Helioseismologie !

f-mód: seismický poloměr ⊙

$$\omega^2 = g k_h = \frac{GM_\odot}{R_\odot^2}\,\frac{\sqrt{l(l+1)}}{R_\odot}$$

$$\Rightarrow R_\odot = \left[\frac{\sqrt{l(l+1)}\,GM_\odot}{\omega^2}\right]^{1/3}$$

měříme $\omega = \omega(l)$, $R_\odot$ tedy fitem z této závislosti:

$R_{seism} \sim 695{,}68$ Mm

$R_{opt} \sim 695{,}99$ Mm

0,3 Mm nejspíš kvůli nesprávnému modelu podpovrchové konvekce – ovlivňuje disperzní relaci

Duvallův zákon

rezonanční podmínka pro p-módy

$$\int_{r_t}^{R_\odot} k_r\,dr = \pi(n+\alpha) = \int_{r_t}^{R_\odot}\left[\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]^{1/2} dr \quad \Big/ \cdot \frac{1}{\omega}$$

$$\int_{r_t}^{R_\odot}\left(\frac{r^2}{c^2}-\frac{l(l+1)}{\omega^2}\right)\frac{dr}{r} = \frac{\pi(n+\alpha)}{\omega}$$

závisí na $\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega}$ $\qquad \frac{c(r_t)}{r_t} = \frac{\omega}{\sqrt{l(l+1)}}$

$\Rightarrow$ integrand nalevo je funkcí $\frac{\omega}{\sqrt{l(l+1)}}$

$$F\left[\frac{l(l+1)}{\omega}\right] = \frac{\pi(n+\alpha)}{\omega}$$

→ 2-D disperzní relace pro $\omega = \omega(n, l)$ kolabuje na 1-D relaci mezi poměry $\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega}$ a $\frac{n+\alpha}{\omega}$

→ Duvallův zákon

pro $l \sim 0 - 250$

Inverzní úlohy

→ podstatou najít korekce slunečnímu modelu, které minimalizují diference mezi vypozorovanými a modelovými frekvencemi

$$c \to c + \delta c \quad \leftarrow \text{perturbace v rychlosti zvuku}$$

vyvolá

$$\omega \to \omega + \delta\omega \quad \leftarrow \text{perturbace ve frekvenci}$$

$$\int_{r_t}^{R} \left[\frac{(\omega+\delta\omega)^2}{(c+\delta c)^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right]^{1/2} dr = \pi(n+\alpha)$$

$$l(l+1) \equiv L^2$$

rozvoj podle $\frac{\delta\omega}{\omega}$, podobně podle $\frac{\delta c}{c}$, pokaždé stejně by mělo vyjít

$$\delta\omega: \left[\left(\frac{\omega+\delta\omega}{c}\right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\omega^2}{c^2}\left(1+\frac{\delta\omega}{\omega}\right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left| (1+x)^2 \sim 1+2x \right.$$

$$= \left[\frac{\omega^2}{c^2}\left(1+\frac{2\delta\omega}{\omega}\right) - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2} + \frac{2\delta\omega\,\omega}{c^2} \right]^{1/2} =$$

$$= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \left[1 + \frac{\frac{2\delta\omega\,\omega}{c^2}}{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \right]^{1/2} = \left| \sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2} \right| =$$

$$= \underbrace{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}}_{A} + \frac{\frac{\delta\omega\,\omega}{c^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}} = A + \frac{\frac{\delta\omega\,\omega}{c^2}}{\frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}\right)^{1/2}} =$$

$$= A + \frac{\delta\omega}{c} \frac{1}{\left(1 - \frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}\right)^{1/2}}$$

$$\delta c: \left[\left(\frac{\omega}{c+\delta c}\right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{\left(1+\frac{\delta c}{c}\right)^2} - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} =$$

$$= \left[\frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{1+\frac{2\delta c}{c}} - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left| \frac{1}{1+x} \sim 1-x \right| =$$

$$= \left[\frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{2\delta c}{c}\right) - \frac{L^2}{r^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2} - \frac{2\delta c\,\omega^2}{c^3} \right]^{1/2} =$$

$$= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} \left(1 - \frac{\frac{2\delta c\,\omega^2}{c^3}}{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{c^2}} \right)^{1/2} = \left| \sqrt{1-x} \sim 1 - \frac{x}{2} \right| =$$

$$= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}} - \frac{\delta c}{c} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{\frac{\omega}{c}\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}} = A - \frac{\delta c}{c}\frac{\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}$$

porovnat

$$\int_{r_t}^{R_\odot} \left[\cancel{A} + \frac{\delta\omega}{c} \frac{1}{\left(1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}\right)^{1/2}}\right] dr = \int_{r_t}^{R_\odot} \left[\cancel{A} - \frac{\delta c}{c}\frac{\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}\right] dr$$

$$\int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta\omega}{c}\left(1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}\right)^{-1/2} dr = -\int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c}\frac{\omega}{c}\left(1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}\right)^{-1/2} dr$$

$$\frac{\delta\omega}{\omega}\underbrace{\int_{r_t}^{R_\odot} \frac{1}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}} dr}_{T\ldots\ \text{nepoužitý travel-time}} = -\int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c}\frac{1}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}} dr$$

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{T}\underbrace{\int_{r_t}^{R_\odot} \frac{\delta c}{c}\underbrace{\frac{1}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}}_{\text{kernel } K_{\delta c}} dr}_{\text{průměrná sound-speed perturbace podél paprsku}}$$

je to travel-time?

trasa paprsku: ~~standardní rovnice~~

$$\vec{N}_g = \frac{\partial\vec{r}}{\partial t} = \frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}}$$

radiální: $\frac{dr}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial k_r}$

úhlová: $r\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial k_h}$

disperzní vztah $\omega^2 = c^2(k_r^2+k_h^2) + \omega_c^2$, $\omega_c^2 \ll \omega^2$

pak: ~~$dt = dr$~~

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial k_r} = \frac{\partial}{\partial k_r}\left(c\sqrt{k_r^2+k_h^2}\right) = c\frac{1}{2\sqrt{k_r^2+k_h^2}}\cdot 2k_r =$$

$$= \frac{c^2 k_r}{\omega}$$

$$\Rightarrow dt = dr\,\frac{\omega}{c^2}\,\frac{1}{k_r} = dr\,\frac{\omega}{c^2}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{L^2}{r^2}}} = dr\,\frac{\omega}{c^2}\,\frac{1}{\frac{\omega}{c}\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}} =$$

$$= \frac{dr}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}$$

$$T = \int_{r_t}^{R_0} dt = \int_{r_t}^{R_0} \frac{1}{c}\,\frac{dr}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}$$

