiálnych rýchlostí  $\Phi(\omega, k)$  si najprv pomocou vhodného filtra  $F_a(\omega, k)$  vyberieme vlny, ktoré chceme študovať (môžeme rozdeliť rôzne mody). Výsledné dáta sú dané filtrovanou kockou  $\Psi(\omega, k) = \Phi(\omega, k)F_a(\omega, k)$ , ktorá sa využíva na odvodenie pozorovaných cestovných časov.

Na to aby sme mali inverzný model, potrebujeme vedieť namerať cestovný čas. Nech máme  $x_1$  a  $x_2$  body na povrchu Slnka a z 1. bodu putuje vlna pod povrchom a v 2. bode sa vynorí na povrch, čím vyvolá nejakú odozvu. A cestovný čas  $\tau$  získame fitom na maximum kros-kovariančnej funkcie  $C(x_1, x_2, t)$  definovanej ako:

$$C(\vec{x}_1, \vec{x}_2, t) = \int_0^T \Psi(\vec{x}_1, t') \Psi(\vec{x}_2, t' + t) dt' \quad (125)$$

pričom  $T$  je celková doba pozorovania a čas  $t'$  sa nachádza v intervale  $-\frac{T}{2} \leq t' \leq \frac{T}{2}$ .

Potom minimalizáciou rozdielu pozorovaného cestovného času  $\tau_a$  a modelom spočítaného cestovného času  $\tau_a^o$  získame iný vzťah pre citlivostné jadro (kernel):

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_a (\tau_a - \tau_a^o)^2 \quad (126)$$

$$\delta \chi^2 = \sum_a (\tau_a - \tau_a^o) \frac{\partial \tau_a}{\partial q_\alpha} \delta q_\alpha$$

pričom  $\frac{\partial \tau_a}{\partial q_\alpha} = K_\alpha^a(\vec{x}, q_\alpha)$  je nové citlivostné jadro pre perturbáciu  $q_\alpha$  a môže byť vypočítané z modelu. A nazýva sa to Frechetova derivácia.

### Obecná rovnica pre výpočet citlivostných jadier

Pre formálne odvodenie rovníc popisujúcich kernel si najprv odvodíme obecnú lineárnu perturbáciu disperznej relácie. Kvadráty frekvencií sú vlastné čísla funkcií  $q_\alpha$ . Takže pre disperznú reláciu platí vzťah:

$$\omega^2 \vec{q}_\alpha = \mathcal{L}(q_\alpha) \quad (127)$$

kde  $\mathcal{L}$  je formálny zápis pre lineárny operátor stavby (sú v ňom zakomponované slnečné parametre, takže rovnice vnútornej štruktúry). Túto rovnicu vynásobíme  $q_\alpha^*$  a preintegrujeme cez objem Slnka a dostaneme:

$$\omega^2 \int_{\odot} q_\alpha^* \cdot q_\alpha d^3 r = \int_{\odot} q_\alpha^2 \cdot \mathcal{L}(q_\alpha) d^3 r$$

a teda pre disperznú reláciu platí:

$$\omega^2 = \frac{\int_{\odot} q_\alpha^2 \cdot \mathcal{L}(q_\alpha) d^3 r}{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot q_\alpha d^3 r} \quad (128)$$

frekvencie sú vlastné čísla  $q_\alpha$ . Ak porušíme model, tak sa zmení frekvencia. Takže pri malej poruche sa zmení operátor stavby na  $\mathcal{L}(q_\alpha) = \mathcal{L}_0(q_\alpha) + \mathcal{L}_1(q_\alpha)$ . Pre opravu prvého rádu nahradíme  $\omega^2 \rightarrow \omega^2 + \delta \omega^2$  a teda:

$$\omega^2 + \delta \omega^2 = \frac{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}(q_\alpha) d^3 r}{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot q_\alpha d^3 r} = \frac{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}_0(q_\alpha) d^3 r}{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot q_\alpha d^3 r} + \frac{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}_1(q_\alpha) d^3 r}{\int_{\odot} q_\alpha^* \cdot q_\alpha d^3 r}$$



Pre poruchy nultého rádu budeme predpokladať, že splňujú neporušené rovnice. Potom:

$$d\omega^2 = \frac{\int_{\odot} q_{\alpha}^* \cdot \mathcal{L}_1(q_{\alpha}) d^3r}{\int_{\odot} q_{\alpha}^* \cdot q_{\alpha} d^3r} = \frac{\int_{\odot} q_{\alpha}^* \cdot \mathcal{L}_1(q_{\alpha}) d^3r}{I} = 2\omega_0 \delta\omega$$

kde  $I = \int_{\odot} q_{\alpha}^* \cdot q_{\alpha} d^3r$  je mode mass. Túto rovnicu predelíme  $2\omega_0^2$ . Takže:

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{\int_{\odot} q_{\alpha}^* \cdot \mathcal{L}_1(q_{\alpha}) d^3r}{2\omega_0^2 I}$$

Lineárny operátor  $\mathcal{L}_1$  v sebe zahrňuje všetky parametre  $q_{\alpha}$  a môžu sa od seba odseparovať. Takže dostaneme vzt'ah:

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \int_{\odot} \left[ K_{\rho} \frac{\delta\rho}{\rho} + K_{c^2} \frac{\delta c^2}{c^2} + K_{\vec{v}} \cdot \delta\vec{v} + \dots \right] \quad (129)$$

ale obmedzili sme sa na lineárne poruchy a napríklad magnetické pole je pri ľubovoľnej nenulovej intenzite nelineárna porucha.

**Výpočet citlivostného jadra.** Vezmeme si dva vektory nezávislých parametrov  $X$  a  $Y$ . Tieto vektory sú spolu zviazané rovnicami stavby (hydrostatická rovnováha, stavová rovnica) zapísané pomocou hermitovskej matice ako:

$$A\vec{X} = \vec{Y} \quad (130)$$

pričom dva páry premenných môžu byť napríklad  $\vec{X} = \left( \frac{\partial\rho}{\rho}, \frac{\partial\gamma}{\gamma} \right)$ ,  $\vec{Y} = \left( \frac{\partial u}{u}, \frac{\partial Y}{Y} \right)$ . Pokiaľ  $K_X$  a  $K_Y$  sú kernely pre  $X$  a  $Y$ , tak platí:

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega}{\omega} &= \int_{\odot} \vec{K}_X \cdot \vec{X} d^3r \equiv \langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle \\ \frac{\delta\omega}{\omega} &= \int_{\odot} \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} d^3r \equiv \langle \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle \end{aligned}$$

Rovnicu (130) vynásobíme  $\vec{K}_Y$  a vystredujeme, tak potom dostaneme:

$$\langle \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle = \langle \vec{K}_X \cdot A\vec{X} \rangle = \langle A^* \vec{K}_Y \cdot \vec{X} \rangle = \langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle$$

Z čoho vyplýva  $\langle A^* \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle = \langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle$  a teda platí:

$$A^* \vec{K}_Y = \vec{K}_X \quad (131)$$

teda rovnice pre jadra sú hermitovsky združené s rovnicami stavby.

### 7.3 RING-DIAGRAM LOKÁLNA HELIOSEIZMOLÓGIA

Lokálna helioseizmológia znamená, že sa to dá robiť iba na Slnku.

Používa sa fakt, že keď používame power spektrum modov v rovine  $k - \omega$  dostaneme hrby. Ak rozdelím  $\vec{k}$  na 2 komponenty ( $x, y$ ), tak pre konštantnú frekvenciu  $\omega$ , budeme mať v ideálnom prípade koncentrické kružnice. V istých prípadoch kedy máme proturberancie, tak tieto kruhy nie sú koncentrické. Môžu byť posunuté a ich tvar nemusí byť úplne kruhový, ale niečo ako elipsa. Keď fitujeme kruhy, tak z toho môžeme dostať informáciu o rýchlostiach.

Elipsy nemusia byť koncentrické kvôli Dopplerovmu posunu spôsobenému tečením plazmy. Z toho do ktorého smeru sú pretiahnuté elipsy, tak vieme určiť smer tečenia plazmy a z toho ako veľmi sú deformované sa dá určiť rýchlosť plazmy.

Rôzne frekvencie a rôzne mody (rôzne kruhy) nám dávajú predstavu o rôznych hĺbkach. Takže týmto mapujeme ako sa mení rýchlosť s hĺbkou. Vieme to robiť lokálne na častiach Slnka.

Na každom úseku môžeme vypočítať výkonne spektrum:

$$P_k(\Psi, \omega) = \sum a_m(\omega \cos(m\Psi)) + b_m(\omega) \sin(m\Psi)$$

a následne vieme určiť fitovaním výkonne spektrum:

$$P_{fit}(\Psi, \omega) = \frac{A}{1 + \frac{(\omega - \omega_0 - ku_x \cos \Psi - ku_y \sin \Psi)^2}{\gamma^2}}$$

## 7.4 TIME-DISTANCE

Time-distance je meranie cestovného času vlnového paketu medzi dvoma bodmi. Obecne môžeme rovnicu pre cestovný čas a pozorovanie zapísať nasledovne:

$$\delta\tau^a(r) = \int_{\odot} d^2r' dz \sum_{\beta=1}^P K_{\beta}^a(r' - r, z) \delta q_{\beta}(r', z) + n^a(r) \quad (132)$$

kde  $r'$  je horizontálny polohový vektor,  $z$  je vertikálna zložka polohového vektora,  $P$  je počet perturbovaných parametrov,  $a$  indexuje uvažovanú geometriu šírenia vln a  $n^a(r)$  náhodný šum, ktorý sa dá odhadnúť z pozorovaní. Kovariančná matica šumu je:

$$\Lambda_{ab}(r_i - r_j) = \cos[n^a(r_i)n^b(r_j)]$$

a jej stopa je  $\text{Tr}[A_{ab}] = \sigma_{\alpha}^2$  čo je štandardná odchýlka šumu pre dané  $\alpha$ .

Poruchu cestovného času poznáme vďaka pozorovania modelom, ku ktorému chceme hľadať vylepšenie a zároveň sú v ňom počítané citlivostné jadra. Existujú dve hlavné metódy ako tieto rovnice odvodiť: RLS, OLA.

### RLS (Regularised Least-Squares)

RLS spočíva vo fitovaní parametrov  $\delta q^{\beta}(r', z)$  v rovnice (132). Cieľom je minimalizovať rozdiel pozorovaných a modelom spočítaných cestovných časov za súčasného potlačenia neprirodzených riešení. Hľadá sa minimum  $\chi^2$  voči  $\delta q^{\alpha}$  v tvare:

$$\chi^2 = \sum_a \frac{1}{\sigma_a^2} \left[ \delta\tau^a - \int_{\odot} d^2r dz \sum_{\beta} K_{\beta}^a \delta q_{\beta} \right]^2 + \mu \mathcal{L}(q_{\alpha}) \quad (133)$$

takže hľadáme sústavu rovníc  $\frac{\partial \chi^2}{\partial q_{\alpha}^i} = 0$ . A  $\mathcal{L}$  je regularizačný operátor a  $\mu$  je voľný parameter, ktorý je volený užívateľom a zvyšuje / znižuje význam regularizácie.

### OLA (Optimally Localised Averaging)

Metóda OLA je časovo náročnejšia než RLS, ale výsledky sú lepšie lokalizované a ľahšie interpretovateľné priemerovacie jadrá a je pri nej nižšia miera systematických chýb. Hľadáme riešenie v bode  $(r_0, z_0)$  v tvare konvolúcie neznámych váhových funkcií  $w$  a porušeného cestovného času. Teda:

$$\begin{aligned} \delta q_{\alpha}(r_0, z_0) &= \sum_i \sum_a w_a^{\alpha}(r_i - r_0, z_0) \delta\tau^a(r_i) = \\ &= \int_{\odot} d^2r' dz \sum_{\beta} \left[ \sum_{i,a} w_a^{\alpha}(r_i - r_0; z) K_{\beta}^a(r' - r_i; z) \right] \delta q_{\beta}(r', z) + \sum_{i,a} w_a^{\alpha}(r_i - r_0; z_0) n^a(r_i) \end{aligned}$$

pričom si definujem priemerovacie jadro ako  $K_{\beta}^{\alpha}(r', z; z_0) = \sum_i \sum_a w_a^{\alpha}(r_i; z_0) K_{\beta}^a(r - r_i, z)$  pre všetky  $\beta$  patriace počtu perturbovaných parametrov  $P$ . Potom:

$$\begin{aligned} \delta q_{\alpha}(r_0; z_0) &= \int_{\odot} d^2r' dz K_{\alpha}^{\alpha}(r' - r_0, z; z_0) \delta q_{\alpha}(r', z) + \int_{\odot} d^2r' dz \sum_{\beta \neq \alpha} K_{\beta}^{\alpha}(r' - r_0, z; z_0) \delta q_{\beta}(r', z) + \\ &+ \sum_{i,a} w_a^{\alpha}(r_i - r_0; z_0) n^a(r_i) \end{aligned}$$

Funkcia  $w$  sa odvodzuje z minimalizácie  $\chi^2$  v tvare:

$$\chi_{\alpha}^2(w^{\alpha}, \mu) = \int_{\odot} d^2rdz \sum_{\beta} [K_{\beta}^{\alpha} - \mathcal{T}_{\beta}^{\alpha}]^2 + \mu \sum_{i,j,a,b} w_a^{\alpha}(r_i) \Lambda_{ab}(r_i - r_j) w_b^{\alpha}(r_j)$$

riešenie je v tvare rovnice  $\frac{\partial \chi_{\alpha}}{\partial w^{\alpha}} = 0$ .  $\mathcal{T}$  je volená funkcia (cieľová funkcia), ktorá je lokalizovaná okolo vyšetrovaného miesta a inde je nulová.

Dá sa dokázať, že

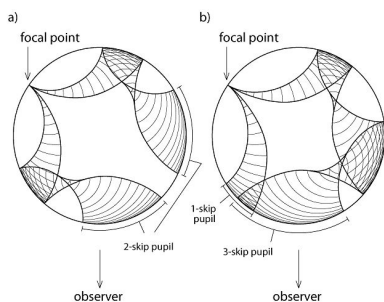
$$\sigma_{\alpha}^2 = \sum_{i,j,a,b} w_a^{\alpha}(r_i) \Lambda_{ab}(r_i - r_j) w_b^{\alpha}(r_j)$$

$\sigma_{\alpha}^2$  je štandardná odchýlka.

Výsledkom problému je váhová funkcia  $w^{\alpha}$ . Takže vieme povedať ako vyzerá Slnko z vnútra. A časťou riešenia je aj chyba problému, teda vieme zistiť jeho šum ( $\Lambda_{ab}$ ). A kernel nám dáva predstavu o tom ako sú tieto výsledky vyhladené (ako dobre sú lokalizované v Slnku).

V dnešnej dobe je time-distance rozšírenejší. Používajú sa filtre nie len fázovej rýchlosti, ale aj iné (ľubovoľné). Je opustený koncept geometrickej optiky, ale stále sú zahrňované vlnové efekty. Dôraz sa kladie na konzistenciu medzi priamou a inverznou metódou (spracovanie dát sa premieta do priamej úlohy). Zahrňuje sa plná informácia o vlastnostiach náhodného šumu, takže je celá kovariančná matica použitá. A zvýšený dôraz sa kladie na validáciu metódy a meranie helioseizmických veličín.

