

Obrázek 3.4: Zobrazení prostoru pseudo-vlastních elementů Trojanů z oblaku L5:  $(a, \sin I)$  (vlevo) a  $(e, \sin I)$  (vpravo). Křížky je vyznačena relativní velikost těles uvedená v katalogu AstOrb nebo vypočítaná z absolutní hvězdné velikosti  $H$  a ubažovaného albeda  $p_V = 0,045$ . Na grafu  $(e, \sin I)$  je patrný shluk těles v okolí asteroidu (4709) Ennomos (vyznačen červeně).

Závislost  $N(v_{\text{cutoff}})$  reálných shluků byla také porovnána s umělým pozadím, vygenerovaným náhodně ve stejném objemu prostoru  $(a, e, I)$ . Náhodné shluky totiž při vyšších hodnotách  $v_{\text{cutoff}}$  obvykle vykazují náhlý prudký nárůst počtu fiktivních členů, kteří pocházejí z pozadí, a jejich relativní rychlost  $\delta v$  vůči ostatním členům shluku je dána pouze náhodným rozdělením rychlostí pozadí.

### Výsledky analýzy metodou HCM

Výsledkem analýzy Trojanů hierarchickou shlukovací metodou je, že pouhé tři shluky, konkrétně kolem mateřských těles (3548) Eurybates, (1172) Aneas a 1998 RG10 vykazují postupnou koncentraci směrem ke středu. Jistou koncentraci vykazuje také shluk kolem asteroidu (624) Hektor, obsahuje však poměrně málo členů (od 20 do 70) a při zvyšování  $v_{\text{cutoff}}$  se rychle spojuje s pozadím. Závislosti  $N(v_{\text{cutoff}})$  ostatních shluků jsou víceméně srovnatelné s pozadím.

Novým výsledkem byl objev předtím nepopsaného shluku okolo tělesa (4709) Ennomos v oblaku L5. Jeví se jako <sup>relativně</sup> kompaktní, i když minimální  $v_{\text{cutoff}}$  dosahuje  $70 \text{ m s}^{-1}$ . Shluk obsahuje zejména malá tělesa, která byla objevena teprve nedávno, což je důvod, proč nebyla jeho existence odhalena dříve.

Nakonec byl zaznamenán velmi malý shluk těles okolo planety (9799) 1996 RJ, která jsou asociována již při  $v_{\text{cutoff}} = 20 \text{ m s}^{-1}$ . Tento shluk obsahuje 9 těles, která se nacházejí na drahách s vysokými sklony. Také v prostoru oskulačních elementů lze odhalit skutečnost, že tělesa vykazují „nenáhodné“ rozdělení uzlů a periheliů, viz Tabulka 3.1. Taková charakteristika je podobná těm, kterou vykazují velmi mladé<sup>8</sup> rodiny, jako je třeba Datura [6], a proto je shluk 1996 RJ zajímavým souborem k podrobnější dynamické analýze.

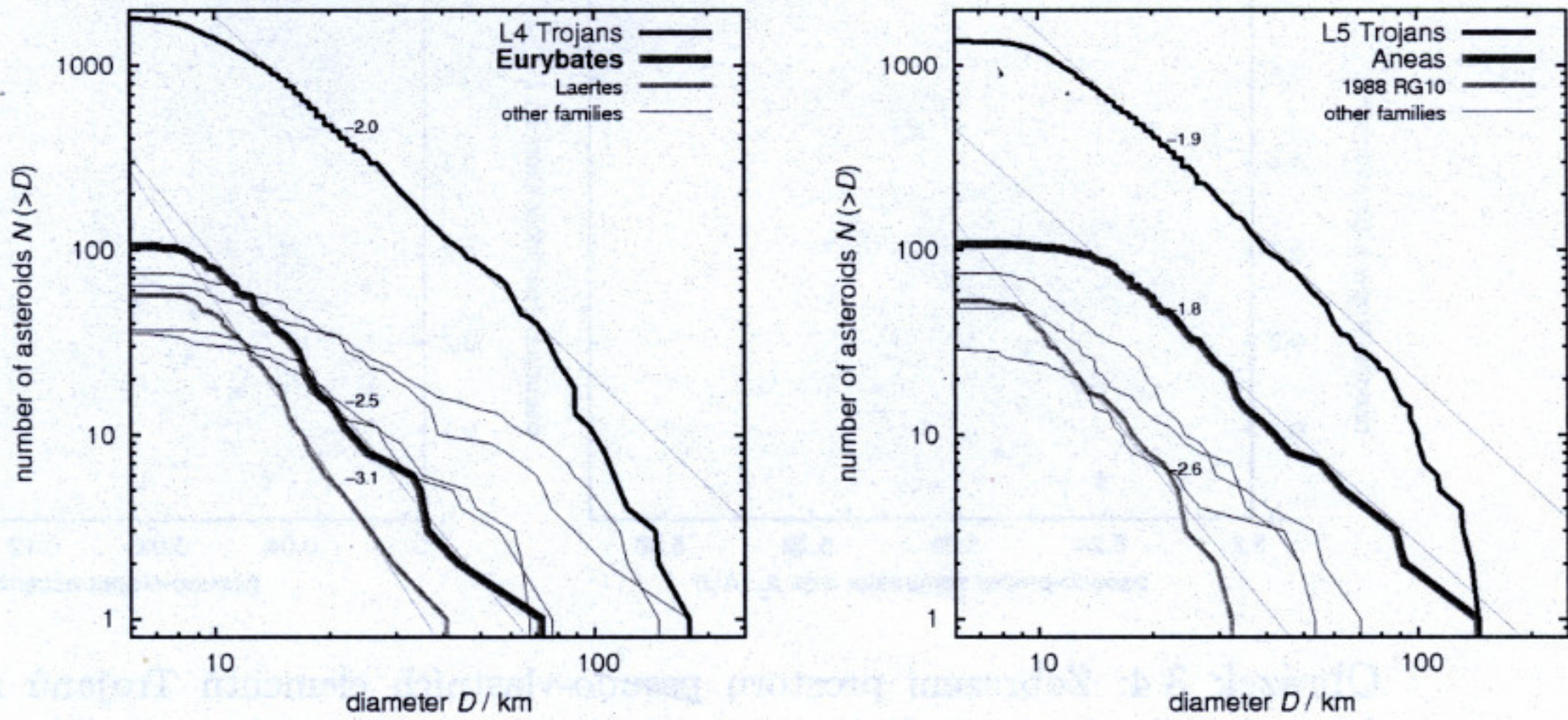
Porovnejme nyní shluky Trojanů v prostoru vlastních elementů s dobře známými rodinami vnějšího hlavního pásu asteroidů. Většina rodin hlavního pásu

<sup>8</sup>Časová škála, potřebná k rozptylu uzlů a pericenter do celého intervalu  $(0,360^\circ)$  je v řádu 1 Myr [29]. xxx platí to i v rezonanci?

odkazy  
n2 OBR  
sem !



devět  
přepsat  
dlediskuse



Obrázek 3.5: **Vlevo:** Závislost počtu těles rodin  $N$  na hraniční rychlosti  $v_{\text{cutoff}}$  pro oblak L4. Většina shluků má při nízké hodnotě  $v_{\text{cutoff}}$  jen malý počet členů, který posléze strmě narůstá a spojuje se s pozadím. Jediná rodina, která vykazuje pozvolný nárůst počtu členů, je (3548) Eurybates. **Vpravo:** Závislost počtu těles rodin  $N$  v oblaku L5 na zvolené hraniční rychlosti  $v_{\text{cutoff}}$ . Jediné tři rodiny, které vykazují koncentraci směrem k největšímu tělesu, jsou (4709) Ennomos, (1172) Aneas a 1988 RG10, u ostatních rodin dochází k rychlému „nabalování“ pozadí.

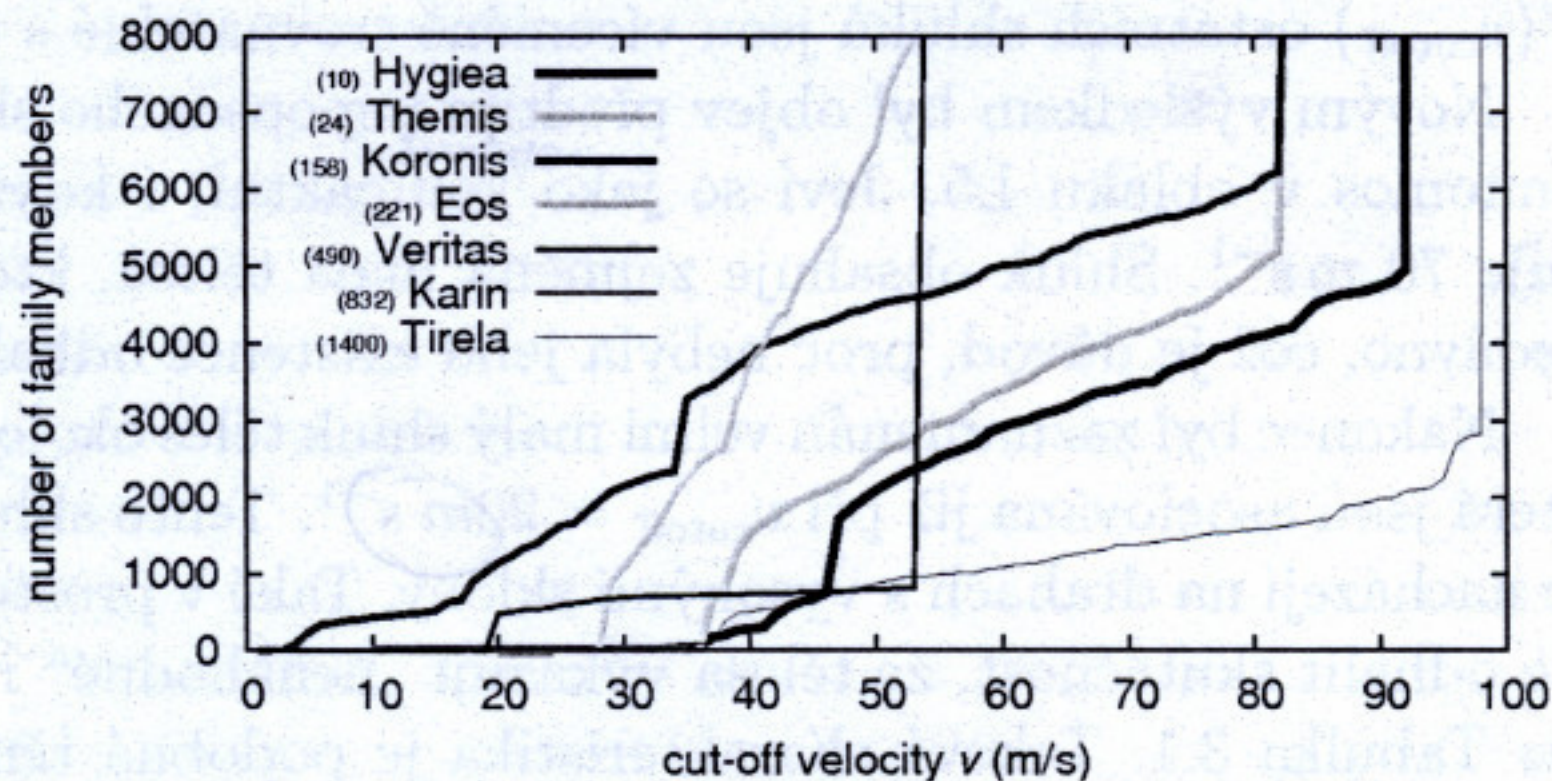
zkumulování ?

není vyznačen ?!