C.B.D.

rovnice pro paprsek: $\boxed{r\,\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{\partial\omega}{\partial k_\vartheta}\Big/\frac{\partial\omega}{\partial k_r} = \frac{k_\vartheta}{k_r} = \frac{\frac{L}{r}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{L^2}{r^2}}}}$

popisuje trajektorii vlny v paprskové aproximaci

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{T}\int_{r_t}^{R_0} \frac{\delta c}{c}\,K_c(l,\omega)\,dr$$

lze invertovat analyticky
abelova integrální rovnice
→ inverse rychlosti zvuku
(asymptoticky)

$\boxed{\text{alternativní:}}$

travel time $\tau^{\omega} = \int_{r_t}^{R_0} \frac{1}{c}\,\frac{dr}{\sqrt{1-\frac{L^2c^2}{r^2\omega^2}}}$; $c = c(q_k)$
$q_k = \{p, \rho, \vec{v}, \gamma, \dots\}$

ω ... kombinace l, ω

měření travel time z pozorování pomocí crosscorrelace
$\phi(k,\omega)$ ... měření
$F_\omega(k,\omega)$ ... filtr

$\psi(t,\omega) = F_a(t,\omega)\,\delta(t,\omega)$ je filtrovaná kostka

cross-covariance:

$$C(\vec{x}_1,\vec{x}_2,t) = \frac{h_t}{T-|t|} \sum_{t'} \psi(\vec{x}_1,t')\,\psi(\vec{x}_2,t'+t) =$$

$$= \int_0^T dt'\,\psi(\vec{x}_1,t')\,\psi(\vec{x}_2,t'+t)$$

T ... doba pozorování

$$-\frac{T}{2} \le t' \le \frac{T}{2}$$

potom se měří τ_a^0 ... pozorovaný travel time, kdy je $C(x_1,x_2,t)$ maximální

pak $\chi = \frac{1}{2}\sum_a \underbrace{(\tau_a - \tau_a^0)^2}_{\delta\tau}$ ... misfit mezi pozorováním a modelem → minimalizujeme

$$\delta\chi = \sum_a (\tau_a - \tau_a^a)\underbrace{\frac{\partial\tau_a}{\partial q_\alpha}}_{K_\alpha^a(\vec{x},q_\alpha)}\delta q_\alpha$$

$K_\alpha^a(\vec{x},q_\alpha)$ ... je kernel Fréchetova derivace

$\boxed{\text{Obecně:}}$

formálně $\omega^2 \vec{q}_\alpha = \mathcal{L}(\vec{q}_\alpha)$ $\vec{q}_\alpha$ ... vektor parametrů

↳ frekvence závisí na perturbacích v poloze

↳ vlastní problém

násobit q_α^* a integrovat přes $\odot$

$$\omega^2 \int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r = \int_\odot q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}(q_\alpha)\, d^3r$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{\int_\odot q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}(q_\alpha)\, d^3r}{\int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r}$$

neznámé parametry jsou v $\mathcal{L}$ (vč. vnitřní struktury), frekvence jsou vlastní čísla $\vec{q}_\alpha$

pouze dopředné modely → srovnání se frekvencí malá porucha: $\mathcal{L}(q_\alpha) = \mathcal{L}_0(q_\alpha) + \mathcal{L}_1(q_\alpha)$

pak $$\omega^2 + \delta\omega^2 = \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}(q_\alpha)}{\int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r} =$$

$$= \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}_0(q_\alpha)}{\int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r} + \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}_1(q_\alpha)}{\int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r}$$

$$\Rightarrow \delta\omega^2 = \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \mathcal{L}_1(q_\alpha)}{\int_\odot q_\alpha^* \cdot q_\alpha\, d^3r}$$

I ... mode mass $\quad I = \int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \cdot q_\alpha$

$$2\omega_0\, \delta\omega = \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \cdot \mathcal{L}_1(q_\alpha)}{I} \qquad \Big/ : 2\omega_0^2$$

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{\int_\odot d^3r\, q_\alpha^* \mathcal{L}_1(q_\alpha)}{2\omega_0^2 I}$$

$\mathcal{L}_1$ je třeba explicitně formulovat → štěpení v proměnných

$$\Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega} = \int_\odot d^3r \left[\underbrace{K_\rho}\, \frac{\delta\rho}{\rho} + \underbrace{K_{c^2}}\, \frac{\delta c^2}{c^2} + \underbrace{K_{\vec v}} \cdot \delta\vec v + \dots \right]$$

seismická jádra

citlivostní jádra

$\boxed{\text{Jak počítat jádra}}$?

formálně:

dva páry proměnných: např. $\vec X = \left(\frac{\delta\rho}{\rho}, \frac{\delta\gamma}{\gamma}\right)$, $\vec Y = \left(\frac{\delta u}{u}, \frac{\delta Y}{Y}\right)$

$u = \frac{p}{\rho}$

linearizované strukturní rovnice (hydrostatická rovnováha, stavová rovnice)

$$A\vec X = \vec Y$$

pokud $\vec{K}_X$ a $\vec{K}_Y$ řešení pro X a Y

$$\frac{\delta w}{w} = \int_{\odot} \vec{K}_X \cdot \vec{X}\, d^3r \equiv \langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle$$

podobně $\frac{\delta w}{w} = \langle \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle$ aplikujeme rce vnitřní stavby

$$\langle \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle = \langle K_Y \cdot A \vec{X} \rangle = \langle A^* \vec{K}_Y \cdot \vec{X} \rangle$$

A^* ... sdružená matice

to se rovná $\langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle$

$$\langle A^* \vec{K}_Y \cdot \vec{Y} \rangle = \langle \vec{K}_X \cdot \vec{X} \rangle$$

$$\Rightarrow \underline{A^* \vec{K}_Y = \vec{K}_X}$$

rovnice pro jádra jsou sdružené rovnice stavby

podobně pro time-distance:

forward:

$$\delta\tau^a(r) = \int_{\odot} d^2r' dz \sum_{\beta=1}^{P} K^a_\beta(r'-r, z)\, \delta q_\beta(r', z) + n^a(r)$$

kovarianční matice šumu: $\Lambda_{ab}(r_i - r_j) = \mathrm{Cov}[n^a(r_i)\, n^b(r_j)]$

$$\mathrm{Tr}[\Lambda_{ab}] = \sigma_a^2$$

inverze: $\boxed{\text{RLS}}$ (regularised least squares)

$$\chi^2 = \sum_a \frac{1}{\sigma_a^2} \left[\delta\tau^a - \int_{\odot} d^2r\, dz \sum_\beta K^a_\beta\, \delta q_\beta \right]^2 + \mu L(q_\alpha)$$

regularizační operátor

(např. $L = |q_\alpha|^2$

nebo $L = \left(\frac{\partial^2 q_\alpha}{\partial z^2}\right)^2$ ...