## 7.5 HELIOSEIZMICKÁ HOLOGRAFIA



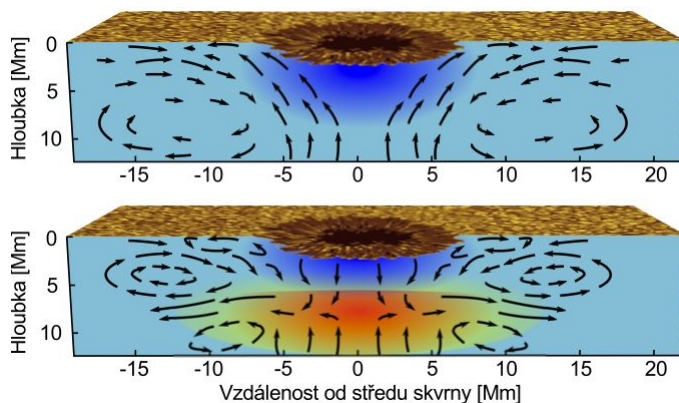
Helioseizmická holografia je ekvivalentná metóda ku time-distance. Funguje iba pre veľké vzdialenosti, kde vlny sa zvyčajne odrazia viackrát. Máme pozorovateľa a povrch a touto metódou sa pokúšame pozrieť na focal point, ktorý sa nachádza na odvrátenej strane Slnka. Ak je tam niečo čo mení vlnu (napr. magnetické pole), tak vieme získať obrázky z tej strany. Dajú sa predpovedať veľké škvrny a teoreticky aj erupcie.

## 7.6 POD ŠKVRNOU

Kedysi bol nápad, že pomocou seizmológie sa dá pozrieť pod škvrnu. Ukázalo sa (r. 1998), že škvrna je plytký útvar a konvergentné toky udržiavajú škvrnu stabilnú. Volá sa to coffee cup model. Ale je to veľmi kontroverzné a nesprávne, pretože ľudia čo robili túto inverziu, tak odignorovali magnetické pole. A povedali, že efekt magnetického poľa je slabý čo sa zistilo, že nie je pravda. Až 90% efektov na vlnách okolo slnečných škvŕn sú spôsobené práve magnetickým poľom.

Keď sa pozrieme na škvrnu v 3D modely, tak pod ňou vidíme studenú oblasť (pomalá rýchlosť zvuku) a pod studenou oblasťou teplú oblasť (veľká rýchlosť zvuku). Všetky modely, ktoré sú spravené neviem dokázať, pretože máme pozorovania iba z povrchu škvŕny a nevidíme čo sa deje pod škvŕnou.

Veľké erupcie môžu spôsobiť aj vlny na povrchu Slnka a to nazývame **slnkotrasenie**. Tieto vlny sa podobajú vlnám po hodení kameňa do vody.

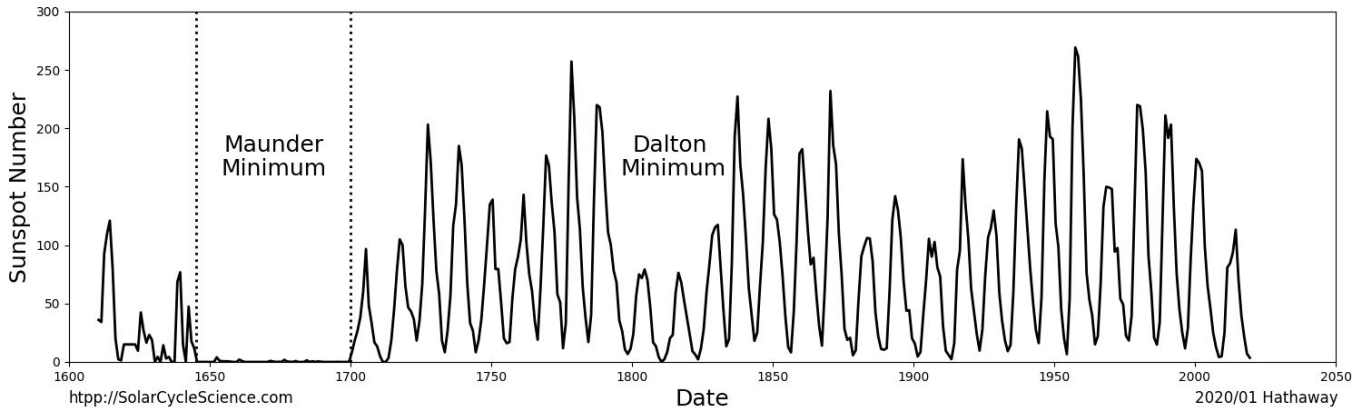


Obr. 33: Vrchný: dnešné numerické modely, spodný: inverzia (nesprávne, bez  $\vec{B}$ )

# 8 SLNEČNÝ MAGNETIZMUS

## 8.1 SLNEČNÝ CYKLUS

Z pozorovaní sa zistilo, že Slnko má hlavný cyklus 11 rokov. Objavil to Heinrich Schwabe v roku 1834, ktorý si robil štatistiku toho ktoré dni vidí slnečné škvrny a ktoré dni ich nevidí a takto sa ukázalo, že sa



Tento cyklus môžeme pozorovať pomocou počtu slnečných škvŕn, plochy slnečných škvŕn, mohutností erupcií, atď. Od roku  $\sim 1760$  sú tieto cykli číslované a aktuálne sa nachádzame v minimu medzi 24. a 25. cyklom.

### 8.1.1 HOMOPOLÁRNE DYNAMO

Homopolárne dynamo sa skladá z vodivého disku a zakrúteného drôtu. Dochádza tam ku vodivému dotyku s drôtom (disk so začiatkom cievky, tyč s koncom cievky), keďže drôtom tečie prúd  $I(t)$ .

Otázkou je či **môže prúd narásť**. Vieme, že magnetické pole budené prúdom má tok  $\Phi = MI$ , kde  $M$  je vzájomná indukcia drôtu a disku. Z rotácie vzniká elektromagnetická sila  $\varepsilon$  daná:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Omega}{2\pi}\Phi = \frac{\Omega}{2\pi}MI$$



Obr. 34: Homopolárne dynamo

pričom  $\frac{\omega}{2\pi} = \nu$  čo je reálna frekvencia získaná ako  $\frac{1}{dt}$ . Z 2. Kirchhoffovho zákona = súčet úbytkov napätia sa v smyčke rovná súčtu elektromagnetických síl v tejto časti obvodu, získame rovnicu pre prúd ako:

$$L\frac{dI}{dt} + RI = \varepsilon = \frac{\Omega}{2\pi}MI$$

kde  $R$  je rezistencia (odpor) celého systému a  $L$  indukčnosť cievky. A riešením tejto rovnice získame:

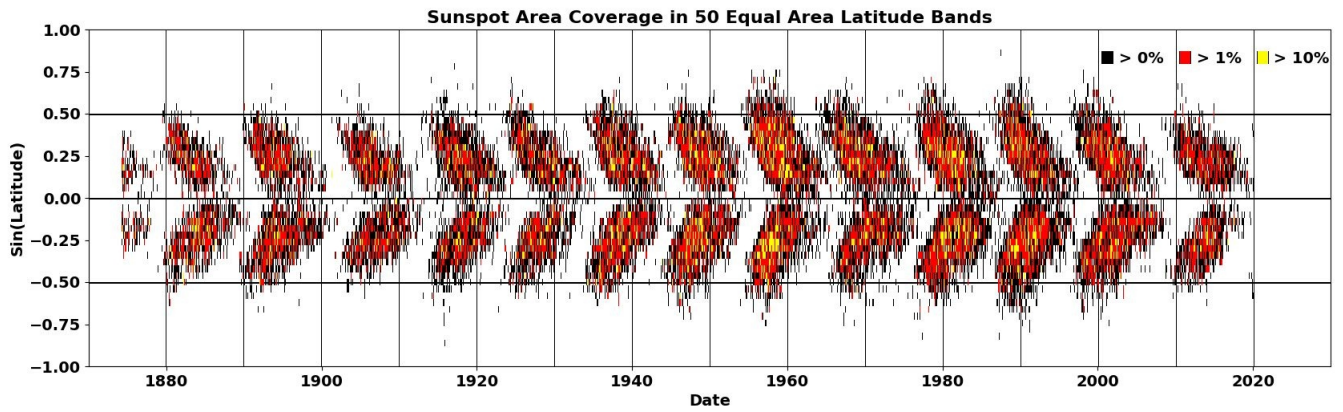
$$I(t) = I_0 e^{\gamma t}$$

$$\gamma = \frac{1}{L} \left( \frac{M}{2\pi} \Omega - R \right)$$

pričom pre  $\gamma > 0$  platí  $\Omega > \frac{2\pi R}{M}$  čo znamená, že dochádza ku rýchlej rotácii a teda ku generácii prúdu. Čím sme si potvrdili našu otázku, že prúd môže narásť. Čo znamená, že toto je dynamo. **Dynamo** v princípe znamená, že máme rotujúci stroj, ktorý premieňa mechanickú energiu na prúd.

### 8.1.2 HLAVNÉ PREJAVY CYKLU

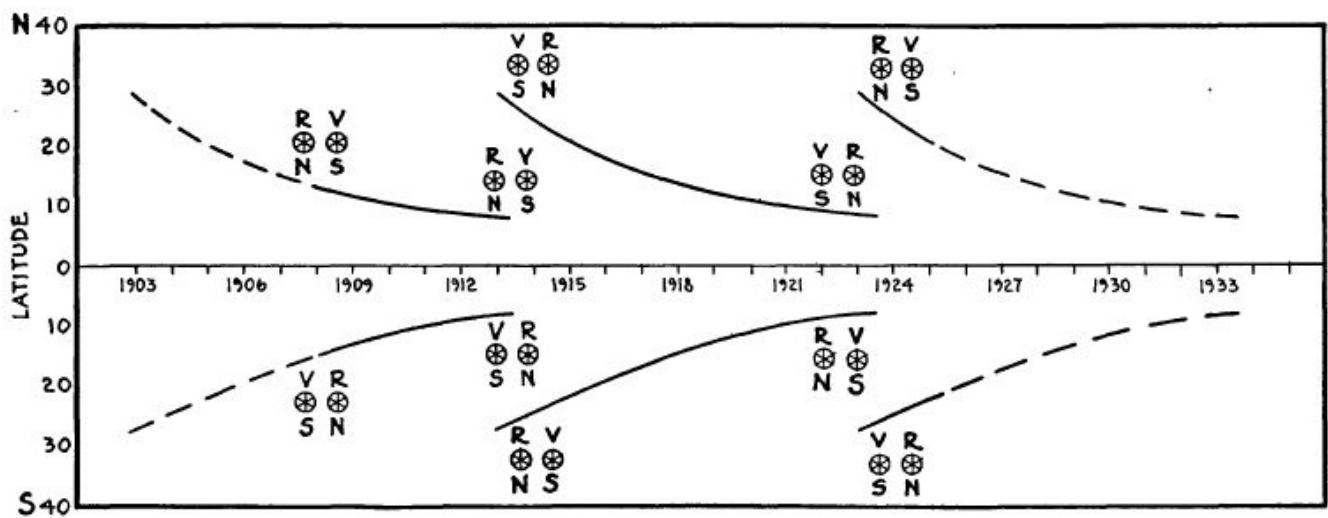
Počas cyklu sa mení počet a mohutnosť aktívnych javov čo znamená, že napr. počet viditeľných škvŕn sa mení a ide od minima po maximum v 11 ročných cykloch. Ďalej lokálne aktívne javy migrujú ku rovníku,



Obr. 35: Migrácia slnečných škvŕn (Butterfly diagram)

teda na začiatku cyklu sa nachádzajú na väčších šírkach a na konci cyklu sa nachádzajú pri rovníku vid' obr. 35. Na tomto obrázku vidíme aj to, že keď končí jeden cyklus a druhý cyklus začína, tak sa to niekedy prekrýva (môže to trvať 2 - 3 roky).

Polarita vedúcich skupín škvŕn a globálneho magnetického poľa sa cyklus od cyklu mení. A magnetické pole sa zosiluje a zase rozpúšťa a periodicky, teda je to akýsi typ dynamy.



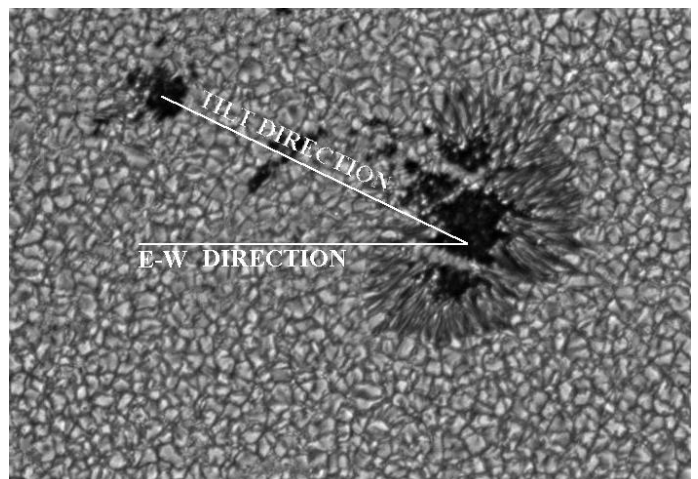
Obr. 36: Zákon polarít slnečných škvŕn. Krivky reprezentujú aproximované variácie v strednej šírke a korešpondujú magnetickým polaritám skupín škvŕn.

### 8.1.3 JOYOV ZÁKON

Joyov zákon hovorí o tom, že pokiaľ spojíme vedúcu a nasledujúcu škvŕnu (kladnú a zápornú polaritu), tak táto os je naklonená ku rovníku (sklonená voči rovnobežkám). Čím je bližšie ku rovníku, tým je sklon menší.

## 8.2 DYNAMO

Cieľom popísania slnečného dynamy je predpovedať pomocou neho slnečnú aktivitu.



