

!

napsat abstrakt práce! (zím dříve, tím lépe)  
& závěr též

!

popisy obrázků jsou velmi důležité pro pochopení, oč ide  
→ věnovat jím pozornost, mohou být delší

## Kapitola 2

# Přehled poznatků o rodinách v rezonancích

!

↑

program  
vlny

!

MOTIVACE, OBSAH této kapitoly

### 2.1 Rezonance

S fenoménem rezonance se nevyhnutelně setkáme při každém detailnějším rozboru prakticky libovolné hierarchické složky sluneční soustavy. O rezonancích mluvíme obecně v případě, kdy existuje jednoduchý číselný vztah mezi frekvencemi nebo periodami dějů, probíhajících ve studovaném systému. V případě jednoho tělesa může existovat vztah mezi periodou rotace a periodou oběhu kolem centrálního tělesa, pak mluvíme o *spin-orbitální rezonanci*. Příkladem těles, nacházejících se v takovém stavu, může být náš Měsíc, který se nachází ve spin-orbitální rezonanci 1:1, nebo planeta Merkur, jež vykazuje spin-orbitální rezonanci 3:2.

-vá- téměř, těžko

není to dobrá definice  
souděte frekvence  
v poměru  
násobcích  
celých čísel

V případě pohybu dvou těles mluvíme v nejjednodušším případě o rezonanci středních pohybů<sup>1</sup> (MMR, angl. Mean Motion Resonance). Příkladem těles v takových rezonancích jsou například *Plutina*, tělesa v rezonanci 3:2 MMR s Neptunem. Dalším příkladem jsou *Jupiterovi Trojané*. Tato tělesa sdílejí dráhu s planetou Jupiter a nacházejí se tudíž v rezonanci 1:1. Jupiteru

Případem vzájemného vztahu period více těles je *Laplaceova rezonance*, ve které se nacházejí například Galileovské satelity Jupiteru Io, Europa a Ganymedes, nebo Saturnovy měsíce Mimas a Tethys či Enceladus a Dione. Ve vnitřním hraním též

[18], abychom lépe porozuměli dějům, které v následujících kapitolách studujeme pomocí numerických metod.

hraním  
přesu též  
Jupiter - Saturn  
- asteroid

#### 2.1.1 Rezonace středních pohybů

analytického

O rezonanci středních pohybů dvou těles hovoříme, platí-li pro střední pohyby  $n_1$  a  $n_2$  obou těles vztah

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{p}{p+q}, \quad (2.1)$$

kde  $p$  a  $q$  jsou malá přirozená čísla, a hodnota  $q$  udává řád rezonance. S užitím III. KeplEROVA ZÁKONA lze snadno odvodit nominální polohu rezonance  $a_n$  vůči tělesu

<sup>1</sup> Střední pohyb  $n$  je definován vztahem  $n = \frac{2\pi}{T}$ , kde  $T$  je oběžná <sup>ov</sup> perioda <sup>u</sup> planety. Střední pohyb je tedy roven úhlové frekvenci oběhu. označuje

obíhajícímu na velké poloose  $a$ :

$$a_n = \left( \frac{p}{p+q} \right)^{\pm \frac{2}{3}} a, \quad (\text{metří mezeru před čárkou}) \quad (2.2)$$

kde znaménko  $\pm$  označuje případ vnitřní respektive vnější rezonance. délka

Uvažme nyní případ dvou těles, obíhajících v poli centrální síly, a zabývejme se celkovým vlivem jejich opakujících se konjunkcí. Předpokládejme, že obě tělesa se pohybují koplanárně, vnitřní těleso má zanedbatelnou hmotnost a vnější těleso se pohybuje po kruhové dráze. Platí-li pro střední pohyb těles vztah (2.2), mělo by k jejich konjunkci docházet vždy v téže délce. velké poloosy

(tangenciální)

Dochází-li ke konjunci vždy přesně v pericentru nebo apocentru, pak má tečná složka síly působící na vnitřní těleso těsně před konjunkcí stejnou velikost a opačný směr než tatáž složka těsně po konjunkci. Díky symetrii problému je celkový efekt tangenciální síly v tomto případě nulový a z dlouhodobého hlediska nedochází ke změně momentu hybnosti částice. různé pericentra mají stejný MHI

Jiná situace nastane v případě, že ke konjunkcím dochází mimo pericentrum nebo apocentrum. Pokud konjunkce nastává v blízkosti pericentra, mohou obecně nastat dvě situace:

1. ke konjunkci dochází před dosažením pericentra - tečná složka síly působící na vnitřní těleso je před konjunkcí větší než po konjunkci, neboť obě tělesa jsou k sobě před konjunkcí blíže než po konjunkci (viz obrázek XXX). Navíc je hodnota úhlové rychlosti vnitřního tělesa před konjunkcí blíže (konstantní) úhlové rychlosti dálka vnějšího tělesa, takže větší tečná síla působící ve směru pohybu působí po větší dobu než menší síla opačného směru po konjunkci. Výsledkem je tedy růst momentu hybnosti vnitřního tělesa, jež má za následek skutečnost, že k další konjunkci dojde blíže pericentru.
2. ke konjunkci dochází po průchodu pericentrem - tečná složka síly působící na vnitřní těleso je před konjunkcí menší než po konjunkci, neboť obě tělesa jsou od sebe před konjunkcí dál než po konjunkci (viz obrázek XXX). Situace je opačná než v případě 1) a takováto konfigurace vede ke ztrátě momentu hybnosti vnitřního tělesa. Z toho důvodu nastane další konjunkce blíže pericentru.

Z obou příkladů je patrné, že *konjunkce v pericentru jsou stabilní*, perturbace vychylující konjunkci z pericentra je postupně tlumena a vrací se zpět k pericentru. Pro konjunkce v blízkosti apocentra nastává opačný příklad, působící momenty vychylují následné konjunkce směrem k pericentru, a *konjunkce v blízkosti apocentra jsou proto nestabilní*. Analogickým postupem lze odvodit, že v případě, kdy menší těleso obíhá excentricky po vnější dráze jsou naopak stabilní konjunkce v apocentru. zřejmě

Je patrné, že k rezonanci dochází v situaci, kdy budící síla působí s frekvencí, jež odpovídá vlastní frekvenci systému, což způsobuje jeho velké změny. Z tohoto úhlu pohledu je tedy rezonance analogí buzeného harmonického oscilátoru. V konkrétním případě může být budící silou například gravitace Jupiteru a vlastní frekvencí systému oběžná frekvence planetky.

Vratíme se nyní k situaci, kdy ke konjunkci dochází přesně v pericentru. Radiální složka síly, kterou působí vnější těleso na vnitřní, míří v pericentru vždy

✓ toto odpovídá  
rci (2.3)  
  
Resinf = 0  
pro e=0 nebo  
f=0

✓ tj. pauza  
diferenciální  
rce, nikoli  
její řešení

✓ indexy ve  
smyslu zkratky  
slova psát  
antikvou  
- {írm c3}  
(všeude)

opačným směrem, než síla způsobená přítomností centrálního tělesa. Z tohoto důvodu bude vnitřní těleso „urychlováno“ směrem od centrálního tělesa, tzn. bude se pohybovat po vyšší dráze než po jaké by se pohybovalo bez přítomnosti perturbace vnějším tělesem. Předpokládáme-li rušení pohybu planetky malou silou s radiální složkou o velikosti  $\bar{R}$  a tangenciální složkou o velikosti  $\bar{T}$ , lze časový vývoj velikosti velké poloosy popsat obecně rovnicí [18]:

$$\dot{a} = 2 \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu(1-e^2)}} (\bar{R}e \sin f + \bar{T}(1+e \cos f)), \quad (2.3)$$

kde  $\mu = G(m+m_c)$  je součet hmotností obíhajícího a centrálního tělesa přenásobený gravitační konstantou a  $f$  je pravá anomálie obíhajícího tělesa. Výsledkem je, že se vnitřní těleso dostane při svém příštím průchodu do pericentra později a délka pericentra se tak posune ve směru oběhu tělesa:

$$\dot{\varpi} = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{\mu}} \left( -\bar{R} \cos f + \bar{T} \sin f \frac{2+e \cos f}{1+e \cos f} \right) - \dot{\Omega} \cos I. \quad (2.4)$$

Tento mechanismus se uplatňuje například u měsíců planet, nacházejících se ve vnitřní rezonanci s dalším vnějším satelitem. Lze také ukázat [26], že v případě, kdy se malé rušené těleso nachází na vnější excentrické dráze, mají opakující se konjunkce v apocentru opačný efekt, tj. dochází ke stáčení pericentra v retrográdním směru. Příkladem je Saturnův měsíc Hyperion, jenž obíhá ve vnitřní rezonanci 3:4 s Titanem, a jehož pericentrum se stáčí retrográdně o 19° rok [18].

Následující text nastinuje analytický model rušeného pohybu malého nehmotného tělesa, obíhajícího v poli centrální sily. Předpokládáme-li, že vyšetřujeme konzervativní problém, tj. zrychlení tělesa lze vyjádřit gradientem skalární funkce

$$\vec{a} = \nabla(U + \mathcal{R}), \quad (2.5)$$

kde  $U$  je potenciál centrálního tělesa (potenciál v problému dvou těles) a  $\mathcal{R}$  je poruchový potenciál, lze časový vývoj orbitálních elementů obíhajících těles popsat Lagrangeovými planetárními rovnicemi, které, ponecháme-li pouze členy nejnižšího řádu v  $e$  a  $I$ , lze zapsat ve tvaru [18]:

$$\dot{n} = -\frac{3}{a^2} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \lambda}, \quad \text{všeude použít } \text{v.} \quad (2.6)$$

$$\dot{e} = -\frac{1}{na^2 e} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \varpi}, \quad (2.7)$$

$$\dot{I} = -\frac{1}{na^2 \sin I} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \Omega}, \quad (2.8)$$

$$\dot{\varpi} = \frac{1}{na^2 e} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial e} + \frac{\sin I/2}{na^2} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial I}, \quad (2.9)$$

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{na^2 \sin I} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial I}, \quad (2.10)$$

kde proměnné  $a$ ,  $e$ ,  $I$ ,  $\lambda$ ,  $\varpi$ ,  $\Omega$  označují po řadě velkou poloosu, excentritu, sklon, střední délku, argument pericentra a délku výstupního uzlu. Vztah pro časovou změnu velké poloosy získáme s využitím III. Keplerova zákona:

$$\dot{a} = -\frac{2}{3} \frac{an}{n} \quad \text{délku} \quad (2.11)$$

není to  
zrychlení ?

toto není  
zřejmě ?

to by bylo  
nějak  
nepřesně  
gravitace

✓ znakovat & opisovat  
rovnice & nevěřit školce !

