

1 Žebřík vzdáleností

Měření vzdálenosti je speciální úloha, v astronomii ztížená tím, že nelze přiložit měřítko. Často musíme několik metod měření kombinovat, respektive kalibrovat jednu metodu druhou, 2. \leftarrow 3., atd., abychom je navázali na metr SI.¹ Metody tak tvoří pomyslný „žebřík“. Bylo by je možné dělit na geometrické, dynamické, časoměrné, luminozitní, korelační nebo kosmologické, ale pojednáme o nich jednotlivě.

1.1 Stíny a fáze nebeských těles

Existuje vlastně jediná příležitost, kdy můžeme vzdálenost nebeského tělesa vidět na vlastní oči — při *částečném* zatmění Měsíce. Jako Pýthagorás ze Samu (582–507 př. n. l.) můžeme z tvaru stínu jednak správně usoudit, že Země je koule, a jednak odhadnout, že Měsíc je 2,5krát menší než *kuželový* stín Země ve vzdálenosti Měsíce. Odtud lze odvodit, že Měsíc je 3,5krát menší než Země, což vzhledem k pozorovanému úhlovému průměru $2\phi_{\odot} \doteq 0,5^\circ$ znamená vzdálenost $r_{\odot} \doteq 65 R_{\oplus}$ (správná hodnota je $60 R_{\oplus}$).

Při logickém značení (obr. 1.1) máme: $\operatorname{tg} \phi_{\odot} = \frac{R_{\oplus}}{r_{\odot}}$, $\operatorname{tg} \phi_{\ominus} = \frac{R_{\ominus}}{r_{\ominus}}$, $R_s = 2,5 R_{\oplus}$, $\operatorname{tg} \phi = \frac{R_s}{s - r_{\odot}} = \frac{R_{\oplus}}{s} = \frac{R_{\ominus}}{s + r_{\ominus}}$, tj. 6 rovnic pro 7 neznámých. Ty je možno redukovat na:

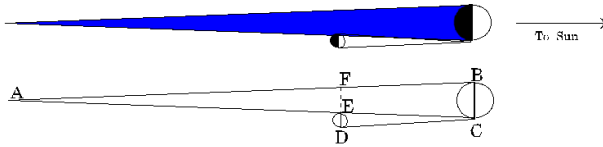
$$r_{\odot} = \frac{R_{\oplus}}{2,5 \operatorname{tg} \phi_{\odot} + \operatorname{tg} \phi_{\ominus} - \frac{R_{\oplus}}{r_{\odot}}} \doteq \frac{R_{\oplus}}{2,5 \operatorname{tg} \phi_{\odot} + \operatorname{tg} \phi_{\ominus}}, \quad (1.1)$$

předpokládáme-li navíc, že Slunce je daleko.

Aristarchus ze Samu (310–230 př. n. l.) užil geometrickou metodu pro výpočet vzdálenosti \odot a \ominus od \oplus . Pohledem na kotouček \ominus zjistil okamžik 1. čtvrti, kdy je úhel $\oplus\ominus\odot = 90^\circ$, změřil úhel $\odot\oplus\ominus = 87^\circ$, pak poměr vzdáleností $\oplus\ominus/\oplus\odot = 1/20$. Pro úhlový průměr $2\phi_{\odot} \doteq 0,5^\circ$ by vycházelo $R_{\odot} \doteq 5 R_{\oplus}$ (ale správná hodnota úhlu je $89^\circ 51'$ a poměr $1/400$).

Eratosthenés z Kyrény (276–194 př. n. l.) odvodil obvod \oplus s dobrou přesností z vrženého stínu. Měření úhlu prováděl pomocí *skafé* (obr. 1.2) při slunovratu v Alexandrii a zjistil odchylku poledního stínu od svislice $\phi = 7,2^\circ$, přičemž věděl, že

¹tj. vzdálenost, kterou uletí světlo ve vakuu za $1/299\,792\,458$ sekundy SI



Obrázek 1.1: Náčrt zatmění Měsíce. Převzato z <http://aether.lbl.gov/www/tour/greek/greek.html>.



Obrázek 1.2: Sluneční hodiny typu skafé, nacházející se v královském paláci v Soulu. Foto Luďek Dlabola.

v Syéné (dnešním Asuánu) bývá Slunce v nadhlavníku. Vzdálenost mezi městy byla tehdy udávána na $d = 5\,000$ stadií. Jediný problém je, kolik bylo stadium? Pokud $1 \text{ std} = 185 \text{ m}$, pak $2\pi R_{\oplus} = d \frac{360^\circ}{\phi} \doteq 46\,620 \text{ km}$ (správná hodnota je $40\,075 \text{ km}$).

Od té doby jsme měli jisté ponětí o absolutních vzdálenostech, i když řádová chyba ve vzdálenosti $\oplus\ominus$ přetrvávala dobrých 1800 let!

1.2 Třetí Keplerův zákon

Díky třetímu Keplerovu zákonu (Kepler 1619):

$$\frac{a_1^3}{P_{\text{sid}1}^2} \doteq \frac{a_2^3}{P_{\text{sid}2}^2} \quad (1.2)$$

můžeme posléze odvodit poměry *všech* velkých poloos a_i drah planet ve sluneční soustavě. Samozřejmě přitom musíme přepočítávat pozorované periody synodické

na siderické:

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ yr}} - \frac{360^\circ}{P_{\text{sid}}} = \frac{360^\circ}{P_{\text{syn}}}. \quad (1.3)$$

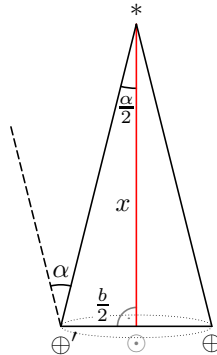
Poznamenejme, že tečka nad rovnítkem znamená dvě aproximace: (i) na pravé straně by ve skutečnosti mělo být $\frac{G(M_\odot + m_i)}{4\pi^2}$, kde hmotnosti m_i a priori neznáme; (ii) planety zde na sebe navzájem nepůsobí, ale měly by (viz dále kap. 1.4).