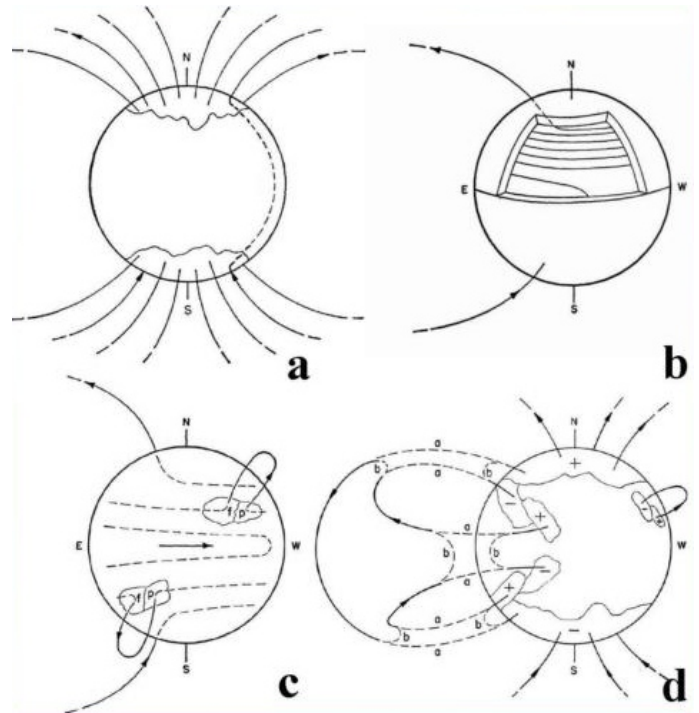
Obr. 37: Joyov zákon



### 8.2.1 BABCOCKOVE DYNAMO

Popisuje mechanizmus, ktorý môže vysvetliť slnečné škvrny a magnetické vzory pozorované na Slnku. Na obr. 38 sú znázornené 4 stupne Babcockovho modelu:

- Na počiatku máme dipólové pole (minimum aktivity) a toto pole siaha iba do konvektívnej vrstvy, ale nie hlbšie.
- Magnetické pole je zmrznuté do plazmy a Slnko diferenciálne rotuje. Z toho vyplýva, že sa siločiar zakrivujú a zamotávajú. Pole sa zosiluje (určitou oblasťou prechádza viac magnetických siločiar). Toto sa nazýva  $\Omega$  efekt, teda mení poloidálne pole na toroidálne.
- Magnetické siločiar sú nestabilné a vystupujú nad povrch. Magnetické trubice vzplývajú a formujú aktívnu oblasť. Polia nie sú čisto toroidálne, ale majú svoju poloidálnu zložku, ktorá je opačná oproti pôvodnému globálnemu poloidálnemu poľu.
- Pole v aktívnych oblastiach interaguje s globálnym poľom a prepojuje sa v koróne. To znamená, že pokiaľ vznikne dvojica škvŕn, tak vedúca škvŕna z jednej hemisféry sa spojí s vedúcou škvŕnou druhej hemisféry a značná časť poľa anihiluje. Chvostová škvŕna je unášaná meridiálnym tokom k pólom, ktoré majú opačnú polaritu. Formuje sa globálne opačná polarita, ktorá je prevažne poloidálna. Tento jav sa nazýva  $\alpha$  efekt a teda mení toroidálne pole na poloidálne.



Obr. 38: Babcock dynamo

**Meridiálny tok** je dôležitý pri odnose následnej polarity k pólu a podpisuje sa na zmene celkovej polarity.

### 8.2.2 BABCOCKOVO-LEIGHTONOVO DYNAMO

Je to presnejšie matematicky popísané dynamo. Narozdiel od Babcockovho dynama, ktorého efekty operujú v hĺbke (zrejme na dne konvektívnej zóny), tak Babcockovo-Leightonovo dynamo sa vyskytuje v prí povrchových vrstvách a oba efekty sú priestorovo oddelené. A potrebuje bipolárne magnetické oblasti.

Tento model je vhodný kvôli tomu, že produkuje dosť vecí čo s pozorovania vyplýva. Dĺžku cyklu má 22 rokov. Fázový posun medzi k rovníku migrujúcim toroidálnym poľom a k pólu migrujúcim poloidálnym poľom. Silné toroidálne pole (10 - 100 kG) na dne konvektívnej zóny, ktoré je nutné pre formáciu škvŕn v správnych šírkach. Polárne pole, ktoré má  $\sim 10$  G. Slabú antikoleráciu medzi amplitúdou a dĺžkou cyklu. A asymetriu ako interakciu dipólu a kvadrupólu.

Ale problémom je, že nie je samovybudené, teda po veľkých minimách by sa už nenaštartovalo (možná existencia ďalších efektov). Vyžaduje primordálne pole, ktoré iba prerozdeľuje a zosiluje v cykle.

### 8.2.3 MEAN - FIELD THEORY

Indukčná rovnica má tvar:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \Delta B = \nabla \times [\vec{v} \times \vec{B} - \eta \nabla \times \vec{B}] \quad (134)$$

Rozdelíme si magnetické pole  $B$  a rýchlosť  $v$  na dve časti a to na strednú časť a fluktuáciu:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \langle \vec{B} \rangle + \vec{b} \\ \vec{v} &= \langle \vec{v} \rangle + \vec{\omega} \end{aligned}$$

pričom predpokladáme, že stredné fluktuácie sú nulové  $\langle \omega \rangle = 0$ ,  $\langle b \rangle = 0$ . Tieto definície si dosadíme do rovnice (134):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\langle B \rangle + b) = \nabla \times [(\langle v \rangle + \omega) \times (\langle B \rangle + b) - \eta \nabla \times (\langle B \rangle + b)]$$

to si rozdelíme na strednú časť a fluktuácie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle B \rangle &= \nabla \times [\langle v \rangle \times \langle B \rangle + \langle \omega \times B \rangle - \eta \nabla \times \langle B \rangle] \\ \frac{\partial}{\partial t} b &= \nabla \times [\langle v \rangle \times b + \omega \times \langle B \rangle + \omega \times b - \langle \omega \times B \rangle - \eta \nabla \times b] \end{aligned}$$

Zadefinujeme si  $\varepsilon = \langle \omega \times b \rangle$  ako elektrické pole vytvorené fluktujúcimi časťami a  $G = \omega \times b - \langle \omega \times b \rangle$ .

Uvažujme, že  $b$  a  $\langle B \rangle$  je v lineárnej relácii a  $\varepsilon$  a  $b$  je tiež v lineárnej relácii. Z toho vyplýva, že aj  $\varepsilon$  a  $\langle B \rangle$  by mali byť lineárne. Teda:

$$\varepsilon = \alpha \langle B \rangle - \beta \nabla \times \langle B \rangle + \dots \quad (135)$$

pre izotropnú turbulenciu platí:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{3} \langle \omega \cdot \nabla \times \omega \rangle \tau \\ \beta &= \frac{1}{3} \langle \omega \cdot \omega \rangle \tau \end{aligned}$$

pričom  $\tau$  je korelačný čas a  $\omega \cdot \nabla \times \omega$  je kinetická helicity. A teda:

$$\frac{\partial \langle B \rangle}{\partial t} = \nabla \times [\langle v \rangle \times \langle B \rangle + \alpha \langle B \rangle - \langle \eta + \beta \rangle \nabla \times \langle B \rangle] \quad (136)$$

kde  $\langle v \rangle \times \langle B \rangle$  je  $\Omega$  - efekt,  $\alpha \langle B \rangle$  je  $\alpha$  - efekt a  $\eta + \beta = \eta_t$  je turbulentná viskozita.

#### Ako môže byť $\alpha$ určená?

Odhadom:

$$\alpha = \pm l \Omega$$

kde  $l$  je konvektívna dĺžka a  $\Omega$  rotačná rýchlosť a znamienko sa určí podľa helicity v danom mieste (vždy opačne).

Numericky:

$$\alpha = \frac{\langle \omega \times b \rangle \cdot B_H}{B_H^2}$$

pričom  $B_H$  je magnetické pole škvorny. ( $\alpha \in \langle \sim \text{cm/s}, \sim 100 \text{m/s} \rangle$ )

**Moderné dynamo** sa simuluje numericky, teda fitujú sa historické dáta. Je to kinematické dynamo a operuje sa s prenosom hmoty meridionálnym tokom alebo difúziou. Predpovede nie sú dôležité pre fyziku, ale pre aplikácie ako napr. elektroniku, rozvody, kozmické počasie.



## 8.3 PREČO 11 ROKOV?

Máme tri procesy, ktoré to zapríčiňujú a to zosílenie poľa (5 - 8 rokov), jeho vynorenie (1 rok) a transport k pólom (3 roky). Takže spolu to dáva 9 - 12 rokov a je to nastavená na 11 rokov čo je polcyklus a celý cyklus je 22 rokov.

## 8.4 MAGNETICKÉ POLE NA SLNKU

Máme pozorovania magnetické poľa Slnka, ktoré nám hovoria o tom aké silné a aká je konfigurácia týchto magnetických polí na Slnku. Magnetické pole je pozorované v atmosfére a to vo fotosfére, chromosfére a v koróne.

Vo fotosfére môžeme vidieť slnečné škvrny, knoty, fakule, póry alebo jasné body. Tieto všetky javy nám hovoria o silnej koncentrácii magnetického poľa na rozdielnych spektrálnych škálach. Ďalej v chromosfére môžeme kvôli magnetickému poľu pozorovať vláknité štruktúry, plage, spikule a protuberancie. V koróne sú kvôli magnetickému poľu viditeľné protuberancie a paprskové štruktúry.

Vo všeobecnosti má magnetické pole v slnečnej atmosfére 3D štruktúru. Takže je tam nejaká závislosť medzi 3 vrstvami atmosféry a nejakou nasledujú rovnaké magnetické pole.

Magnetické pole sa vyvíja v čase. To je niečo čo sa zistilo z pozorovania napr. škvŕn. Slnečné škvrny sa objavia z ničoho potom sa vyvíjajú, teda zmenia tvar, plochu a následne sa rozpadnú. Niektoré javy sú veľmi rýchle a trvajú len niekoľko sekúnd alebo minút ako napr. slnečné erupcie. Ďalej v čase sa vyvíjajú protuberancie. Na Slnku nastáva aj dynamika malorozmerových magnetických polí.

Magnetické polia na Slnku môžu byť pozorované rôznymi metódami. Môže sa použiť Zeemanov jav, Hanleho jav alebo (spektro)polarimetria.

**Zeemanov jav** je postavený na rozštiepaní spektrálnych čiar a následne majú tieto spektrálne čiary rôznu energiu a produkuje polarizované žiarenie v prítomnosti magnetického poľa. Bez pôsobenia magnetického poľa by mali hladiny rovnakú energiu. Používa sa hlavne na meranie magnetického poľa vo fotosfére.

**Hanleho jav** je citlivý na slabé polia, preto je vhodnejší na pozorovanie magnetické poľa v chromosfére a koróne. Tento jav hovorí o tom, že čiastočne polarizované svetlo z povrchu narazí na plyn magnetickom poli, ktoré zníži polarizáciu svetla a táto zmena je úmerná intenzite magnetického poľa.

Pomocou (**Spektro**)polarimetrie sa merajú profily spektrálnych čiar v rôznych polarizáciách a tak sa dá odvodiť celý vektor magnetického poľa a nie iba pozdĺžna zložka ako pri Zeemanovom jave.

### 8.4.1 POZOROVACIE DÔKAZY MAGNETICKÝCH TRUBÍC

Pozorované magnetické útvary sú škvrny, póry, magnetické knoty, malé magnetické elementy a fakule.

**Slnečné škvrny** sú veľké hrubé trubice so silným poľom (viac ako 6000 G). Tieto trubice majú rozmer tisícky až desiatky tisíc km a priemerne žijú niekoľko dní až mesiace. Skladajú sa s umbry a penumbry,

**Póry** sú slabšie trubice. Sú to slnečné škvrny bez penumbry a na ich vznik stačí slabšie magnetické pole (~ 1500 G). Rozmerovo majú len pár sto kilometrov a žijú iba niekoľko hodín až dní.

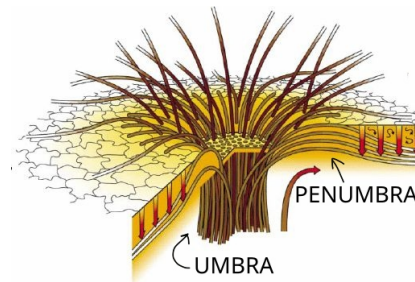
**Magnetické knoty** sú neviditeľné v bielom svetle, ale sú viditeľné v spektrogramoch kvôli Zeemanovmu rozšíreniu v IR. Vyskytujú sa v okolí škvŕn. Majú malé rozmery a opačnú polaritu než škvrna, ale celkovo má porovnateľný tok ako škvrna.

**Malé magnetické elementy** sa objavujú v intergranulálnych priestoroch. Sú malé iba stovky km, ale pohybujú sa rýchlo (0.5 - 5 km/s). Na rozdiel od knotov majú aj horizontálnu komponentu. Vyskytujú sa v oblastiach s koncentrovaným magnetickým poľom. Sú pozorovateľné v G páse, kde môžeme vidieť molekuly CH. V magnetických oblastiach dochádza ku rozpadu CH molekúl čo spôsobí nižšiu koncentráciu CH a teda aj nižšiu absorpciu svetla týmito molekulami, a teda dochádza ku relatívnemu zjasneniu. Ak je vyššia teplota, tak je aj vyššia rýchlosť disociácie čo je dôsledkom pozdĺžneho ohrevu takmer transparentného vnútra trubice. Naopak pri nižšej hustote dochádza menej často ku asociatívnym kolíziám.

**Fakule** sa nachádzajú v oblastiach koncentrovaného magnetického poľa. Sú to jasnejšie oblasti zvyčajne okolo škvŕn a dochádza k ním dôsledkom depresie magnetického poľa, pričom sa pozeráme na horúce steny.

## 8.5 SLNEČNÉ ŠKVRNY

Slnečná škvrna je tmavá, pretože je chladná (4500 K) a chladná je kvôli silnému magnetickému poľu, ktoré zabraňuje toku tepla zo spodu. Magnetické pole idúce zo spodu vytvára umbru a, keď sa skloní vytvára penumbra ako to vidíme na obrázku.



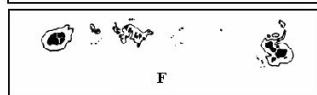
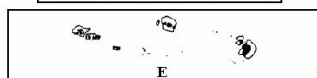
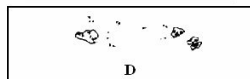
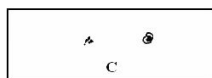
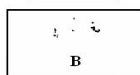
### 8.5.1 MCINTOSHOVA KLASIFIKÁCIA SLNEČNÝCH ŠKVRN

Celkový tvar a veľkosť skupiny

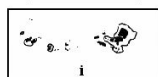
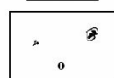
0 5 10 15 20

Tvar a veľkosť najväčšej škvrny

5°



Rozložení skvrn ve skupině



A = unipolárna skupina bez penumbry

B = bipolárna skupina bez penumbry

C = bipolárna skupina, jedna škvrna s penumbrou

D, E, F = bipolárna skupina s penumbrami (rozdiel je vo veľkosti)

H = unipolárna skupina s penumbrou

x = škvrna bez penumbry

r = penumbra v zárodku, skôr zrnitá

s = malá vláknitá penumbra kruhového tvaru

a = malá nepravidelná penumbra

h = veľká symetrická penumbra

k = veľká nepravidelná penumbra

x = jednoduchá škvrna

o = iba vedúca a nasledujúca škvrna

i = medzi chvostovou a vedúcou škvrou sa nachádza veľa malých škvŕn bez výraznej penumbry

c = medzi chvostovou a vedúcou škvrou sa nachádza aspoň jedna škvrna s výraznou penumbrou

### 8.5.2 MORFOLOGICKÁ KLASIFIKÁCIA AKTÍVNYCH OBLASTÍ

$\alpha$  – unipolárna skupina

$\beta$  – skupina majúca obe polarities, ktoré sú oddelené

$\gamma$  – skupina, kde sú obe polarities rozdelené tak nepravidelne, že znemožňujú klasifikáciu ako  $\beta$

$\beta$ - $\gamma$  – bipolárna skupina, kde k oddeleniu polarit nestačí jedna neprerušená línia

$\delta$  – dve umbry v jednej penumbre vzdialené menej než  $2^\circ$  majú opačné polarities

$\beta$ - $\delta$  – skupina klasifikovaná ako  $\beta$  obsahujúca jednu alebo viac  $\delta$  škvŕn

$\beta$ - $\gamma$ - $\delta$  – skupina klasifikovaná ako  $\beta$ - $\gamma$  obsahujúca jednu alebo viac  $\delta$  škvŕn

$\gamma$ - $\delta$  – skupina klasifikovaná ako  $\gamma$  obsahujúca jednu alebo viac  $\delta$  škvŕn

### 8.5.3 VEĽKOROZMEROVÁ ŠTRUKTÚRA

**Umbra** sa nachádza v strede. Táto oblasť je najtmavšia a najchladnejšia a medzi tmavými jadrami sú často svetelné mosty, nachádza sa to až o 1000 km nižšie než okolná fotosféra. Je tam silné magnetické pole (až 6000 G) a je skoro vertikálne.