minimalizujeme: $\frac{\partial \chi^2}{\partial q_\alpha}$ ... soustava rovnic

$\boxed{\text{OLA}}$ ... optimally localised averaging

hledáme řešení:

dosadíme

$$\delta q_\alpha^{\,inv}(r_0, z_0) = \sum_i \sum_a w_a^\alpha(r_i - r_0, z_0)\, \delta\tau^a(r_i)$$

$$= \int_\odot d^2r'\, dz \sum_\beta \Big[\sum_{i,a} w_a^\alpha(r_i - r_0; z_0)\, K_\beta^a(r' - r_i; z) \Big]\, \delta q_\beta(r', z)$$

$$+ \sum_{i,a} w_a^\alpha(r_i - r_0; z_0)\, n^a(r_i)$$

definujeme: $\mathcal{K}_\beta^\alpha(r, z; z_0) = \sum_i \sum_a w_a^\alpha(r_i; z_0)\, K_\beta^a(r - r_i, z)$

$\forall \beta \in P$

↳ průměrovací jádro

pak

$$\delta q_\alpha^{\,inv}(r_i; z_0) = \int_\odot d^2r'\, dz\, \mathcal{K}_\alpha^\alpha(r' - r_0; z; z_0)\, \delta q_\alpha(r', z) +$$

$$+ \int_\odot d^2r'\, dz \sum_{\beta, \beta \neq \alpha} \mathcal{K}_\beta^\alpha(r' - r_0, z; z_0)\, \delta q_\beta(r', z) +$$

$$+ \sum_{i,a} w_a^\alpha(r_i - r_0; z_0)\, n^a(r_i)$$

předepíšeme penalizační funkci:

$$\mathcal{K}_\alpha(w^\alpha, \mu) = \int_\odot d^2r\, dz \sum_\beta \big[\mathcal{K}_\beta^\alpha - \mathcal{J}_\beta^\alpha\big]^2 + \mu \sum_{i,j,a,b} \underset{(r_i)}{w_a^\alpha}\, \underset{(r_i - r_j)}{\Lambda_{ab}}\, \underset{(r_j)}{w_b^\alpha}$$

řešení: $\dfrac{\partial \mathcal{K}_\alpha}{\partial w^\alpha} \overset{!}{=} 0$ ~~$\dfrac{\partial \mathcal{K}}{\partial \beta} \overset{!}{=} 0$~~

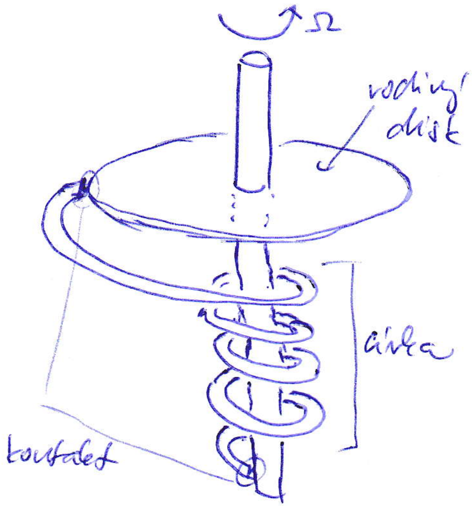
RMS šumu

lze dokázat, že: $\sigma_\alpha^2 = \sum_{a,b,i,j} w_a^\alpha(r_i)\, \Lambda_{ab}(r_i - r_j)\, w_b^\alpha(r_j)$

$+$ constraint $\displaystyle\int_\odot d^2r\, dz\, \mathcal{K}_\beta^\alpha = \delta_{\beta\alpha}$

↳ připojit pomocí Lagrangeových multiplikátorů

Homopolární dynamo



uvažujme též proud $I(t)$
může $I(t)$ být rostoucí?

mg. pole buzené proudem tok $\Phi = MI$

M... indukce drátu a disku

rotace = vznik $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Omega}{2\pi}\Phi = \frac{\Omega}{2\pi} M I$$

pro proud $L\frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E} = \frac{\Omega}{2\pi} M I$

řešení $I(t) = I_0 e^{\gamma t}$

$$\gamma = \frac{1}{L}\left(\frac{M}{2\pi}\Omega - R\right)$$

L... indukce cívky

nárůst pro $\gamma > 0$

$$\rightarrow \Omega > \frac{2\pi R}{M}$$

$\Rightarrow$ rychlá rotace = generace proudu

Mean-field dynamo

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla\times(v\times B) + \eta\,\Delta B = \nabla\times\left[v\times B - \eta\,\nabla\times B\right]$$

definujeme: $B = \langle B\rangle + b \leftarrow$ fluktuace

$\quad\hookrightarrow$ střední

$$v = \langle v\rangle + w \qquad \langle w\rangle = 0$$

dosadit. $\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle B\rangle + b\right) = \nabla\times\left[(\langle v\rangle + w)\times(\langle B\rangle + b) - \eta\,\nabla\times(\langle B\rangle + b)\right]$

střední část: (středováním ↑)

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle B\rangle = \nabla\times\left[\langle v\rangle\times\langle B\rangle + \langle w\times b\rangle - \eta\,\nabla\times\langle B\rangle\right]$$

fluktuující: (= původní − střední)

$$\frac{\partial}{\partial t} b = \nabla \times \left[\langle v \rangle \times b + w \times \langle B \rangle + w \times b - \langle w \times b \rangle - \eta \nabla \times b \right]$$

definujeme: $\mathcal{E} = \langle w \times b \rangle$

$G = w \times b - \langle w \times b \rangle$

elektrické pole vytvořené fluktuujícími částmi...