(například Themis, Koronis, Eos, viz obrázek 3.6) vykazuje stálý růst počtu členů  $N$ , dokud se nespojí s pozadím. Jediná rodina z populace Trojanů, která vykazuje stejné vlastnosti, je rodina Eurybates.

v tomto s popisem OBR 3.5

Odlišný průběh závislosti  $N(v_{\text{cutoff}})$  ukazuje v hlavním pásu například dynamicky mladá rodina Veritas [7] – ve velkém intervalu hraničních rychlostí  $v_{\text{cutoff}}$  zůstává počet členů rodiny  $N$  prakticky konstantní, což rodinu jasně odděluje od pozadí. Co se týče tvaru závislosti  $N(v_{\text{cutoff}})$ , je rodině Veritas podobný výše zmíněný shluk Ennomos.



Obrázek 3.6: Závislost  $N(v_{\text{cutoff}})$  pro sedm rodin, nacházejících se ve vnějším hlavním pásu asteroidů.

Tabulka 3.1: Členové rodiny (9799) 1996 RJ a jejich vlastní ( $a, e, \sin I$ ) a oskulační ( $\Omega_{osc}, \varpi_{osc}$ ) elementy a absolutní hvězdné velikosti  $H$ . Délky uzlů a perihélií nejsou v souboru rozloženy zcela náhodně, ale xxx

číslo	označení	$a$	$e$	$\sin I$	$\Omega_{osc}$	$\varpi_{osc}$	$H$
243316	2008 RL32	5,2340	0,0398	0,5268	27,3	358,2	12,8
	2008 OW22	5,2276	0,0401	0,5274	53,7	340,9	13,9
	2009 RK63	5,2305	0,0407	0,5260	56,4	5,6	12,8
226027	2002 EK127	5,2316	0,0399	0,5263	62,8	352,9	12,6
89938	2002 FR4	5,2324	0,0394	0,5274	70,0	23,1	12,5
	2009 SR30	5,2362	0,0409	0,5258	103,6	22	13,3
9799	1996 RJ	5,2252	0,0412	0,5269	115,4	259,6	9,9
	2005 MG24	5,2275	0,0404	0,5252	172,3	236,5	13,1
	2009 RA17	5,2258	0,0409	0,5272	257,7	194,5	13,7

### 3.2.4 Rozdělení velikostí

Graf rozdělení velikostí byl sestaven na základě absolutních hvězdných velikostí za (zjednodušujícího) předpokladu, že všichni členové rodiny mají stejné albedo  $p_V$ . Za tohoto předpokladu lze z velikostí absolutní magnitudy  $H$  vypočítat odpovídající průměr  $D$ , daný vztahem [33]:

to lze kdykoliv jako

$$D = \frac{1329 \text{ km}}{\sqrt{p_V}} 10^{-0,2H} [\text{km}] \quad (3.8)$$

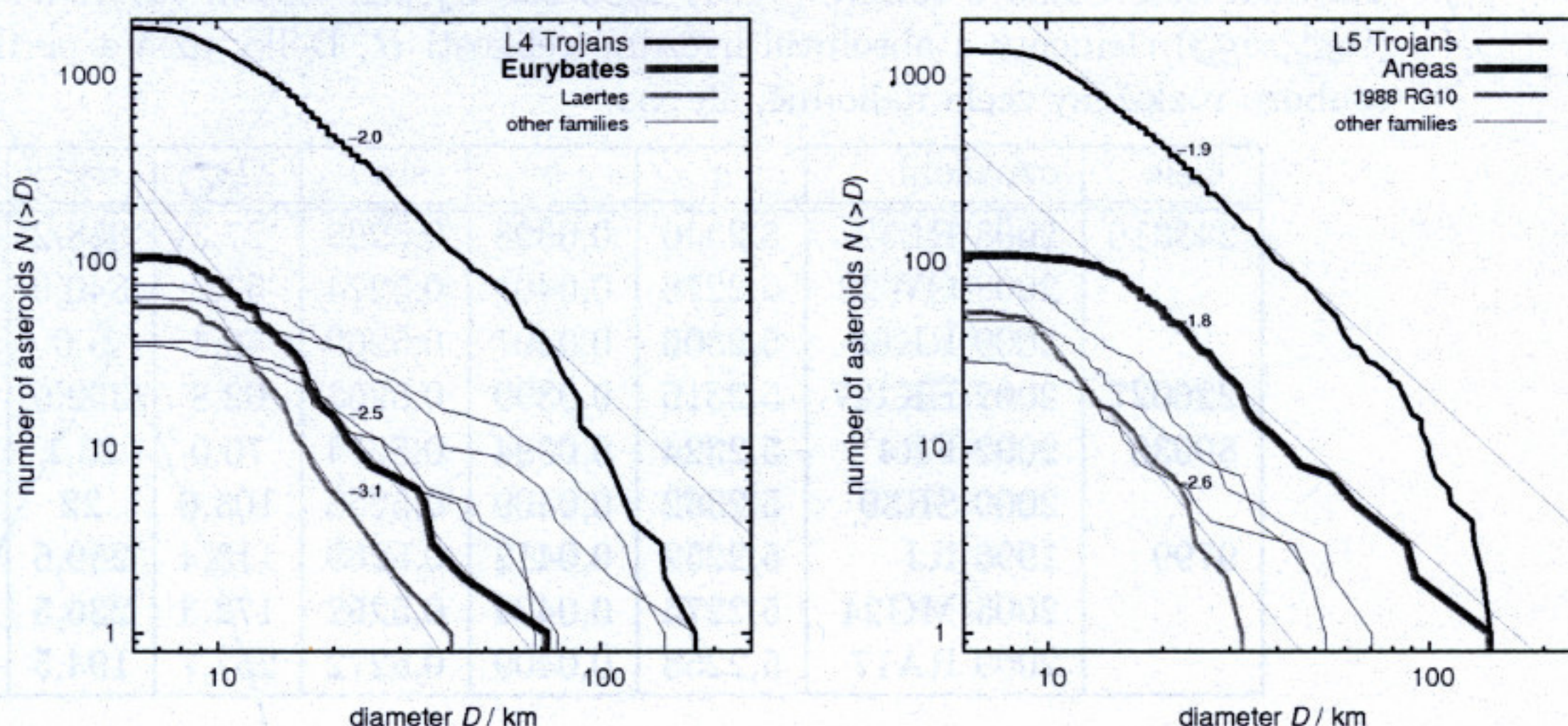
postěže a zkonstruovat jejich histogram. Obrázek 3.7 ukazuje průběh rozdělení velikostí pro shluky detekované hierarchickou shlukovací metodou<sup>9</sup> a pro celou populaci Trojanů L4 a L5.

#### Výsledky analýzy rozdělení velikostí

Sklon  $\gamma$  kumulativního rozdělení  $N(>D) \propto D^\gamma$  pro Trojany v oblaku L4, respektive L5, dosahuje v rozmezí středních velikostí (15-60 km) hodnoty  $-2,0 \pm 0,1$ , respektive  $-1,9 \pm 0,1$ . Takto určené hodnoty se shodují s těmi, které ve své práci uvádějí Yoshida a Nakamura [44]. Rozdíl mezi sklony rozdělení není v uvedeném intervalu velikostí v populacích L4 a L5 statisticky významný, nejistoty jsou dány především možností volby rozmezí velikosti. Většina shluků vykazuje podobné rozdělení velikostí jako pozadí (v rámci nejistoty 0,1), přestože někdy nejsou výsledky kvůli malému počtu členů průkazné. Rodina Eurybates naproti tomu vykazuje hodnoty sklonu rozdělení velikostí  $-2,5 \pm 0,1$ , tedy výrazně strmější než pozadí, přičemž počet členů rodiny (105) je příliš malý na to, aby významně ovlivnil rozdělení velikostí celé populace L4. Dále se zde vyskytují dvě další rodiny s relativně strmým sklonem, jmenovitě Laertes v oblaku L4 ( $-3,1$ ) a 1988 RG10 v oblaku L5 ( $-2,6$ ).

Musíme však vzít v úvahu, že i sklon rozdělení může záviset na dalších vlastnostech těles, konkrétně na sklonu drah. Hodnota  $\gamma$  se totiž se zvětšujícím se sklonem  $I$  (respektive  $\sin I$ ) snižuje. To je patrné zejména v případě populace L4,

<sup>9</sup>Tvar křivky rozdělení velikostí nezávisí citlivě na počtu těles, která do rodiny zahrneme. Z toho důvodu nebyla horní hranice rychlosti  $v_{cutoff}$ , pro kterou pokládáme tělesa za členy rodiny, určována exaktně, ale odhadem jako horní hranice intervalu, ve kterém má závislost  $N(v_{cutoff})$  malý sklon ve srovnání s průběhem nad touto hraniční rychlostí.



Obrázek 3.7: **Vlevo:** graf kumulativního rozdělení velikostí  $N(>D)$  pro Trojany v oblaku L4 a následující shluky těles (v závorkách jsou uvedeny uvažované hraniční rychlosti, určující počet těles rodiny): Eurybates ( $v_{\text{cutoff}} = 50\text{m s}^{-1}$ ), Laertes (94), Hektor (160), Teucer (175), Sinon (163) a 1986 WD (120). **Vpravo:** Graf kumulativního rozdělení Trojanů L5 a shluků: 1988 RG10 ( $v_{\text{cutoff}} = 130\text{m s}^{-1}$ ), Aeneas (150), Asios (155), Panthoos (130), Polydoros (130).

viz obrázek 3.8, vlevo. Musíme proto připustit, že srovnáme-li rodinu Eurybates jen s okolními tělesy s podobnými sklony jako má Eurybates ( $\sin I = 0,1$  až  $0,15$ ), není již rozdíl sklonů tolik patrný. Zajímavým rysem oblaku L5 je strmý sklon rozdělení velikostí těles se sklonem v intervalu od  $\sin I = 0,05$  do  $0,1$  (obrázek 3.8 vpravo). Tento interval odpovídá přibližné poloze shluku 1988 RG10.

Závislost sklonu rozdělení  $\gamma$  na sinu sklonu dráhy  $\sin I$  není u Trojanů výjimečná. Například u rezonanční populace Jupiteru 3:2 mají tělesa s menšími sklony drah také strmější rozdělení velikostí než pozadí ( $\gamma = -2,5 \pm 0,1$  versus  $\gamma = -1,7 \pm 0,1$ )<sup>10</sup>.