**Penumbra** nachádza okolo umbry. Je vláknitá, teda tvorená fibrilami. Má slabšie magnetické pole ( $\sim 1500$  G) a je viac sklonená ku fotosfére ( $\sim 70^\circ$  voči normále). Hranica medzi umbrou a penumbrou je daná intenzitou vertikálnej zložky magnetického poľa a to pokiaľ je nad 1700G, tak máme umbru a pokiaľ je to menej, tak je to penumbra.

**Moat** je tok od penumbry von. Jeho rýchlosť je približne 500 m/s a nie je vždy formovaný. Zvyčajne je formovaný keď je stabilná škvrna a penumbra existuje.

**Evershedov jav** je systematický tok v penumbre radiálne zo škvŕny. Jeho rýchlosť je približne 4 km/s.

### 8.5.4 FORMÁCIA ŠKVRN

Slnčné škvrny sa objavujú keď malé magnetické elementy sú ku sebe tlačené supergranulami. Sú formované zvyčajne v spojnici 2 alebo viacerých supergranúl. Fragmenty udržujú identitu v priebehu života škvrny a ku rozpadu opäť dochádza po rovnakých fragmentoch. Nastáva aj vynorovanie magnetických smyčiek a nazýva sa to  $\Omega$  loop.

Dochádza ku dynamickej diskonexie od koreňov. Magnetické pole sa narušuje u koreňov, teda v konvektívnej vrstve pomocou turbulentného prúdenia okolo magnetickej smyčky. Nakoniec sa pretrhne, spodná časť sa opäť narovná a osamotený magnetický ostrov je roztrhaný turbulenciami. Pozorované iba v numerických simuláciách.

Predpokladá sa, že rozmernejšie a komplikovanejšie škvrny sú staršie a sú viac spojené s ďalšími prejavmi aktivity a to erupciami.

#### FORMÁCIA

Koncentrácia toku supergranúl. Chceme dosiahnuť rovnováhu. Rýchlosť rozpadu difúziou je  $\sim d^2/\eta$ , pričom  $\eta$  je difuzivita a  $d$  je veľkosť elementu. Pre časovú škálu advekcie platí  $l/u$ . Keďže chceme rovnováhu, tak platí:

$$\tau = \frac{d^2}{\eta} = \frac{l}{u}$$

kde  $l$  je veľkosť granule a  $u$  je rýchlosť. Takže z toho vyplýva:

$$d^2 = \frac{\eta l}{u} = \frac{l^2}{R_m} \quad (137)$$

kde  $R_m$  je magnetické Reynoldsovo číslo.

Chceme vedieť aké silné magnetické pole môže byť takto vytvorené. To môžeme namodelovať tak, že zoberieme magnetický tok zo supergranúl. Odhad koncentrovaného poľa je odhadnutý tak, že celý pozdĺžny tok sa koncentruje do elementu, takže  $B_0 l^2 = B d^2$ , a teda:

$$B \sim \frac{B_0 l^2}{d^2} = \frac{B_0 l^2}{l^2/R_m} = R_m B_0 \quad (138)$$

pre typické hodnoty fotosféry platí  $l = 30$  Mm,  $R_m = 10^4$ ,  $B_0 \sim 0,1$  G,  $u \sim 300$  m/s, takže  $d = 300$  km,  $B \sim 10^3$  G. Takto by sa dala vytvoriť škvrna za čas  $\tau = l/u = 10^5$  s  $\sim 1$  deň.

Ak sa koncentrácia zastaví vyrovnaním tlakov, teda:

$$\frac{B^2}{2\mu} \sim \frac{\rho u^2}{2}$$

$$B \sim \sqrt{\mu \rho} u \quad (139)$$

takže pre fotosféru  $\rho = 3 \times 10^{-4}$  kg/m<sup>3</sup>,  $u \sim 300$  m/s bude platiť  $B \sim 60$  G čím sa nedá vytvoriť škvrna, pretože to nie je dostatočné magnetické pole. Musí sa to tvoriť inak.

#### KONVEKTÍVNY KOLAPS

Vertikálne magnetické trubice: adiabatické vychýlenie dole, teda je materiál v trubici chladnejší a posúva sa dole.

Rovnicu pre rovnováhu  $P = P_i + B^2/2\mu$  vložíme do pohybovej rovnice:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} v^2 + \frac{P}{\rho} - \frac{B^2}{2\mu\rho} \right) = 0 \quad (140)$$

Hľadáme charakteristické chovanie, tak integrujeme cez tvar trubice:

$$\int_{x_1}^{x_2} \dots dx = \langle \dots \rangle$$

a keď že máme stacionárne pole, teda  $\frac{\partial}{\partial t} \langle v \rangle = 0$ , tak dostaneme:

$$\begin{aligned} \left\langle P + \frac{1}{2} \rho v^2 - \frac{B^2}{2\mu} \right\rangle &= \text{konst.} = \langle P_i \rangle \\ \Rightarrow \left\langle \frac{B^2}{2\mu} \right\rangle &= \langle P \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho v^2 \rangle - \langle P_i \rangle \end{aligned} \quad (141)$$

čo znamená, že magnetické pole vzrastie vonkajším tlakom alebo tokom pozdĺž trubice. Kolaps je stabilný pre pole väčšie ako 0,1 T.

### MAGNETICKÁ VZPLÝVAVOSŤ

Máme horizontálne trubice v konvekčnej zóne bez pohybov. Pre rovnováhu platí  $P_e = P_i + B^2/2\mu$ , kde  $i$  znamená vnútorná (internal) a  $e$  vonkajšia (external). Pre tlak platí vzťah  $P = \Re T \rho / \mu$ , pričom  $\mu = 1$ , pretože chceme čisto hydrogénovú atmosféru, ktorá je dobrá pre Slnko. Keď si dáme tieto dve rovnice dokopy, tak dostaneme tlakovú rovnováhu:

$$\Re T (\rho_e - \rho_i) = \frac{B_i^2}{2\mu} \quad (142)$$

pričom  $\rho_i < \rho_e$ . Pokiaľ je vzplývavá sila ( $F_{\text{vzplyv}} = (\rho_e - \rho_i)g$ ) väčšia než tenze trubice, tak to vzplýva.

Pre Lorenzovu silu platí:

$$f_L = j \times B = \frac{(\nabla \times B) \times B}{\mu} = \frac{(B \cdot \nabla)B}{\mu} - \nabla \frac{B^2}{2\mu} \quad (143)$$

kde  $(B \cdot \nabla)B/\mu$  predstavuje tenziu a  $\nabla B^2/2\mu$  predstavuje prácu tlaku.

Platí, že  $(B \cdot \nabla)B/\mu \sim B_i^2/\mu l$ , kde  $l$  je charakteristická veľkosť perturbácie. Pre nestabilitu platí:

$$\begin{aligned} (\rho_e - \rho_i)g &> \frac{B_i^2}{\mu l} = \frac{2\Re T (\rho_e - \rho_i)}{l} \\ \Rightarrow l &> \frac{2\Re T}{g} = 2H_P \end{aligned} \quad (144)$$

kde  $H_P$  je výška stupnice tlaku (pressure scale height). A teda:

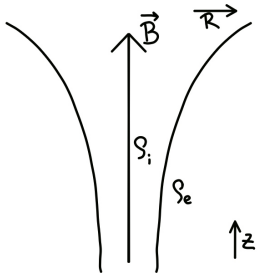
$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr} = -\rho g &= \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} = P \frac{d \ln P}{dr} = -\frac{P}{H_P} \\ \frac{P}{\rho} &= \Re T \\ \Rightarrow \frac{P}{\rho} &= \frac{\Re T}{g} = H_P \end{aligned}$$

teda pokiaľ je perturbácia dost' veľká, tak trubica je nestabilná a vzplýva.

Pre čas vynorenia platí  $\tau \sim d/c_A$ , kde  $d$  je hĺbka a  $c_A$  je Alfvénová rýchlosť. Pre vnútorné magnetické pole  $B_i = 10$  kG trubice na dne konvekčnej zóny ( $\rho = 200$  kg/cm<sup>3</sup>,  $d = 200$  Mm) je čas vynorenia  $\tau \sim 2$  mesiace. Rýchlosť klesá ku povrchu, takže je to dlhšie  $\tau$  skôr rok.

### MAGNETO HYDROSTATICÝ MODEL ŠKVRNY (MH $\rho$ MODEL)

Predpoklady pre tento model, ktorý vidíme aj na obrázku 39 sú:  $B = B(R)$ , pričom  $\max(B) = B_i = B(R=0)$ ,  $B(R \rightarrow \infty) = 0$ ;  $\rho_i = \rho_i(z)$ ,  $\rho_e = \rho_e(z)$ .



Obr. 39: MHP model

pričom pre  $R \rightarrow \infty$ :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_e(z)g \quad (146)$$

a pre  $R = 0$ :

$$P_i(z) + \frac{B_i^2}{2\mu} = P_e(z) \quad (147)$$

$$\frac{dP_i}{dz} = -\rho_i(z)g$$

$$\frac{dP_i}{dz} = \frac{dP_e}{dz}$$

to je z dôvodu toho, že na  $B = 0$  je  $B_i$  konštantné. A z toho vyplýva, že existencia magnetických polí neovplyvňuje hustotu narozdiel od teploty. Teda  $\rho_e = \rho_i$ . Potom môžeme rovnicu 147 ďalej upravovať pre  $P_i < P_e$ , pričom  $P = \Re\rho T/\mu$ , kde  $\mu = 1$ :

$$P_i + \frac{B_i^2}{2\mu} = P_e$$

$$\frac{P_i}{P_e} + \frac{B_i^2}{2\mu P_e} = 1$$

$$\frac{T_i(z)}{T_e(z)} = 1 - \frac{B_i^2}{2\mu P_e(z)} < 1$$

v poslednom vzťahu sme dosadili stavovú rovnicu. Zvyčajne je  $B_i^2/2\mu > P_e(z)$ . Keď tento vzťah zdiferencujeme dostaneme:

$$\frac{2B_i(R)}{2\mu} \frac{dB_i(R)}{dz} > \frac{dP_e}{dz}$$

$\frac{dP_e}{dz} < 0$  pretože gravitácia ide opačným smerom ako os z, teda čím ďalej sme od centra tým je tlak aj hustota menšia. A z toho vyplýva, že  $\frac{dB_i(R)}{dz} < 0$  čo znamená, že trubica s výškou diverguje, pretože  $\Phi = \int B_i dS = \text{const}$ . Pretože:

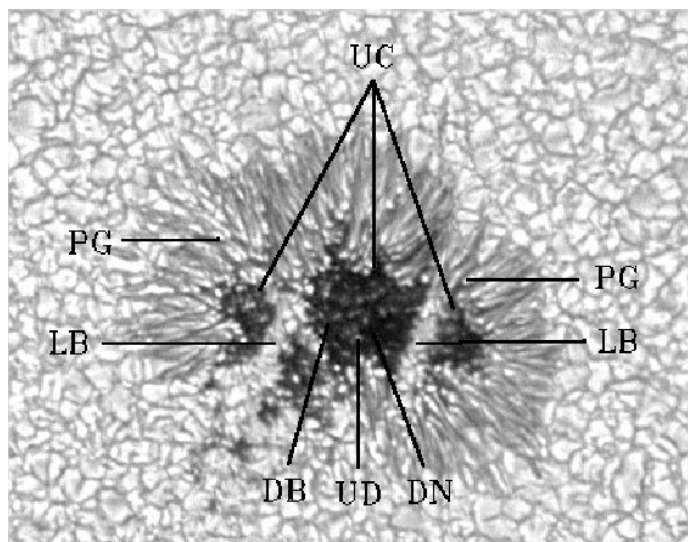
$$P_i + \frac{B_i^2}{2\mu} = P_e$$

$$\frac{dP_i}{dz} = \frac{dP_e}{dz} - \frac{2B_i}{2\mu} \frac{dB_i}{dz}$$

vieme, že  $\frac{2B_i}{2\mu} \frac{dB_i}{dz} > 0$  a teda  $\frac{dP_i}{dz} > \frac{dP_e}{dz}$  čo znamená, že je menšia hustota v trubiciach vo výškach. Takže tlak vo vnútri klesá rýchlejšie ako tlak vonku. To nám dáva fakt, že vnútorná hustota tiež musí rýchlejšie klesať než vonkajšia.

### 8.5.5 JEMNÁ ŠTRUKTÚRA

**Umbrálne body** sa nachádzajú v umbre. Väčšinou sú nerozlišiteľné, teda my ich vidíme, ale nevieme či je to ich skutočná veľkosť, pretože sa pohybujeme na hranici rozlíšenia. Formujú sa na hraniciach fragmentov. Sú to zrejme degenerované granule.



Obr. 40: UC - umbrálne jadro, PG - penumbrálne zrno, LB - svetelný most, UD - umbrálne body, DN - tmavé jadro, DB - rozptýlené pozadie

**Svetelné mosty** oddeľujú fragmenty na umbre. Svetelné mosty majú slabšie magnetické pole čo znamená, že tam viac prebieha konvekcia. Sú sklonenejšie než v umbre a často majú granulárnu štruktúru.

**Penumbrálne filenty** majú v podstate stále neznámu hrúbku. Niektoré sú tmavé, tie sú aj sklonené a niektoré sú svetlé.

**Penumbrálne zrna** sú výrazné na koncoch jasných vlákien na hranici penumbry s umbrou. Pohybujú sa pozdĺž penumbrálnych filamentov. Dochádza ku radiálnym pohybom vo vnútri do umbry a von do kludnej fotosféry.