1.3 Trigonometrická paralaxa

Díky trigonometrii víme, že v rovnostranném trojúhelníku $\oplus\oplus'*$ platí (obr. 1.3):

$$x = \frac{\frac{b}{2}}{\text{tg } \frac{\alpha}{2}}, \quad (1.4)$$

kde b označuje základnu $\oplus\oplus'$ a α protilehlý úhel. V praxi samozřejmě měříme úhel střídavý. Úhel $\frac{\alpha}{2}$ nazýváme paralaxa, značí se často $\pi \neq 180^\circ$. Rozlišujeme přitom denní (s nominální základnou $2R_\oplus$) a roční (2 au).²

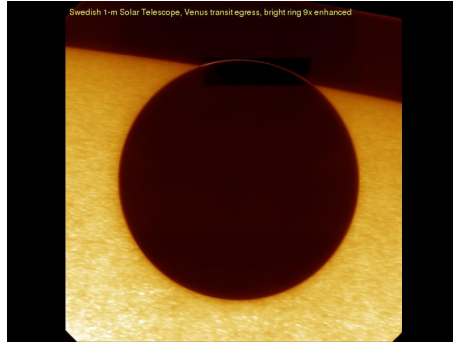


Obrázek 1.3: Trojúhelník $\oplus\oplus'*$ pro měření roční paralaxy.

Jako první paralaxu *nepozoroval* Aristotelés ze Stageiry (384–322 př. n. l.) a logicky soudil, že: (a) $*$ jsou příliš daleko, (b) \oplus je nehybná; tvrdí, že (b) je pravděpodobnější. Jako první byly změřeny roční paralaxy hvězd 61 Cygni ($0,3''$; Bessel 1838), Vegy (Struve 1840) nebo α Centauri (Henderson 1840). Dokonce byl takto objeven temný průvodce Síría (Bessel 1844).

Relativně snazší je pozorování jasných meteorů oproti hvězdám ze dvou stanovišť (lze si očima vyzkoušet, že jsou ve výškách asi 100 km nad zemí) nebo komet (lze se přesvědčit, že jsou mimo atmosféru). Johannes Kepler (1571–1630) použil

²Pokud $\frac{\alpha}{2} = 1''$, je $x = 1 \text{ pc}$ (parsek).

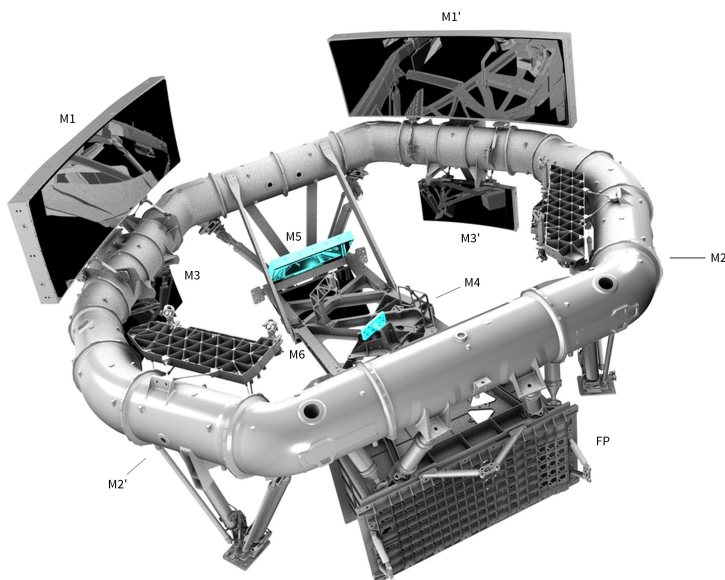


Obrázek 1.4: Snímek přechodu Venuše v roce 2004 švédským slunečním dalekohledem SST o průměru 1 m. Při zvýšení kontrastu je mezi 3. a 4. kontaktem zřetelná atmosféra planety. Převzato z <http://vt-2004.isf.astro.su.se/>.

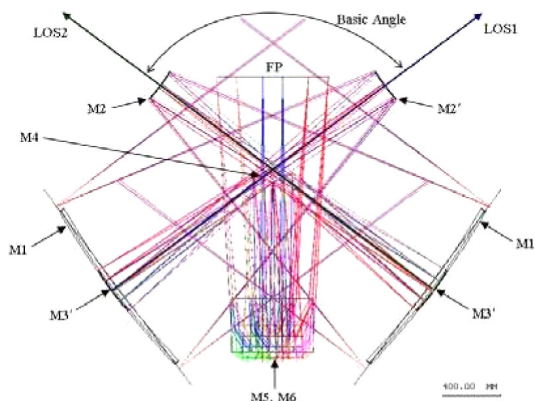
Tychonova vizuální pozorování Marsu k odhadu jeho paralaxy, což se mu nepodařilo. Protože ale měl ponětí o přesnosti pozorování, usoudil, že Slunce musí být nejméně 3krát dál, než onehdá tvrdil Aristarchus.

Denní paralaxa Marsu byla určena až na základně Cayenne, Francouzská Guyana – Paříž (Richer a Cassini 1679), odkud plynula paralaxa Slunce $\pi_{\odot} = 9,5''$, tj. s chybou 30 % první dobré měření. Dále byly měřeny *přechody* Merkuru a Venuše přes disk \odot (obr. 1.4), prostřednictvím rozdílů dob trvání přechodů pozorovaných různými observatořemi. Observační kampaň se uskutečnila pro dvojici přechodů Venuše 1761 a 1769, které se opakují až po 120 letech, odkud plynula $\pi_{\odot} = 8,55''$ až $8,88''$; pozdější přepočít Enkeho (1822) dal $8,57'' \pm 0,04''$. Galle (1873) navrhnul pozorovat spíše asteroidy kvůli jejich bodovým obrazům a sám provedl měření Iris, Victorie a Sappho v letech 1888 a 1889, což poskytlo hodnotu $\pi_{\odot} = 8,802''$. Ještě výhodnější je měření blízkozemních asteroidů, konkrétně (433) Eros byl objeven v roce 1898 a měřen při opozicích v letech 1900 a pak 1930–31, kdy se pozorovací kampaň účastnilo na 40 observatořích; výsledná hodnota byla $\pi_{\odot} = 8,790'' \pm 0,001''$ (Spencer Jones 1941).