Provedeny byly také testy scénáře, ve kterém je albedo těles závislé na jejich velikosti. Fernández a kol. [11] publikovali práci, ve které došli k závěru, že malá tělesa mezi Trojany mají významně větší albedo než tělesa větších rozměrů, což odůvodnili tím, že jejich kolizní doba je výrazně menší než u větších těles. Mezi malými tělesy by tak bylo pozorováno větší zastoupení „čerstvých“ úlomků a velikosti malých těles stanovené na základě pozorovaného albeda by byly ve skutečnosti výrazně menší. V době publikování této práce však již jsou k dispozici data z družice WISE, která tuto domněnku nepotvrzují [42].

### 3.2.5 Analýza barevných indexů Trojanů

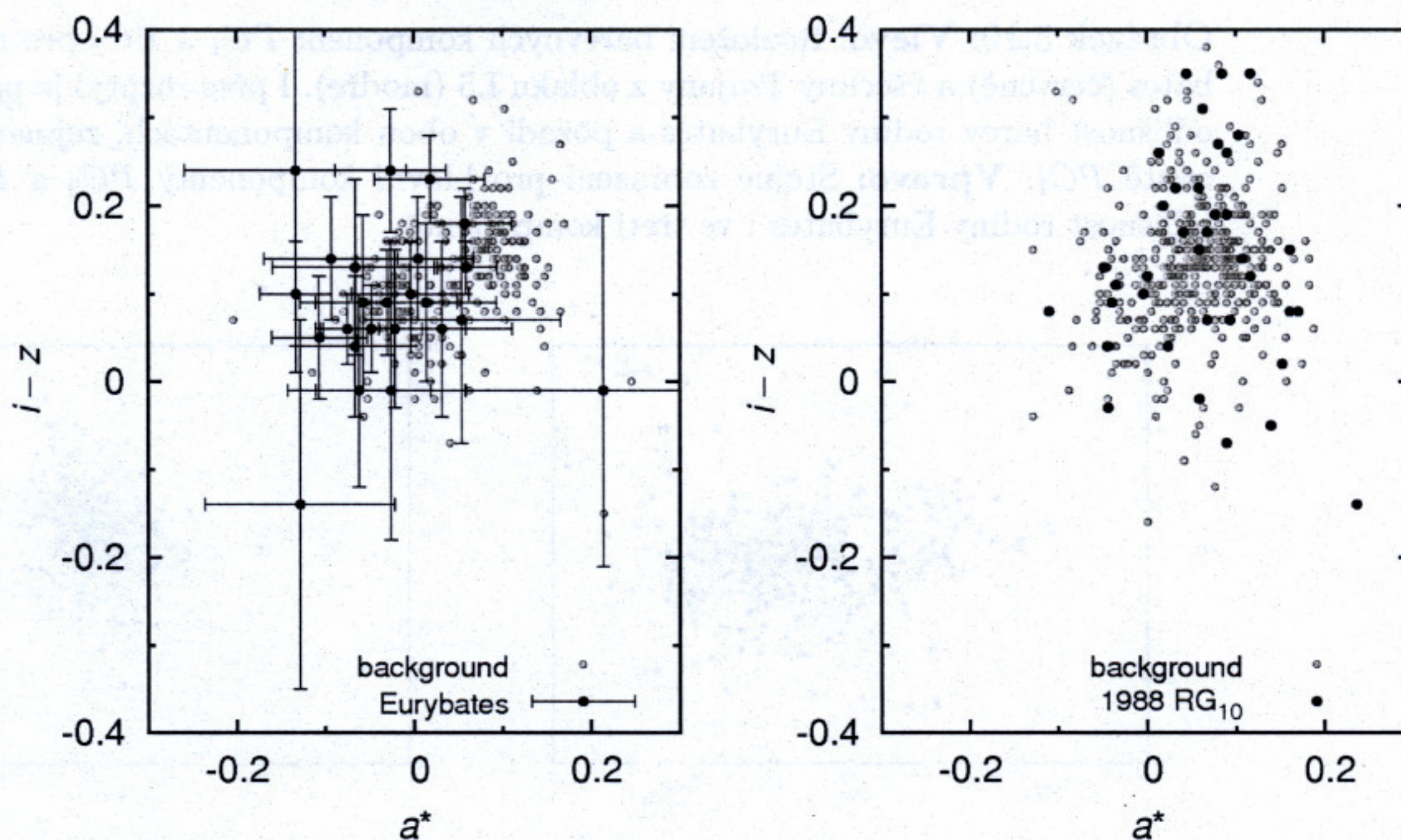
Jak bylo uvedeno v kapitole 3.1.2, očekáváme, že rodiny kolizního původu budou spektrálně homogenní, což znamená, že jejich spektra si budou navzájem

<sup>10</sup>Tato vlastnost může být například důsledkem rozdílných zdrojových oblastí těles s nízkými a vysokými sklony v rezonančních oblastech 3:2 a 1:1. Jak oblast Trojanů, tak oblast rezonanční populace 3:2 je během rezonance Jupiteru a Saturnu 1:2 dynamicky nestabilní. Lze proto předpokládat, že stejná tělesa, která vstupovala do oblastí L4 a L5, mohla vstoupit do rezonance 3:2.

## Výsledky analýzy barevných indexů

Výsledek rozboru barevných indexů v prostoru  $(a^*, i - z)$  Trojanů ukazuje obrázek 3.9. Zjištěné hodnoty barevných indexů, respektive hlavních komponent, byly porovnávány s rozložením Trojanů v příslušném oblaku. Je jasně viditelné, že rozložení barevných indexů rodiny Eurybates je odlišné od pozadí Trojanů L4. Naproti tomu shluk 1988 RG10 zaujímá téměř stejnou plochu jako pozadí L5. Skupina Aneas je vůči pozadí L5 jen mírně posunuta směrem k vyšším  $a^*$  a  $i - z$ . U shluku Ennomos se potýkáme s nedostatkem barevných dat (ta jsou v katalogu SDSS-MOC k dispozici pouze pro tři členy skupiny).

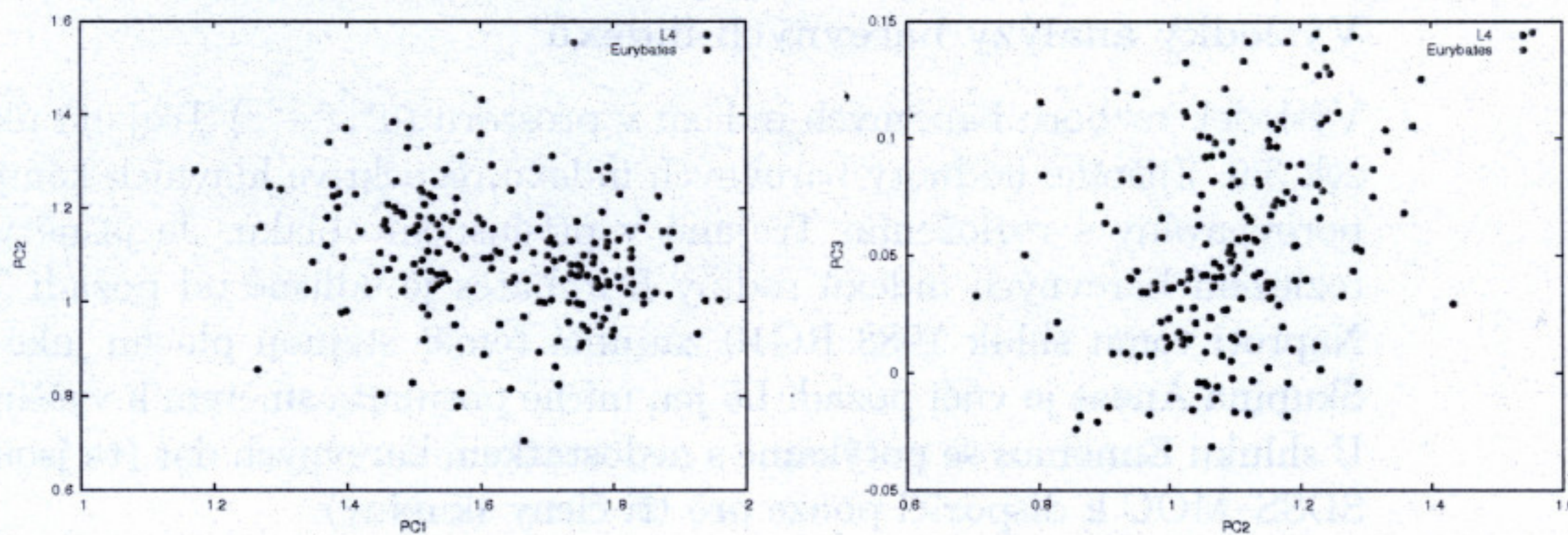
zmenšit !



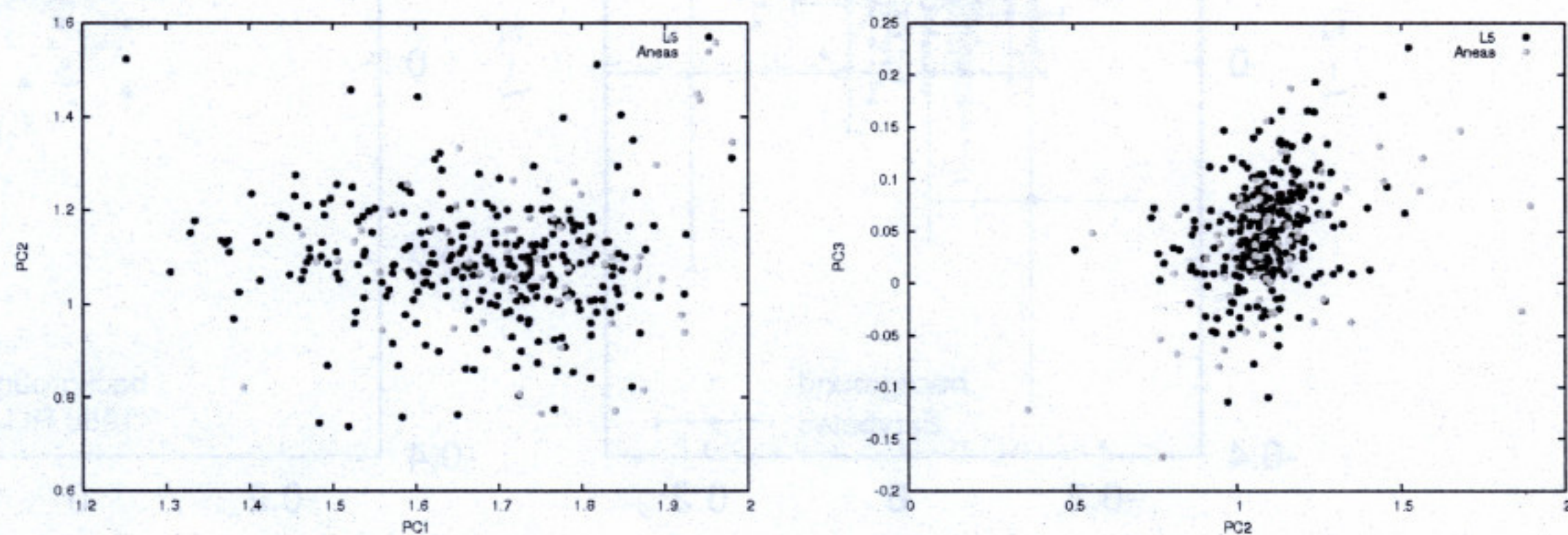
Obrázek 3.9: **Vlevo:** Barevné indexy  $(a^*, i - z)$  Trojanů L4 (šedé tečky) ve srovnání s rodinou Eurybates (černé tečky s chybovými úsečkami). Rozložení barevných indexů členů rodiny Eurybates se v tomto případě zřetelně liší od rozložení barevných indexů pozadí. **Vpravo:** Porovnání rozložení barevných indexů Trojanů v oblaku L5 a shluku 1988 RG10. Obě rozložení se v tomto případě překrývají, shluk 1988 RG10 je spektrálně heterogenní.