úvaha: b a $\langle B \rangle$ v lineární relaci

$\mathcal{E}$ a b v lineární relaci

$\Rightarrow$ $\mathcal{E}$ a $\langle B \rangle$ by měly být lineární

tedy: $\mathcal{E} = \alpha \langle B \rangle - \beta \nabla \times \langle B \rangle + \dots$

pro izotropní turbulenci: $\alpha = \frac{1}{3} \langle w \cdot \nabla \times w \rangle \tau$

$\beta = \frac{1}{3} \langle w \cdot w \rangle \tau$

τ... korelační čas

$w \cdot \nabla \times w$... kinetická helicita

$$\Rightarrow \frac{\partial \langle B \rangle}{\partial t} = \nabla \times \left[\underbrace{\langle v \rangle \times \langle B \rangle}_{\Omega \text{ efekt}} + \underbrace{\alpha \langle B \rangle}_{\alpha \text{ efekt}} - (\eta + \beta) \nabla \times \langle B \rangle \right]$$

$\eta + \beta = \eta_t$ ... turbulentní vířivost

α - efekt $\rightarrow$ toroidální $\rightarrow$ poloidální

Ω - efekt $\rightarrow$ poloidální $\rightarrow$ toroidální

α: problém:

odhad: $\alpha = (\pm) l\, \Omega$ ← rot. rychlost

↳ charakter. délka

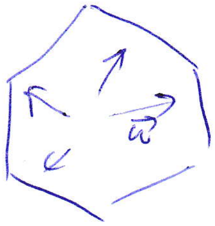
podle helicity v daném místě (vždy opačné)

měřitelný: $\alpha = \dfrac{\langle w \times b \rangle \cdot B_H}{B_H^2}$ externí horizontální pole (skvrny)

$\alpha \in \langle \sim \text{m/s}, \sim 100\,\text{m/s} \rangle$

$\boxed{\text{Skvrny}}$

koncentrace toku supergranulemi:



rovnováha: rychlost rozpadu: $\sim \frac{d^2}{\eta}$ ← difuzivita

stejná jako advekce k okrajům $\frac{l}{w}$ (steady stat)

d… velikost elementu, l… velikost supergranule

$$\tau = \frac{d^2}{\eta} = \frac{l}{w} \Rightarrow d^2 = \frac{\eta l}{w} = \frac{l^2}{R_m}$$

↳ mag. Reynoldsovo číslo

odhad koncentrovaného pole: celý pozaďový tok se koncentruje do elementu:

$$B_0 l^2 = B d^2$$

$$\Rightarrow B = \frac{B_0 l^2}{d^2} = \frac{B_0 l^2}{l^2/R_m} = R_m B_0$$

char. hod.: $l = 30\,\mathrm{Mm}$, $R_m = 10^4$, $B_0 \sim 0{,}1\,\mathrm{G}$, $w \sim 300\,\mathrm{m/s}$

$\Rightarrow d = 300\,\mathrm{km}$, $B \sim 10^3\,\mathrm{G}$ ← lze vytvořit skvrnu

$\tau = \frac{l}{w} = 10^5\,\mathrm{s} \sim 1$ den

proti tomu: koncentrace se zastaví vyrovnáním tlaků:

$$\frac{B^2}{2\mu} \sim \frac{\rho w^2}{2} \Rightarrow B \sim \sqrt{\mu\rho}\, w$$

pro fotosféru: $\rho = 3\times10^{-4}\,\mathrm{kg/m^3}$

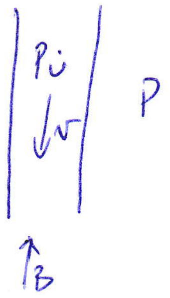
$w \sim 300\,\mathrm{m/s}$

$$\Rightarrow \underline{B \sim 60\,\mathrm{G}}$$

$\Rightarrow$ nelze vytvořit skvrnu, musí se jinak

konvektivní kolaps

- vertikální mg. trubice: adiabatické vychlazení dolů → materiál v trubce chladnější → posiluje se pohyb dolů…



rovnováha: $p = p_i + \frac{B^2}{2\mu}$

pohyb. rce: $\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_i}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} - \frac{B^2}{2\mu\rho}\right) = 0$$

hledáme char. chování ⇒ integrujeme podél trubice: $\int_{x_1}^{x_2} \ldots dx = \langle \ldots \rangle$

máme stac. tok ⇒ $\frac{\partial}{\partial t}\langle v \rangle = 0$

⇒ $\left\langle p + \frac{1}{2}\rho v^2 - \frac{B^2}{2\mu} \right\rangle = \text{konst} = \langle p_i \rangle$

tedy $\left\langle \frac{B^2}{2\mu} \right\rangle = \langle p \rangle + \frac{1}{2}\langle \rho v^2 \rangle - \langle p_i \rangle$

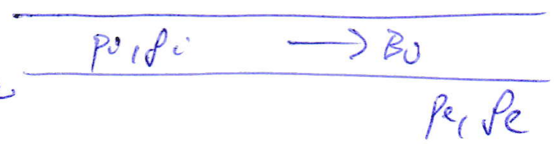
→ mg. pole roste vnějším tlakem nebo tokem podél trubice

detailněji: kolaps stabilní pro pole $> 0{,}1\,T$

Magnetická vzplývavost

→ horizontální trubice v KZ bez pohybu

$p_e = p_i + \frac{B^2}{2\mu}$ rovnováha



$p = \frac{RT\rho}{\mu}$, $\mu = 1$

→ $RT(\rho_e - \rho_i) = \frac{B_i^2}{2\mu}$; $\rho_i < \rho_e$ ... vzplývání silou $(\rho_e - \rho_i)g$

pokud je vzplývavá síla větší než tenze trubice → vzplývá

Lorentzova síla: $f_L = j \times B = \frac{(\nabla \times B)\times B}{\mu} = \underbrace{\frac{(B\cdot\nabla)B}{\mu}}_{\text{tenze}} - \underbrace{\nabla \frac{B^2}{2\mu}}_{\text{grad. tlaku}}$

$$\frac{(B\cdot\nabla)B}{\mu} \sim \frac{B_i^2}{\mu l} \quad \ldots\ l - \text{char. velikost perturbace,}$$

z rovnováhy tlaků

nestabilita: $(\rho_e - \rho_i)\, g > \frac{B_i^2}{\mu l}$

$$\Rightarrow$$

$$\cancel{(\rho_e-\rho_i)}\, g > \frac{2RT\,\cancel{(\rho_e-\rho_i)}}{l}$$

$$\Rightarrow l > \frac{2RT}{g} = 2H_p$$

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g = p\,\frac{1}{p}\frac{dp}{dr} = p\,\frac{d\ln p}{dr} = -\frac{p}{H_p}$$

$$\frac{p}{\rho} = RT \Rightarrow \frac{p}{\rho g} = \frac{RT}{g} = H_p$$

tedy pokud perturbace dost velká → trubice nestabilní a vyplývá

čas vynořování: $\tau \sim \frac{d}{c_A}$, d ... hloubka

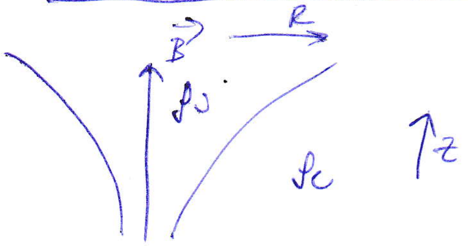
pro 10 kG trubici na dně KZ

($\rho = 200\ \mathrm{kg/m^3}$, $d = 200\ \mathrm{Mm}$)