V uvedených rovnicích se vyskytují parciální derivace poruchové funkce  $\mathcal{R}$  podle příslušných elementů. Uvažujeme-li omezený problém tří těles (v konkrétním případě například systém Slunce - Jupiter - planetka), můžeme v případě, že se planetka *nachází v rezonanci*, pro střední hodnotu poruchové funkce psát [18]:

$$\langle \mathcal{R} \rangle = C_0 + C_1 (e_1^2 + e_2^2) + C_2 s_2^2 + C_3 e_1 e_2 \cos(\varpi_1 - \varpi_2), \quad (2.12)$$

kde  $C_i = C_i(\alpha)$  jsou funkce Laplaceových koeficinetů<sup>2</sup> a jejich derivací,  $\alpha = a_2/a_1$  a  $s = \sin(I/2)$ . Indexem 1 je označeno velké těleso (planeta) a indexem 2 malé těleso (planetka).

Poruchová funkce, definovaná vztahem (2.12), je ~~vystředovaná~~ přes krátkoperiodické členy závislé na  $\lambda$ , tj.  $\langle \mathcal{R} \rangle \neq \langle \mathcal{R} \rangle(\lambda)$ . Dosadíme-li tedy do Lagrangeových rovnic (2.6–2.11) za  $\mathcal{R}$  její střední hodnotu  $\langle \mathcal{R} \rangle$ , dostaneme diferenciální rovnice pro *sekulární* (pomalé, dlouhoškálové) časové změny orbitálních elementů planetky. Jejich přibližné řešení (za zjednodušujících předpokladů  $e_2 \gg e_1, \varpi_1 = 0$ ) dává:

$$n_2 = n_{20}, \quad (2.13)$$

tj. s využitím III. Keplerova zákona

$$a_2 = a_{20}, \quad (2.14)$$

a dále

$$e_2 = e_{20} - \frac{n\alpha}{\dot{\varpi}} \frac{m_1}{m_c} C_3 e_1 (\cos \varpi_{20} - \cos \varpi_2), \quad (2.15)$$

$$\varpi_2 = \varpi_{20} + n\alpha \frac{m_1}{m_c} 2C_1 t, \quad (2.16)$$

$$\Omega_2 = \Omega_{20} + n\alpha \frac{m_1}{m_c} \frac{C_2}{2}. \quad (2.17)$$

Indexem 0 jsou označeny počáteční hodnoty elementů, index  $c$  označuje centrální těleso. Průběhy sekulárních změn elementů planetky rušené pohybem jedné planety uvádí obrázek XXX. Je třeba zdůraznit, že se jedná o výstup z analytického modelu, jež zahrnuje zjednodušující předpoklady. Obdobné grafy získané výstupem z přímé numerické integrace by mely mírně odlišný průběh, objevovaly by se například variace velikosti hlavní poloosy.

*výše zmíněné*

*lépe oddělit  
podkružity?*

Přejděme nyní k případu, kdy se planetka *nachází v rezonanci* s planetou, pro jednoduchost zvolme rezonanci 2:1, tj.  $2n_1 \neq n_2$ . Poruchová funkce ze vztahu ReferenceR bude nyní vypadat odlišně, v jejím rozvoji přibudou *rezonanční členy*:

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{R} \rangle = & C_0 + C_1 (e_1^2 + e_2^2) + C_2 (s_1^2 + s_2^2) + C_3 e_1 e_2 \cos(\varpi_1 - \varpi_2) + \\ & + C_4 e_2 \cos(2\lambda_2 - \lambda_1 - \varpi_2) + C_5 e_1 \cos(2\lambda_2 - \lambda_1 - \varpi_2). \end{aligned} \quad (2.18)$$

<sup>2</sup>Laplaceovy koeficienty jsou definovány vztahem  $b_s^{(j)}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos j\psi d\psi}{(1-2\alpha \cos \psi + \alpha^2)^s}$ , kde  $s = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$  a  $\psi$  je úhel sevřený polohovými vektory obou těles vzhledem k centrálnímu tělesu.

Dosazením do Lagrangeových rovnic a následnou integrací obdržíme přibližné vztahy pro rezonanční část časového vývoje orbitálních elementů planetky v rezonanci:

$$a_{2,res} = a_{20} - \frac{2n_2\alpha a_2 C_4 e}{2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2} \frac{m_1}{m_c} [\cos(2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2) - \cos(\lambda_{20} + \omega_{20})] - \frac{2n_2\alpha a_2 (C_5 - 2\alpha) e_1}{2n_1 - n_2} \frac{m_1}{m_c} [\cos(2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_1) - \cos(\lambda_{20})], \quad (2.19)$$

$$e_{2,res} = e_{20} + \frac{n_2\alpha C_4}{2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2} \frac{m_1}{m_c} [\cos(2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2) - \cos(\lambda_{20} + \omega_{20})], \quad (2.20)$$

$$\varpi_{2,res} = \varpi_{20} + \frac{n_2\alpha C_4}{(2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2)e} \frac{m_1}{m_c} [\sin(2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2) + \sin(\lambda_{20} + \omega_{20})], \quad (2.21)$$

$$\Omega_{2,res} = \Omega_{20}. \quad (2.22)$$

Průběhy sekulárních změn elementů planetky rušené pohybem jedné planety v rezonanci uvádí obrázek XXX. Opět se jedná o výstup zjednodušeného analytického modelu, nikoli o numerickou integraci pohybových rovnic. Hlavním rozdílem od případu pohybu mimo rezonanci jsou periodické variace velikosti hlavní polohy planetky a také vzájemná závislost  $a/e$ . provinciuost oscilací a  $a/e$ .

Pro pohyb planetky v rezonanci  $(p+q) : p$  je charakteristická librace příslušného *kritického úhlu*, definovaného obecným vztahem :

$$\sigma = (p+q)\lambda_1 - p\lambda_2 - q\varpi_2. \quad (2.23)$$

Pro případ výše uvedené rezonance 2:1 (tj.  $\sigma = 2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2$ ) je librace patrná na polárním grafu  $(e \sin \sigma, e \cos \sigma)$  jak ukazuje obrázek XXX. Mimo rezonanci tento úhel cirkuluje [21].

Z rovnic (2.19) - (2.21) vyplývá, že elemety  $a, e, \varpi$  budou podléhat periodickým změnám s maximálními amplitudami o velikosti přibližně [18]:

$$\Delta a_{2,res} = 2n\alpha a \frac{m_1}{m_c} \left( \left| \frac{C_4 e_2}{2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2} + \frac{(C_5 - 2\alpha) e_1}{2n_1 - n_2} \right| \right), \quad (2.24)$$

$$\Delta e_{2,res} = \left( \left| \frac{n\alpha C_4}{2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2} \frac{m_1}{m_c} \right| \right), \quad (2.25)$$

$$\Delta \varpi_{2,res} = \left( \left| \frac{n\alpha (C_4/e_2)}{2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2} \frac{m_1}{m_c} \right| \right). \quad (2.26)$$

Všechny tyto rovnice obsahují ve jmenovateli člen,  $2n_1 - n_2 - \dot{\varpi}_2$ , tj. časovou derivaci kritického úhlu  $2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2$ , z čehož plyne, že oscilace orbitálních elementů budou tím větší, čím blíže rezonance se budou tělesa nacházet. V takovém případě již ale nejsou splněny zjednodušující předpoklady uvedené analytické approximace a uvedený model selhává.

XXXX

*toto dříve bylo zazámkováno, aby nebyl  
člověk „zklamán“*

## 2.1.2 Sekulární rezonance

MD 314 - 317 O sekulární rezonanci hovoříme v případě, kdy dochází k rezonanci periody precese vlastní délky pericetra  $g = \frac{2\pi}{\omega_{per}}^{xx}$  nebo periody precese vlastní délky vzestupného uzlu  $s = \frac{2\pi}{\Omega_{per}}$  testovacího tělesa (planetky) s jednou z vlastních frekvencí systému  $(g_i, s_i)$ <sup>3</sup> perturbujících těles [18].

## 2.1.3 Zachycení v rezonanci

MD 375 - 387

není nebytné

## 2.2 Planetky v rezonancích

Následující kapitola uvádí základní fenomenologický přehled poznatků o populacích malých těles, nacházejících se v rezonancích s planetami. Nejvíce prostoru je věnováno rezonančním populacím Jupiteru, neboť jsou, díky observační dostupnosti, nejlépe prozkoumané. (xxx není to blbost?) Mezi nejdůležitější charakteristiky, obecně popisující populace malých těles, jsou jejich distribuce v prostoru vlastních elementů, rozdelení jejich velikostí a spektrální data. Právě tyto charakteristiky také pomáhají identifikovat v rezonančních populacích jednotlivé rodiny jak ukazuje kapitola XXX.

obecně (>D) angl.  
**Rozdelení velikostí.** Kumulativní rozdelení velikostí  $D$  (SFD, Size Frequency Distribution), tj. počet členů  $N$  s průměrem větším než  $D$ , je určováno na základě rozdelení absolutních magnitud  $H$ . Příklad diagramu kumulativního rozdelení magnitud a velikostí pro rodinu XXX uvádí obrázek XXX. Pro šíkmou část rozdelení hvězdných velikostí se zpravidla využívá approximace exponenciellou:

$$N(< H) \approx 10^\alpha ; \quad (2.27)$$

X která je na grafu  $H / \log N(< H)$  na obrázku XXX zobrazena jako přímka. Za předpokladu, že albedo objektů není závislé na velikosti, respektive že je pro všechny členy zkoumaného souboru stejná, umožňuje popsat kumulativní rozdelení velikostí mocninným vztahem

$$N(> D) \approx D^\gamma , \quad (2.28)$$

X kde koeficient  $\gamma$  udává sklon přímky na grafu závislosti  $(\log D, \log N(> D))$ .