Výsledky analýzy hlavních komponent definovaných vztahy (3.7) ukazují obrázky (3.10)–(3.12). Zatímco rodina Eurybates se od pozadí liší ve všech třech komponentách, skupina Aneas vykazuje stejné rozdělení jako pozadí ve dvou ( $PC_2$  a  $PC_3$ ) komponentách a skupina 1988 RG10 se s pozadím kryje ve všech třech hlavních komponentách.

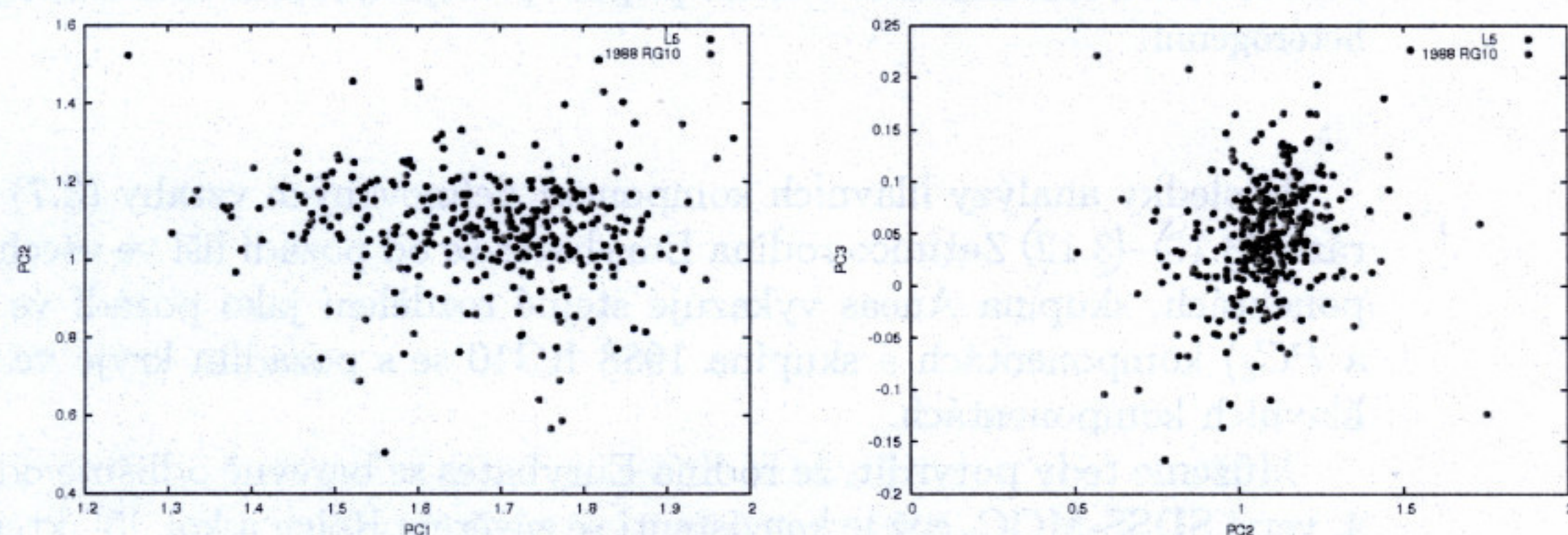
Můžeme tedy potvrdit, že rodina Eurybates se barevně odlišuje od pozadí i ve 4. verzi SDSS-MOC, což je konzistentní se závěrem Roiga a kol. [5], který ke studiu barev využil 3. verze katalogu a klasifikoval rodinu Eurybates jako taxonomický typ C.



Obrázek 3.10: **Vlevo:** Rozložení barevných komponent  $PC_1$  a  $PC_2$  pro rodinu Eurybates (červeně) a všechny Trojany z oblaku L5 (modře). I přes rozptyl je patrná odlišnost barev rodiny Eurybates a pozadí v obou komponentách, zejména v komponentě  $PC_1$ . **Vpravo:** Stejně zobrazení pro hlavní komponenty  $PC_2$  a  $PC_3$  ukazuje odlišnost rodiny Eurybates i ve třetí komponentě.



Obrázek 3.11: **Vlevo:** Zobrazení hlavních komponent  $PC_1$  a  $PC_2$  pro skupinu Aeneas (zeleně) a Trojany L4 (modře) ukáže posun barevných indexů skupiny v první komponentě. Ve druhé komponentě se skupina neodlišuje od pozadí. **Vpravo:** Skupina Aeneas splývá s pozadím i ve třetí komponentě.



Obrázek 3.12: Zobrazení komponent  $PC_1$  a  $PC_2$  (vlevo) a  $PC_2$  a  $PC_3$  (vpravo) ukazuje, že shluk 1988 RG10 splývá s pozadím ve všech hlavních komponentách.

### 3.3 Přehled identifikovaných rodin i méně výrazných skupin asteroidů

Následující oddíl uvádí hlavní vlastnosti vybraných shluků: Eurybates, Ennomos, Aneas, 1988 RG10 a 1996 RJ. Tyto skupiny jsou uvedeny z toho důvodu, že jsou z hlediska výše popsaných výsledků analýzy nejvýznamnější.

#### 3.3.1 Rodina Eurybates

Rodinu Eurybates lze snadno odhalit jako shluk těles v prostoru vlastních elementů. Rodina je dobře rozpoznatelná zejména na grafu  $(a, I)$ , viz obrázek 3.3. Hierarchická shlukovací metoda vymezuje rodinu v rozmezí hraničních rychlostí  $v_{\text{cutoff}} = 38 - 78 \text{ m s}^{-1}$ , při které se spojuje se skupinou Menelaus (viz obrázek 3.5). Dalším argumentem pro potvrzení domněnky o kolizním původu rodiny je rozbor tvaru rodiny v prostoru vlastních elementů s přihlédnutím k velikosti jejích členů, viz obrázek 3.2. Důležitou vlastností rodiny Eurybates je těsné vymezení sklonů ( $\sin I$  v intervalu o velikosti 0,01). Toto oddělení shluku od pozadí mizí na  $v_{\text{cutoff}} = 68 \text{ m s}^{-1}$ , z toho důvodu pokládáme tuto hodnotu za horní hranici, udávající počet členů rodiny. Rodina Eurybates je také jasně vymezená v intervalu velkých poloos  $a \in (5,28, 5,31) \text{ AU}$  a v prostoru vlastních elementů zaujímá přibližně dvakrát menší objem než ostatní shluky.

Při albedu  $p_V = 0,055$  vychází po sečtení objemů všech těles rodiny průměr mateřského tělesa  $D_{\text{PB}} \simeq 97 \text{ km}$ . Ve skutečnosti bude tato hodnota zřejmě vyšší, neboť malá tělesa, která se v rodině mohou nacházet, nepozorujeme z důvodu observační nedostatečnosti. Pokud extrapolujeme množství chybějících těles prodloužením sklonu rozdělení velikostí  $\gamma = -2,5$  k nule, dostaneme hodnotu  $D_{\text{PB}} \simeq 110 \text{ km}$ . Geometrická metoda Tangy a kol. [14] dává horní mez velikosti mateřského tělesa na hranici 130 km.

Rovněž rozbor spektrálních indexů svědčí o kolizním původu rodiny Eurybates. Sklony spekter členů rodiny jsou v porovnání s pozadím v rámci chyb homogenní (obrázek 3.9) a odpovídají typům C/P [5].

#### 3.3.2 Kompaktní shluk (9799) 1996 RJ

Vlastnosti shluku v okolí asteroidu (9799) 1996 RJ byly rozebírány v kapitole 3.2.3. V prostoru vlastních elementů není shluk příliš patrný (viz obrázek 3.3), nicméně tělesa jsou asociována i při malé hraniční rychlosti  $v_{\text{cutoff}} = 20 \text{ m s}^{-1}$ . Rozdělení uzlů a pericenter těles (tabulka 3.1) naznačuje možnost, že tělesa náleží mladé kolizní rodině. O spektrální homogenosti shluku nelze pojednat z důvodu nedostatku barevných dat.

Vzhledem k výše uvedenému nelze s jistotou rozhodnout, zda je shluk (9799) 1996 RJ skutečnou kolizní rodinou a do doby, kdy bude k dispozici dostatek dat (údaje o elementech dosud nepozorovaných těles, barevná data), necháváme tuto otázku otevřenou.

#### 3.3.3 Možná rodina Ennomos

XXX doplnit rozbor WISE

Shluk v okolí asteroidu (4709) Ennomos je patrný v širokém rozmezí  $v_{\text{cutoff}} = 69 - 129 \text{ m s}^{-1}$ , ve kterém zůstává i relativně kompaktní ve sklonech ( $\sin I = 0,451$  až  $0,466$ ). Shluk obsahuje velmi pravděpodobně několik „přimísených“ asteroidů (angl. *interloper*), které se do shluku promítají z pozadí, viz obrázek 3.14. Patrné je to zejména na grafu ( $a, \sin I$ ), ze kterého vyplývá, že kompaktní skupinu ve sklonech tvoří zejména malá tělesa – ta větší proto pokládáme za přimísené asteroidy. nepotřebujeme můžeme pokládat

Velmi zajímavou vlastností je vysoké albedo asteroidu (4709) Ennomos. Fernández et al. [37] uvádí hodnotu  $p_V \simeq 0,15$ . Jednou z možných příčin je nedávná impaktní událost, díky které je povrch tělesa pokryt nedotčeným ledem. Pokud by se tento scénář ukázal pravdivý, představuje tento objekt jedinečnou příležitost ke zkoumání kolizních událostí a rozpadů těles. nesouvisejícího

V současné době ale nelze vyloučit možnost, že je se asteroid Ennomos náhodně promítá právě do blízkosti náhodného shluku malých těles. Tuto eventualitu by bylo možno vyloučit například porovnáním spekter, která by v případě kolizní rodiny měla být homogenní. V současné době jsou však k katalogu SDSS-MOC k dispozici pouhá tři spektra: tělesa 98362 a 2005YG204 patrně náleží ke spektrálním typům C, zatímco 2005AR75 je zřejmě typu D. V případě doplnění dat bude možné provést podrobnější spektrální analýzu. Rozdělení velikostí suspektní rodiny Ennomos lze určit s malou přesností, neboť malá tělesa jsou na hranici observační dostupnosti a navíc vyjmutí *interloperů* významným způsobem mění sklon rozdělení (od  $\gamma = -1,4$  do  $-3,2$ ). Minimální velikost mateřského tělesa vychází na  $D_{\text{PB}} \simeq 67$  km za předpokladu, že všichni členové mají stejně vysoké albedo  $p_V = 0,15$ .