### 8.5.6 MODELY SLNEČNÝCH ŠKVŔN

Prvým modelom je **jednotlivá trubica** (magnetokonvekcia), teda všetky jemnejšie štruktúry sú dôsledkom degenerovanej konvekcie. Vysvetľuje aj dianie v umbre a penumbre ako dôsledok degenerovanej granulácie.

Ďalším modelom je **zväzkový model** (spagethi), ktorý je tvorený zväzkom magnetických trubíc a jemné štruktúry sú výsledkom turbulentnej konvekcie medzi trubícami.

Medzi týmito modelmi nevieme rozhodnúť na základe fotosférických pozorovaní. Zatiaľ je preferovanejšia jedna trubica kvôli numerickým pozorovaniam a dôsledkom riešení MHD rovníc v konvektívnom prostredí.

## 9 ERUPCIE

### 9.1 ENERGETCKÉ JAVY NA SLNKU

Prvý krát boli slnečné erupcie pozorované 1.9.1859 R. Carringtonom. Behom zakresľovania skupín slnečných škvŕn si všimol významné zjasnenie, ktoré trvalo približne 5 minút. Deň potom zasiahla zem geomagnetická búrka. Bolo to pozorovanie bielej erupcie.

Erupcie sú energetické javy, kedy sa uvoľňuje až  $10^{25}$  J energie behom maximálne pár desiatok minút. Sú pozorované v optickom obore na  $H\alpha$  čiare. Chromosférické erupcie, ktoré sú zvyčajne dvojvláknové, každé vlákno má inú polaritu a medzi nimi je prúdová vrstva. Pri erupcii sa vlákna od seba vzd'ajú.

Erupcie sa pozorujú aj v UV, RTG a rádiovnej oblasti žiarenia, je to svedok netermálnych procesov (v rádiovnej oblasti je to napr. synchrotronné žiarenie). Erupcia je spojovaná s rekonexiou magnetického poľa. Svetelná krivka vykazuje prudký nárast a potom exponenciálny pokles, pričom doba útlmu je iba pár minút.

### 9.2 KLASIFIKÁCIA ERUPCIÍ

Máme rôzne klasifikácie a to energetickú, ktorá je objektívna, potom podľa plochy a podľa intenzity a tieto rozdelenia sú subjektívne.

**Energetická** je rozdelená podľa toku energie v úzkom páse (0,1 - 0,8 nm) RTG oblasti. Rozdeľujú sa na A ( $10^{-8}$  -  $10^{-7}$  W/m<sup>2</sup>), B ( $10^{-7}$  -  $10^{-6}$  W/m<sup>2</sup>), C ( $10^{-6}$  -  $10^{-5}$  W/m<sup>2</sup>), M (medium,  $10^{-5}$  -  $10^{-4}$  W/m<sup>2</sup>), X (extreme,  $10^{-4}$  -  $10^{-3}$  W/m<sup>2</sup>) a to podľa maximálnej hodnoty celkového toku energie. Ďalej sa používa ku označeniu písmenom aj označenie číslom.

**Podľa plochy** je merané v  $H\alpha$  čiare a počítajú sa jasné pixely. Kategórie sú S (<2°<sup>2</sup>), 1, 2, 3, 4 (>25°<sup>2</sup>)

**Podľa intenzity** rozdel'ujeme na F (faint), N (normal), B (bright). Toto rozdelenie rozhoduje pozorovateľ.

### 9.3 DISIPÁCIA MAGNETICKÝCH POLÍ

Disipácia magnetických polí je v oblasti prúdových vrstiev, ktoré sú formované pohybmi plazmy. Deformácia magnetických polí zvyšuje voľnú energiu, lokálna deformácia  $\Delta B$  produkuje prúdovú vrstvu.

Rapidná disipácia nastane v mieste, kde Maxwellov tenzor produkuje prúdovú vrstvu smerom klesajúcej hrúbky.

Explozívna disipácia nastáva v okolí singulárnych bodov magnetického poľa ( $B = 0$ ), kde k disipácii môže dôjsť aj napriek nízkej rezistivite.

Výpočet kompletnej disipácie škvŕny v koróne. Nech magnetické pole je  $B \sim 1000 \text{ G} = 0,1 \text{ T}$  a aproximujme slnečnú škvŕnu ako kocku  $V = (10 \times 10 \times 10) \text{ Mm}^3 = 10^{18} \text{ m}^3$ . Tak potom energia:

$$E_m = \frac{B^2}{2\mu} V = \frac{0,01}{2\mu} 10^{18} \text{ J} \sim 4 \cdot 10^{21} \text{ J}$$

čo je malý výtrisk. Teda je to o viac rádov menšie než sa pozoruje. To znamená, že klúdová disipácia nie je zdrojom erupcií.

#### 9.3.1 ČASOVÉ ŠKÁLY

Neexplozívna erupcia tvorená Joulovým teplom:

$$t_j = \frac{B^2}{j^2} \frac{2\mu}{\sigma} = \left| j = \frac{2}{\mu} \nabla \times B \sim \frac{1}{\mu} \frac{B}{L} \right| = \frac{B^2/2\mu}{B^2/\mu^2 L^2 \sigma} = \frac{\mu L^2 \sigma}{2}$$

kde  $\sigma$  je konduktivita.

Pre porovnanie si ukážeme časovú škálu pre difúziu poľa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{1}{\mu \sigma} \Delta B \\ \frac{B}{t_{\text{dif}}} &\sim \frac{1}{\mu \sigma} \frac{B}{L^2} \\ \Rightarrow t_{\text{dif}} &\sim \mu \sigma L^2 \end{aligned}$$

čo je porovnateľné s Joulovým teplom. Teda Joulová disipácia a difúzia poľa sú podobné v rýchlosti.

Pre difuzivitu platí:

$$\eta = \frac{1}{\mu \sigma}$$

a pre chromosféru je  $\eta \sim 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$  a pre korónu je  $\eta \sim 3 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Čo je pomalé pretože  $t \sim L^2/\eta \sim 10^{11}$  s pre chromosféru, pričom  $L \sim 10^9 \text{ cm}$ . Takže toto nie je hlavný mechanizmus, ktorý budeme brať.

Ďalej máme dynamický jav a to advekciu. Dynamický čas je definovaný ako vzdialenosť za rýchlosť, teda  $t_d \sim L/v$ . Porovnáme:

$$t_j = \frac{L^2}{\eta} = \frac{L v L}{\eta v} = R_M t_d$$

kde  $R_M$  je Reynoldove magnetické číslo a popisuje silu advekcie voči difúzii. Pre  $R_M \ll 1$  je  $t_j \gg t_d$ . Pokiaľ rýchlosť je Alfvénová rýchlosť  $v \equiv c_A \sim 10^6 \text{ m/s}$ , tak:

$$t_j = \frac{L^2}{\eta} = \frac{L c_A L}{\eta c_A} = N_L \frac{L}{c_A} = N_L t_A$$

kde  $N_L$  je Luigistovo číslo a  $t_A$  je Alfvénov čas. Pre  $N_L$  vysoké je plazma vysoko vodivá a pre  $N_L$  nízke je plazma rezistentná.

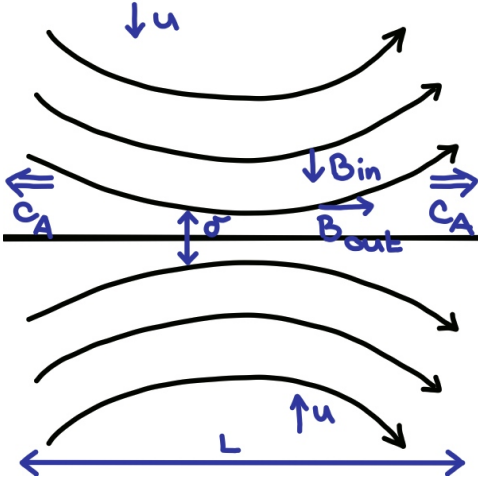
Charakteristický čas neexplozívnej disipácie dynamickým procesom s Alfvénovou rýchlosťou v koróne je:

$$t_j = \frac{LN_L}{c_A} \sim 10^{15} \text{ s}$$

pretože v koróne platí  $L \sim 10^7$  m,  $c_A \sim 10^6$  m/s,  $\eta \sim 10^3$  cm<sup>2</sup>/s,  $N_L \sim 10^{14}$ ,  $L/c_A \sim 10$  s. Tento čas je pomalý, takže neexplozívny rozptyl nevysvetlí uje čo sa deje v slnečnej erupcii.

### 9.3.2 EXPLOZÍVNA DISIPÁCIA

#### SWEET PARKEROV MODEL



Antiparalelné pole je tlačené ku sebe v dĺžke  $L$  rýchlosťou  $u$  a plazma je vytlačovaná medzi antiparalelnými poľami Alfvénovou rýchlosťou ako to vidíme na obrázku.  $\nabla B$  rastie až do vytvorenia ustáleného stavu. V oblasti  $\delta$  je prúdová vrstva:

$$j = \frac{1}{\mu} \nabla \times B \sim \frac{B}{\mu \delta} \quad (148)$$

a energetická rovnica má vzt'ah:

$$\frac{dU}{dt} = \eta j^2 = \eta \frac{B^2}{\mu^2 \delta^2} \quad (149)$$

V bode  $u$  osi vzniká pretlak (termálna škála je  $t_{th} = L/c_A$ ), ktorý je balancovaný tlakom magnetického poľa (táto termálna energia bola odobraná magnetickému poľu) a platí:

$$U \sim \dot{U} t_{th} \Rightarrow \frac{B^2}{2\mu} = \eta \frac{B^2}{\mu^2 \delta^2} \frac{L}{c_A}$$

pre  $\delta$  platí:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta L}{\mu c_A}} \propto \sqrt{\frac{\eta L}{c_A}}$$

takže závisí na škále.

Rovnicu kontinuity môžeme zapísať ako  $\rho u L = \rho \delta c_A$  (čo ide do vnútra, musí ísť aj von), kde  $u$  je neznáma rýchlosť znovu pripojenia (reconnection speed):

$$u = \frac{\delta}{L} c_A = \frac{\sqrt{\frac{\eta L}{c_A}}}{L} c_A = \sqrt{\frac{\eta c_A}{L}} \quad (150)$$

Keď použijeme Lundquistovo číslo  $N_L = Lc_A/\eta$ , tak dostaneme:

$$u = \sqrt{\frac{\eta c_A}{L}} = \sqrt{\frac{\eta}{Lc_A}} c_A^2 = \frac{c_A}{\sqrt{N_L}}$$

A teda charakteristický čas pre Sweet Parkerov model je:

$$t_{SP} = \frac{L}{u} = \frac{L\sqrt{N_L}}{c_A} \quad (151)$$

čo je pre korónu  $t_{SP} \sim 10^8$  s čo je stále pomalé.

**ENERGETIKA SWEET PARKEROVHO MODELA** Predpoklad je, že  $\delta \ll L$ , tak potom  $u \ll c_A$ . Takže rýchlosť je omnoho menšia ako Alfvénova rýchlosť.



Rýchlosť vtoku elektromagnetickej energie nám dáva Poyntingov tok. Tok na plochu:

$$(E \times H)L \sim EHL = |E = u \times B| = E \frac{B_{in}}{\mu} L = u \frac{B_{in}^2}{\mu} L$$

Pomer kinetickej a elektromagnetickej energie na vtoku:

$$\frac{E_{k,in}}{E_{m,in}} = \frac{u \frac{1}{2} \rho u^2 L}{u L \frac{B_{in}^2}{\mu}} = \frac{u^2}{2 \frac{B_{in}^2}{\rho \mu}} = \frac{u^2}{2c_A^2} \ll 1$$

takže väčšina vtekajúcej energie je magnetická.

Na výtoku platí zachovanie magnetického toku, teda  $c_A B_0 = u B_{in}$  a keďže  $\nabla \cdot B = 0$ :

$$\frac{B_{out}}{\delta} \sim \frac{B_{in}}{L}$$

ň takže  $B_{out} \ll B_{in}$ . Vieme, že  $\delta \ll L$ , tak potom:

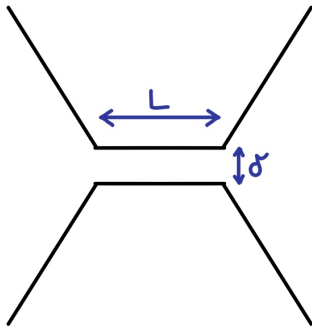
$$\frac{EB_{out}\delta}{\mu} \ll E_{m,in}$$

Čo sa stalo zo zbytkom vtekajúcej energie si ukážeme pri porovnaní kinetickej a magnetickej energie:

$$\frac{E_{k,out}}{E_{m,in}} = \frac{1/2 \rho c_A^2 (c_A \delta)}{u B_{in}^2 L / \mu} = \frac{1/2 c_A^2}{c_A^2} = \frac{1}{2}$$

Takže polovica vtekajúcej elektromagnetickej energie je konvertovaná na kinetickú a druhá polovica sa premení na teplo.

## PETCHEKOV MODEL



Je aproximácia Parkerovho modelu, ale  $L$  je skrátene a teda týmto spôsobom sa dá zväčšiť rýchlosť. Takže  $t_{SP} \sim L$ . Pre Petschekov model dostaneme charakteristický čas:

$$t_P \sim \frac{L \ln N_L}{c_A} \quad (152)$$

pre korónu platí  $t_P \sim 300$  s. Teda disipácia je v tenkých vrstvách (prúdových vrstvách).

**Anomálna rezistivita** je dôsledok plazmových nestabilit v oblastiach prúdovej plochy. Pokiaľ rýchlosť elektrónov je porovnateľná s rýchlosťou plazmových vln a tak narastá rezistivita, teda skraca sa disipačný čas.

## 9.4 VZNIK ERUPCIE

Vzniká dôsledkom rekonexie magnetického poľa. Zmena topológie magnetického poľa a voľná energia je uvoľnená vo forme energie a častíc. Voľná energia sa ukladá do konfigurácie poľa napr. fotosférickými pohybmi. Typická škála, na ktorej dochádza ku rekonexii odpovedá rozmerom slnečnej škvrny ( $\sim 20$  Mm), ale aby ku rekonexii došlo, tak musia byť magnetické siločiaru stlačené na vzdialenosť  $\sim 1$  m.

### 9.4.1 ŠTANDARDNÝ MODEL SLNEČNEJ ERUPCIE

Nazýva sa CSHKP model podľa vedcov Carmichaela, Sturrocka, Hirayama, Koppa a Penumana. Jednoducho povedané, že rekonexia sa deje v koróne. Smyčky sú pozorované v UV a RTG oblasti. Zjasnenie sa nachádza v chromosfére ako dôsledok bombardovania časticami. To vysvetľuje vznik filamentov aj ich vzd'alfovanie.

Tento model hovorí o antiparalelnej konfigurácii magnetického poľa pričom siločiaru sú stlačené veľmi blízko seba a následne dôjde ku rekonexii, teda spojeniu magnetických siločiar.

Máme arkádu magnetických smyčiek, ktoré spájajú dve opačné polarizácie medzi ktorými dochádza ku pohybu. Magnetické siločiar sa natáhajú a prepojujú, kedy vznikajú magnetické povrazce inak nazývané filenty. Pri náhodných pohyboch fotosféry sa zamotávajú a tým sa tam uskladní veľá energie, pričom tam vznikne aj veľké napätie.