### 2.2.1 Rezonanční populace Jupiteru

Populace Trojanů (1:1 MMR)

Trojané jsou malá tělesa, která se nacházejí na stabilních drahách v blízkosti Lagrangeových bodů L4 a L5 soustavy Slunce-Jupiter. V současné době (9/2012) bylo známo 3394 objektů, nascházejících se v libračním bodě L4 a 1798 těles v bodě L5 [24].

<sup>3</sup>Index  $i$  označuje XXX

o Trojanech je tu uvedeno VELMI MÁLO údajů & nejsou citovány skoro žádné předchozí práce!

• dynamické studie (Morbidi et al. 2005 zj.)

**Rozdělení velikostí.** Studiem rozdělení velikostí Trojanů v oblaku L4 se v roce 2000 zabývali Jewitt a kol. [22], podle nichž má rozdělení absolutních magnitud v rozmezí  $H \in \langle 11, 16 \rangle$  charakter exponenciální s exponentem  $\alpha = 0,4 \pm 0,3$ , což dává hodnotu  $\gamma \cong -2,0$ . Tato hodnota se shoduje s těmi, které na vzorku 1789 asteroidů v L4 a 1352 asteroidů v L5 určili Brož a Rozehnal [23]: pro oblak  $L_4$  je  $\gamma = -2,0 \pm 0,1$  a pro  $L_5$  je  $\gamma = -1,9 \pm 0,1$ , kde chyby jsou dány především výběrem rozmezí velikosti. Nejnovější rozbory dat z družice WISE<sup>4</sup>, provedené roku 2011 Gravem a kol. [?] toto rozdělení potvrzují.

-wise trojan detection limit cca 5 km - k 5.4.2011 MPC uvádí 4846 Trojanů

(Grav a kol. 2011)

### Spektrální charakteristiky.

#### Populace Hilda (3:2 MMR) *nepoužívat anglicky*

Populace planetek, nacházejících se v rezonanci 3:2 MMR s Jupiterem je obvykle, podle svého největšího člena, označována jako skupina Hilda. Jedná se po Trojanech o druhou nejpočetnější rezonanční populaci. Tato skupina je relativně osamocená (nachází se přibližně v rozmezí vzdáleností 3,8 – 4,1 AU od Slunce). Brož a Vokrouhlický [?] mezi objekty uvedenými v katalogu AstOrb identifikovali celkem 1197 těles s librací rezonančního argumentu  $\sigma = 3\lambda_1 - 2\lambda_2 - \varpi_2$  okolo hodnoty 0 deg. Integrace po dobu 4 Gyr ukázala, že velká většina (přibližně 80 %) asteroidů je na této časové škále dynamicky stabilní, avšak 20 % asteroidů rezonanci za kratší dobu rezonanci opustí. Pokud populace Hilda vznikala v době formování sluneční soustavy, musí existovat mechanismus, jež tato tělesa na nestabilních drahách do rezonance doplnil. Pravděpodobným původcem těchto těles mohou být náhodné srážky nebo gravitační rušení velkými tělesy, nalezejícími do skupiny. Část těles se mohla na nestabilní dráhy dostat také působením rezonančního Jarkovského jevu.

Pro skupinu Hilda je charakteristické rozdelení velikostí s extrémně mělkým sklonem (vše připočítat). Ve skupině Hilda lze snadno rozpoznat dvě velké rodiny kolizního původu, pojmenované podle největších členů rodiny: Hilda a Schubart.

#### Populace Zhongguo a Griqua (2:1 MMR)

Analýzou chování rezonančního argumentu  $\sigma = 2\lambda_1 - \lambda_2 - \varpi_2$  asteroidů v blízkosti nominální polohy rezonance 2:1 MMR po dobu 10 kyr identifikovali Brož a Vokrouhlický [?] celkem 274 objektů vykazujících libraci rezonančního úhlu okolo hodnoty 0 deg. Další integrací zjistili, že lze v této populaci rozlišit dvě skupiny s odlišnou dynamickou životností<sup>5</sup>: zhruba 2/3 asteroidů vykazují dynamickou životnost nad 70 Myr, zatímco asi 1/3 objektů má dynamickou životnost krátkou (pod 70 Myr). Mezi objekty druhé skupiny byly nalezeny objekty s extrémně krátkou životností (pod 2 Myr). Je pravděpodobné, že tyto asteroidy na nestabilních drahách jsou do oblasti 2:1 MMR rezonance kontinuálně doplňovány z hlavního pásu planetek pomocí Jarkovského jevu, a jedná se zřejmě o dočasně zachycené

<sup>4</sup>WISE - popis

<sup>5</sup>Dynamickou životností je zde míněna doba, po kterou se objekt nachází v rezonanci. Vzhledem k nejistotám v určení orbitálních elementů postupovali autoři tak, že k reálnému tělesu přiřadili další „klony“, jejichž orbitální elementy vyplňovaly chybou elipsu. Dynamická životnost pak byla určena jako medián doby, po kterou během integrace zůstaly objekty v rezonanci.

primordiální nebo pozdější  
zrcetení

objekty tvořící Jupiterovu rodinu komet [?]. Původ dynamicky stabilní populace v rezonaci 2:1 MMR není dosud znám [?].

{\bf 1.6f} Rozdelení velikostí převést na kumulativní SFD. Tyto hodnoty ukazují, že rozložení má strmější sklon než je u systému kolizního původu (?) obvyklé ( $\gamma = +0,5$ , pevnst!!!, [?]). Je však třeba poznamenat, že, až na výjimky, nejsou s dostatečnou přesností známy hodnoty albeda jednotlivých asteroidů, autoři [?] proto předpokládali u všech těles hodnotu  $p_V = 0,05$ . (XXX Nemohou mít objekty z dynamicky stabilnější skupiny obecně jiné albedo než ty, které sem přivandrovaly z MB?). Zajímavá je analýza obrazu těles v prostoru vlastních elementů s přihlédnutím k předpokládané velikosti jednotlivých těles – ve skupině dynamicky stabilních těles se velké objekty nacházejí vůči sobě ve velkých vzdálenostech a nejsou obklopeny menšími tělesy, což naznačuje, že dynamicky stabilní skupina v rezonanci 2:1 MMR neobsahuje mladé rodiny kolizního původu [?].

! ✓ rozpor mezi dlouhou dobou života, strukturem SFD & živoucími rodinami

Skupina Thule (4:3 MMR)

neobvyklé zrcetení

Až do roku 2008 byla jediným potvrzeným objektem v rezonaci  $J_{3/4}$  planetka (279) Thule. Tato skutečnost je zarážející s ohledem na fakt, že velikost stabilní zóny rezonace není o mnoho menší než v případě rezonance  $J_{3/2}$  [?]. Vzhledem k tomu, že bychom v oblasti kolem nominální vzdálenosti rezonance (xxx doložit AU) měli být schopni identifikovat tělesa až do magnitudy  $H \approx 13$  mag, je pravděpodobné, že se v rezonanci prakticky vůbec nevyskytují s magnitudami v rozmezí  $H = 9 - 13$  mag.

Analýzou orbitálních elementů drah a chování rezonančního úhlu  $\sigma = 4\lambda_1 - 3\lambda_2 - \varpi_2$  identifikovali Brož a Vokrouhlický [?] další dva členy populace, asteroidy (186024) 2001 QG207 a (185290) 2006 UB219. Zatímco planetka (279) Thule vykazuje stabilitu svojí dráhy uvnitř rezonance po dobu 4 Gyr, stabilita druhého a třetího člena skupiny je, s uvážením nepřesnosti určení jejich orbitálních elementů, menší. To může být způsobeno, podobně jako v případě některých členů skupiny Hila, některými nekonzervativními procesy, jako jsou náhodné srážky, které dráhy těles destabilizují.

srážky se nejdříji nejdůležitější

## 2.2.2 Rezonanční populace Marsu, Saturnu, Uranu a Neptunu

## 2.3 Rodiny planetek v rezonancích

## 2.4 Vliv migrace planet na populace malých těles

vliv na terestrické planety a malá tělesa a satelity (FMT)

2.4.0 Model z Nice

### 2.4.1 Scénář skákajícího Jupiteru

### 2.4.2 Scénář s pátou planetou ← toto nestudujeme!

# Kapitola 3

## Metody identifikace kolizních rodin v populaci Jupiterových Trojanů

! Motivce, jak toto příče souvisí s migrací planet

### 3.1 Výpočet rezonančních elementů

Bur & v. (2008)

zdejší se →  
středně  
„zhurta“

Pro výpočet orbitálních parametrů byl použit integrátor SWIFT [5] v modifikaci obsahující rozvoje do druhého řádu [17] a digitální filtry pro výpočet rezonančních vlastních elementů (citovat Mirka, filtry jsou jeho?): librační amplitudy  $\Delta$  oscilací  $a - a'$ , kde  $a$  je oskulační velká poloosa asteroidu a  $a'$  velká poloosa Jupiteru, excentricity  $e$  a sklonu  $I$ . Zdrojem oskulačních elementů byl katalog AstOrb k datu 31. 10. 2010.

Jedná se ve skutečnosti o dva paralelně pracující nezávislé filtry. První filtr vyzorkuje oskulační elementy s periodou 1 yr, a poté vypočítá střední elementy v období 1 kyr. Následně je lineárním itemem odhadnuta librační frekvence  $\phi(t) = \lambda - \lambda' - \chi$ , kde  $\lambda, \lambda'$  jsou střední délky asteroidu a Jupiteru a  $\chi = \pm 60^\circ$  pro body L4 resp. L5. Amplituda  $\Delta$  je vypočítána pro známou frekvenci  $\phi$  pomocí diskrétní Fourierovy transformace. Data jsou následně vyhlazena filtrem s oknem 1 Myr. Druhý filtr počítá vlastní excentritu  $e$  a vlastní sklon  $I$ . ~~ZPŮSOB~~ [REF?] !

Hodnoty takto vypočítaných rezonančních elementů dobře souhlasí s těmi, které uvádí katalog AstDyS [6]. Takto byly napočítány vlastní elementy pro 2647 asteroidů v L4 a 1496 asteroidů v L5, což představuje  $2\times$  větší vzorek než ten, který byl analyzován v předchozích prácích.

dvekrát  
na tyto tvary slou dělat pozor (MB je nesprávní)

### 3.2 Hierarchická shlukovací metoda

ke zjištění (český)

angl.