$\tau \sim 2$ měsíce (c_A klesá k povrchu, takže delší, τ spíše rok)

pokud $\tau > \tau_{rot}$ ~ ovlivnění Coriolisovou silou, deflekce k vyšším šířkám

$\boxed{\text{MHS model skvrny}}$



$B = B(R)$

$\max(B) = B_i = B(R=0)$

$B(R \to \infty) = 0$

$\rho_i = \rho_i(z)$

$\rho_e = \rho_e(z)$

v klasické rovnováze: $p(R,z) + B^2(R)/2\mu = p_e(z)$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho(z)\, g$$

pro $R \to \infty$: $\frac{dp_e}{dz} = -\rho_e(z)\, g$

pro $R = 0$: $p_i(z) + \frac{B_i^2}{2\mu} = p_e(z)$

$$\frac{dp_i}{dz} = -\rho_i(z)\, g$$

diferencujme: $\frac{dp_i}{dz} = \frac{dp_e}{dz}$ protože na $B=0$ je B_i konst

$\rightarrow \rho_i = \rho_e$

dále: $p_i < p_e$, pro $p = \frac{\rho \mathcal{R} T}{\mu}$, $\mu \equiv 1$

$$p_i + \frac{B_i^2}{2\mu} = p_e$$

$\frac{p_i}{p_e} + \frac{B_i^2}{2\mu p_e} = 1$ dosadíme stavovou rci

$$\frac{T_i(z)}{T_e(z)} = 1 - \frac{B_i^2}{2\mu\, p_e(z)}$$

v umbře obvykle $\frac{B_i^2}{2\mu} \geq p_e(z)$ (obecné R)

diferencujme:

$$\frac{2 B_i(R)}{2\mu}\frac{dB_i(R)}{dz} > \frac{dp_e}{dz}$$

pro $\frac{dp_e}{dz} < 0 \Rightarrow \frac{dB_i(R)}{dz} < 0$

trubice s výškou diverguje, protože $\Phi = \int B_i\, dS = \text{konst.}$

$\cancel{\Phi = \int R^2 B_i(z)\, dz = \text{konst}}$

$\cancel{\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 = \int \frac{\partial B}{\partial t}}$

protože $p_i + \frac{B_i^2}{2\mu} = p_e$

$$\frac{dp_i}{dz} = \frac{dp_e}{dz} - \overbrace{\frac{2B_i}{2\mu}\frac{dB_i}{dz}}^{\text{kladné}}$$

$\Rightarrow \frac{dp_i}{dz} > \frac{dp_e}{dz}$ ale pro $\frac{dp_i}{dz} < 0$ a $\frac{dp_e}{dz} < 0$ | $\Rightarrow$ menší hustota v trubici se výškou ([illegible])

ROVNOVÁHA ENERGIE

MHD:
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho v) = 0$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho\left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v\cdot\nabla)v\right] = -\nabla p + j\times B$$

$$\rho\left[\frac{dU}{dt} + p\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right] = Q - L$$

$$\cancel{\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla\times(v\times B) + \frac{1}{\mu}\nabla\times\left(\frac{1}{\sigma}\nabla\times B\right)}$$ Maxwellovy rce

$$j = \sigma(E + v\times B)$$

adiabatický děj: $U = \frac{p}{(\gamma-1)\rho}$

Q... heating

L... cooling

$\to v\cdot(\quad)$

$$\underbrace{\rho v\cdot\frac{dv}{dt}}_{\frac{d}{dt}\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)} = -v\cdot\nabla p + \underbrace{v\cdot j\times B}$$

$$v\cdot j\times B = j\cdot B\times v = -j\cdot(v\times B)$$

$$v\times B = \frac{j}{\sigma} - E$$

$$\Rightarrow v\cdot j\times B = j\cdot E - \frac{j^2}{\sigma}$$

$$j\cdot E = \left| j = \frac{1}{\mu}\nabla\times B\right| = \frac{1}{\mu}(\nabla\times B)\cdot E = \dots$$

$$-\nabla\cdot(E\times B) = -\nabla\cdot(E\times B_c) - \nabla\cdot(E_c\times B) =$$
$$= -B_c\cdot(\nabla\times E) + E_c\cdot(\nabla\times B) =$$
$$= -B\cdot(\nabla\times E) + E\cdot(\nabla\times B)$$

$$\dots = \frac{1}{\mu}B\cdot\underbrace{(\nabla\times E)}_{-\frac{\partial B}{\partial t}} - \frac{1}{\mu}\nabla\cdot(E\times B) = -\frac{1}{\mu}B\cdot\frac{\partial B}{\partial t} - \frac{1}{\mu}\nabla\cdot(E\times B) =$$
$$= -\frac{1}{2\mu}\frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{1}{\mu}\nabla\cdot(E\times B)$$

tedy
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\rho v^2}{2}\right) = -v\cdot\nabla p - \frac{j^2}{\sigma} - \frac{1}{\mu}\nabla\cdot(E\times B) - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial B^2}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2}\right) + \nabla\cdot\left(v\frac{\rho v^2}{2}\right) = -v\cdot\nabla p - \frac{j^2}{\sigma} - \frac{1}{\mu}\nabla\cdot(E\times B) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2\mu}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho v^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu}\right) + \nabla\cdot\Big(\frac{\rho v^2}{2}v + \underbrace{\frac{1}{\mu}E\times B}_{\text{Poyntingův flux}}\Big) = -v\cdot\nabla p - \underbrace{\frac{j^2}{\sigma}}_{\text{Joule heat}}$$

Joule heat $= \sigma T$ ...