### 3.3.4 Skupina Aneas

Skupina Aneas se nachází v centrální části oblaku L5 a má přibližně hustotu pozadí. Rozkládá se na celém rozpětí hlavních poloos, stejně jako asteroidy pozadí. Minimální velikost mateřského tělesa vychází na 160 až 170 km (pro albedo v rozmezí 0,055 do 0,041). Takovýto rozměr je vzhledem k rozměrům Trojanů dosti veliký a impaktní rozpad takového tělesa je málo pravděpodobný (viz kapitola 4.4). Rozdělení velikostí má pozvolný sklon srovnatelný s pozadím. V souladu se závěry Roiga et al. [5] jsou spektra víceméně homogenní a odpovídají spektrálnímu typu D. Množství přimísených asteroidů lze odhadnout na přibližně 10 % z celkového počtu těles shluku.

Z uvedených důvodů pokládáme kolizní původ rodiny za nepravděpodobný, tuto možnost však ještě dále ověříme při simulaci orbitálního vývoje (kapitola 4).

### 3.3.5 Kompaktní shluk (11487) 1988 RG10

Shluk v okolí asteroidu (11487) 1988 RG10 se opět jeví jako část oblaku L5 na malých sklonech, se  $\sin I$  v rozmezí 0,06–0,1. Sklon rozdělení velikostí je strmější než okolí ( $\gamma = -2,6 \pm 0,1$ ) a výsledná velikost mateřského tělesa  $D_{\text{PB}} \simeq 60$  km je dostatečně malá na to, aby mohlo z hlediska kolizní pravděpodobnosti dojít k impaktnímu rozpadu. Barevné indexy těles se ovšem jeví heterogenní i ve 4. verzi katalogu SDSS MOC, viz obrázek 3.12. nesourodě ?

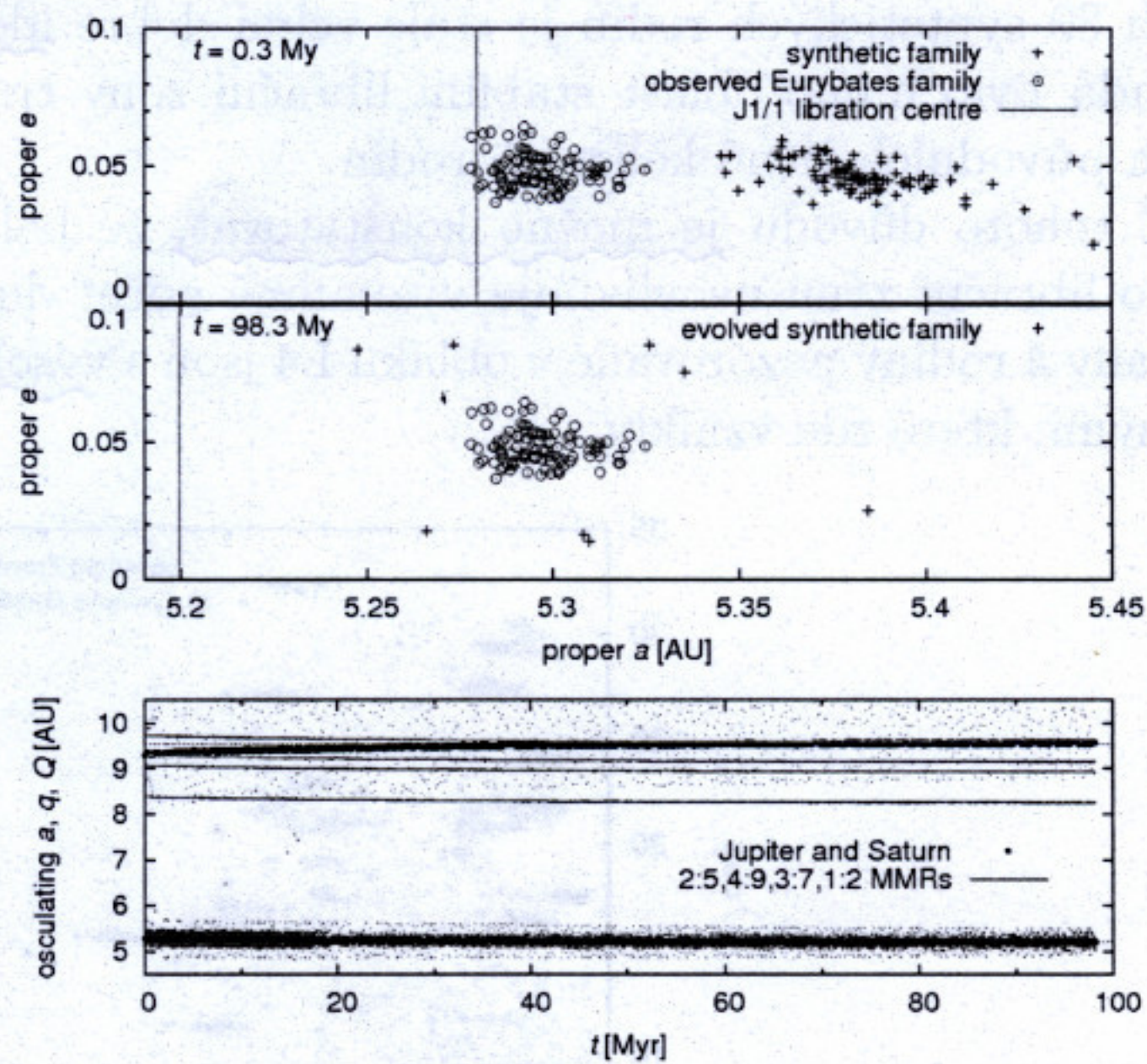


Při simulování orbitálního vývoje rodin v pozdních fázích migrace jsme se pokusili nastavit počáteční parametry drah planet a jejich migrace tak, aby planety skončily co nejbližší současným pozorovaným drahám. Integroční krok  $\Delta t$  byl zvolen na 0,1 yr a časová škála byla obvykle rovna  $3 \tau_{mig}$  (viz kapitola 4.1.2). Jedná se o časový interval, po kterém planety téměř přestávají migrovat.

Výsledkem simulace je zjištění, že všechny syntetické rodiny jsou silně nestabilní, pokud  $P_{1J-2S} \simeq 150$  yr, a i v pozdních fázích migrace, kdy je  $P_{1J-2S} \simeq 75$  yr, jsou excentricity členů rodiny příliš perturbovány na to, aby byly rodiny v prostoru vlastních elementů z hlediska námi použitých metod zjistitelné, natož aby si uchovaly rozdělení podobné rodinám Eurybates nebo Ennomos (viz obrázek 4.5).

Abychom zjistili případný vliv rychlosti migrace na zachování/rozptýlení syntetické rodiny, simulovali jsme orbitální vývoj pro různé časové škály migrace  $\tau_{mig}$ . Testovali jsme hodnoty  $\tau_{mig} = 0, 3; 3; 30$  Myr, které pokrývají interval mezi extrémně rychlou a pomalou migrací (xxx tohle asi neprojde...).

Na základě provedených simulací jsme dospěli k závěru, že v podstatě neexistuje přijatelný scénář, při kterém by kompaktní charakter rodiny mohl přestat migraci planet, a to bez ohledu na hodnotu  $\tau_{mig}$ . I při malé migraci Jupiteru o vzdálenost  $\Delta a_J \equiv a_{J,f} - a_{J,i} = -0,08$  AU a migraci Saturnu o vzdálenost  $\Delta a_S = +0,25$  AU byly perturbace příliš silné.



Obrázek 4.5: Simulace orbitálního vývoje syntetické rodiny asteroidů v prostoru  $(a, e)$  v pozdních fázích migrace planet. **Nahoře:** Stav na počátku simulace, **uprostřed:** situace po 100 Myr vývoje. Tělesa syntetické rodiny jsou vyznačena červeně, černá kolečka představují pozorovanou rodinu Eurybates. Svislá čára označuje polohu libračního centra rezonance J1/1; rozdíl její polohy na počátku a na konci simulace je měřítkem vzdálenosti, o kterou migroval Jupiter. Časová škála migrace, charakterizovaná členem  $\tau_{mig}$ , viz text, byla v daném případě nastavena na hodnotu  $\tau_{mig} = 30$  Myr. I při této pozvolné migraci byla kompaktní struktura rodiny zcela rozptýlena. **Dole:** Časový vývoj velkých poloos, pericenter  $q$  a apocenter  $Q$  Jupiteru, Saturnu a testovacích těles. Znáznorněny jsou rovněž nominální polohy některých rezonancí.

linie?  
parametrem

středního pohybu s Jupiterem.

2,

vazba?

Z výše uvedených důvodů se domníváme, že pokud vznikla některá z rodin Trojanů v průběhu migrace planet a pokud byla migrace hladká (exponenciální), rodina nemůže být dnes patrná<sup>7</sup>.

### 4.3 Balistický transport mimo librační zónu

Při simulacích orbitálního vývoje byla studována možnost, že některé rodiny nemohou být pozorovány z toho důvodu, že ke kolizi, při níž rodina vznikla, došlo v blízkosti hranice stabilní librační zóny, odkud mohly být fragmenty transportovány mimo oblast rezonance. Z tohoto důvodu bylo vybráno 30 největších asteroidů v blízkosti okraje librační zóny oblaku L4 a následně byl simulován rozpad těchto asteroidů do rodin o 30 členech. Aby byly výsledky vzájemně lépe porovnatelné, byla velikost mateřského tělesa jednotně nastavena na průměr  $D_{PB} = 100$  km a hustota na  $\rho_{PB} = 1300 \text{ kg m}^{-3}$ . Do vzniklé rodiny byly započítány jen ty fragmenty, jejichž rychlost po kolizi byla menší než  $v_{max} = 400 \text{ m s}^{-1}$ , viz poznámka 5 na straně 52. Ke kolizi a následnému rozpadu mateřského tělesa vždy došlo ve stejném bodě dráhy (pravá anomálie  $f_{imp} = 0^\circ$  a argument perihélia  $\omega_{imp} = 30^\circ$ ).