K detekci rodin asteroidů v prostoru rezonančních elementů byla využita hierarchická shlukovací metoda (HCM). Tato metoda vychází z předpokladu, že rodiny asteroidů jsou kolizního původu, což umožňuje nalézt vztah mezi odchylkou  $\delta$  drahových elementů fragmentů od elementů materinského tělesa a rychlostí jejich vyvržení do prostoru následkem kolize. Jsou-li  $a'$ ,  $e'$  a  $i'$  elementy fragmentů, kde  $a' \equiv (a'_1 + a'_2)/2$  je průměrná velikost velké poloosy těles, jejichž vzájemný vztah

NE!  
(funguje to  
i pro  
jednoukoliv  
jiný původ)

zkoumáme, pak metrika (vzdálenost dvou těles v prostoru vlastních elementů):

$$\delta v = na \sqrt{k_1 \left( \frac{\delta a'}{a'} \right)^2 + k_2 (\delta e')^2 + k_3 (\delta i')^2} \quad (3.1)$$

udává vzájemnou rychlosť těchto dvou těles [1]. Koeficienty  $k_1 = 5/4$ ,  $k_2 = 2$  a  $k_3 = 2$  jsou standardní metrické koeficienty, určující váhy radiální, tečné a normálové složky vzájemné rychlosti dvojice těles, a je velká polosa mateřského tělesa a  $n$  jeho střední oběh. Čárkou jsou označeny elementy vlastní, bez čárky elementy oskulační. to není pravda!

nejjsou to  
právomocná  
služby?

Princip algoritmu HCM je následující: Nejdříve je do rodiny vybráno první těleso zkoumaného souboru\* a je stanovena jistá hraniční rychlosť  $v_{cutoff}$ . Následně jsou pro všechna ostatní tělesa spočteny hodnoty  $\delta v$ . Pokud pro dané těleso platí, že jeho rychlosť vůči kterémukoli členu rodiny je menší než hraniční, tj.  $\delta v < v_{cutoff}$ , je toto přiřazeno do rodiny. Tento krok je opakován pro zbyvající tělesa tak dlouho, dokud nějaká v rodině přibývají.

\* jde o člen rodiny

### 3.3 Analýza spekter barevných indexů metodou hlavních komponent

metoda hlavních komponent, data z SSDS (SQL dotazy)

K ověření spektrální homogenosti, kterou u rodin kolizního původu očekáváme, bylo využito dat ze Sloan Digital Sky Survey – Moving Object Catalogue (ref XXX), verze 4 (dále SSDS). Tato fotometrická a spektroskopická přehlídka poskytuje fotometrická data v pásmech  $u = 354nm$ ,  $g = 476nm$ ,  $r = 628nm$ ,  $i = 769nm$  a  $z = 925nm$  (ref.). pro pochybuřící se objekty

Ke studiu rozdělení barevných indexů se obvykle používá metoda hlavních komponent (PCA, Principal Component Analysis), jejímž účelem je filtrace nebo dimenzionální redukce naměřených spektrálních dat (reprezentovaných souborem  $k$   $d$ -dimenzionálních vektorů  $\vec{x}_{(k)} = (x_{(k)1}, x_{(k)2}, \dots, x_{(k)d})$ ), mezi jejichž komponentami mohou existovat silné lineární korelace. V principu se tedy jedná o nalezení takové transformace dat, která zachová obsaženou informaci a zároveň odstraní lineární korelace, jež lze vyjádřit kovarianční maticí: to je jedno!

jedná se o

$$C = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\vec{x}_{(k)} - \vec{x}_m)(\vec{x}_{(k)} - \vec{x}_m)^T, \quad (3.2)$$

kde  $\vec{x}_m$  je aritmetický průměr vektorů  $\vec{x}_{(k)}$ :

$$\vec{x}_m = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \vec{x}_{(k)}. \quad (3.3)$$

Vlastní systém kovarianční matice  $C$ , tj. vlastní čísla  $\lambda_i$  a vlastní vektory  $\vec{v}_i$  určují bázi, v níž lze nové datové vektory zapsat jako:

$$\vec{x}_{(k)} = \sum_{i=1}^d \lambda_i \xi_i^{(k)} \vec{v}_i, \quad (3.4)$$

nesysl ! to jsou ty hlavní komponenty, které hledáme !

kde koeficienty  $\xi_i^{(k)}$  mají charakter náhodného šumu. Místo původních dat pak studujeme jen částečný součet

! o

PROC ?

Klidné mísíme student

všechny komponenty !

$$\vec{x}_{f(k)} = \sum_{i=1}^K \lambda_i \xi_i^{(k)} \vec{v}_i,$$

pouze ze určitých před

(3.5)

kde  $K < d$  je vhodné zvolené číslo, vyjadřující počet  $K$  největších vlastních čísel, resp. koeficientů  $\lambda_i \xi_i^{(k)}$ , pro které díky ortonormalitě  $C$  platí  $\lambda_i \xi_i^{(k)} = \vec{x}_{(k)} \cdot \vec{v}_i$ .

Pro spektrální data SDSS jsou, po odečtení slunečního analogu, standardně definovány dvě hlavní komponenty [12]:

ty si přeče  
vypočtene  
soumi ...

!

$$PC_1 = 0,396(u - g) + 0,553(g - r) + 0,567(g - i) + 0,465(g - z),$$

$$PC_2 = -0,819(u - g) + 0,017(g - r) + 0,09(g - i) + 0,567(g - z).$$

není uvedeno  
proč se  
vzírát  
indexy místo  
u, g, r, i, z

interpretace  
je jiné věc  
než výpočet PC ...

Takto definované hlavní komponenty mají následující fyzikální interpretaci: Komponenta  $PC_1$  odpovídá celkovému sklonu spektra (strmější sklon = více červené), komponenta  $PC_2$  udává hloubku absorpčního pásu na vlnové délce  $1 \mu\text{m}$ .

Pro analýzu spekter byla využita jen taková data z SDSS, jejichž absolutní chyba byla menší než 0,2 mag (celkem 70887 záznamů). Vzhledem k rozsahu dat a z důvodu pozdější snadné manipulace s daty byl celý katalog SDSS-MOC nainportován do vytvořené struktury v databázi MySQL [14]. Všechny operace s daty byly poté prováděny prostřednicvím SQL dotazů, jejich konkrétní příklady jsou uvedeny v kapitole XXX.

### 3.4 Identifikace rodin v populaci Jupiterových Trojanů

#### 3.4.1 HCM

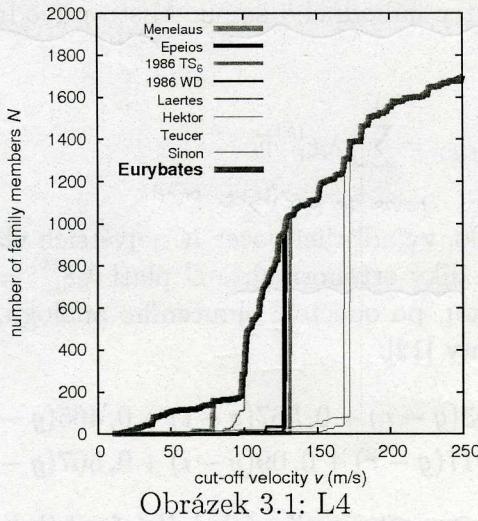
HCM kód byl opakován aplikován pro různá tělesa a různé rychlosti  $v_{cutoff}$ . Následně byl určen počet těles ve shluku při dané  $v_{cutoff}$ , odkud vyplýnula závislost  $N(v_{cutoff})$ , která je, jak je patrné dále, velmi užitečným diagnostickým nástrojem. Tyto závislosti pro různá tělesa z populací L4 a L5 ukazují obrázky 3.1 a 3.2.

! kde se vztah  
tělesa (zvolené)  
↑  
citaj předchozí  
práce

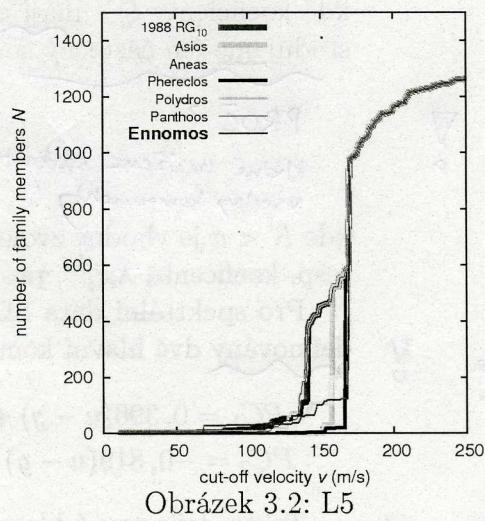
Lze snadno nahlédnout, že má-li rodina vykazovat koncentraci směrem ke středu, což je vzhledem ke koliznímu původu a následnému rozdělení rychlostí pravděpodobné, musí mít dostatečný počet členů i pro malá  $v_{cutoff}$ . Závislost  $N(v_{cutoff})$  reálných shluků byla také porovnána s umělým „pozadím“, vygenerovaným náhodně ve stejném objemu prostoru  $(a, e, I)$ . Náhodné shluky totiž při vyšších hodnotách  $v_{cutoff}$  obvykle vykazují náhlý prudký nárůst počtu fiktivních členů, kteří pocházejí z pozadí a jejich  $\delta v$  vůči ostatním členům shluku je dáno pouze náhodným rozdělením rychlostí pozadí.

toto není  
istě správní

Za počáteční tělesa testovaných rodin jsme vybrali ta, která uvádí Roig et al. [2]. Výsledkem HCM analýzy je, že pouhé tři shluky, konkrétně kolem mateřských těles Eurybates, Aneas a 1998 RG10 vykazují postupnou koncentraci směrem ke středu. Jistou koncentraci vykazuje také shluk kolem asteroidu Hektor, obsahuje však poměrně málo členů (od 20 do 70) a při zvyšování  $v_{cutoff}$  se rychle spojuje s pozadím. Závislosti  $N(v_{cutoff})$  ostatních shluků jsou víceméně srovnatelné s



Obrázek 3.1: L4



Obrázek 3.2: L5

*Noujím* *byl*  
pozadím. Přesto byl výsledkem objev předtím nepopsaného shluku okolo tělesa (4709) Ennomos v oblaku L5. Je relativně kompaktní, i když minimální  $v_{cutoff}$  dosahuje pouze  $70 \text{ ms}^{-1}$ . Shluk obsahuje zejména malá tělesa, která byla objevena teprve nedávno, což je důvod proč nebyl objeven