Tedy celková (Eulerovská) energie se mění prací $(-v\cdot\nabla P)$, Jouleovým teplem a tokem energie $\left(\frac{\rho}{2}v^2 v + \frac{1}{\mu}E\times B\right)$

energetická rovnice

$$\rho\frac{dw}{dt} + P\,\nabla\cdot v = Q - L$$

pro $U = \frac{P}{(\gamma-1)\rho}$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho v) = 0$$

$$\rho\frac{dU}{dt} + \nabla\cdot(Pv) = Q - L - \underline{v\cdot\nabla P}$$

$$= \rho\frac{\partial U}{\partial t} + \rho v\cdot\nabla U + \nabla\cdot(Pv) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) - U\frac{\partial\rho}{\partial t} +$$

$$+ \rho v\cdot\nabla U + \nabla\cdot(Pv) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \underline{U\,\nabla\cdot(\rho v)} +$$

$$+ \rho v\cdot\nabla U + \nabla\cdot(Pv) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot(U\rho v) - \cancel{\rho v\cdot\nabla U} + \cancel{\rho v\cdot\nabla U} + \nabla\cdot(Pv) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot(U\rho v + Pv) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot[v(U\rho + P)] =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot\left[v\left(\frac{P\rho}{(\gamma-1)\rho} + P\right)\right] = \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot\left[v\frac{P\gamma}{\gamma-1}\right]$$

tedy celkem

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla\cdot\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}Pv\right) = -v\cdot\nabla P + Q - L$$

sečíst s rovnicí MHD

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho U + \frac{\rho v^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu}\right) + \nabla\cdot\left(\frac{\rho v^2}{2}v + \frac{\gamma}{\gamma-1}Pv + \frac{1}{\mu}E\times B\right) =$$

$$= Q - \frac{j^2}{\sigma} - L$$

---

pro rovnováhu: (izolovaný systém) $Q = \frac{j^2}{\sigma}$ $\Rightarrow$ ohřev Jouleovým teplem

L... ztráty zářením

$\Rightarrow$ nepotenciálová část $\frac{B^2}{2\mu}$ se disipuje Jouleovým teplem

nepotenciálová část $\longrightarrow$ volná energie při kompletní disipace skvrny v koróně

$B \sim 1000\,G = 0{,}1\,T$

$V \sim (10\times 10\times 10)\,Mm^3 = 10^{18}\,m^3$

$\Rightarrow E_m = \frac{B^2}{2\mu}V = \frac{0{,}01}{2\mu}10^{18}\,J \approx \underline{4\times 10^{21}\,J}$

o mnoho řádů méně, než se pozoruje

$\Rightarrow$ není možná skvrnová disipace

$\boxed{\text{Explozivní vs. neexplozivní disipace}}$ – časy

Jouleovo teplo = neexplozivní

odhad: $t_j = \frac{B^2/2\mu}{j^2/\sigma}$

$j = \frac{1}{\mu}\nabla\times B \sim \frac{1}{\mu}\frac{B}{L}$

$\to t_j = \frac{B^2/2\mu}{B^2/\mu^2L^2\sigma} = \frac{\mu L^2\sigma}{2}$

Difuze pole: $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma}\Delta B$: $\frac{B}{t_{diff}} \sim \frac{1}{\mu\sigma}\frac{B}{L^2}$

faktor 2 nezajímavý

$\to t_{diff} \sim \mu\sigma L^2$

difuzivita: $\eta = \frac{1}{\mu\sigma}$

$\to t_j \sim \frac{L^2}{\eta}$

chrom.: $\eta \sim 10^7\,\frac{cm^2}{s}$

koróna: $\eta \sim 3\times 10^5\,\frac{cm^2}{s}$

dynamický čas $t_d \sim \frac{L}{v}$

magnetické Reynoldsovo číslo → efekt advekce mg. pole vůči jeho difúzi

$t_j = \frac{L^2}{\eta} = \underbrace{\frac{Lv}{\eta}}_{R_M}\underbrace{\frac{L}{v}}_{t_d} = R_M t_d$

pro $\underline{R_M \gg 1}$ (difúze nehraje roli) je $t_j \gg t_d \Rightarrow$ v dynamickém procesu nehraje disipace roli

dynamický proces: $v \sim c_A \sim 10^6\,m/s$

$\Rightarrow t_j = \frac{L^2}{\eta} = \frac{Lc_A}{\eta}\frac{L}{c_A} = N_L\frac{L}{c_A} = N_L t_A$ ← alfvénův čas

N_L – Lundquistovo číslo

vysoké $N_L \Rightarrow$ vysoce vodivé plazma

nízké $N_L \Rightarrow$ rezistivní plazma

⇒ char. čas ne-explosivní disipace dynamického procesu s Alfvénovskou rychlostí

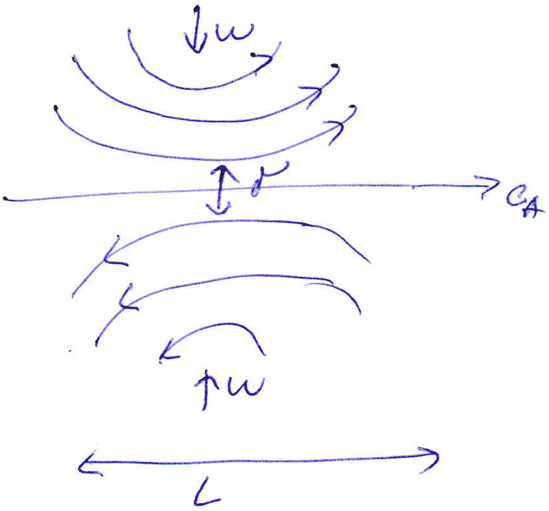
$$t_j = \frac{L N_L}{c_A}$$

pro koronu: $L \sim 10^7\,\mathrm{m}$, $c_A \sim 10^6\,\mathrm{m/s}$, $\eta \sim 10^3\,\mathrm{m^2/s}$

$N_L \sim 10^{14}$, $\frac{L}{c_A} \sim 10\,\mathrm{s}$

$$\Rightarrow \frac{t_j \sim 10^{15}\,\mathrm{s}}{\text{pomalu.}}$$

Sweetův model rekonexe (Sweet - Parker)



antiparalelní pole stlačená k sobě v délce L

plasma vytlačována mezi antiparalelními poli

↳ ∇B roste do vytvoření stacionárního stavu

ze zachování: $\rho w L = c_A \delta \rho$

v difuzní oblasti je čas difuze ~ čas dynamický

$$\tau = \frac{\delta^2}{\eta} \sim \frac{\delta}{w} \Rightarrow w = \frac{\eta}{\delta}$$

δ přes difuzní oblast

$$\frac{\eta}{\delta} L = c_A \delta \Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{L\eta}{c_A}}$$ je tloušťka přechodné oblasti.