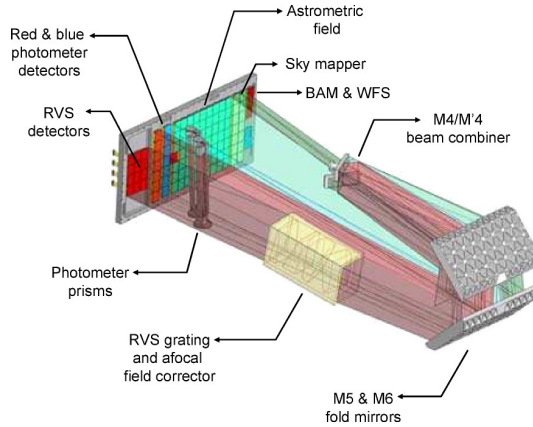
Družice Gaia. Zásadní zpřesnění měření paralax přinesly astrometrické družice, jmenovitě Hipparcos (dosahující přesnosti 10^{-3} arcsec; Perryman a spol. 1998) a Gaia (ta dokonce 10^{-5} arcsec). Základní princip je jednoduchý: úhlově vzdálené hvězdy se 2 dalekohledy zobrazí na 1 čipu, kde se jejich vzdálenost změří v pixelech. Není ovšem jednoduché takto změřit 10^9 hvězd plus určit všechny možné volné parametry. Konkrétně pro 10^8 primárních hvězd máme asi $6 \cdot 10^{10}$ jednotlivých pozorování, $5 \cdot 10^8$ neznámých astrometrických parametrů \mathbf{s}_i (polohy α , δ , vlastní pohyby μ_{α} , μ_{δ} , paralaxy π), 10^8 polohových parametrů \mathbf{a}_j natočení družice, které pochopitelně nelze určit jinak než pozorováním *týchž* hvězd, 10^6 kalibračních parametrů \mathbf{c}_k popisujících geometrie zrcadel a přístrojů, 10^2 globálních parametrů \mathbf{g} , mj. post-newtonovské γ , a dodatečné fixní parametry \mathbf{A} , např. efemeridy planet,



Obrázek 1.5: Vizualizace základního rámu a optických prvků družice Gaia. Patrná jsou zejména primární zrcadla M1, M1', dále M3', M4, M5 a M6. Dole je umístěn kontejner s přístroji ve společné ohniskové rovině FP. Rám i optika jsou vyrobeny z materiálu SiC, aby byly minimalizovány mechanické a tepelné deformace; má ostatně dvakrát větší pevnost než ocel, dvakrát menší hustotu, vysokou tepelnou vodivost, teplotní rozsah 0 až 1800 K, malou roztažnost (která navíc klesá s klesající T), je intenzivně odolný vůči paprskům γ , lešitelný a lze na něj nanášet vrstvy. Všimněme si také nezávislého zavěšení všech prvků. Převzato z <http://spaceflight101.com/gaia/>. © ESA, Astrium.



Obrázek 1.6: Optické schéma družice Gaia při pohledu zhora, na němž je dobře vidět všechna zrcadla M1, M2, M3, M1', M2', M3' obou dalekohledů typu Paul-Baker, slučovač svazků M4, společná zrcadla M5, M6 a nakonec ohnisková rovina FP. Sevrěný úhel je $\Gamma = 106,5^\circ$. Převzato z D'angelo a spol. (2006).



Obrázek 1.7: Uspořádání společné optické dráhy družice Gaia. Po odrazu od M4, M5, M6 míří světlo ke třem přístrojům, ale předtím část prochází disperzními hranoly a část spektroskopickou mřížkou s afokálním korektorem. V ohniskové rovině je umístěno (zprava): měření sevřeního úhlu (BAM), senzor vlnplochy (WFS), CCD pro detekci hvězd vstupujících do zorného pole, vlastní astrometrické pole, modré a červené fotometrické pole a pole spektrografu pro měření radiálních rychlostí. Převzato z Charvet a spol. (2006).

dráhu družice (Jordan 2008, Lindegren a spol. 2012).

Ještě konkrétněji, čas vyčtení signálu od hvězdy podél skenu je funkcí výše uvedených parametrů a šumu:

$$t_l^{\text{cal}} = f_{\text{AL}}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{c}_k, \mathbf{g}, \mathbf{A}) + N, \quad (1.5)$$

stejně jako poloha kolmo ke skenu:

$$p_l^{\text{cal}} = f_{\text{AC}}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{c}_k, \mathbf{g}, \mathbf{A}) + N. \quad (1.6)$$

Globální řešení spočívá v minimalizaci čtverců odchylek mezi pozorovanými a spočtenými hodnotami:

$$\chi^2 = \sum_{l \in \text{AL}} \frac{(t_l^{\text{obs}} - t_l^{\text{cal}})^2 w_{tl}}{\sigma_{tl}^2 + \epsilon_{ta}(t_l)^2 + \epsilon_{ti}^2} + \sum_{l \in \text{AC}} \frac{(p_l^{\text{obs}} - p_l^{\text{cal}})^2 w_{pl}}{\sigma_{pl}^2 + \epsilon_{pa}(t_l)^2 + \epsilon_{pi}^2}, \quad (1.7)$$

kde w jsou váhy (normálně 1, snižované pro odlehlé body), σ nejistoty měření, ϵ modelované chyby, je ale neschůdné. Provádí se proto linearizace:

$$t_l^{\text{obs}} - t_l^{\text{cal}} = \sum_i \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{s}_i} \Delta \mathbf{s}_i + \sum_j \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{a}_j} \Delta \mathbf{a}_j + \sum_k \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{c}_k} \Delta \mathbf{c}_k + \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{g}} \Delta \mathbf{g}, \quad (1.8)$$

$$p_l^{\text{obs}} - p_l^{\text{cal}} = \sum_i \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{s}_i} \Delta \mathbf{s}_i + \sum_j \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{a}_j} \Delta \mathbf{a}_j + \sum_k \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{c}_k} \Delta \mathbf{c}_k + \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{g}} \Delta \mathbf{g} \quad (1.9)$$

a řeší se iterativně po blocích $\Delta \mathbf{s}_i$, $\Delta \mathbf{a}_j$, $\Delta \mathbf{c}_k$, $\Delta \mathbf{g}$, atd. U zbývajících $9 \cdot 10^8$ hvězd se hledá pouze jejich $\Delta \mathbf{s}_i$. Navázání na ICRF se provádí přímo, neboť kvasary jej definující jsou v dosahu.