Nakonec byl zaznamenán velmi malý shluk těles okolo planetky (9799) 1996 RJ, která vykazuje koncentraci při  $N(v_{cutoff}) = 20 \text{ ms}^{-1}$ . Tato asociace obsahuje 9 těles, která se nacházejí na drahách s vysokými sklony. Také v prostoru osku-  
lačních elementů lze odhalit pekuliárnost oblaku, který vykazuje „nenáhodné“ rozdělení uzlů a perihelů (viz Tabulka XXX). Taková charakteristika je podobná těm, kterou vykazují velmi mladé rodiny, jako je třeba Datura [3], což činí shluk 1996 RJ zajímavým cílem k podrobné dynamické analýze. anglikanismus

Porovnejme nyní shluhy Trojanů v prostoru vlastních elementů s dobře známými rodinami vnějšího hlavního pásu asteroidů. Většina rodin hlavního pásu (například Themis, Koronis, Eos) vykazuje stálý růst počtu členů  $N$ , dokud se nespojí s pozadím. Jediná rodina z populace Trojanů, která vykazuje stejné chování, je právě Eurybates. Odlišné chování ukazuje například dynamicky mladá rodina Veritas [4] – ve velkém intervalu  $v_{cutoff}$  zůstává počet členů  $N$  prakticky konstantní, což rodinu jasně odděluje od pozadí. Co se týče tvaru závislosti  $N(v_{cutoff})$ , je rodina Ennomos podobná rodině Veritas.

*vlastnosti*

### 3.4.2 Rozdělení velikostí

*toto není východisko!* → *Výchozím principem* pro sestavení křivky rozdělení velikostí (SFD, *Size - Frequency Distribution*) byl předpoklad, že všechny členové rodiny mají stejný albedo. Tento předpoklad je jistě oprávněný s ohledem na předpokládaný kolizní původ rodiny. Z velikostí absolutní magnitudy  $H$  lze poté vypočítat odpovídající průměr  $D$ , daný vztahem [REF]:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p_V}} 10^{-0,2H} [\text{km}] \quad (3.7)$$

a zkonstruovat jejich histogram. Obrázky 3.3 a 3.4 ukazují rozdělení velikostí pro shluhy detekované metodou HCM a pro celou populaci Trojanů L4 a L5.

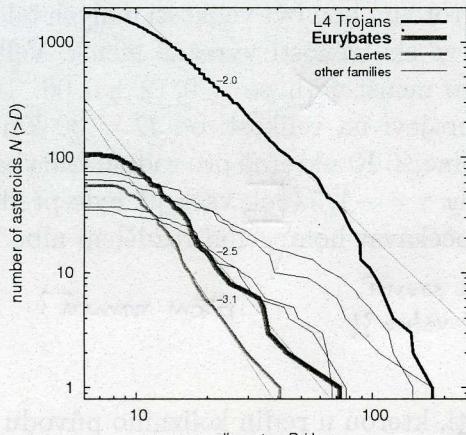
Sklon  $\gamma$  je určující parametr kumulativního rozdělení  $N(>D) \propto D^\gamma$ . Pro Trojanany L4 a L5 dosahuje hodnoty  $-2,0 \pm 0,1$  a  $-1,9 \pm 0,1$  v rozmezí středních

*JL není tak podstatné!*<sup>16</sup>

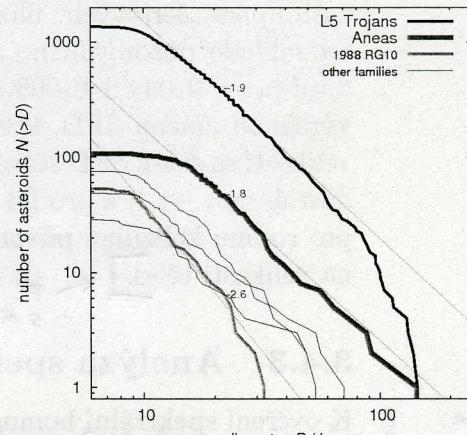
*(ostatně ani nelze celé SFD jedním JL popsat)*

*toto není dobrý argument!*

! *toto není dobrý argument!*



Obrázek 3.3: L4

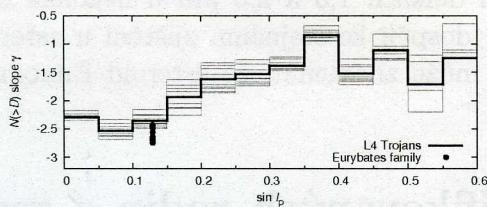


Obrázek 3.4: L5

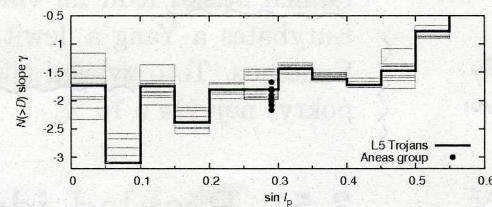
velikostí (15–60 km). Rozdíly mezi SFD y populacích L4 a L5 nejsou významné, nejistoty jsou dány především možností volby rozmezí velikosti. Většina shluků vykazuje podobné rozdělení velikostí jako pozadí (<sup>výrazně</sup><sub>nejistotou</sub> 0,1), přestože někdy nejsou výsledky kvůli malému počtu členů průkazné. Rodina Eurybates naproti tomu vykazuje hodnoty sklonu SFD  $-2,5 \pm 0,1$ , tedy výrazně strmější, než pozadí, přičemž počet členů rodiny (105) je příliš malý na to, aby významně ovlivnil SFD celé populace L4. Dále se zde vyskytují dvě další rodiny s relativně strmým sklonem, jmenovitě Laertes v L4 (-3,1) a 1988 RG10 v L5 (-2,6).

Musíme však vzít v úvahu, že i sklon rozdělení je závislý na dalších vlastnostech těles, konkrétně na sklonu drah. Hodnota  $\gamma$  se totiž se zvětšujícím se sklonem <sup>resp.</sup> ( $\sin I$ ) snižuje. To je patrné zejména v případě populace L4 (obrázek 3.5). Musíme proto připustit, že srovnáme-li rodinu Eurybates jen s okolím ( $\sin I = 0, 1$  až  $0, 15$ ), není již rozdíl sklonů tolik patrný. Zajímavým rysem oblaku L5 je mezera v intervalu  $\sin I = 0, 05$  do  $0, 1$  (obrázek 3.6). Ta odpovídá přibližné poloze shluku 1988 RG10.

Závislost  $\gamma$  sin I není u Trojanů výjimečná. Například u rezonanční populace J3/2 mají tělesa s menšími sklony drah také strmější rozdělení velikostí než pozadí ( $\gamma = -2,5 \pm 0,1$  vs  $-1,7 \pm 0,1$ ). Možná, že je tato vlastnost důsledkem rozdílných zdrojových oblastí těles s nízkými a vysokými sklony v rezonančních oblastech 3/2 a 1/1. Jak oblast Trojanů, tak oblast rezonanční populace 3/2 je během rezonance Jupiteru a Saturnu 1:2 dynamicky nestabilní. Lze proto předpokládat, že stejná tělesa, která vstupovala do oblastí L4 a L5 mohla vstoupit do rezonance J3/2.



Obrázek 3.5: L4



Obrázek 3.6: L5

Provedeny byly také testy scénáře, ve kterém je albedo těles závislé na jejich velikosti. Jak ukázali Fernández at al. [8], malá tělesa mají v celkovém rámci významně větší albedo než tělesa větších rozměrů, neboť jejich kolizní doba je výrazně menší než u větších těles. Mezi malými tělesy proto pozorujeme větší

!

toto příče  
byl mezin  
špatně (viz WISE)

tyto cítrce  
nejsou pěkné – bud  
nebo

17

Fernández et al. (2008),  
[8]

rozdělící  
slovo !

nepříčné  
spekulace  
!

nemůžete  
pozorování &  
vytváření

zastoupení „čerstvých“ úlomků. Proto mohou být velikosti malých těles stanovené na základě pozorování albeda ve skutečnosti výrazně menší. Velké astéroidy mají  $p_V = 0,044 \pm 0,008$ , zatímco menší ~~mají~~  $p_V = 0,12 \pm 0,06$ . To způsobuje výraznou změnu SFD, která se projeví na velikosti od  $D = 30$  km. Pod touto velikostí se sklon SFD stává pozvolnější. Konkrétně pro rodinu Eurybates bychom dostali  $\gamma = -1,6$  a pro L4 Trojany  $\gamma = -1,5$ . ~~Jak~~ však již bylo předznamenáno, pro rodinu kolizního původu lze očekávat homogenní rozdělení albeda, nezávislé na velikosti těles.

$\leftarrow$  jak toto větř souvisí  
s předešlou větou?

✓ jakém rozmezí? OBR?

### 3.4.3 Analýza spekter

opakuje  
se kap. 3.3

K ověření spektrální homogennosti, kterou u rodin kolizního původu očekáváme, jsme využili dat ze Sloan Digital Sky Survey – Moving Object Catalogue, verze 4 [7]. Analýza spekter v katalogu SDSS-MOC však ukázala, že zejména spektra v pásmu  $u$  jsou zatížena velkou chybou, která často dosahuje mnoha desítek procent. Z tohoto důvodu byla hodnota  $u$  z analýzy vyřazena, což však vyloučilo možnost použití hlavních komponent definovaných vztahem (3.6). Místo toho byly použity barevné indexy  $a^*$  a  $i - z$  [13], kde :

toto je třetí  
určitě  
hlavní komponente

$$a^* \equiv 0.89(g - r) + 0.45(r - i) - 0.57. \quad (3.8)$$

Výsledek ukazuje obrázky 3.7 a 3.8. Je jasné viditelné, že rozdělení rodiny Eurybates v prostoru  $(a^*, i-z)$  barev je odlišné od pozadí Trojanů. Naproti tomu shlu 1988 RG10 zaujímá téměř stejnou plochu jako pozadí. Skupina Aneas je vůči pozadí jen mírně posunuta směrem k vyšším  $a^*$  a  $i-z$ . U suspektní rodiny Ennomos se potýkáme s nedostatkem barevných dat (ta jsou k dispozici pouze pro ~~8~~ členy skupiny).

nejsou zde  
uvedeny OBR,  
jen slovně  
výsledky

Alternativně lze ke studiu rozdělení barevných indexů využít standardně definovaných hlavních komponent. Pro analýzu byla využita data z SDSS, jejichž absolutní chyba byla menší než 0,2 mag (celkem 70887 záznamů). Zatímco rodina Eurybates se od pozadí liší ve všech třech komponentách, skupina Aneas vykazuje stejné rozdělení jako pozadí ve dvou (PC2 a PC3) komponentách a skupina 1988 RG10 se s pozadím kryje ve všech třech hlavních komponentách. Můžeme tedy potvrdit, že rodina Eurybates se barevně odlišuje od pozadí i ve 4. verzi SDSS-MOC, což je konzistentní se závěrem Roiga et al [2], který ke studiu barev využil 3. verze katalogu a klasifikoval rodinu Eurybates jako spektrální typ C.