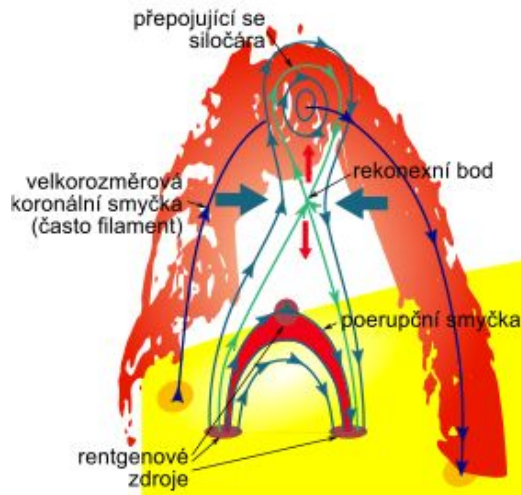
Keď je povrazec aktivovaný napr. nestabilitou (magnetické pole ho ťahá hore), tak vytláča celý útvar smerom hore, čím vzniká podtlak vo vnútri, ktorý stláča magnetické pole. Na tomto mieste vzniká bod X, kedy sa magnetické pole prepojí a vzniknú 2 oblasti: nová arkáda a ostrov siločiar. V tomto bode dochádza ku výraznému zahrievaniu a je to zdroj RTG žiarenia.

Erupcia začína v koróne, kde sa časticové zväzky šíria dole.

Prúdy častíc, ktoré idú dole sa vnorujú v dvoch vláknach hlbšie do atmosféry. Atmosféra sa zahusťuje a dochádza ku excitáciám v dôsledku zrážok. Čím vzniká RTG a UV žiarenie. Platí to pre chromosféru hlavne v H $\alpha$ . Pokiaľ dôjdu častice až ku fotosfére, tak sa pozorujú biele erupcie vo viditeľnej oblasti.

Následne sa magnetický ostrov odpojí, plazma (plazmový oblak, CME) sa odtrhne a šíri do medziplanetárneho priestoru čo má vplyv na kozmické počasie.

Problémom je, že model je 2D a erupcie sú 3D a nie je jasné či sú biele erupcie vysvetľované správne.



### 9.4.2 FÁZE ERUPCIE

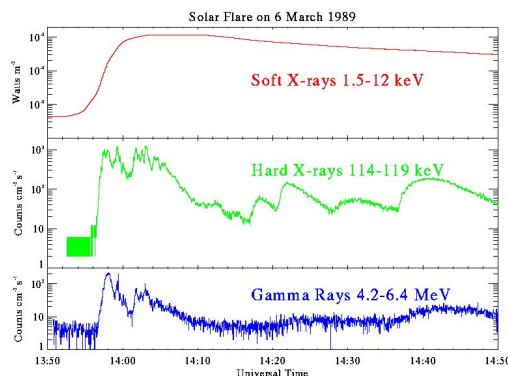
Máme fázy: prederupčná, impulzivná, vrcholová (graduálna) a klesajúca.

V **prederupčnej** fáze dochádza ku krátkemu zjasneniu v EUV a SXR, zrejme je to aktivácia magnetického povrazca smyčkovou nestabilitou.

V **impulzivnej** fáze dochádza ku vertikálnemu pohybu povrazca. Vytvára sa prúdová vrstva a je nestabilná. Ukáže sa tzv. ostrovková nestabilita, v ktorej prebiehajú fraktálne rekonexie. Formuje sa arkáda poerupčných smyčiek. Je to veľmi horúce, takže chromosféra sa vyparuje a následne sa formujú chromosférické vlákna.

**Vrcholová** fáza inak graduálna nastáva vo vrchole. Smyčky sú postupne odrezané od rekonexie a zväzkov. Posúva sa ďalej od neutrálnej línie. Smyčky začínajú chladnúť (chladné sú pod horúcimi) a začínajú sa objavovať v chromosfére (chladné poerupčné smyčky).

**Klesajúca** fáza nastáva pri postupnom ochladzovaní, teda pri teplote okolo 100 kK. Vtedy krivka strát tenkých čiar dosahuje maxima. Chladenie je veľmi efektívne a dochádza až ku katastrofickému chladeniu, takže plazma je dobre chladená a odteká z arkády poerupčných smyčiek.



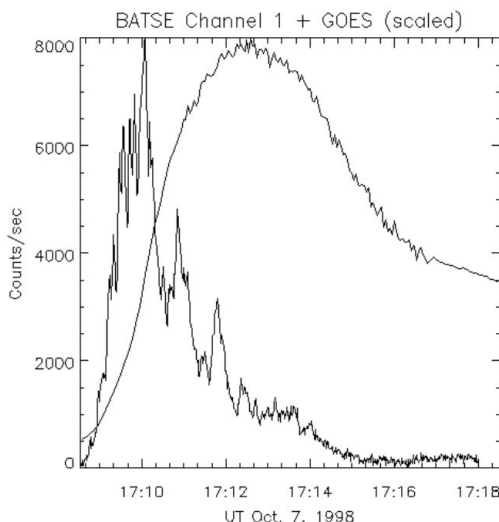
### 9.4.3 NEUPERTOV EFEKT

Neupertov efekt je vzťah medzi tokom v SXR (soft X-ray) a HXR (hard X-ray). Teda:

$$F_{SXR}(t) \propto \int_{t_0}^t F_{HXR}(t') dt' \quad (153)$$

HXR, teda tvrdé RTG žiarenie vzniká pri kolíziách čo znamená, že sa chová ako narážajúce častice, pričom zahrievajú atmosféru. Táto atmosféra potom vyžaruje v SXR, teda v mäkkom RTG žiarení. Funguje to iba ak nie je chladenie.

Behom rastúcej fáze je SXR tok integrálom centimetrového rádiového toku od počiatku erupcie.



#### 9.4.4 PROBLÉMY ŠTANDARDNÉHO MODELU

Počet netermálnych elektrónov v erupcii: Z HXR emisie odhad nutných tokov elektrónov je  $\sim 10^{34}$  až  $10^{36} \text{ s}^{-1}$ . Teda pre dobu trvania 100 až 1000 s sú je nutných až  $10^{39}$  elektrónov ku urýchleniu. Čo je skoro počet všetkých elektrónov v koróne.

Transport elektrónov z koróny do chromosféry je neúľahčovaný spätným prúdom (to je dôsledok kvazineutrálnej plazmy), excitácii elektrostatických vln a rady nestabilit.

**Modifikácia modelu** je keď dodatočne pridáme akceleráciu stochastickými poliami, akceleráciu v smyčkách s helikálnym poľom (pozdĺž smyčky) a akcelerácia interakcií s plazmovými vlnami.

Alternatívou môže byť, keď nositeľom nie sú elektróny, ale rázy torzných Alfvénovských vln.

Moderné prístupy sú v 3D. Rekonexná geometria nemusí byť podmienená X bodom. Dochádza tak ku dynamickej zmene konektivity tzv. kĺzavej rekonexie.

## 10 KORÓNA, SLNEČNÝ VIETOR

### 10.1 PRECHODOVÁ OBLASŤ

V prechodovej oblasti nastáva zmena teplotného režimu medzi chromosférou, ktorá má  $\sim 10^4 \text{ K}$  a korónou, ktorá má  $10^6 \text{ K}$ . Keďže je tu skok v teplote, tak z rovnice rovnováhy vieme, že tu bude skok aj v hustote.

Prechodová oblasť ne vo väčšine nehomogénna a keď pozorujeme spektrálne čiary napr. Lymanovu  $\alpha$  čiaru, tak vidíme, že sú tam veľké dopplerové posuny. To znamená, že je táto oblasť dynamická a má rýchly vývoj v čase.

Ako ideme von, teda zvyšujeme teplotu atmosféry, tak ideme ďalej od slnečného jadra smerom ku medziplanetárneho priestoru, tak typická priestorová vzdialenosť nehomogenity narastajú. Vo fotosfére sú nehomogenity  $\sim 1000 \text{ km}$  a keď ideme vyššie, tak sa zvyšuje. V chromosfére je nehomogenita  $\sim 2 \times$  väčšia a v koróne je nehomogenita  $\sim 10000 \text{ km}$  a viac. To môže byť spôsobené rozpínajúcimi sa trubicami magnetického poľa.

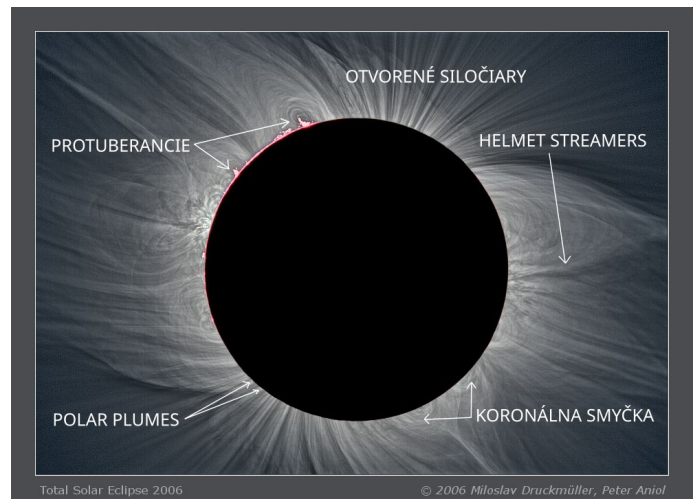
### 10.2 KORÓNA

Koróna je vonkajšia vrstva slnečnej atmosféry a je vysoko štrukturovaná. Korónu môžeme pozorovať počas zatmenia Slnka, ale nestačí ju vyfotografovať na jeden obrázok, pretože jej dynamický rozsah je veľký. Takže potrebujeme sekvenciu obrázkov v rôznych expozíciách a potom ich optimálne spojiť.

Na obrázku vidíme uzavreté magnetické pole (**Helmet streamers**), zvyčajne sa nachádzajú nad slnečnými škvrnami a aktívnymi oblasťami. Tieto uzavreté magnetické polia spájajú opačné magnetické polarity. Elektróny sú zachytávané v týchto smyčkách a preto sú veľmi svetlé.

**Otvorené siločiare** (koronálne vlasy), nie sú úplne otvorené, ale sú spojené cez veľké vzdialenosti. Je to zvyčajne v oblasti, kde je veľmi slabé magnetické pole. Je to zvyčajne v oblastiach slnečných pólů, pretože tam nie sú nejaké význačné magnetické aktivity okrem pozadia alebo dipólového magnetického poľa. Takže keď sa pozrieme na obrázok, hneď vidíme os rotácie a teda aj rovník.

**Koronálne smyčky** nájdeme okolo slnečných škvrn a v aktívnych oblastiach. Smyčky sú združené s uzavretými magnetickými siločiarami, ktoré spájajú magnetické oblasti na slnečnom povrchu.



**Protuberancie** sú v koróne vytvárané relatívne chladnou plazmou podporovanou magnetickým poľom. Protuberancie sú jasné, keď sú viditeľné na slnečnom okraji a tmavé, keď sa objavujú oproti svetlému slnečnému disku (filamenty).

**Polar plumes** sú jasné časti v oblasti, kde slnečný materiál rýchlo tečie z koronálnych dier. Je to v oblasti s otvoreným magnetickým poľom. Koronálne diery sú bežnejšie pri póloch, ale môžu sa nachádzať aj inde.

### 10.2.1 ZLOŽKY KORÓNY

Koróna má veľa zložiek a historicky sa označujú latinskými písmenami.

**F koróna** je vnútorná časť koróny, kde stále môžeme vidieť Fraunhoferove čiary. Je to svetlo odrazené z fotosféry. Je pozorovateľná iba pri zatmení kvôli difrakcii.

**K koróna** nazývaná aj ako kontinuum koróna. Je to oblasť kde už nevidíme žiadne spektrálne čiary, pretože je tam vysoká teplota, a teda elektróny na ktorých dochádza ku rozptylu fotónov sa pohybujú veľmi rýchlo. Svetlo pochádza z odrazu vo fotosfére. Dochádza tam ku Thompsovmu rozptylu na voľných elektrónoch, kvôli ktorému je svetlo polarizované.

**E koróna** je emisná koróna. Pochádza z vlastného žiarenia a je veľmi slabá. Dochádza tam ku emisii vysoko ionizovaných kovov. Spektrálne čiary vidíme hlavne z UV oblasti, pretože keďže sú tam vysoko ionizované kovy, takže energie musia byť veľké a dochádza ku emisii elektromagnetického žiarenia vo vysokých oblastiach spektra. Vidíme tam aj niekoľko čiar vo viditeľnej oblasti spektra a to napr. zelená (Fe XIV) a červená (Fe X) čiara. To sú čiary, ktoré pôvodne boli považované za čiary neznámych prvkov, pretože tieto spektrálne čiary neboli pozorované v laboratóriu. Nakoniec sa zistilo, že tieto spektrálne čiary pochádzajú zo zakázaných prechodov vysoko ionizovaného železa a sú možné kvôli tomu, že hustota plazmy je dosť nízka čo znamená, že nedochádza ku kolíziám a je dosť času na žiarivé prechody.

Zelené koronálne čiary rešpektujú 11 ročný cyklus. Má to podobné chovanie ako motýlí diagram, ale súčasne je tam pohyb smerom ku pólom (rush to the poles) a v dobe keď dôjde ku pólom, tak začína nový cyklus.

**T koróna** je termálna koróna. Pochádza z termálnej emisie častíc prachu. Často to pochádza z komét, ktoré pri pohybe okolo Slnka zanechávajú prach.

### 10.2.2 EMPIRICKÝ PROFIL INTENZITY

Otázkou je či vieme nejakou použiť naše merania a dostať nejaké informácie o koróne. Môžeme použiť pozorovanie na určenie hustoty:

Predpokladajme, že koróna je sféricky symetrická (ak to dostatočne zhladáme alebo spriemerujeme v čase, tak je to vhodný predpoklad). Určme si, že os  $x$  ide v radiálnom smere a os  $y$  je na ňu kolmá (line of sight). Predpokladáme, že je tam nejaký emisný profil. Definujeme si radiálny smer cez všetky smery ako:

$$\rho^2 = \left(\frac{r}{R_{\odot}}\right)^2 = x^2 + y^2 \quad (154)$$

kde  $r$  je lineárna vzdialenosť od Slnka. Predpokladajme, že lokálne vo vzdialenosti  $\rho$  od Slnka máme typickú emisivitu  $E_k(\rho)$ . Úplná intenzita:

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E_k(\rho) dy \quad (155)$$

využitím predpokladu sférickej symetrie môžeme integrovať  $2 \times$  od 0 do  $\infty$  a ďalej môžeme použiť zdiferencovaný vzťah 154 ( $\rho d\rho = y dy = \sqrt{\rho^2 - x^2} dy$ ) a z neho  $dy$  vložiť do rovnice 155:

$$I(x) = 2 \int_0^{\infty} E_k(\rho) \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 - x^2}} d\rho \quad (156)$$

Keďže  $E_k$  je naša neznáma, tak vzťah 156 musíme invertovať čo vieme spraviť analyticky pomocou inverznej Abelovej transformácie a dostaneme:

$$E_k(\rho) = -\frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{\infty} \frac{dI/dx}{\sqrt{x^2 - \rho^2}} dx \quad (157)$$

to je emisia získaná z pozorovania.