Družice Gaia se pohybuje v okolí Lagrangeova bodu L_2 po *Lissajousově trajektorii*. Potřebné $\Delta v = 200 \text{ ms}^{-1}$ ji udělila raketa Sojuz–Fregat. Trajektorie se musí vyhýbat zemskému stínu, a to po dobu 6 let, protože zatmění by neúnosně narušovala tepelnou stabilitu. Úhlová rychlost rotace $\omega = 1^\circ/\text{min}$ je udržována mikropohony, které kompenzují dopady mikrometeoroidů. Precese s periodou $P_p = 72 \text{ d}$ zajišťuje postupné pokrytí celé oblohy. Přechod hvězdy celým zorným polem trvá asi 1,5 min, přičemž standardní expoziční doba $t_{\text{exp}} = 4,42 \text{ s}$ odpovídá přechodu objektu přes 1 čip. Objekt je pozorován v průměru 86 krát za 5 let.

Optický systém (obou dalekohledů) je lomený *třízrcadlový anastigmat* (zrcadla M1 až M3), následuje slučovač svazků (M4), společná rovinná zrcadla (M5, M6) a ohnisková rovina (obr. 1.6 a 1.7). Důležité je důsledné oddělení všech závěsů, aby se omezily vazby mezi chybami. Obdélníkové primáry mají rozměry 1,45 krát 0,5 m, výsledná ohnisková vzdálenost musí být velká, $f = 35 \text{ m}$, kvůli pozorování v Mléčné dráze.

Ve společné ohniskové rovině se nacházejí celkem tři přístroje: CCD pro astrometrii, spektrofotometrii v oboru 330 až 1000 nm a spektroskopii v rozsahu 847 až 874 nm, s rozlišením dostatečným pro určení radiální rychlosti. Celkem přístroje obsahují 106 čipů TDI CCD (od e2v), s 1966 krát 4500 pixely, každý 10 krát 30 μm . Vyčítání čipů probíhá současně s expoziční rychlostí úměrnou ωf (angl. time-delay integration, TDI), což umožňuje měřit slabé hvězdy. Jasně hvězdy lze měřit také, a to díky velké plné kapacitě 190 000 e^- , anti-bloomingu a bránám TDI, jež selektivně redukuje dobu integrace. Úhlové rozměry jednoho pixelu 59 krát 177 mas jsou jinak mnohem větší než výsledná přesnost měření, 10 $\mu\text{as} \simeq 1/6000 \text{ pxl}$, které se dosahuje velkým signálem S , rozložením na více pixelů a mnohonásobným opakováním. Tomu se říká sub-pixelová přesnost!

Hlavní rám i zrcadla (obr. 1.5) jsou vyrobená z *karbidu křemíku* SiC, který má vynikající mechanické i optické vlastnosti³. Dodavatelem kompletu je mimochodem EADS Astrium, resp. Airbus. Kritické je především udržování *sevřeného úhlu* $\Gamma = 106,5^\circ$ s přesností $\Delta\Gamma = 1 \mu\text{as}$, pročež je potřebná odpovídající metrologie. Sestává jednak ze senzorů vlnoploch, podle kterých se ovládají sekundární zrcadla s 5 stupni volnosti. Korigují se takto chyby statického charakteru, vzniklé po startu, poklesem teploty nebo beztíží.

Další úroveň tvoří Fabryho–Pérotův rezonátor, čili dvě kulová zrcadla tvořící dutinu, se kterou rezonuje laser Nd:YAG s $\lambda = 1319 \text{ nm}$. Během průchodu se světlo odráží taktéž od rohů zrcadel M1 až M4. Vlastní měření probíhá Pound–Drever–Hollovou technikou; λ se přeladuje fázovou modulací tak, aby byla vždy v rezonanci s dutinou. Nejmenší měřitelné deformace jsou řádu $\delta L/L \leq 10^{-12}$. V systému je sice 48 stupňů volnosti (4 podstatná zrcadla, 6 na zrcadlo, 2 dalekohledy), změny Γ lze však kompenzovat pouhým pohybem M4, tzn. 1 stupněm volnosti! Slouží k tomu piezoelektrický aktuátor z materiálu PZT, pohybující se v rozmezí 38 μm , čili 150 mas.

³a byl již použit pro 3,5m Herschelův dalekohled

1.4 Dynamické poruchy

Dynamické poruchy v pohybech nebeských těles, tzn. odchylky od problému dvou těles, jsou úměrné *poměřům* hmotností inkriminovaných těles. Pozorování poruch pak vede k určení vzdálenosti vzdáleného rušícího tělesa za předpokladu, že známe jednu hmotnost (M_{\oplus}), resp. g a R_{\oplus} . Například poruchy pohybu \odot kolem \oplus vlivem \ominus vedly k určení $\pi_{\odot} = 8,92''$ (Hansen 1857, 1863). Poruchy Marsu a Venuše vlivem \oplus daly $8,95''$ (Le Verrier, 1872). Obojí hodnoty byly mírně vyšší než tehdejší paralaktická měření. Poruchy (433) Erosu umožnily určit paralaxu přesněji, $\pi_{\odot} = 8,799''$ (Noteboom 1921); později s využitím perturbací od všech planet $8,79402'' \pm 0,00012''$ (Lieske 1968).