Nakonec poznámějme, že DeLuise et al. [25] poukázal na absenci spektrálních otisků ledu na vlnových délkách 1,5 a 2,0  $\mu\text{m}$  u několika členů rodiny Eurybates a Yang a Jewitt [27] dospěli ke stejnemu zjištění u asteroidu (4709) Ennomos. Toto zvláštní zjištění může znamenat, že asteroid Ennomos je ledem pokryt nejvýše z 10 %.

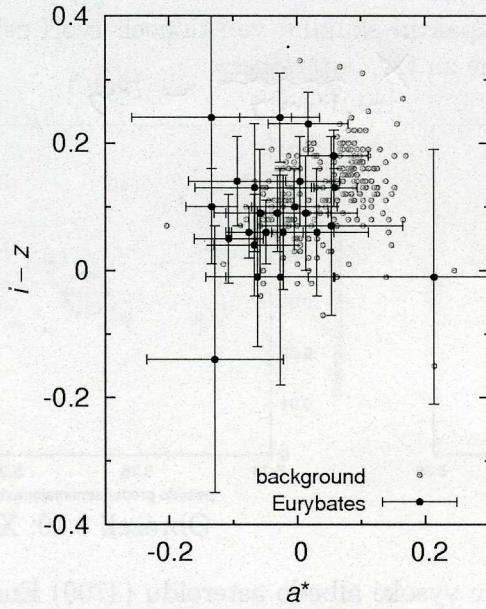
proč se tady  
náhle mluví  
o ledu?

je to nějaké  
„spodle z nebe“,  
chtělo by to taky  
lepe logicky  
provizorič  
lepe argumentovat

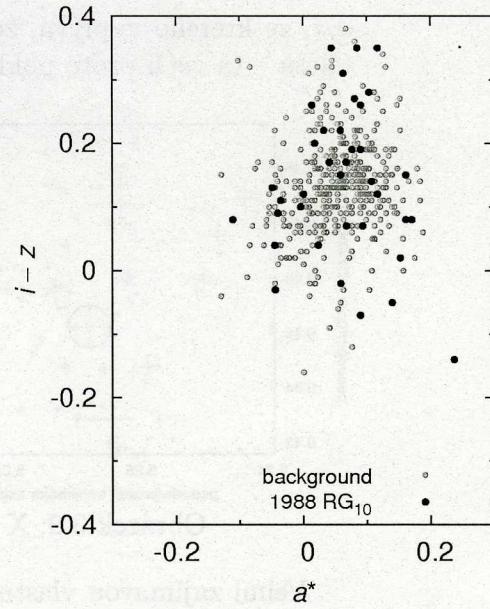
## 3.5 Přehled identifikovaných rodin a méně výrazných skupin asteroidů

Následující oddíl uvádí hlavní vlastnosti vybraných shlu 1988 RG10 a 1996 RJ. Tyto skupiny jsou uvedeny z toho důvodu, že jsou z hlediska výše popsaných způsobů analýzy nejvýznamnější.

výsledku



Obrázek 3.7: L4



Obrázek 3.8: L5

### 3.5.1 Rodina Eurybates

Rodinu Eurybates lze snadno odhalit HCM metodou v rozmezí  $v_{cutoff} = 38\text{--}78$  m/s, při které se spojuje se skupinou Menelaus (viz obrázek 3.1). Nelze ovšem spoléhat čistě na HCM, v potaz je nutno také brát „rozumný“ tvar rodiny a jeho změny s ohledem na  $v_{cutoff}$ . Důležitou vlastností rodiny Eurybates je těsné vymezení sklonů ( $\sin I$  v intervalu o velikosti 0,01). Toto uskupení mizí na  $v_{cutoff} = 68$  m/s, z toho důvodu pokládáme tuto hodnotu za horní hranici. Rodina Eurybates je také těsněji vymezená ve velkých poloosách a je přibližně dvakrát menší než ostatní shluky.

Při albedu  $p_V = 0,055$  vychází při sečtení objemů všech těles průměr mateřského tělesa  $D_{PB} \simeq 97$  km. Ve skutečnosti bude tato hodnota zřejmě vyšší, a to z důvodu observační nedostatečnosti. Pokud extrapolujeme množství chybějících těles prodloužením sklonu SFD  $\gamma = -2,5$  k nule, dostaneme hodnotu  $D_{PB} \simeq 110$  km. Geometrická metoda Tangy et al. [11] dává horní mez na hranici  $D_{PB} \simeq 130$  km.

Sklony spekter členů rodiny jsou víceméně homogenní a odpovídají typům C/P [2].

### 3.5.2 Kompaktní shluk (9799) 1996 RJ

kompaktní shluk (9799) 1996 RJ,

*stručné slovo*

### 3.5.3 Suspektní rodina Ennomos

možná rodina Ennomos (albeda z WISE?)

Shluk v okolí asteroidu (4709) Ennomos je patrný v širokém rozmezí  $v_{cutoff} = 69\text{--}129$  m/s, ve kterém zůstává relativně kompaktní ve sklonech ( $\sin I = 0,451$  až 0,466). Shluk obsahuje velmi pravděpodobně několik „vetřelců“, kteří se do shluku promítají z pozadí, viz obrázky 3.9 a 3.10. Patrné je to zejména na grafu

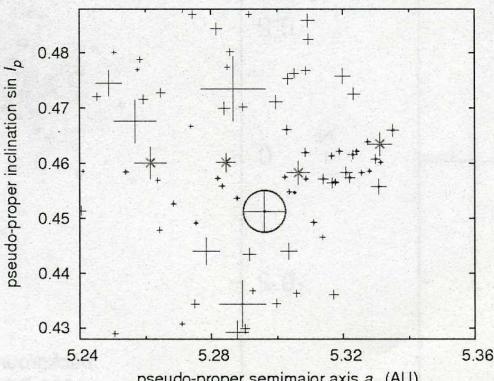
foto je použit převzat z článku ...

*zní to jíkni „nevědecky“ bez dlešího uvedení*

*vágní! v porovnání s čím*

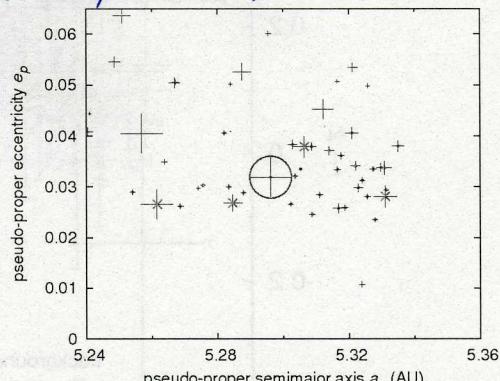
*jiné slovo!*

$a/i$ , ze kterého vyplývá, že kompaktní skupinu ve sklonech tvoří zejména malá tělesa – ta větší proto pokládáme za tzv. *interloper*.



Obrázek 3.9: X

~~tzv. termín~~ ↗ česky!



Obrázek 3.10: X

Velmi zajímavou vlastností je vysoké albedo asteroidu (4709) Ennomos. Fernández el al. [28] uvádí hodnotu  $p_V \simeq 0,15$ . Jednou z možných příčin je nedávná impaktní událost, díky které je povrch tělesa pokryt nedotčeným ledem. Pokud by se tento scénář ukázal pravdivý, představuje tento objekt jedinečnou příležitost ke zkoumání kolizních událostí a rozpadu těles. V současné době nelze vyloučit možnost, že je se asteroid Ennomos náhodně promítá právě do blízkosti náhodného shluku malých těles. Tuto eventualitu lze vyloučit například porovnáním spekter, která by v případě kolizní rodiny měla být homogenní. V současné době jsou však k katalogu SDSS-MOC k dispozici pouhá tři spektra: tělesa 98362 a 2005YG<sup>204</sup> patrně náleží ke spektrálním typům C, zatímco 2005AR<sup>75</sup> je zřejmě typu D. V případě doplnění dat bude možné provést podrobnější spektrální analýzu. Rozdělení velikostí suspektní rodiny Ennomos lze určit s malou přesností, neboť malá tělesa jsou na hranici observační dostupnosti a navíc vyjmutí interloperů významným způsobem mění sklon rozdělení (od  $\gamma = -1,4$  do  $-3,2$ ). Minimální velikost mateřského tělesa vychází na  $D_{PB} \simeq 67$  km za předpokladu, že všichni členové mají stejně vysoké albedo  $p_V = 0,15$ .

### 3.5.4 Skupina Aneas

Skupina Aneas se nachází v centrální části oblaku L5 a má přibližně husotu pozadí. Rozkládá se na celém rozpětí hlavních poloos, stejně jako asteroidy pozadí. Minimální velikost mateřského tělesa vychází na 160 až 170 km (pro albedo v rozmezí 0,055 do 0,041). Takovýto rozměr je dosti veliký a impaktní rozpad takového tělesa je relativně málo pravděpodobný (viz kap. XXX, v článku je to 4.4). Rozdělení velikostí má pozvolný sklon srovnatelný s pozadím. V souladu se závěry Roiga et al. [2] jsou spektra víceméně homogenní a odpovídají spektrálnímu typu D. Možství interloperů lze odhadnout na ~~cca~~ 10 %.

tato významná turzba je vnitřně eliminována!

z čeho?