Po rozpadu mateřského tělesa byl integrací v programu SWIFT simulován orbitální vývoj po dobu 3 Myr, aby mohly být určeny vlastní elementy fragmentů. Jejich výsledné rozdělení, zejména v prostoru  $(e, I)$ , viz obrázek 4.3, dokládá, že všech 30 syntetických rodin je stále velmi dobře identifikovatelných. Ve většině případů bylo mimo oblast stabilní librační zóny transportováno méně než 5 % všech původních členů kolizních rodin.

Z tohoto důvodu je možno konstatovat, že balistický transport fragmentů mimo librační zónu neovlivňuje významně počet dnes pozorovaných rodin mezi Trojanými a rodiny pozorované v oblaku L4 jsou s vysokou mírou pravděpodobnosti jedinými, které zde vznikly.

vazba!

?

vazba?

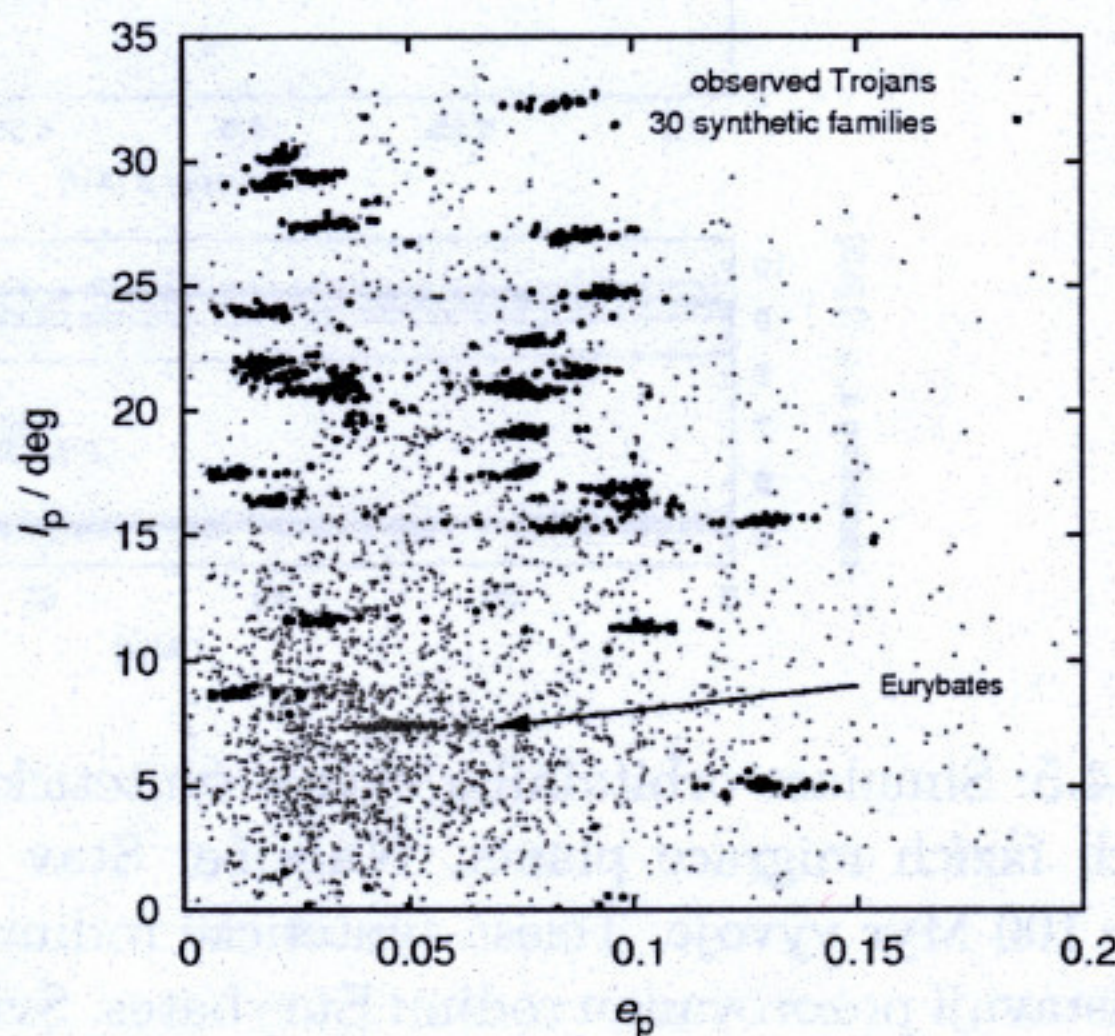
česky

činný rod?

jednotné číslo  
↓  
možné

proč tato volba?!

↑  
rodiny jsou pak dobře vidět



na okraji  
↓  
co by s rodinami udělal dlouhodobý vývoj?! Difuze tam může být podstatně účinnější!

Obrázek 4.6: Vlastní elementy těles 30 syntetických rodin (černě), které vznikly v blízkosti hranice stabilní librační oblasti, v porovnání s elementy těles oblaku L4 (šedě).

✗ co je vz osách?!

! DO TEXTU

<sup>7</sup>Nemůžeme však vyloučit, že pozdní fáze migrace probíhaly zcela odlišně, jako například ve scénáři „skákaajícího Jupiteru“ [23]. Tento scénář nebyl v uvedeném případě testován, XXX doplnit podle kapitoly 5-6???

## 4.4 Pravděpodobnost kolize mezi Trojany

česky

Jak bylo uvedeno v úvodu kapitoly 3, je porovnání pravděpodobnosti kolize se skutečným počtem pozorovaných důležitým kvantitativním údajem, který poskytuje argument pro podporu nebo vyvrácení modelu planetární migrace. V kapitolách 4.2 a 4.3 jsme došli k závěru, že počet dnes pozorovaných rodin nebyl významně ovlivněn ani chaotickou difuzí v období po ukončení migrace planet, ani případným balistickým transportem fragmentů mimo librační zónu. Naopak migrace planet <sup>by</sup> ovlivnila kolizní rodiny natolik, že dnes nemohou být pozorovatelné. <sup>JAKĚ? (raně?)</sup>

V případě Trojanů lze pravděpodobnost kolize odhadnout pomocí jednoduchého stacionárního modelu, neboť podstatnou roli hrají pouze vzájemné kolize mezi Trojany<sup>8</sup>. Pravděpodobnost kolize mezi Trojany dosahuje hodnoty [83]:

$$P_i \simeq \frac{N}{n_p T R^2} \simeq 7,8 \times 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}, \quad (4.10)$$

kde  $N$  je počet přibližně dvou těles na vzdálenost menší než  $R$  za dobu  $T$  a  $n_p$  je počet párů, jejichž kolize může při celkovém počtu  $n$  těles nastat:  $n_p = n(n-1)$ .

Velikost projektilu  $D_{\text{disrupt}}$ , nutná pro roztržení tělesa o velikosti  $D_{\text{target}}$ , je dána vztahem [84]:

$$D_{\text{disrupt}} = \left( \frac{2Q_D^*}{v_{\text{imp}}^2} \right)^{1/3} D_{\text{target}}, \quad (4.11)$$

kde  $Q_D^* [\text{J kg}^{-1}]$  je <sup>neboli měrně</sup> pevnost cíle (vazebná energie tělesa o velikosti  $D_{\text{target}}$ , jež se má při kolizi s projektilem rozpadnout) a  $v_{\text{imp}}$  je dopadová rychlost projektilu.

Ze znalosti pravděpodobnosti kolize  $P_i$  a počtu vhodných projektilů  $n_{\text{project}}$  lze již vypočítat frekvenci  $f_{\text{disrupt}}$ , s jakou dojde následkem kolize k roztržení tělesa o velikosti  $D_{\text{target}}$ :

$$f_{\text{disrupt}} = P_i \frac{D_{\text{target}}^2}{4} n_{\text{project}} n_{\text{target}}, \quad (4.12)$$

kde  $n_{\text{target}}$  <sup>označuje</sup> je počet cílů o zvolené velikosti.

### Pravděpodobnost vzniku rodiny Eurybates a dalších shluků

V případě rodiny Eurybates je možno pro průměr mateřského tělesa  $D_{\text{target}} = 110 \text{ km}$  (viz kapitola 4.2.1), střední dopadovou rychlost projektilu  $v_{\text{imp}} = 4,7 \text{ km s}^{-1}$  ([83]) a pevnost mateřského tělesa  $Q_D^* = 10^5 \text{ J kg}^{-1}$  ([85]), <sup>kteř má ...</sup> dle vztahu (4.11) odhadnout velikost impaktoru <sup>roztříštění PB</sup> potřebného ke koliznímu vzniku rodiny:  $D_{\text{disrupt}} \simeq 23 \text{ km}$ .

Počet těles o průměru  $D > 23 \text{ km}$  je mezi Trojany v oblaku L4  $n_{\text{project}} = 371$  a v oblaku je k dispozici  $n_{\text{target}} = 8$  cílů [32]. S pomocí vztahu (4.12) dospějeme k hodnotě kolizní frekvence  $f_{\text{disrupt}} \simeq 7 \times 10^{-11} \text{ y}^{-1}$ . Za dobu existence sluneční soustavy ( $T_{\text{SS}} \sim 4 \text{ Gyr}$  od ukončení migrace planet) tedy pro celkový počet kolizí  $n_{\text{coll}}$  mezi Trojany, jež mohou vést ke vzniku rodiny s parametry rodiny Eurybates, dostáváme hodnotu: <sup>nejistota</sup>

$$n_{\text{coll}} = T_{\text{SS}} f_{\text{disrupt}} \simeq 0,28. \quad (4.13)$$

<sup>8</sup>Hlavní pás asteroidů je jako zdroj případných projektilů vzdálen xxx ? <sup>nejistota tohoto čísla</sup>

To znamená, že mezi Trojany mohlo dojít k maximálně jedné kolizní události, to jen s pravděpodobností 28 %. Tato hodnota je v souladu s jedinou pozorovanou rodinou o průměru mateřského tělesa  $D_{PB} \geq 100 \text{ km}^9$ .

Mateřské těleso hypotetické rodiny Aneas je 1,5krát větší, tzn. výsledný počet událostí vedoucích k rozpadu takového tělesa je až o řád menší<sup>10</sup>.

Malý počet rodin pozorovaných mezi Trojany je důsledkem velmi nízké frekvence kolizí  $f_{\text{disrupt}}$ . Podle Levisona a kol. [86] však došlo v průběhu migrace planet k období pozdního těžkého bombardování (viz kapitola 5), během kterého frekvence kolizí významně vzrostla. Jak jsme však ukázali v kapitole 4.2.3, hypotetické staré rodiny zmizely díky perturbaci planetární migrací (za předpokladu, že migrace Jupiteru a Saturnu nebyla výrazně kratší než doba toku těles z transneptunických oblastí, což je proces řízený migrací Uranu a Neptunu [23]).