Z teórie vieme, že intenzita v K koróne je spôsobená Thompsonovým rozptylom na elektrónoch, takže emisiu si môžeme vyjadriť ako:

$$E_k(\rho) = \sigma_T n_e \frac{1}{4\pi} \int I_{\odot}(\theta) d\Omega \quad (158)$$

kde  $\sigma_T$  je účinný prierez Thompsovho rozptylu,  $n_e$  elektrónová hustota a  $d\Omega = rd\theta d\phi$  je priestorový uhol (solid angle).

Porovnaním vzťahov 157 a 158 vieme získať profil hustoty elektrónov napr. rozriešením radou:

$$n_e(\rho) = n_{e0} \left( \frac{1,55}{\rho^6} + \frac{2,99}{\rho^{16}} \right) \quad (159)$$

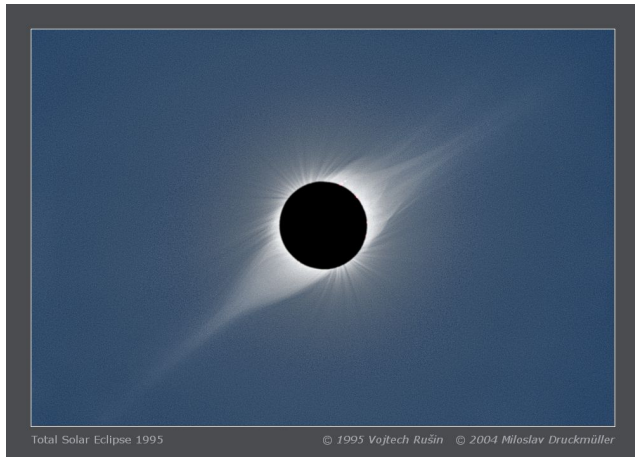
kde  $n_{e0}$  je pozad'ová hustota elektrónov ( $\sim 10^{14} \text{ m}^{-3}$ ).

Odhad pre  $\rho \sim R_{\odot}$ :

$$\begin{aligned} E_k &\sim \sigma_T n_e R_{\odot} I_{\odot} \\ E_k(R_{\odot}) &\sim 10^{-6} I_{\odot} \\ \Rightarrow n_e &\sim \frac{E_k(R_{\odot})}{\sigma_T R_{\odot} I_{\odot}} \sim 4 \times 10^{13} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

To sú typické hustoty v koróne. Jasnejšie miesta odpovedajú vyššej hustote elektrónov (nie vyššej teplote).

### 10.2.3 KORÓNA V MINIMU / MAXIMU



(a) Minimum (1995)



(b) Maximum (2003)

Obr. 41: Zatmenie Slnka

Level aktivity vplýva na tvar koróny čo môžeme vidieť na obrázkoch minima a maxima. Nad aktívnymi oblasťami sa vyskytujú helmet streamers a počas minima aktivity sa aktívne oblasti nachádzajú okolo slnečného rovníka. Takže v minime sú pozorované jasné časti pretiahnuté iba pozdĺž rovníka. V maxime vidíme korónu kruhovú okolo celého obvodu, pretože aktívne oblasti sa nachádzajú všade okolo. Takže helmet streamers sa nachádzajú všade okrem pólův.



## 10.2.4 EMISNÉ ČIARY

Diagnostika emisných čiar je možná v UV a RTG oblasti, pretože to sú oblasti, kde sú emisné čiaru pozorované. Malo by to byť možné aj v optickej oblasti pri zakázaných čiarach.

Vyšetrujeme emisnú čiaru  $(m - 1)$ -krát ionizovaného prvku  $X^m$ . Predpokladáme, že je tam prechod z  $j \rightarrow i$  elektrónovej hladiny. Takže vyšetrujeme:

$$X_j^{+m} \rightarrow X_i^{+m} + hv_{ij} \quad (160)$$

pričom  $hv_{ij}$  je energia, ktorá nám hovorí o kvantovom elektromagnetickom žiarení, ktoré je uvoľnené pri tomto prechode. Pre emisivitu platí:

$$P_i = N_j(X^{+m})A_{ji}hv_{ij}\Psi_v \quad (161)$$

kde  $N_j(X^{+m})$  je hustota,  $A_{ji}$  Einsteinov koeficient a  $\Psi_v$  je emisný profil normovaný na 1 ( $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_v dv = 1$ ). Čím viac iónov tam je, tým bude viac významná emisivita.

Predpokladáme, že sa to deje pod koronálnou aproximáciou. To znamená, že hladina  $j$  je populovaná so základného stavu zrážkami elektrónov a depopulácia do nižších stavov je zapríčinená radiačným prechodom. Potom platí pre emisivitu:

$$P_{gj} = A_x G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}} N_e^2 \quad (162)$$

pričom  $A_x$  je relatívne zastúpenie prvku X voči prvku H a  $A_x N_e \sim [X]$  je reálna abundancia (zastúpenie).  $G(T, \lambda_{gj})$  je príspevková funkcia, ktorá nám dáva informáciu o tom pod akými podmienkami sú tieto procesy viac a menej účinné (ideálne je to, keď je unimodálna funkcia).

Tok vo vzdialenosti  $R$ :

$$\begin{aligned} F(\lambda_{gj}) &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_V P_{gj} dV = \frac{1}{4\pi R^2} A_x \int G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}} N_e^2 dV = \\ &= \frac{1}{4\pi R^2} A_x \int G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}} Q(T) dT \end{aligned}$$

pričom  $N_e^2 dV = Q(T) dT$  a  $Q(T)$  je diferenciálna miera emisie = **DEM**. DEM je teda miera množstva emitujúcej plazmy ako funkcie teploty. Inak si môžeme rozpísať  $N_e^2 dV = N_e dV N_e$ , kde  $N_e dV$  nám hovorí o počte voľných elektrónov,  $N_e$  o elektrónovej hustote a celkovo nám to hovorí o zrážkovej excitácii do vyšších hladín.

Pre 1D DEM je  $EM = \int N_e^2 dz$ , pričom  $EM$  je emission measure, teda celkový počet emitujúcich iónov hocijakej teploty. Teda:

$$\begin{aligned} EM &= \int N_e^2 dz = \int N_e^2 \frac{dz}{dT} dT = \\ &= \int N_e^2 \left( \frac{dT}{dz} \right)^{-1} dT = \int Q(T) dT \end{aligned}$$

Keď to spravíme pre oblasť s istou luminozitou:

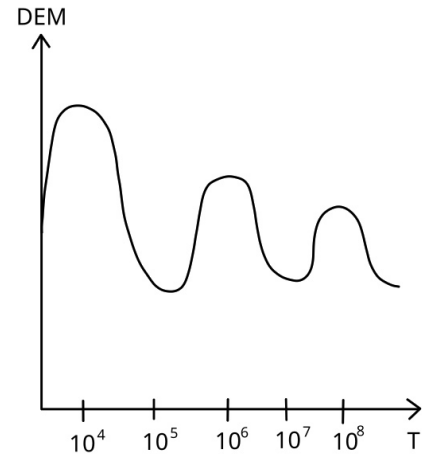
$$L = 4\pi R^2 F(\lambda_{ji}) = \int N_e^2 P(T) dV = \int Q(T) P(T)$$

funkcia  $P(T)$  má tvar:

$$P(T) = A_x G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}}$$

a nazveme ju funkciou žiarivých strát. Je to pomalá funkcia závislosti od teploty.

Celková luminozita je  $L \sim N_e^2$ . Keď sa pozrieme na obrázky, tak vidíme oblasti, ktoré sú svetlejšie a ktoré sú tmavšie a to je zapríčinené tým, že v oblasti je väčšia elektrónová hustota, nie teplota.



Obr. 42: DEM(T) - rôzne množstvo plazmy má rôznu teplotu

**DIAGNOSTIKA** Predpokladajme, že máme izotermálnu plazmu, tak môžeme použiť definíciu toku, ktorý pozorujeme:

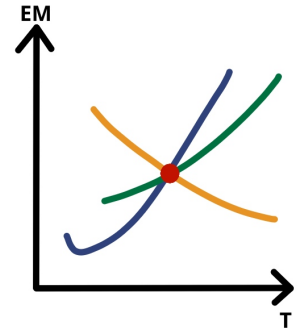
$$F = \frac{1}{4\pi r^2} G(T_e) EM(T) \quad (163)$$

z čoho si vieme vyjadriť EM loci, ktoré je silne závislé na teplote  $T$ :

$$EM(T) = 4\pi 4\pi R^2 \frac{F}{G(T)} \quad (164)$$

Na obr. 43 vidíme rôzne EM loci krivky, ktoré znázorňujú rôzne ióny a vidíme, že sa pretínajú v jednom bode, ktorý nám hovorí o tom, že je to aproximácia izotermálnej plazmy. A tento bod korešponduje správnej elektrónovej teplote  $T_e$ . Ak by sa nepretli v jednom bode, tak je to indikácia toho, že plazma musí byť multitermálna. Rovnaký ión s rôznymi prechodmi na takomto grafe nie je rozoznatel'ny, pretože bude mať stále rovnakú krivku.

Ak použijeme rôzne prvky, tak dostaneme iné EM loci krivky pre rôzne ióny tohto prvku a tiež sa pretnú v jednom bode  $T_e$ . Tento bod je pre rôzne prvky iba vertikálne posunutý, horizontálne by sa mal stále nachádzať v  $T_e$ . Posun vo vertikálnom smere je známkou relatívnej abundancie tých dvoch prvkov. Ak máme jeden prvok meraný nejakým iným spôsobom, tak neznámy prvok môže byť týmto spôsobom meraný.



Obr. 43: EM(T) rôzne farby znázorňujú rôzne ióny

### 10.2.5 KORONÁLNY OHREV

Koróna má teplotu príliš veľkú na to, aby bola vysvetlená vodivým procesom z fotosféry, pretože fotosféra je oveľa chladnejšia. Takže to odporuje 2. termodynamickému vete.

Je potrebný koronálny ohrev ( $\sim 1 \text{ kW/m}^2$ ) viac v aktívnych oblastiach, menej v koronálnych dierach. Je to také veľké, lebo to korešponduje riadiacím stratám ( $P(T)$  funkcia). Pre chromosféru je to väčšie, pretože chromosféra je tenšia.

Máme tri skupiny modelov o koronálnom ohreve. Jeden model je nemagnetický, ktorý hovorí o tom, že je zahrievaná disipáciou akustických vln o ktorých vieme, že existujú v slnečnej atmosfére. Ďalšie sú magnetické a to jednosmerné pomocou disipácie elektrického prúdu a následnej rekonexie a druhé striedavé pomocou vln.

#### NEMAGNETICKÉ

Povrchová konvekcia vytvára spektrum vln. Hustota materiálu klesá a teda amplitúda vln narastá. Čím vznikajú rázové vlny, ktoré sa rozpadajú vysoko v atmosfére. A takto sa ohrieva koróna.

Tento mechanizmus môže vysvetliť ohrev chromosféry, ale ohrev koróny skôr nie. Pretože vlny stratia energiu v chromosfére a do koróny je prenikne minimum.

#### MAGNETICKÉ JEDNOSMERNÉ

Elektrické prúdy pozdĺž smyčiek nesú energiu. Nepotenciálová časť magnetického poľa obsahuje energiu. Nasáva rozpad Joulovým teplom, rekonexiami, ktoré sú pomalé a nie sú viditeľné ako erupcie a rozpad erupciami (nano-, piko-, ...).

V slnku nie sú pozorované iba silné erupcie. Veľké množstvo slabších erupcií (flares) je pozorovaných v UV oblasti a tie sa nazývajú nanoflares, pikoflares, ... a môžu produkovať dostatok energie na ohrev koróny.

#### MAGNETICKÉ STRIEDAVÉ

Ohrev môže byť tvorený magnetoakustickými a Alfvénovými vlnami. Ale je tu problém. Magnetoakustické vlny ochotne disipujú, ale ťažko prechádzajú chromosférou (nízka hustota materiálu a podliehajú reflexii späť do fotosféry), teda nemôžu niesť dostatočné množstvo energie. Ďalej Alfvénové vlny (long distance wavelength) ľahko prechádzajú chromosférou, ale neochotne disipujú. A numerické simulácie ukazujú, že Alfvénové vlny môžu konvertovať na magnetoakustické v prechodovej vrstve.

Až do vypustenia SOHO nebol žiaden dôkaz vln v koróne. Nové prístroje odhalili aj vlny s nižšími frekvenciami (1 - 0 Hz), ktoré sú objavené v nižšej atmosfére a možno majú dostatok energie.

Máme 22 modelov koronálneho ohrevu (Mandrini at al., 2000). Test známych modelov koronálneho ohrevu na pozorovanie je TRACE. Na dvoch aktívnych oblastiach s uvažovaním štatistických chýb sa dajú 3 modely vylúčiť (modely uvažujúce konverziu  $p$ -modov z fotosféry a ich rozpad v koróne).

V roku 2007 boli objavené spikule typu II. Sú rýchlejšie (až 100 km/s) a trvajú krátko čo je pravdepodobne dôsledok rázových vln pri rekonexiách. Pozorované sú výtrysky horúcej plazmy. Vyzerá to tak, že so sebou nesú Alfvénové vlny, ktoré dostačujú ku urýchleniu rýchleho slnečného vetra.

V roku 2015 sa ukazovalo, že by to mohli byť nanoerupcie a NuStar poskytol dôkaz vysokých teplôt plazmy aj v neeruptívnych aktívnych oblastiach. Keď je tam magnetická oblasť, tak je horúca oblasť v solárnej koróne, takže to musí mať niečo dočinenia s magnetickým poľom.

### 10.3 SLNEČNÝ VIETOR

Slnečný vietor je neustále rozširovanie koróny, ktorá sa rozširuje až do medziplanetárneho priestoru. Počiatok teórie o slnečnom vetre siaha do polovice 20. storočia kedy verili, že musí byť nejaké slnečné časticové žiarenie žiariace zo Slnka, pretože potrebovali nejakú vysvetliť geomagnetické búrky.

Geomagnetické búrky, teda nárast medziplanetárneho magnetického poľa a nastal obvykle 2 dni po erupcii na Slnku. Z toho vyplýva, že musí existovať nejaké elektrické spojenie medzi Zemou a Slnkom.

V roku 1950 Biermann zistil, že iónové stopy komét mieria vždy od Slnka. Takže predpokladal, že musí existovať nejaký stály tok častíc, ktoré to umožňujú, pretože energia fotónov nestačí. Je potreba veľkých rýchlostí a veľkých hustôt. Odhady ktoré spravil sú nefyzikálne. Ďalej v roku 1957 Chapman formoval statickú korónu, kedy veľká teplota bola zapríčinená vysokou vodivosťou. Teóriu dynamickej koróny formuloval Parker v roku 1958. Vyriešil hydrodynamické rovnice a našiel klasy, ktoré boli pozorované a následne predpovedal čo by sa malo stať.