### 3.5.5 Kompaktní shluk (11487) 1988 RG10

Shluk v okolí asteroidu (11487) 1988 RG10 se opět jeví jako část oblaku L5 na malých sklonech se  $\sin I$  v rozmezí 0,06–0,1. Sklon SFD je strmější ( $\gamma = -2,6 \pm 0,1$ ) než okolí a výsledná velikost mateřského tělesa  $D_{PB} \simeq 60$  km je

ničím nepodloženo!

grrr!

relativně malá. Barvy se ovšem jeví heterogenní i ve 4. verzi katalogu SDSS MOC.



### 3.5.6 Zbývající shluky uváděné [REF]

Zbývajících skupin (Hektor, Teucer, Sinon, 1986 WD, Laertes, Asisos, Polydoros, Panthoos atd.) lze charakterizovat následujícím způsobem:

1. v prostoru vlastních elementů mají přibližně stejnou hustotu jako pozadí;
2. při identifikaci HCM metodou zaujmají prostor po celém intervalu velkých poloos;
3. sklonov rozdělení velikostí mají podobnou velikost jako pozadí;
4. jejich barvy jsou heterogenní.

Z těchto důvodů docházíme k závěru, že se nemusí jednat o skutečné kolizní rodiny, ale o ...

# Kapitola 4

## Simulace orbitálního a kolizního vývoje rodin mezi Trojany

### 4.1 Děje ovlivňující orbitální vývoj rodin a nastavení jejich parametrů (kostrbaté)

! ~~Úvod~~

#### 4.1.1 Migrace planet

PROČ? (nepřesné)

co to znamená?

Pokud jsou rodiny asteroidů dostatečně staré, mohla planetární migrace ovlivnit jejich současnou podobu. Ke studiu pozdních fází migrace planet, která byla způsobena interakcí s tělesy planetezmálního disku, jsme zkonztruovali následující model. Migrace planet byla řízena analytickým předpisem pomocí upravené verze symplektického numerického integrátoru SWIFT-RMVS3 [29], který počítá s gravitačními perturbacemi Slunce a čtyř velkých planet a obsahuje také dissipační člen. Rychlosť migrace je charakterizována exponenciálním členem  $\tau_{mig}$  a požadovanou změnou velké poloosy planet  $a_i - a_f$ . Dále bylo použito syntetické tlumení excentricit, které simuluje efekt dynamického tření a zamezuje nereálnému růstu excentricit. Velikost tlumení je určována parametrem  $e_{damp}$ .

časovou škálou

Pokusili jsme se nastavit počáteční parametry drah planet a migrace tak, aby planety skončily co nejbližše současným pozorovaným drahám. Integrační krok  $\Delta t$  byl zvolen na 0,1 yr a časová škála byla obvykle rovna  $3 \tau_{mig}$ , kdy planety téměř přestávají migrovat.

~~! předpis!~~

~~! předpis!~~

#### 4.1.2 Jarkovského / YORP efekt

nepřesné!

Na dlouhodobých časových škálách může Jarkovského jev významně perturbovat dráhy malých těles. Použitá verze SWIFTu obsahovala implementaci Jarkovského jevu [30], a to jak v denní tak sezónní variantě.

ménit

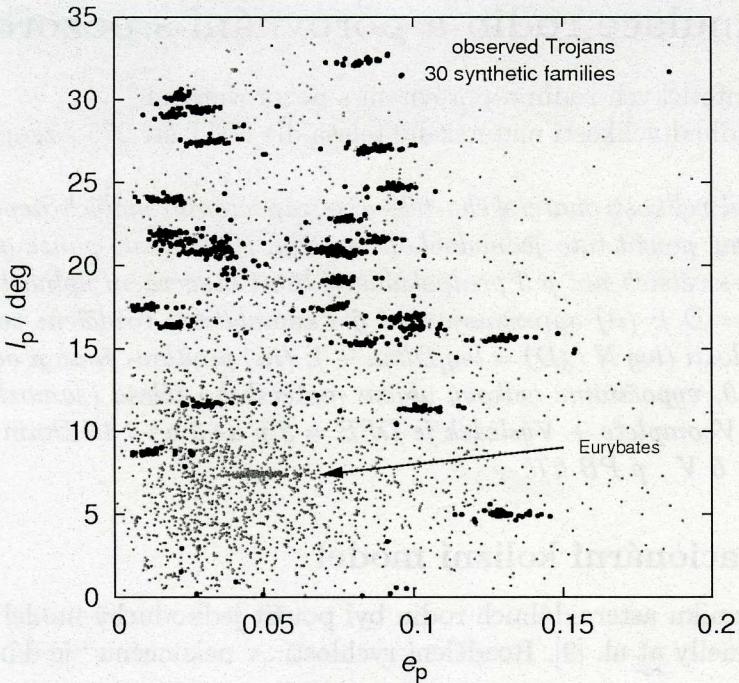
původ?

YORP efekt (vznik momentů ovlivňujících rotaci tělesa) nebyl v simulacích uvažován z toho důvodu, že příslušná časová škála YORP je v řádu od 100 Myr do 1 Gyr.

nedobré zdůvodnění!

U trojanských asteroidů, které jsou zachyceny v rezonanci nultého rádu, však Jarkovského jev způsobuje pouze změnu místa libračního centra [31]. Poznáme nejme, že perturbace působí „instantně“, tzn. neexistuje systematický drift excentricity nebo jiných vlastních elementů, což je významný rozdíl od rezonancí

co to znamená?



Obrázek 4.1: Vlastní elementy 30 syntetických rodin, které vznikly v blízkosti hranice stabilní librační oblasti, v porovnání s elementy těles oblaku L4. Toto rozdělení vlastních elementů je výsledkem orbitálního vývoje, počítaného po dobu 30 milionů let.

*anglikánský [REF] proč zrovna takově dobrý?!*  
*prvního řádu, kde je  $e$ -drift pozorován. To je další důvod, proč není nutno s Jarkovského/YORP jevem příliš počítat.* *není pozorován přímo!*

#### 4.1.3 Balistický transport

Při simulacích orbitálního vývoje byla studována možnost, že některé rodiny nemohou být detekovány z toho důvodu, že ke kolizi, při níž rodina vznikla, došlo v blízkosti hranice stabilní librační zóny. Z tohoto důvodu bylo vybráno 30 nevětších asteroidů v blízkosti okraje librační zóny (tj.  $a$  v rozmezí XXX,  $e$  od XXX do XXX a  $i$  od XXX do XXX) a následně byl simulován rozpad těchto asteroidů do rodin o 30 členech. Aby byly výsledky lépe porovnatelné, byla velikost mateřského tělesa jednotně nastavena na průměr  $D_{PB} = 100\text{ km}$  hustota na  $\rho_{PB} = 1,3 \text{ g.cm}^{-3}$  a výsledná rychlosť jednotlivých fragmentů padala do rozmezí  $0 - 400 \text{ m.s}^{-1}$ . Ke kolizi a následnému rozpadu mateřského tělesa vždy došlo ve stejném bodě dráhy ( $f_{imp} = 0 \text{ deg}$  a  $\omega_{imp} = 30 \text{ deg}$ ). ← *nemyslné elementy*

Po rozpadu mateřského tělesa byl integrací v programu Swift simulován orbitální vývoj po dobu 3 Myr. Výsledné rozdělení vlastních lementů, zejména  $I$  a  $e$  (viz obrázek 4.1) dokládá, že všech 30 syntetických rodin je stále velmi dobře identifikovatelných. Ve většině případů bylo mimo oblast stabilní librační zóny transportováno méně než 5 % všech původních členů kolizních rodin. Z tohoto důvodu je možno konstatovat, že balistický transport nepředstavuje efektivní cesta ke snížení počtu dnes pozorovaných rodin mezi Trojany a rodiny pozorované v oblaku L4 jsou s vysokou mírou pravděpodobnosti jedinými, které zde vznikly.

*zde jsou výsledky, zle v 4.1.1, z v 4.1.2, žádné nebyly, působí to rozporne*

*PROČ snižovat počet pozorovaných? to přece "nedílné"*

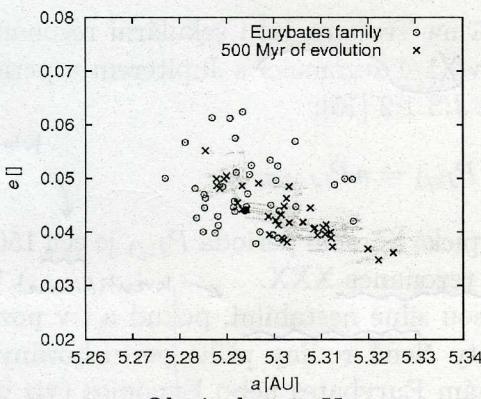
V případě rodiny Ennomos se její členové nacházejí většinou na větších hlavních poloosách než vlastní asteroid (4709) Ennomos, ačkoli při isotropních rozpadech jsou fragmenty rozptýleny jak na větších tak na menších poloosách. Tento fakt může ukazovat, buď na anizotropní rozpad, nebo možná jiné mateřské těleso tohoto shluku.

#### 4.2.2 Vývoj způsobený chaotickou difuzí

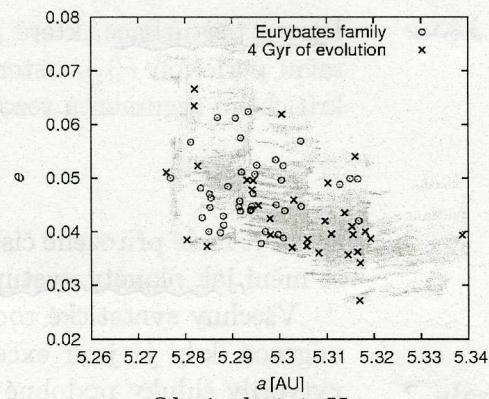
Ve své práci jsme se pokusili modelovat dlouhodobý vývoj rodiny Eurybates. Nejdříve jsme vygenerovali syntetickou rodinu (42 těles) simulovaným rozpadem mateřského tělesa požadovaných rozměrů. Poté jsme spustili integraci syntetické rodiny a v každém čase porovnávali její tvar s pozorovanou rodinou Eurybates. Délka integrace činila 4 Gyr definice zkrytu ještě?