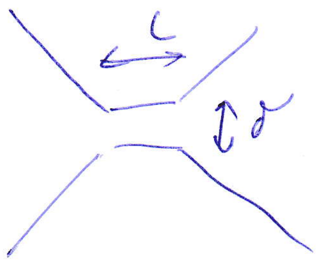
$$\Rightarrow w = \frac{\eta}{\delta} = \sqrt{\frac{c_A \eta}{L}} = \frac{c_A}{\sqrt{N_L}} \qquad N_L = \frac{c_A L}{\eta}$$

↑ rychlost rekonexe (na str. 56)

$$t_S = \frac{L}{w} = \frac{L\sqrt{N_L}}{c_A} \;\ldots$$ pro koronu a příklad nahoře: $t_S \sim 10^8\,\mathrm{s}$

Petschkův model

$t_S \sim L$ ... zkrácením L lze zvětšit rychlost



Experiment:

$$t_p \sim \frac{L \ln N_L}{c_A}$$

pro korónu $t_p \sim 300\,s$

disipace v tenkých vrstvách (proudových vrstvách)

Deformace mg. pole přidává volnou energii

$\rightarrow \Delta B \rightarrow$ proudové vrstvy

anomální rezistivita — rychlost elektronů $\sim$ rychlost plazmových vln

$\rightarrow$ další zkrácení disipačního času

Urychlování částic stochastickým polem

v 1D

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q}{m} E(x,t)$$

trajektorie $x = X(t)$

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{q}{m} E(X(t),t)$$

slabé pole: v nulovém řádu E pole

$$X = x_0 + v_0 t + X^{I}(t) + X^{II}(t) + \dots$$

z počátečních podmínek

$\Rightarrow$ pro opravy: $\ddot{X}^{I} = \frac{q}{m} E(x_0 + v_0 t,\ t)$

E-pole je sice náhodné, ale má nějakou korelaci v prostoru a čase

$$\langle E(x,t)\, E(x+\xi, t+\tau)\rangle = \langle E^2\rangle \underbrace{R(\xi,\tau)}_{\text{korelační funkce}}$$

⇒ změna rychlosti za čas t do průniku vlnou

$$\Delta \dot{X}^I = \dot{X}^I(t) - \dot{X}^I(0) = \frac{q}{m}\int_0^t dt' \; E(x_0 + v_0 t', t')$$

středujeme:

$$\langle (\Delta \dot{X}^I)^2 \rangle = \frac{q^2}{m^2}\int_0^t dt' \int_0^t dt'' \langle E(x_0+v_0t', t') E(x_0+v_0t'', t'') \rangle =$$

$$= \frac{q^2}{m^2}\int_0^t dt' \int_0^t dt'' \langle E^2 \rangle R(v\tau, \tau)$$

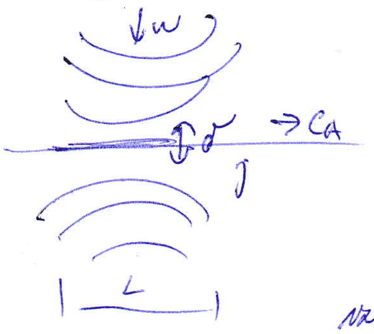
pro $\tau = t'' - t'$

pokud t větší než korelační čas

$$\Rightarrow \left\langle \frac{(\Delta v)^2}{\Delta t} \right\rangle = \frac{q^2}{m^2}\langle E^2 \rangle \int d\tau \, R(v\tau, \tau)$$

↳ částice difunduje v rychlostním prostoru a získává tak energii i ve stochastických polích

---



Sweet-Parker (MHD) proudová vrstva j

$$j = \frac{1}{\mu}\nabla \times B \sim \frac{B}{\mu\delta}$$

energetická rovnice: $\dot{U} = \eta j^2 =$ (Joulův ohřev)

$$= \eta \frac{B^2}{\mu^2\delta^2}$$

vzniká předpoklad (termální na čas. škále $t_{tr} = \frac{L}{c_A}$), který je balancován tokem mag. pole (tak termální energie byla odebrána mag. polem)

$$U \sim \dot{U} t_{tr} = \underbrace{\frac{B^2}{2\mu} = \eta \frac{B^2}{\mu^2\delta^2}\frac{L}{c_A}}$$

$$\Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{2\eta L}{\mu c_A}} \propto \sqrt{\frac{\eta c_A}{L}}$$

z rce kontinuity $\rho w L = c_A \delta$

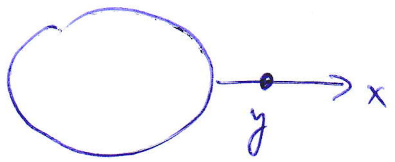
$$\Rightarrow w = \frac{\delta}{L} c_A \propto \frac{\sqrt{\frac{\eta c_A}{L}}}{L} c_A = \sqrt{\frac{\frac{\eta L}{c_A} \cdot c_A^2}{L^2}} = \sqrt{\frac{\eta c_A}{L}}$$ rychlost slévání

$$= \frac{c_A}{\sqrt{N_L}} \qquad N_L = \frac{c_A L}{\eta}$$

čas pře $t_S = \frac{L}{w} = \frac{L\sqrt{N_L}}{c_A}$

Koróna

→ jak měřit hustotu z pozorování ?