#### 10.3.1 TYPY SLNEČNÉHO VETRA

Dnes vieme o troch typoch slnečného vetra. Dva typy sú základné a to pomalý a rýchly.

**Pomalý typ** je hustejší s rýchlosťou približne 400 km/s. Je to slnečný vietor, ktorý pochádza z uzavretého magnetického poľa, väčšinou z aktívnych oblastí. Parkerova metóda predpovedá iba tento typ.

**Rýchly typ** má rýchlosť približne 700 km/s. Pochádza z otvoreného poľa magnetických oblastí, teda napríklad z koronálnych dier.

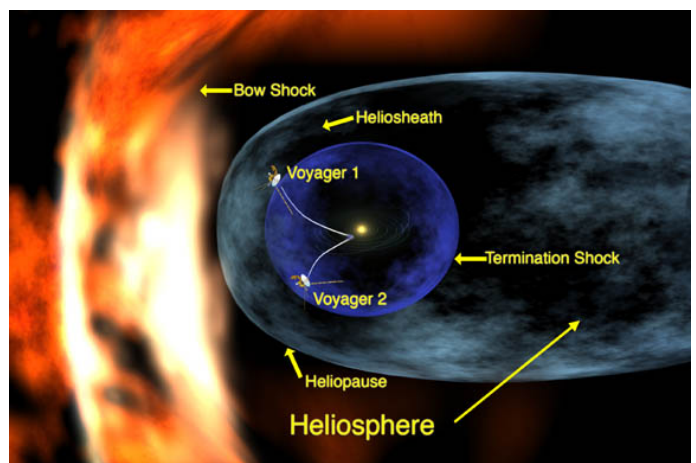
Tretí typ pochádza z tzv. explozívnych udalostí, ktorého typická rýchlosť je 1200 km/s (až 3000 km/s).

Typický je ten rýchly typ a pomalý sa vyskytuje iba v uzatvorených oblastiach. V solárnom maxime sa objavuje hlavne pomalý typ, pretože tam je najviac aktívnych oblastí. Naopak v minime sa objavuje hlavne rýchly typ.

#### 10.3.2 HELIOSFÉRA

Slnečný vietor vytvára heliosféru. Ak vypočítame profil vetra, tak rýchlosť klesá so vzdialenosťou, aj rýchlosť zvuku klesá so vzdialenosťou. V kritickej vzdialenosti od Slnka ( $10 R_{\odot}$ ) sa slnečný vietor stáva nadzvukovým, pretože typická rýchlosť zvuku ide dole.

Celú cestu ku **termination shock**, teda terminačnej vlně, čo je zhruba 80 AU od Slnka, je slnečný vietor nadzvukový. Tento nadzvukový vietor je spomaľovaný pod rýchlosť zvuku pôsobením medzi hviezdneho prostredia.





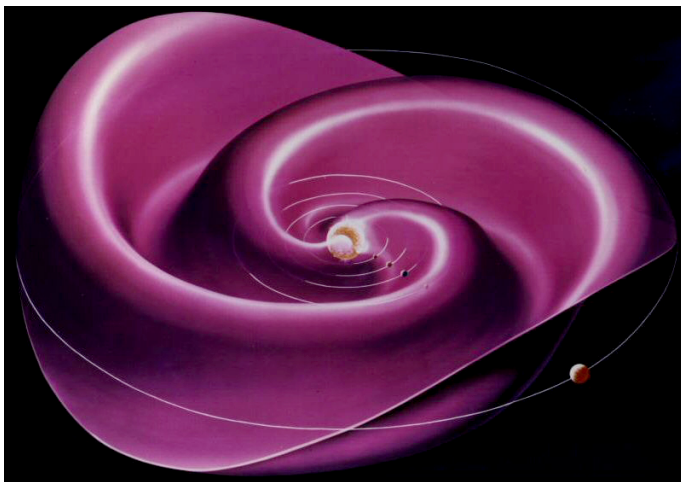
A stane sa veľmi turbulentný v **Heliosheath** čo je heliosferický plazmový chvost, inak heliosférická obálka. Je to oblasť podzvukového slnečného vetra, na ktorý vplýva okolie a spôsobuje tvar kométy.

**Heliopauza** je okrajová vrstva, teda hranica heliosféry. Vo vnútri heliosféry sú častice pochádzajúce zo Slnka a vonku sú častice pochádzajúce z medzihviezdného prostredia. Takže v tejto oblasti nastáva priame stretnutie oboch médií. Tu sa vyrovnáva tlak slnečného vetra s tlakom okolných hviezd.

**Bow shock** je čelná rázová vlna. Heliosféra sa pohybuje medzihviezdným prostredím a na jej cele vzniká turbulentná oblasť, v ktorej je zvýšený tlak spôsobený pohybom heliosféry.

Sú pozorovania, ktoré ukazujú, že možno symetria heliosféry nemusí byť až taká veľká ako sa predtým ukazovalo. Je to z toho dôvodu, že opravená rýchlosť s ohľadom na medzihviezdny priestor a tiež typická rýchlosť zvuku v medzihviezdnom priestore vyzerajú byť v opačnom smere. Takže je možné, že tam nie je Bow shock pred heliosférou, ale iba Bow wave.

### 10.3.3 PRÚDOVÁ VRSTVA



Prúdová vrstva je rozhranie polarit medziplanetárneho magnetického poľa, teda plocha na ktorej sa mení polarita slnečného magnetického poľa zo severnej na južnú.

Medziplanetárne magnetické pole je štruktúrované a formuje špirály. Tento tvar je dôsledkom rotácie Slnka a volá sa Balerína model, pretože to vyzerá ako sukňa baleríny.

Vedie ku sektorovej štruktúre IMF, teda pokiaľ prevažuje pozitívne alebo negatívne pole. Má 4 sektory čo znamená, že sa to  $4\times$  mení behom jedného obehu čo je dôsledkom rotácie Slnka so sklonenou rotačnou osou.

Keď Zem prechádza stacionárnymi bodmi, kde je magnetické pole takmer nulové, tak interaguje magnetické pole Slnka s magnetosférou Zeme a generuje sa malý prúd. Celkový radiálny prúd je 3 GA, čo je pre takú plochu malý prúd.

## 11 KOZMICKÉ POČASIE, PREDPOVEĎ AKTIVITY

### 11.1 KOZMICKÉ POČASIE

V kozmickom počasí aplikujeme slnečnú fyziku. Je to perspektívny odbor, pretože veľá ľudia sa zaujímajú o kozmické počasie. V kozmickom počasí ide o to ako vplýva Slnko na okolie Zeme. Väčšinou ľudia zaujímaví sa o kozmické počasie sa nezaujímajú z čoho to vzniklo či je to zo slnečných erupcií alebo z niečoho iného. Zaujímajú sa hlavne o následky, teda ako to naruší geomagnetické pole alebo či budeme mať nejaké geomagnetické búrky, polárne žiare, ionosferické poruchy, poruchy elektroniky alebo diaľkového vedenia.

Kozmické počasie podľa definície je monitorovanie interplanetárneho magnetického poľa v okolí našej Zeme. Zvyčajne je spojené s nejakými rázovými vlnami, erupčivými udalosťami, atď. v slnečnej koróne. Keď vlastnosti slnečnej plazmy sa zrazu menia, takže sú tam nespojitosti vo vlastnostiach slnečného vetra, tak to vedie ku **geomagnetickým búrkam**. To je kvôli tomu, že geomagnetické pole interaguje s magnetickým poľom idúcim zo Slnka v slnečnom vetre a plazme. Dynamický tlak je vyrovnávaný so statickým tlakom geomagnetického poľa. Keď je dynamický tlak veľký, tak slnečný vietor ide rýchlejšie a je hustejší, čo znamená, že statický tlak geomagnetického poľa musí narásť. Takže pole musí byť silnejšie a to znamená, že bude stlačené.

Môžeme pozorovať **polárnu žiaru**, ktorá nie je priamou interakciou častíc pochádzajúcich zo Slnka so zemskou atmosférou, ale častice pochádzajú z rekonexie za Zemou. Tieto častice majú väčšiu energiu než

častice idúce zo Slnka a objavujú sa na nočnej strane Zeme. Excitácia nastáva žiarivými prenosmi, takže môžeme vidieť emisie spektrálnych čiar vo viditeľnej, IR, UV oblasti.

## 11.2 SCENÁRE ERUPTÍVNYCH UDALOSTÍ

Scenár erupčných udalostí má 3 etapy. Za prvé, keď rekonexia sa objaví, je to hneď zdroj veľmi horúcej plazmy. Takže je to zdroj **vysokoenergetického elektromagnetického žiarenia** viditeľných v RTG, UV, gama oblasti. Tieto časti cestujú rýchlosťou svetla a na Zem dorazia 8 a pol minúty po erupcii. Častice nie sú clonené zemskou magnetosférou, takže interagujú hneď s atmosférou. Môžu zapríčiniť excitácie alebo ionizácie, pretože energie sú veľmi veľké. Ionisferické poruchy zapríčínajú problém šírenia elektromagnetických vln idúcich zo Zeme. Zapríčiňuje to poruchy komunikácií a GPS.

Ďalšou časťou sú **protónové búrky**. Zväzky protónov alebo elektrónov uvoľnených pri rekonexii. Je to dosť nebezpečné pre astronautov, pretože to zvyšuje radiačnú záťaž pilotov atď. Je trochu pomalšia než svetlo (dorazia 23 min - 2 hod po erupcii). Môže spôsobovať diferenciálne nabíjanie družíc, čo je problém kvôli tomu, že rôzne časti sond sú vyrobené z rôznych materiálov a teda každá časť sa nabíja inak čo môže mať za následok bleskový výboj, ktorý spáli elektroniku.

Posledná etapa sa zaoberá **korónálnou ejakciou hmoty**. Cestuje omnoho pomalšie, zvyčajne (1200 - 3000) km/s. Prichádzajúci plazmoid spôsobuje poruchy magnetosféry. Môže spôsobiť výpadky družíc alebo sietí spôsobené indukciou elektrického prúdu. Dorazí 20 hod až 3 dni po erupcii.

Keď vidíme erupciu, tak z toho neviem hneď povedať ako veľmi to zapríčiní jednu (alebo všetky) tieto udalo. Takže to nevieme predpovedať.

## 11.3 POLÁRNA ŽIARA

Je výsledkom interakcie častíc slnečného vetra s atómami a molekulami v atmosfére, teda dochádza tam ku zážkovej excitácii s veľkým príkonom (až 600 GW).

Vyskytuje sa najčastejšie v okolí polárnych kruhov, ale pri vysokej aktivite sa môžu objaviť aj nižšie. Prebiehajú takmer symetricky na južnej a severnej pologuli, narušuje to iba sklon magnetického ohonu Zeme voči rovníku.

Polárna žiara je úplne neškodná. Môže rušiť krátkovlnné spojenia, ale umožňuje spojenia dlhovlnné, pretože je to prúd v ionosfére.

## 11.4 DOPADY AKTIVITY NA ZEM

Najnebezpečnejšia vec je vznik napätia na dlhých vedeniach. Môže to zapríčiniť rozpad energetických sietí, korózie ropovodov alebo plynov.

Môžu ovplyvňovať aj rádiové spojenie, takže môže byť ohrozený letecký prevoz. Môže byť problém so spojením pilota s leteckým dispečerom na niektorých miestach a vtedy musí byť let zrušený alebo odklonený. Nemusí byť problém iba zo spojením, ale aj s leteckou radionavigáciou, kedy môže klesnúť jej presnosť.

Môže byť ovplyvnená aj navigácia, ktorá je postavená na základe elektromagnetického žiarenia. Problém nastáva hlavne pri ťažobných plošinách, ktoré vyžadujú presnosť rádovo na metre a pri radiomajákoch, kedy sa môže byť nepresnosť rádovo až kilometre pri zvýšenej aktivite.

Ďalej môžeme získať falošné signály, ktoré môžu vyvolávať napr. otváranie garáží na diaľku. Vplýva to aj na elektroniku, môže poškodzovať kozmické družice. Je tam potenciálne nebezpečenstvo pre kybernetické implantáty (kardiostimulátory). Niektoré zvieratá, ktoré sa riadia podľa magnetického poľa môžu byť dezorientované a pri holuboch sa to aj ukázalo, že sa nevrátili pri slnečnej búrke. Môže byť aj zvýšené riziko radiácie pre kozmonautov, pilotov, letušky, ktorí trávajú viac času vo výškach. Môže to byť až 5 - 10× viac pri zvýšenej slnečnej aktivite.

## 11.5 SLNEČNÁ AKTIVITA

Slnečná aktivita zahŕňa aj zmenu celkového toku. Škvŕny majú pokles  $\sim 0,1\%$ , fakule môžu byť jasnejšie o  $\sim 0,1\%$  a môže ich byť približne 4-krát viac než škvŕn. V maximum je vyšší príkon žiarenia. Slnečná konštanta je  $1366 \text{ W/m}^2$ .

Existujú aj ďalšie periódy aktivity ako Gleissbergov cyklus (87 rokov), De Vriesov cyklus (205 rokov), Hallstatovcyklus (2300 rokov), erupčná perióda (140 - 170 dní), silná perióda (27 dní). Periódy nemajú fyzikálny základ a nereprodukujú sa v modeloch.

Zmena slnečnej aktivity má súvislosť so zemskou klímou, teda otepľovanie a ochladzovanie zeme. Napr. 10. - 13. storočie nastala teplá klíma, potom nastalo ochladzovanie a 1646 - 1715 bola Malá doba ľadová.

Proxy slnečnej aktivity  $^{14}\text{C}$  majú pravdepodobne galaktický pôvod, pri zvýšenej slnečnej aktivite strácajú energiu a ich prenikavosť do zemskej magnetosféry je menšia. Teda čím je vyššia aktivita, tým je menej  $^{14}\text{C}$ . Tieto izotopy sa dajú nájsť v ľadovcoch alebo letokruhoch stromov. Geologické vrstvy mapujú obecnú klimatickú teplotu.

## 11.6 METÓDY PREDPOVEDÍ AKTIVITY

Máme krátkodobé a dlhodobé predpovede aktivít. Krátkodobé predpovede sú tvorené pomocou extrapolácie a sú založené na skúsenosti pozorovania odvrátenej strany, čo má úspešnosť  $\sim 85\%$  na týždeň. Dlhodobé predpovede sú tvorené matematickými funkciami, ktoré modelujú vývoj indexu aktivity, takže je predpoveď pomocou extrapolácie. Alebo pomocou fyzikálneho modelu berúceho princípy, ktorý sa kalibruje na pozorovania, teda predpoveď je pomocou vývoja tohto modelu do budúcnosti.

Keďže slnečná aktivita ovplyvňuje techniku, tak je dôležité mať aspoň odhad. Je to dôležité aj na plánovanie napr. NASA potrebuje plánovať misie a pobyty vo voľnom kozme, potrebujeme to vedieť aj kvôli energiám, aby sme sa mohli vyhnúť výpadkom, atď.