Vezměme například případ planety kolem \odot rušené \oplus . Sekulární perturbace excentricity dle Lagrangeových rovnic jsou:

$$\left(\frac{de}{dt}\right)_{\text{sec}} = n\alpha \frac{GM_{\oplus}}{GM_{\odot}} C_3 e_{\oplus} \sin(\varpi - \varpi_{\oplus}), \quad (1.10)$$

kde $n = \frac{2\pi}{P}$ označuje střední pohyb, $\alpha = \frac{a}{a_{\oplus}}$ poměr velikých poloos, $C_3(\alpha)$ Laplaceův koeficient, ϖ délku perihelia. Měříme perturbaci vlevo, dále poměr poloos, resp. period:

$$\frac{a}{a_{\oplus}} \doteq \left(\frac{P_{\oplus}}{P}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.11)$$

hmotnost \oplus , resp. tíhové zrychlení a poloměr:

$$GM_{\oplus} = gR_{\oplus}^2, \quad (1.12)$$

odkud plyne:

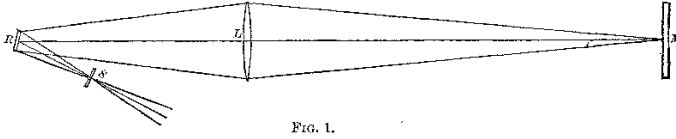
$$GM_{\odot} = \frac{n\alpha GM_{\oplus} C_3 e_{\oplus} \sin(\varpi - \varpi_{\oplus})}{\left(\frac{de}{dt}\right)_{\text{sec}}} \quad (1.13)$$

a ze 3. Keplerova zákona kýžené:

$$a \doteq \sqrt[3]{\frac{GM_{\odot} P^2}{4\pi^2}}. \quad (1.14)$$

1.5 Aberace světla

Laboratorní měření rychlosti světla c mj. umožňuje výpočet vzdálenosti \odot , a to díky jevu aberace. Při obíhání \oplus rychlostí v se totiž hýbe i dalekohled, kterým zrovna prolétává světlo od hvězdy. Směr ke * se posouvá o maximální úhel $\Delta\phi \doteq \arctg \frac{v}{c} \doteq 20''$. Pak $r = Pv/(2\pi)$. Fizeau (1849) nebo Foucault (1850) pomocí přístrojů s rotujícím ozubeným kolem nebo zrcadlem (obr. 1.8) takto obdrželi $\pi_{\odot} =$



Obrázek 1.8: Uspořádání Michelsonovy aparatury pro měření rychlosti světla pomocí rotujícího zrcátka. Převzato z Michelson (1880).

8,8''; později Michelson a Newcomb (1880) vylepšenou aparaturou změřili $\pi_{\odot} = 8,80'' \pm 0,01''$.

Obecný relativistický vztah pro aberaci bychom odvodili následovně. V soustavě spojené se Sluncem letí světlo rychlostí (u_x, u_y) , přičemž velikost tohoto vektoru je (vždy) c . V soustavě spojené se Zemí, letící rychlostí v podél x , bychom museli použít Lorentzovu transformaci pro rychlost:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}, \quad (1.15)$$

kde $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Nový směr by byl:

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{\gamma u_x - v} = \frac{\sin \phi}{\gamma \left(\cos \phi - \frac{v}{c}\right)}, \quad (1.16)$$

což by pro $\phi = 90^\circ$ a v limitě $v \ll c$ přešlo na $\Delta\phi = \phi' - \phi \doteq \frac{v}{c}$.

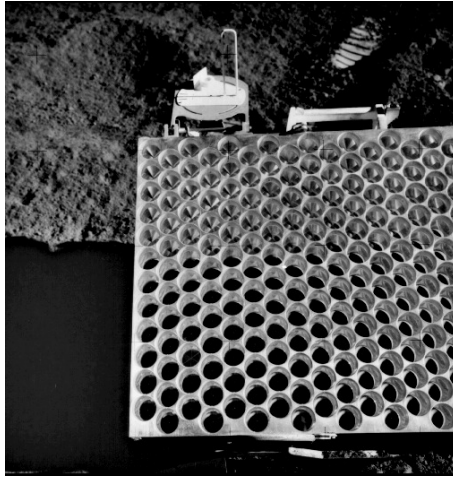
1.6 Laserový dálkoměr a radar

Vysoká relativní přesnost měření času $\delta t/t \simeq 10^{-13}$ nabízí možnost přesného měření vzdálenosti v případě, že nějak získáme odraz. Pro měření vzdálenosti $\oplus\text{--}\mathbb{C}$ lze využít laserový dálkoměr, protože na \mathbb{C} byly dopraveny *koutové odražeče* (retroreflektory); tři kosmickými loděmi Apollo (obr. 1.9) a jeden Lunou 24, resp. je přímo na Lunochodu 2. Laser samozřejmě není zcela koherentní, takže paprsek má určitou rozbíhavost, skvrna na \mathbb{C} mívá průměr přinejmenším 2 km. Pro detekci odrazu na \oplus proto potřebujeme relativně velký dalekohled.

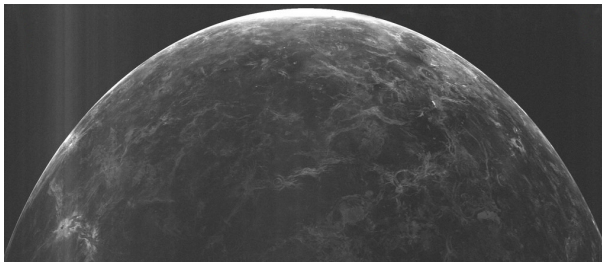
Druhou možností je použít radar. V tomto případě jsme omezeni radarovou rovnicí:

$$P_r = \frac{P_t G_t A F^4}{(4\pi)^2 r_t^2 r_r^2}, \quad (1.17)$$

kde P_r označuje přijímaný výkon, P_t vysílací výkon, G_t zisk antény, A efektivní plochu cíle, F faktor šíření, r_t vzdálenost vysílače od cíle, r_r vzdálenost přijímače od cíle. V případě $r_t = r_r$ je úměra r^{-4} , čili lze měřit pouze blízké objekty. Po-dařilo se takto získat odrazy od Venuše (obr. 1.10; Victor a Stevens 1961, Campbell a spol. 1999), Merkuru nebo blízkozemních planetek. Výhodou je, že kromě zpoždění, čili r , zjistíme i Dopplerův posun, čili v .