## 4.5 Určení pravděpodobného stáří rodin

V kapitole 4.2.2 byl popsán vliv chaotické difuze, která je v období po ukončení migrace planet hlavním dlouhoškálovým vývojovým mechanismem orbitálních parametrů Trojanů. Díky chaotické difuzi dochází k postupnému rozptylování rodin, které mají v době svého vzniku velmi kompaktní tvar (obrázek 4.2). To znamená, že hustota rozdělení těles mladé rodiny a rodiny vyvinuté chaotickou difuzí je v prostoru vlastních elementů obecně různá a působením chaotické difuze na mladou rodinu se rozdělení mění.

Této skutečnosti lze využít k odhadu stáří pozorované rodiny: vytvoříme syntetickou rodinu, u které budeme následně simulovat orbitální vývoj. V průběhu simulace budeme porovnávat tvary rozdělení těles syntetické a pozorované rodiny. Dobu, nutnou k tomu, aby se obě rozdělení vyrovnala, můžeme pokládat za odhad stáří pozorované rodiny.

K porovnání dvou rozdělení v prostoru vlastních elementů, například  $(a, e)$ , lze použít Kolmogorovova–Smirnovova (K–S) testu. V jednorozměrném případě K–S testu je určen maximální rozdíl  $D_{KS}$  mezi kumulativním rozdělením  $N$ -prvkového souboru  $S_N(x)$  a známou rozdělovací funkcí  $P(x)$ , nebo mezi dvěma kumulativními rozděleními dvou souborů  $S_{N_1}(x)$  a  $S_{N_2}(x)$  [87]:

$$D_{KS} = \max |S_{N_1}(x) - S_{N_2}(x)|; x \in (\infty, -\infty). \quad (4.14)$$

Následně je určena pravděpodobnost, s jakou takovou hodnotu  $D_{KS}$ , za předpokladu, že oba soubory mají stejné rozdělení, pozorujeme. Protože  $D_{KS}$  je přibližně úměrné  $1/\sqrt{N}$  [88], mluvíme o pravděpodobnosti rozdělení veličiny  $Z_N \equiv D_{KS}\sqrt{N}$ . Hodnota  $Z_N$ , odpovídající dané hladině významnosti  $SL$ , se s  $N$  mírně zvyšuje. Pro velká  $N$  se celková pravděpodobnost rozdělení  $P(Z_N) \equiv 1 - SL$  asymptoticky blíží [89] hodnotě:

$$P(>Z_N) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} e^{-2k^2 Z_N}. \quad (4.15)$$

<sup>9</sup>Pokusme se doložit relevantnost uvedeného postupu pro asteroidy hlavního pásu: dospějeme k počtu kolizí  $n_{\text{coll}} = 12$ , počet pozorovaných rodin s průměrem mateřského tělesa  $D_{PB} \geq 100 \text{ km}$  je přibližně 20 [77]. Tyto hodnoty jsou z hlediska pravděpodobnosti vzniku rodin srovnatelné.

<sup>10</sup>Na druhé straně shluky s menšími mateřskými tělesy ( $D_{PB} \ll 100 \text{ km}$ ) nebo výrazně méně soudržné ( $Q_D^* \ll 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ ) mohou vznikat častěji.

na e a nz i

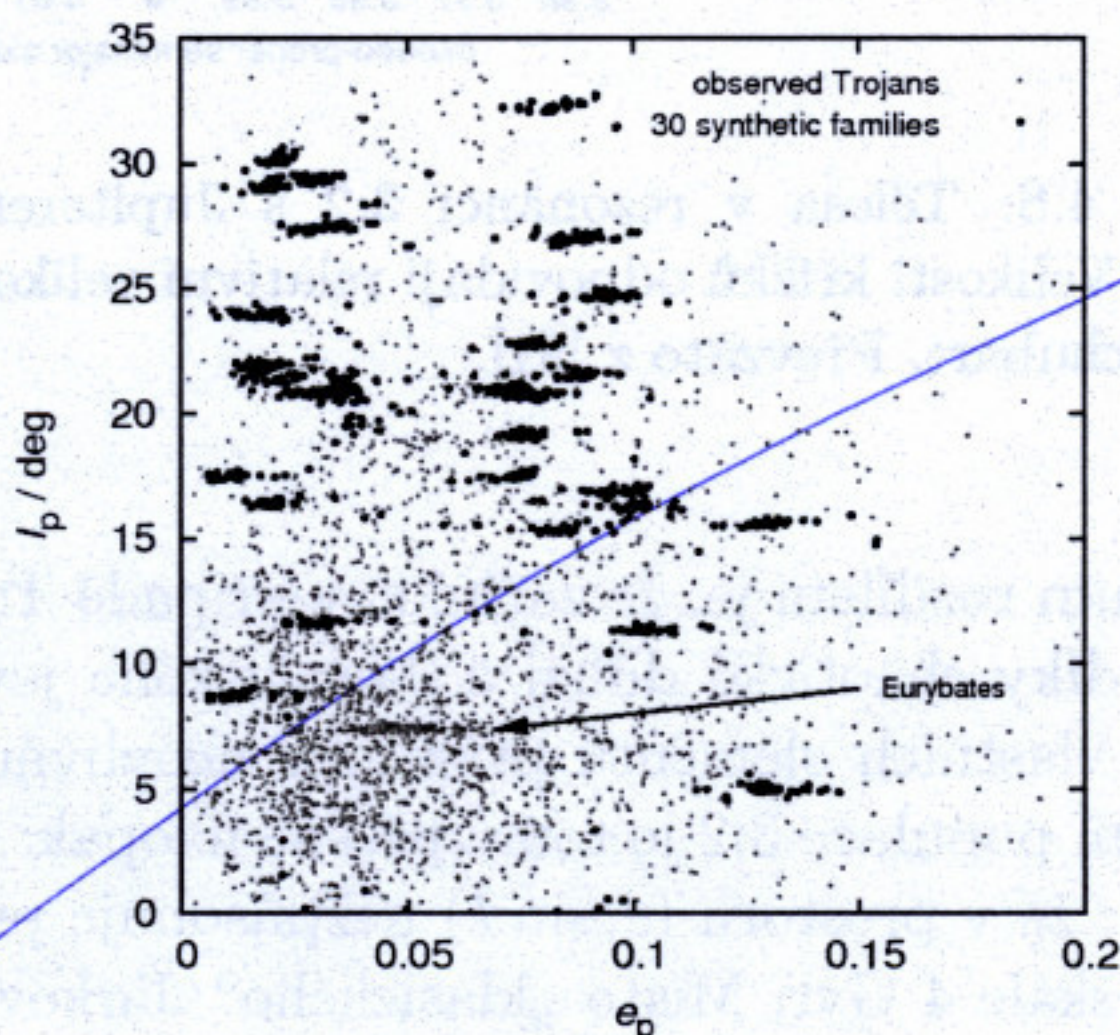
toto spolu nesouvisí!

my jsme  
použili 1D?!

CHYBNÝ  
popis?  
metody

Máme-li k dispozici dva statistické soubory, v našem případě reprezentované tělesy syntetické a pozorované rodiny, využíváme dvourozměrné varianty K-S testu: prostor, ve kterém jsou data zobrazena, je rozdělen na čtyři kvadranty takovým způsobem, aby poměr mezi počtem prvků z jednoho a druhého souboru nabýval v jednom z kvadrantů vůči všem možným způsobům rozdělení prostoru na kvadranty extrému. Následně je výše uvedeným způsobem vypočítána pravděpodobnost, s jakou mohou prvky obou souborů v tomto kvadrantu pocházet ze stejného rozdělení [87].

Aplikací K-S testu na vývoj rozdělení syntetické rodiny a pozorované rodiny Eurybates v prostoru  $(a, e)$  bylo určeno pravděpodobné stáří rodiny Eurybates v rozmezí 1–4 Gyr, viz obrázek 4.5. Stejným způsobem jsme určili pravděpodobné stáří shluku Ennomos na 1–2 Gyr.



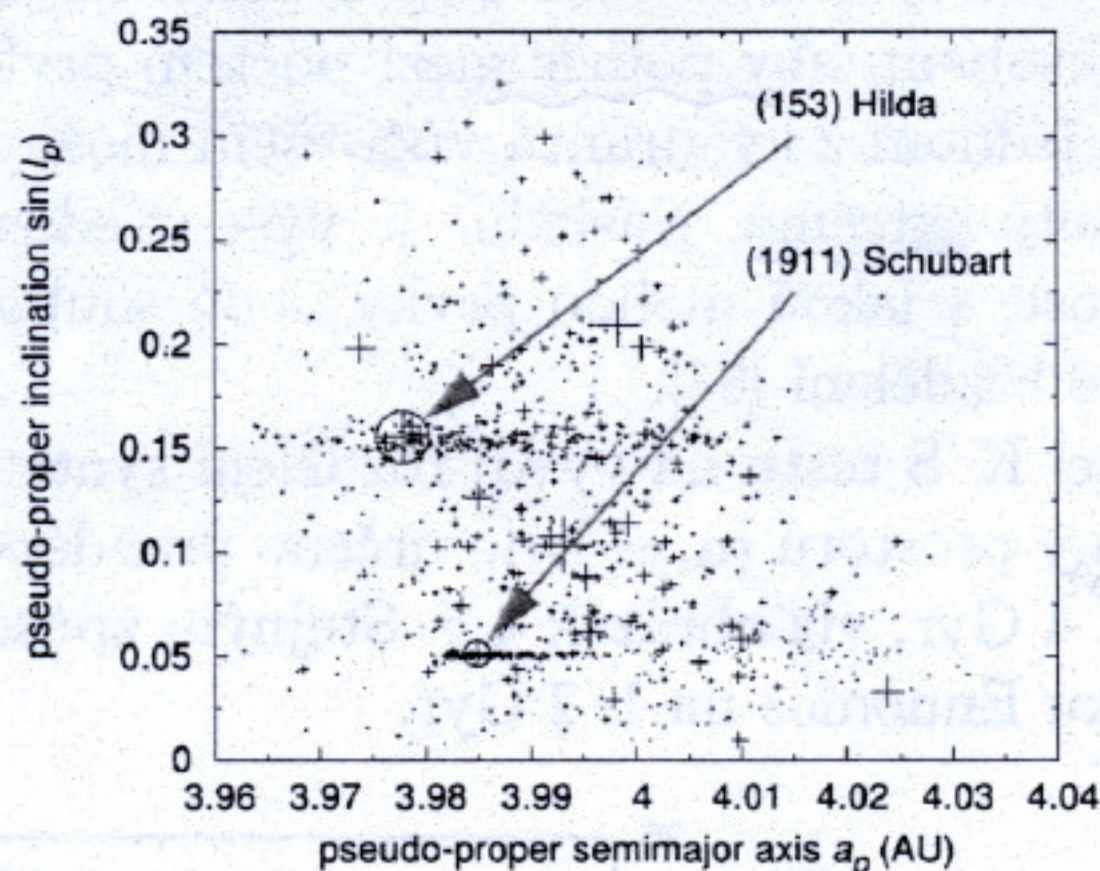
Obrázek 4.7: Srovnání podobnosti rozdělení těles syntetické rodiny a rodiny Eurybates v prostoru vlastních elementů  $(a, e)$  – závislost velikosti Kolmogorovovy–Smirnovovy vzdálenosti  $D_{KS}$  a pravděpodobnosti  $P(>D_{KS})$  na čase. Při vzniku syntetické rodiny je  $D_{KS}=0,30$  a odpovídající pravděpodobnost  $P(>D_{KS}) = 0,02$ , rozdělení syntetické a pozorované rodiny se tedy významně liší. Po 1 Gyr vývoje syntetické rodiny chaotickou difuzí je hodnota  $D_{KS}=0,20$  a tomu odpovídající pravděpodobnost shody rozdělení  $P(>D_{KS}) = 0,32$ . Odtud lze odhadnout pravděpodobné stáří rodiny Eurybates na 1–4 Gyr. ~~xxx tohle se mi nezdá, ověřit..~~