Hlavní vývojový mechanismus je pomalá chaotická difuze (Jarkovského jev je v populaci Trojanů přítomen, ale není efektivní). Počáteční rozdělení sklonů syntetické rodiny je konzistentní s pozorovanou rodinou, naopak rozdělení v prostoru ( $a, e$ ) je na první pohled zcela odlišné.

Vzhledem k tomu, že se rozdělení sklonů s časem vyvíjí jen velmi pozvolna, zaměříme se na vývoj v prostoru  $a, e$  (viz obrázky 4.3 a 4.4). Cílem je dostatečné rozptýlení syntetické rodiny, zejména její „vláknové“ struktury. Ta je po 500 Myr vývoje stále rozpoznatelná, nicméně po 1 Gyr vývoje již zaniká. Z toho důvodu usuzujeme, že stáří pozorované rodiny leží v rozmezí 1 až 4 Gyr. Podobná analýza rodiny Ennomos ukazuje, že chaotická difuze probíhá v tomto regionu rychleji, což je dán vysokými sklony a pravděpodobně stáří rodiny proto může ležet v intervalu od 1 do 2 Gyr. Za hranicí 2 Gyr jsou již sklonы syntetické rodiny příliš vysoké v porovnání s pozorovanou rodinou Ennomos, excentricity však zůstávají přibližně stejné.



Obrázek 4.3: X



Obrázek 4.4: X

Pokusili jsme se stejným způsobem modelovat skupiny Aneas (viz obrázek 4.5) a 1988 RG10. Mezi našimi modely a pozorovanou skutečností je v tomto případě příkrý nesoulad. Pozorované shluky jsou mnohem méně kompaktní a chaotická difuze do těchto oblastí je velmi pomalá. I po 4 Gyr integraci jsou syntetické rodiny stále velmi malé.

Jediným volným parametrem, který může podstatně ovlivnit výsledek, je počáteční rozdělení rychlostí, které může být teoreticky silně anizotropní. Počáteční rychlosti nicméně nemůžeme zvolit zcela libovolně, neboť jejich velikost

to neut  
cí!  
správně  
využívat  
motivaci!

česky!

$\Delta t =$

nevhodné spojení

česky!

✓ odstavec

(mluví se o jiné  
rodině)

✓ kvantifikovat!

musí být srovnatelná s únikovou rychlosí z mateřského tělesa, která je určena především jeho velikostí a jen okrajově hustotou, která apriori není známa.

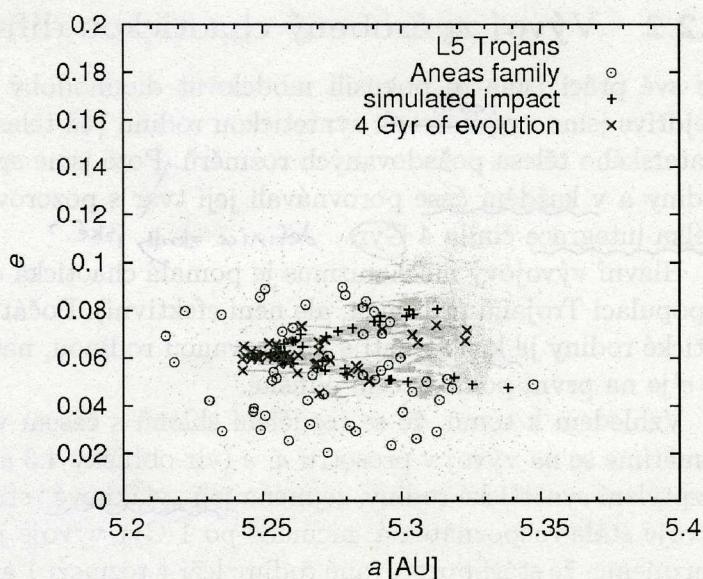
opět „společně z nebe“  
budeme to zkoumat  
nebo ne?!

není jasné, jak stavit  
informaci načít...

víz h!

proč nerovná  
hustota?  
Carrý (2012)

Jiným možným vysvětlením daného problému je skutečnost, že uvedené rodiny jsou velmi staré a na jejich dynamice se podepsaly perturbace způsobené planetární migrací.



Obrázek 4.5: XXX.

#### 4.2.3 Stabilita v průběhu migrace

hlavní je Jupiter → Hlavní perturbace, které působí na Trojany, jsou sekulární rezonance mezi librační periodou  $P_{J1/1}$  asteroidů v  $J1/1$  rezonanci s Jupiterem a periodou  $P_{1J-2S}$  kritického argumentu rezonance J:S 1:2 [15]:

$$P_{J1/1} = n P_{1J-2S}, \quad (4.2)$$

tutu zkrať MB nesvář!

kde  $n$  je malé přirozené číslo. Typická librační perioda  $P_{J1/1}$  je cca 150 yr a  $P_{1J-2S}$  se mění, jak planety vystupují z rezonance XXX.

zachovaly?

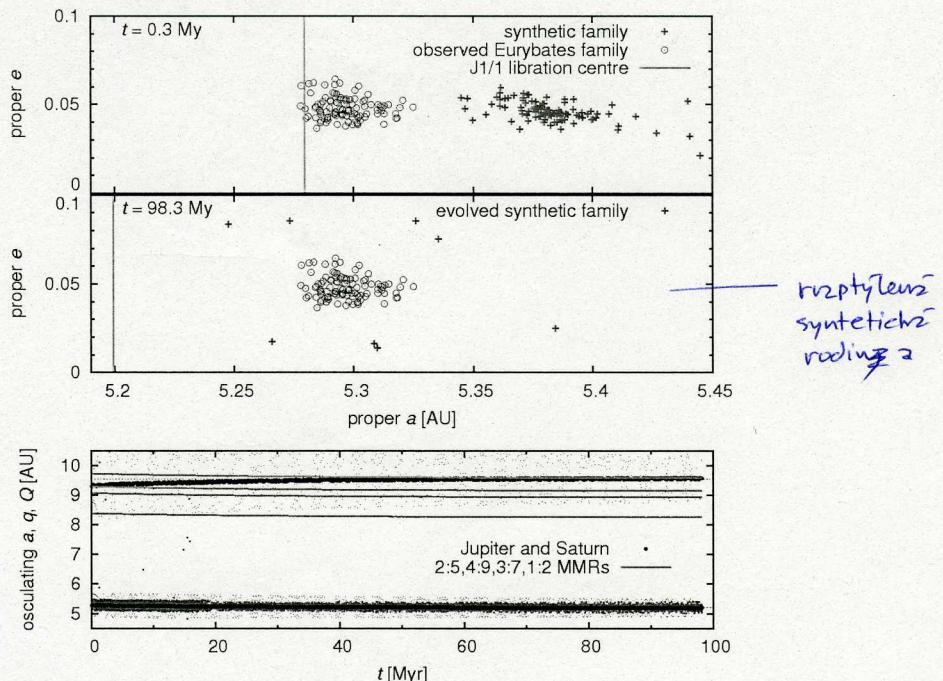
Všechny syntetické rodiny jsou silně nestabilní, pokud a i v pozdních fázích migrace, kdy je jsou excentricity členů rodiny příliš perturbované na to, aby vytvořily shluky podobné rodinám Eurybates nebo Ennomos (viz obrázek 4.6). V podstatě neexistuje přijatelný scénář vzniku relativně kompaktní rodiny, ve kterém mohly rodiny přestát migraci planet, a to bez ohledu na hodnotu  $\tau_{mig}$ . Testovali jsme hodnoty  $\tau_{mig} = 0, 3; 3; 30$  Myr, a i při  $\Delta a_J \equiv a_{Jf} - a_{Ji} = -0, 08$  AU a  $\Delta a_S = +0, 25$  AU byly perturbace příliš silné.

opět vysvětlit?  
členové vž  
zpomněl,  
co bylo  
v kap. 4.1.1.

Z toho důvodu se domníváme, že pokud vznikla některá z rodin Trojanů v průběhu migrace planet a pokud byla migrace hladká (exponenciální), rodina nemůže být dnes patrná. Nemůžeme však vyloučit, že pozdní fáze migrace probíhaly zcela odlišně, jako například ve scénáři „skákajícího Jupiteru“ [16].

budeme to testovat, nebo ne?!

PROČ se testovaly první tzv. hodnoty?! 26 co ty oštvrť?



Obrázek 4.6: XXX.

#### 4.2.4 Kolizní pravděpodobnosti

Kolizní akrtivitu lze odhadnout pomocí jednoduchého stacionárního modelu. V daných oblastech hrají podstatnou roli pouze vzájemné kolize mezi Trojany, neboť jsou odděleni od Hlavního pásu. V případě Eurybaty je možno pro průměr mateřského tělesa  $D_{target} = 110 \text{ km}$ , střední dopadovou rychlosť  $v_{imp} = 5,2 \text{ km/s}$ , soudržnost  $Q^* = 10^5 \text{ J/kg}$  odhadnout velikost impaktu

$$d_{disrupt} = \left( \frac{2Q^*_D}{V_{imp}^2} \right)^{1/3} D_{target} \simeq 23 \text{ km}, \quad (4.3)$$

Současný počet projektilů s průměrem větším než 21 km je mezi L4/Trojany a je k dispozici cílů. Typická hodnota pravděpodobnosti kolize Trojan-Trojan je a tomu odpovídající frekvence kolizních rozpadů je

$$f_{disrupt} = P_i \frac{D_t^2 \arg et}{4} n_{project} n_{target} \simeq 7 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}. \quad (4.4)$$

Za dobu existence sluneční soustavy 4 Gyr (po LHB) vychází 0,23 takové kolize. Toto číslo odpovídá pouze jediné pozorované rodině s  $D$  větší nebo rovno 100 km. Mateřské těleso hypotetické rodiny Aneas je 1,5krát větší, tzn. výsledný počet událostí vedoucích k rozpadu takového tělesa je až o řád menší. Na druhé straně shluky s menšími mateřskými tělesy nebo výrazně méně soudržné mohou vznikat častěji.

Během LHB lze předpokládat podstatný nárůst kolizní aktivity. Hypotetické staré rodiny však zmizely díky perturbaci planetární migrací, pokud ovšem nebyla migrace Jupiteru a Saturnu výrazně kratší než doba toku těles z transneptunických oblastí (vybuzených Uranem a Neptunem).

bez dodatečných  
referencí to  
zůj ižko pouké  
spekulace

divně,  
člověk  
by čekal  
celé číslo!