Obrázek 1.9: Koutový odražeč na Měsíci instalovaný posádkou Apolla 15. Ustaven je tak, aby kolmice s přesností na $\pm 1^\circ$ směřovala k \oplus , která je při pohledu z \mathbb{C} stacionární. Pod kruhovými otvory se nacházejí 90° hranoly s pokovenými stěnami, které slouží jako tři navzájem kolmá zrcadla, postupně odrážející paprsek. V soustavě spojené se zrcadly se přicházející vektor (x, y, z) prostě mění na $(-x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$. Jednou z observatoří, která odražeč využívá, je Apache Point, vybavená dalekohledem o průměru 3,5 m a pulsním laserem o výkonu řádově 1 GW (Murphy a spol. 2008). Přes dalekohled se vysílají pulsy s trváním 90 pikosekund, přičemž se vrací sotva 1 foton na puls. Nejistota jednoho měření vzdálenosti $\oplus\text{--}\mathbb{C}$ je řádově 1 mm. © NASA, D. Scott.



Obrázek 1.10: Radarový odraz od Venuše získaný pomocí vysílače Arecibo a přijímačů Arecibo a GBT. © Campbell a spol., NRAO, NAIC.

1.7 Dynamická paralaxa dvojhvězdy

V případě vázané dvojhvězdy platí opět 3. Keplerův zákon:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}, \quad (1.18)$$

kde hmotnosti M_1 , M_2 můžeme odhadnout podle spektrálních typů (OBAFGKM). Hvězdy obří nebo trpasličí stejného typu lze odlišit podle úzkých nebo širokých profilů spektrálních čar, které jsou způsobené odlišným tíhovým zrychlením g v jejich atmosférách.⁴ Pozorujeme-li takovou dvojhvězdu i vizuálně, příp. interferometricky, a měříme-li její velkou osu 2α v úhlové míře, pak paralaxa:

$$\pi = \alpha(M_1 + M_2)^{-\frac{1}{3}} P^{-\frac{2}{3}}; \quad (1.19)$$

výhodou je poměrně slabá závislost na M .

Ideální samozřejmě je, pokud je hvězda vícenásobná a kompaktní, takže musíme chtít–nechtít započítat všechny vzájemné interakce (precesi, variaci, atd.), a pokud máme k dispozici nejružnější měření: fotometrii, okamžiky minin, spektroskopii, astrometrii, skvrnkovou interferometrii i spektro-interferometrii; pouze potřebujeme dostatečně komplexní model, který má π jako volný parametr (jako v Nemravová a spol. 2016).

1.8 Pohybové hvězdokupy

Pro členy pohybové hvězdokupy existuje *úběžník* neboli vertex, ke kterému přibližně směřují vektory vlastních pohybů. Jedná se vlastně o jev perspektivy, neboť taková kupa letí pryč od nás (a trochu stranou), takže se na obloze úhlově zmenšuje. Pro Hyády (Boss 1908, Perryman a spol. 1998) se úběžník nachází v sousedním souhvězdí Oriona, $\alpha_{\text{ú}} = 96,6^\circ$, $\delta_{\text{ú}} = +5,8^\circ$.

Princip měření vzdálenosti spočívá v porovnání úhlové a lineární rychlosti. Problém je, že nelze měřit tangenciálně v km/s, ale pouze ve ''/rok:

$$\mu = \sqrt{(\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2}. \quad (1.20)$$

Naštěstí známe radiální složku v_r ze spektroskopie a tangenciální je:

$$v_t = v_r \operatorname{tg} \theta, \quad (1.21)$$

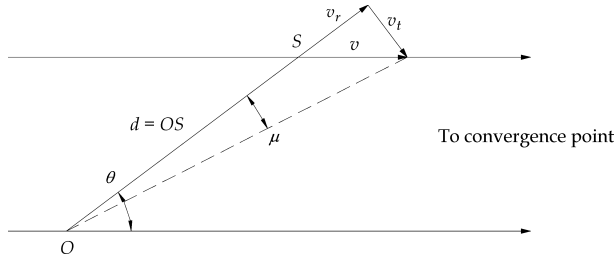
kde úhel θ je *týž* jako úhlová vzdálenost úběžník–hvězdokupa! (Viz obr. 1.11.) Stačí jej proto z kosínové věty ve sférickém trojúhelníku ú*P spočítat:

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \delta_{\text{ú}} + \cos \delta \cos \delta_{\text{ú}} \cos(\alpha - \alpha_{\text{ú}}), \quad (1.22)$$

a pak:

$$d = \frac{v_t}{\mu}. \quad (1.23)$$

⁴udávaném často jako $\log_{10}[g]_{\text{cgs}}$



Obrázek 1.11: Schéma pozorování pohybové hvězdokupy. Převzato z <http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/AST142/>.

1.9 Luminozitní vzdálenost

Jako vzdálenost luminozitní (nebo též fotometrická paralaxa) se označuje jakákoliv, při níž se využije měření zářivého toku:

$$\Phi = \frac{L}{4\pi d^2}; \quad (1.24)$$

samořejmě přitom činíme určitý předpoklad o luminozitě L a izotropii zdroje. Například hvězdy stejného spektrálního typu (a stejné luminozitní třídy) mají přibližně stejné L . Podobně existuje určitá maximální jasnost nov v galaxii nebo charakteristický průběh světelné křivky, který svědčí o tom, že se velmi pravděpodobně jedná o stejný zdroj, jehož L známe z naší Galaxie.