$y \perp x$, $y \parallel$ l.o.s.

opticky vymezená koróna, E_K ... emise v objemu v místě směru

$$\rho^2 = \left(\frac{r}{R_\odot}\right)^2 = x^2 + y^2 \rightarrow \rho\, d\rho = y\, dy = \sqrt{\rho^2 - x^2}\, dy$$

pozorovaná intenzita:

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E_K(\rho)\, dy = 2\int_0^{\infty} E_K(\rho)\, dy = 2\int_0^{\infty} \frac{\rho\, E_K(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - x^2}}\, d\rho$$

E_K neznámá, tedy třeba invertovat

- lze analyticky: inverzní Abelova transformace:

$$\Rightarrow E_K(\rho) = -\frac{1}{\pi}\int_\rho^{\infty} \frac{dI/dx}{\sqrt{x^2 - \rho^2}}\, dx$$

ansatz: intenzita v K koróně je kvůli Thomsonovu rozptylu na elektronech

$$\rightarrow E_K(\rho) = \sigma_T\, n_e\, \frac{1}{4\pi}\int I_\odot(\Omega)\, d\Omega \qquad d\Omega = r\, d\vartheta\, d\varphi$$

porovnáním lze rozvinout, např. řadou,

$$n_e(\rho) = n_{e0}\left(\frac{1{,}55}{\rho^6} + \frac{2{,}99}{\rho^{16}}\right), \quad n_{e0} = 10^{14}\ m^{-3}$$

---

hrubý odhad pro $\rho \sim R_\odot$

$$E_K \sim \sigma_T\, n_e\, R_\odot I_\odot\ ; \quad E_K(R_\odot) \sim 10^{-6} I_\odot$$

$$\rightarrow n_e \sim \frac{E_K(R_\odot)}{\sigma_T R_\odot I_\odot} \sim \underline{\underline{4 \times 10^{13}\ m^{-3}}}$$

Emisní koróna

→ zejména v RTG oblasti

— brzdné záření + bound-free přechody

vezmeme: emisní čára (m-1)-krát ionizovaného prvku X^m, v němž přechod z $j \to i$ elektronovou hladinou

$$X_j^{+m} \to X_i^{+m} + h\nu_{ij}$$

emisivita, $P_\nu = \underbrace{N_j(X^{+m})}_{\text{hustota}} \underbrace{A_{ji}}_{\text{Einsteinův koeficient}} h\nu_{ij} \underbrace{\psi_\nu}_{\text{emisní profil}}$

$\int \psi_\nu d\nu \stackrel{!}{=} 1$

koronální aproximace, hladina j populována se základního stavu srážkou s elektrony, depopulována do nižších zářením

potom ~~emisivita~~

$$P_{gj} = \underbrace{A_X}_{\text{relativní zastoupení X vůči vodíku}} \underbrace{G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}}}_{\text{příspěvková funkce}} \underbrace{N_e^2}_{\text{elektronová hustota}}$$

tj.

tok ve ~~vzdálenosti~~ R

$$F(\lambda_{gj}) = \frac{1}{4\pi R^2} \int_V P_{gj}\, dV = \frac{1}{4\pi R^2} A_X \int G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}} N_e^2 dV =$$

$$= \frac{1}{4\pi R^2} A_X \int G(T, \lambda_{gj}) \frac{hc}{\lambda_{gj}} Q(T)\, dT$$

$$N_e^2 dV = \underbrace{Q(T)}_{\text{diferenciální míra emise (DEM)}} dT$$

DEM – míra množství ~~materiálu~~ emitujícího plazmatu jako fce teploty k PEM: v 1-D je $EM = \int N_e^2 \, dz$

$$EM = \int N_e^2 \, dz = \int N_e^2 \frac{dz}{dT} \, dT = \underbrace{\int N_e^2 \left(\frac{dT}{dz}\right)^{-1}}_{PEM \, = \, Q(T)} dT$$

$$N_e^2 \, dV = \underbrace{N_e \, dV}_{\text{počet volných elektronů}} \; \underbrace{N_e}_{\text{el. hustota}}$$

excitace do vyšší hladiny srážkami, tedy intenzita emise čáry na těchto srážkách závisí

pro oblast

$$L = 4\pi R^2 F(\lambda_{ji}) = \int N_e^2 \, P(T) \, dV = \int Q(T) \, P(T) \, dT$$

$$P(T) = A_X \, G(T, \lambda_{ji}) \frac{hc}{\lambda_{ji}}$$

↳ závisí slabě → pomalá fce T

$L \sim N_e^2$ ⇒ jas koróny větší nad aktivními oblastmi kvůli větší N_e, ne kvůli teplotě

Sluneční vítr

· Chapmanova statická hydrostatická koróna

→ pokus energetická rce s vedením & rovnováha hydrostatických sil

$$F = -\varkappa_{\parallel} \nabla T \quad , \quad \nabla \cdot F = 0$$

$$\varkappa_{\parallel} = \varkappa_0 \, T^{5/2} \leftarrow \text{Spitzer}$$

ve sférických souřadnicích:

$$\mathrm{div}(-\varkappa_{\parallel} \nabla T) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r^2 \varkappa_{\parallel} \frac{dT}{dr}\right) = 0$$

integrací: $r^2 \varkappa_0 T^{5/2} \frac{dT}{dr} = C$

přeuspořádáním: $\frac{2}{7}\frac{d}{dr}\left(T^{7/2}\right) = \frac{C}{\varkappa_0 r^2}$

integrace: $T^{7/2} = -\frac{\tilde{C}}{\varkappa_0 r} + \tilde{D}$

$\tilde{C}$ a $\tilde{D}$ z okrajových: $T = T_0 \Leftarrow r = R_\odot$

$T \to 0 \Leftarrow r \to \infty$

$\Rightarrow \tilde{D} = 0, \quad \tilde{C} = -T_0^{7/2}\varkappa_0 R_\odot$

tedy řešení: $T = T_0 \left(\frac{R_\odot}{r}\right)^{2/7}$

pro $T_0 = 10^6 \Rightarrow$ v $r = 1AU = 214 R_\odot$

$T = 10^5$ K

(méně než pozorování, ale v řádu Ok)

ale hydrostatická rovnováha

$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_\odot \rho}{r^2}$, $p = \rho \mathcal{R} T$

$\Rightarrow$ řešení $p = p_0 \exp\left\{\frac{7GM_\odot\rho_0}{5p_0R_\odot}\left[\left(\frac{R_\odot}{r}\right)^{5/7} - 1\right]\right\}$

p_0 & ρ_0 ... na povrchu

pro $r \to \infty$, $\rho \to \infty$ $\Rightarrow$ není fyzikální

$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_\odot p}{r^2 \mathcal{R} T} = -\frac{GM_\odot p r^{-2/7} R_\odot^{2/7}}{\mathcal{R} T_0 r^2} =$

$= -\frac{GM_\odot R_\odot^{2/7}}{\mathcal{R} T_0} p r^{-\frac{12}{7}}$

tedy $\ln p = -\frac{GM_\odot R_\odot^{2/7}}{\mathcal{R} T_0} r^{-5/7} + \text{konst} \Rightarrow$

tedy problém $\to$ Parkerova teorie slunečního větru