## 4.6 Porovnání s vývojem rodin v rezonanci prvního řádu 3:2

a Brož et al. (2011)

Podrobnou analýzou rezonanční populace Hilda se v nedávné době zabývali Brož a Vokrouhlický [51]. Mezi tělesy v rezonanci 3:2 s Jupiterem lze nalézt dva shluky, u nichž je předpokládán kolizní původ: rodinu Hilda a rodinu Schubart. Tyto rodiny jsou dobře patrné v prostoru vlastních elementů, zejména  $(a, \sin I)$ , viz obrázek 4.6. Obě tyto rodiny autoři podrobili obdobné analýze, jakou jsme v této práci provedli pro shluky mezi Trojany a z hlediska kritérií uvedených v předchozích kapitolách prokázali kolizní původ rodin. Dále simulovali vznik a následný vývoj

rodin, což umožňuje kvalitativní srovnání orbitálního vývoje rodin v rezonanci 3:2 a 1:1.



Obrázek 4.8: Tělesa v rezonanci 3:2 s Jupiterem v prostoru vlastních elementů ( $a, \sin I$ ). Velikosti křížků odpovídají relativní velikosti těles. Dobře patrné jsou rodiny Hilda a Schubart. Převzato z [51].

Hlavním rozdílem je, že zatímco v případě Trojanů probíhá dynamický vývoj zejména díky chaotické difuzi a Jarkovského jevu časový vývoj rozložení těles v prostoru vlastních elementů prakticky neovlivňuje, viz kapitoly 4.2.2 a 4.1.3, u rezonanční populace 3:2 je tomu přesně naopak: chaotická difuze je v této oblasti tak slabá, že v prostoru ( $e, \sin I$ ) nezpůsobuje prakticky žádný rozptyl rodin ani v časové škále 4 Gyr. Místo „klasického“ Jarkovského jevu, který se u asteroidů mimo rezonanci projevuje systematickou změnou velikosti velké poloosy  $a$ , zde působí „rezonanční“ Jarkovského jevu, jenž má za následek systematický posun v excentricitě. ← tento termín nemá DV rád

Odlišnost mechanismů, ovlivňujících dynamický vývoj rodin, se také projevuje na rozdílné struktuře rodin v prostoru vlastních elementů. Zatímco chaotická difuze způsobuje rozptylování těles rodin mezi Trojanů nezávisle na jejich velikosti (~~xxx je to pravda???~~), je vliv rezonančního Jarkovského jevu na excentricitu těles rodiny na velikosti závislý. To je patrné na obrázku 4.6, kde jsou menší tělesa koncentrována u okrajů rodiny. Jedná se o podobný jev, jaký je pozorovaný u asteroidů hlavního pásu v prostoru ( $a, H$ ) [39]. vazba!

Simulace orbitálního vývoje při působení rezonančního Jarkovského jevu umožňuje odhadnout stáří pozorovaných rodin obdobným způsobem, jako jsme to učinili s využitím simulace vývoje rodin Trojanů chaotickou difuzí. Uvedeným postupem bylo určeno stáří rodiny Schubart na  $(1,7 \pm 0,7)$  Gyr, u rodiny Hilda autoři předpokládají, že vznikla v době před  $\gtrsim 4$  Gyr. ← při LHB

Relativní počet těles, která jsou na dlouhodobě nestabilních drahách, je v obou rezonančních populacích 3:2 a 1:1 srovnatelný a dosahuje hodnoty přibližně 20 %.

Stejně jako Trojané jsou i tělesa v rezonanci 3:2 silně nestabilní, pokud Jupiter a Saturn procházejí rezonancí 1:2<sup>11</sup>.

<sup>11</sup>Při stejných parametrech migrace použitých k simulaci orbitálního vývoje rezonančních populací je dynamická doba života rezonanční populace Hilda při průchodu Jupiteru a Saturnu rezonancí 1:2  $\sim 1$  Myr, u Trojanů  $\sim 0,1$  Myr [51].

přítis  
krátke  
odstavec!

znatelný

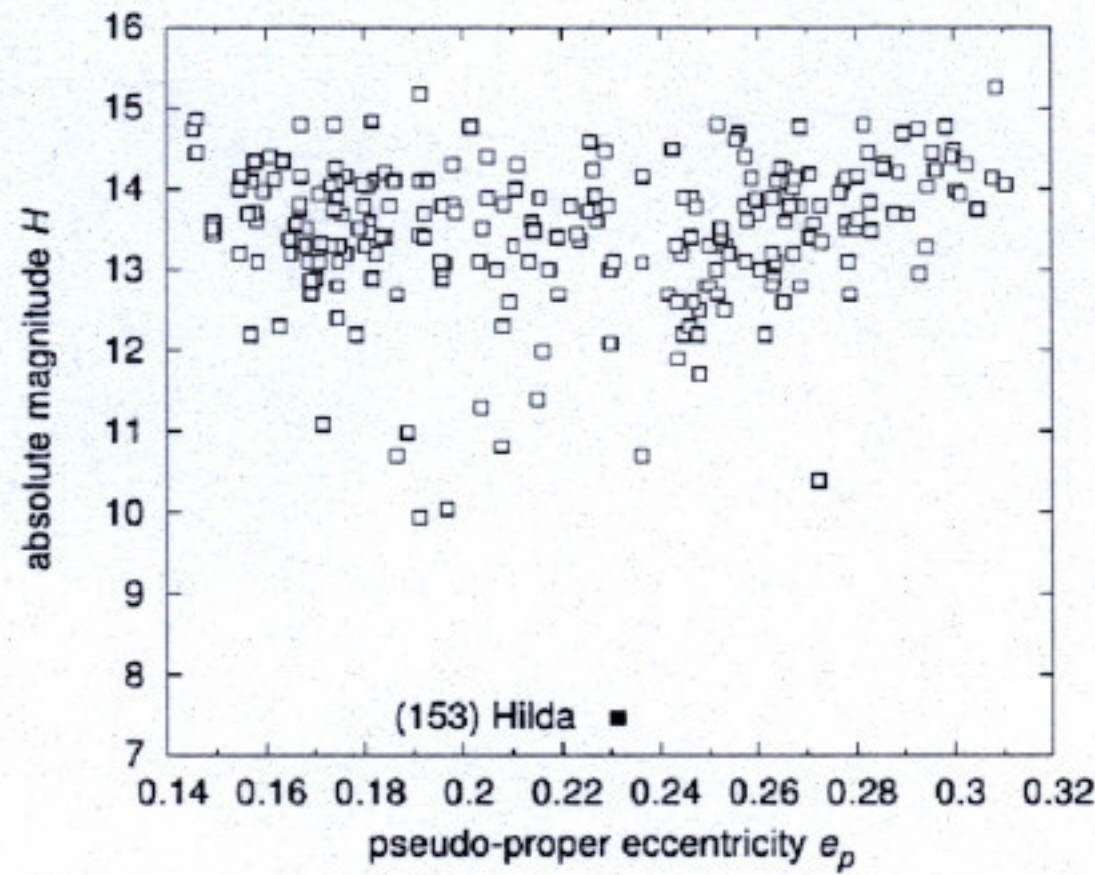
rodin

vazba!

tj. výsledek!

2si

2si



Obrázek 4.9: Závislost pseudo-vlastní excentricity  $e_p$  členů rodiny Hilda na absolutní hvězdné velikosti  $H$ . Čím jsou tělesa slabší, tedy menší, tím více se jejich excentricita liší od excentricity od největšího tělesa. Tento jev je způsoben dvěma mechanismy: 1) vyšší rychlost vymrštění xxx, 2) Jarkovského jev, který má vyšší účinnost u malých těles. Převzato z [51].

↑ vazba!

~~xxx Stabilita rodin v pozdních fázích migrace - dělal Mirek?~~ NE!

toto jsou nepočítali  
↓  
porovnat raději  
17 coll

Pravděpodobnost vzájemné kolize mezi tělesy rezonanční populace 3:2 byla vypočtena na  $2,3 \times 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ , [94], pravděpodobnost kolize mezi tělesy rezonanční populace a projektily z hlavního pásu je  $0,6 \times 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ . xxx

## 4.7 Závěr

← do závěru!

1 zdeňlivě

Rostoucí množství objevených Trojanů a znalost jejich vlastních elementů nám umožnilo podrobnou analýzu této důležité populace malých těles. Nově objevené asteroidy zaplnily v prostoru vlastních elementů místa, která byla dříve prázdná a oddělovala od sebe shluky, jež byly dříve pokládány za rodiny kolizního původu. Naše práce ukázala, že většina těchto shluků má v prostoru vlastních elementů hustotu srovnatelnou s pozadím. Dříve uváděný počet  $\approx 10$  rodin, viz například [90], [91], [5], je zřejmě nadhodnocený. <sup>tedy</sup> asi

vazba!

Ze všech zkoumaných shluků splňuje stanovená kritéria pro to, aby mohla být pokládána za rodinu kolizního původu, pouze rodina Eurybates. Částečně splňuje naše kritéria i nově objevený shluk Ennomos, v době vzniku této práce (2011) však nebyl k dispozici dostatek barevných dat, která by mohla domněnku o kolizním původu rodiny podpořit.

Stáří rodiny Eurybates, odhadnuté v rozmezí 1/4 Gyr, je konzistentní se skutečností, že starší rodiny, jež mohly mezi Trojanany vzniknout, byly rozptýleny následným orbitálním vývojem ovlivněným probíhajícími dynamickými procesy, například perturbací planetární migrací, která, jak jsme ukázali, je v oblasti Trojanů velmi silná. <sup>významných typů</sup> ověřili

toto nesouvisí s Eurybates

Z hlediska taxonomického typu kolizních rodin, pozorovaných ve sluneční soustavě, je zajímavé zjištění, že tělesa rodiny Eurybates náleží typu C. To naznačuje skutečnost, že v žádné oblasti sluneční soustavy nepozorujeme kolizní rodiny taxonomického typu D [92], [93]. Analýza tohoto problému je tak námětem pro další práci, která by mohla přispět k modelům kolize ledových těles.

nedobře slovo

vazba!

toto dává výše k rodině Eurybates