Konkrétně novy v M31 mají maximálně $m = 16$ až 17 mag, kdežto podle měření v Galaxii víme, že absolutní jasnost $M = -6$ až -7 mag, odkud plyne *modul vzdálenosti* $m - M = 24$ mag. Dosazením do Pogsonovy rovnice:

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log_{10} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \quad (1.25)$$

máme:

$$m - M = -2,5 \log \frac{L/d^2}{L/(10 \text{ pc})^2} = -5 \log \frac{10 \text{ pc}}{d} = -5(1 - \log[d]_{\text{pc}}), \quad (1.26)$$

a tedy:

$$\log[d]_{\text{pc}} = 0,2(m - M) + 1 \doteq 5,8, \quad d \doteq 600 \text{ kpc}. \quad (1.27)$$

Zbývá zásadní otázka: je zdroj skutečně *izotropní*? Zdroje záblesků gama (GRB) evidentně ne! Pokud ale pozorujeme větší počet nov, lze snad předpokládat, že jsou jejich orientace vzhledem k pozorovateli náhodné, takže ona maximální jasnost nebude na orientacích záviset.

1.10 Hertzsprungův–Russelův diagram

Klasickou aplikací je Hertzsprungův–Russelův diagram pro hvězdokupy (obrázek 1.12). Hvězdy stejného stáří totiž na grafu hvězdná velikost V versus barevný index $B - V$ tvoří zřetelné struktury: *hlavní posloupnost*, bod obratu, větev podobrů a větev červených obrů (RGB), případně horizontální větev a asymptotickou větev obrů (AGB), avšak zejména posledně jmenovaná je jen krátkou vývojovou fází. Posunutím ve vertikálním směru můžeme pozorovanou hlavní posloupnost uvést do souladu s teoretickou hlavní posloupností, která bývá vynesena v absolutní hvězdné velikosti M_V , tudíž získáme modul $V - M_V$. Podle bodu obratu lze zároveň určit stáří kupy.

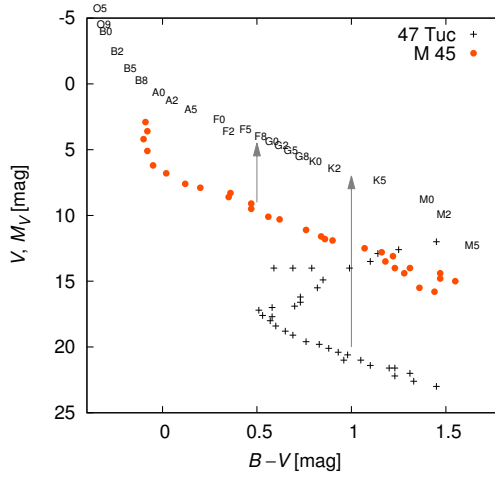
Přitom hrozí vícero systematických chyb: pozorování se totiž musejí posunout poněkud nahoru kvůli mezihvězdné extinkci A_V a ze stejného důvodu doprava kvůli zčervenání $E(B - V)$. Z extragalaktických zdrojů lze určit E podél celého zorného paprsku (Schlegel a spol. 1998) nebo z jednotlivých hvězd i závislost E na modulu vzdálenosti $m - M$ (Green a spol. 2015); mezi veličinami přitom existuje vztah $A_V \doteq 3,2 E(B - V)$ (Scheffler a Elsasser 1987). Dále může být určitá nejistota v metalicitě Z , můžeme mít jen omezený počet hvězd nebo naopak nezanedbatelný počet hvězd popředí a pozadí, které zcela nezmizí, ani když vybereme hvězdy s podobným vlastním pohybem $\vec{\mu}$; v některých hvězdokupách existuje vícero populací (viz např. ω Cen), doba vzniku může být nezanedbatelná, červení trpaslíci se v oblastech tvorby hvězd dokonce mohou nacházet ještě před hlavní posloupností nulového stáří (ZAMS).

1.11 Cefeidy, W Virginis a RR Lyræ

Další klasickou aplikací jsou cefeidy, pro které kupodivu existuje dobře definovaný vztah perioda–svítivost (Leavittová a Pickering 1912, Freedmanová a spol. 2001):

$$M_V = -4,218 \pm 0,02 - (2,760 \pm 0,03)(\log[P]_{\text{dny}} - 1), \quad (1.28)$$

přičemž rozptyl jednotlivých měření $\sigma = 0,16$ mag. Perioda světelné křivky je přitom velmi snadno pozorovatelná veličina. Za vztah vděčíme periodickým změnám opacity nitra kvůli přechodům mezi jednou a dvakrát ionizovaným heliem, $\text{HeII} \leftrightarrow \text{HeIII}$. Vrstva, v níž probíhají přechody helia, je *pod povrchem*, po ionizaci a poklesu opacity κ tlak procházejícího záření rozepne vrstvy nahoře. Změna poloměru klasických cefid (typ I) je asi o 10 %, pro W Vir (typ II) činí až 50 %. Výhodou cefid je také jejich velká svítivost, lze je tudíž rozlišit v okolních galaxiích. Hvězdy typu W Vir a RR Lyr mají obdobný vztah, ale jejich svítivosti jsou řádově menší.



Obrázek 1.12: Hertzsprungův–Russelův diagram s vyznačenou teoretickou hlavní posloupností (písmena a číslice značí spektrální typy). Na vodorovné ose je vynesena barevný index $B - V$ a na svislé absolutní hvězdná velikost M_V . Pro dvě hvězdkupy (47 Tuc a M 45 neboli Plejády) jsou vyneseny pozorované zjevné hvězdné velikosti V a $B - V$. Posunutím nahoru bychom přibližně zjistili modul vzdálenosti $V - M_V$.

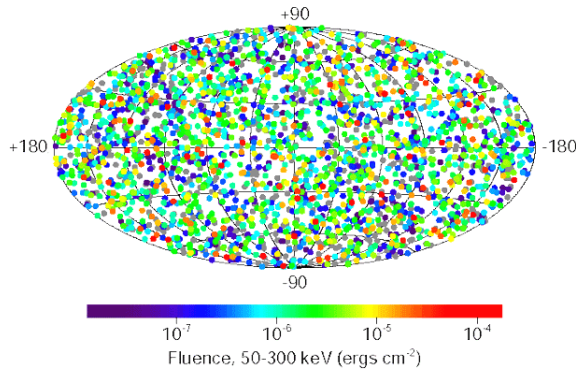
1.12 Supernovy typu Ia

Asi nejsvětivější standardní svíčky jsou supernovy typu Ia [jedna á] (Hartwig 1885, Perlmutter a spol. 1998), které poznáme spektroskopicky tak, že nemají ve spektru čáry ani vodíku ani helia. Hodnota absolutní hvězdné velikosti v maximu světelné křivky je prakticky konstantní (Hillebrandt a Niemeyer 2000):

$$M_V = -19,30 + 5 \log \frac{H_0}{60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}, \quad (1.29)$$

zde jsme ji pouze vztáhli k určité hodnotě Hubbleova parametru H_0 , jenž se určuje z cefeid. Rozptyl dosahuje jen $\sigma = 0,3 \text{ mag}$. Dalšího zmenšení lze dosáhnout korekcemi na šířku světelné křivky, resp. její časovou dilataci a rudý posuv, který u vzdálených supernov úplně mění obory λ .

Vznik supernovy si vysvětlujeme jako expozi kyslíko–uhlíkového bílého trpaslíka, který při postupné akreci hmoty ve dvojhvězdném systému překročil Chandrasekharovu mez $M_{\text{Ch}} = 1,44 M_{\odot}$, danou „mikroskopicky“ stabilitou elektronového degenerovaného plynu.



Obrázek 1.13: Rozložení 2 704 zábleskových zdrojů γ na obloze podle měření družice Compton Gamma Ray Observatory (CGRO), přístrojem BATSE. Barevně je vyneseno vliv F_1 (angl. fluence) v jednotkách erg cm^{-2} , $F_1 = \int F dt$. © Fishman a spol., CGRO, NASA.

1.13 Rozložení objektů na obloze

Nemáme-li o vzdálenosti žádné ponětí, ale pozorujeme-li mnoho zdrojů téže podstaty, můžeme posuzovat rozdělení jejich poloh na obloze a korelace se známými strukturami, např. rovinou ekliptiky, rovinou galaxie, lokální skupinou apod. Takto se zjistilo, že záblesky γ nekorelují s ničím, jejich rozdělení je izotropní (viz obrázek 1.13), čili se musejí nacházet v kosmologických vzdálenostech, tzn. dál než řádově 300 Mpc.

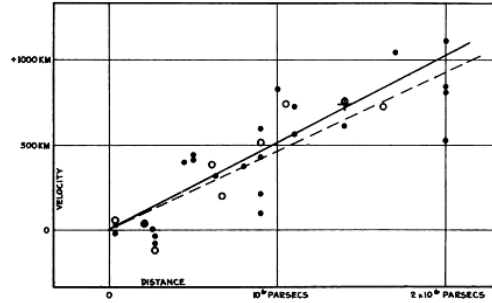
U „měkkých“ zdrojů, které nejsou dostatečně pronikavé, můžeme naopak pozorovat antikorelaci s rovinou Galaxie, která je ovšem zapříčiněna proměnlivou extinkcí A_V ; jedná se zejména o prachová mračna v naší Galaxii.

1.14 Tullyho–Fisherův vztah

Spirální galaxie se kupodivu v jistém smyslu podobají cefeidám, neboť pro ně také existuje vztah mezi snadno pozorovatelnou veličinou a svítivostí (Tully a Fisher 1977). V tomto případě jde o šířku Δf rádiové čáry HI [há jedna] na $f = 1\,420$ MHz (tj. 21 cm), která je přímo úměrná průměrné rotační rychlosti galaxie, $\Delta v_r = c \Delta f / f$:

$$M_V = -3,5 \text{ mag} - 6,25 \log[\Delta v_r]_{\text{km/s}}. \quad (1.30)$$

Rozptyl v tomto případě dosahuje také $\sigma = 0,3$ mag.



Obrázek 1.14: Závislost radiální rychlosti v_r na vzdálenosti d , měřené pro „extragalaktické mlhoviny“ dalekohledem na obr. ???. Tehdejší hodnota konstanty úměrnosti $H_0 \doteq 500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}$ je mnohem větší než současná, neboť d bylo podceno. Převzato z Hubble (1929).

1.15 Hubbleův zákon

V případě středně vzdálených galaxií se poměrně záhy po pořízení prvních spekter podařilo nalézt úměru (Slipher 1917, Hubble 1929; obr. 1.14):

$$v_r \doteq H_0 d, \quad (1.31)$$

kterou dnes interpretujeme jako rozpínání prostoru (podrobněji viz např. Brož 2014). Hubbleův parametr $H_0 \doteq (67,8 \pm 0,9) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Ade a spol. 2016).⁵ Radiální rychlost se vztahuje k pozorovatelnému rudému posuvu:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \doteq \frac{v_r}{c} \quad (1.32)$$

pro $v_r \ll c$, příp. relativisticky by to bylo:

$$(z + 1)^2 = \frac{c + v_r}{c - v_r}. \quad (1.33)$$

Kromě toho mohou galaxie vykazovat rychlosti pekuliární, způsobené pohybem v lokálních skupinách a kupách. Poznamenejme také, že pro velmi vzdálené galaxie jednoduchý vztah (1.31) neplatí; museli bychom uvážit složitější průběh daný kosmologickými parametry (Ω_{m0} , Ω_{rel0} , $\Omega_{\Lambda0}$).

[1] Ade P.A.R. a spol., Planck collaboration 2016 Astron. Astrophys., accepted

[2] Bessel F.W. 1838 Mon. Not. R. Astron. Soc., 4, 152–161

[3] Bessel F.W. 1844 Mon. Not. R. Astron. Soc., 6, 136–141

[4] Boss L. 1908 Astron. J., 26, 604, 31–36

⁵Kdybychom se zabývali numerologií, zjistili bychom, že shodou okolností $H_0 \doteq 2,5 \text{ cm}$ za rok na vzdálenost Měsíce.

- [5] Brož M. 2014 *Povětroň*, 22, 2, 3
- [6] Campbell B.A., Campbell D.B., DeVries C.H. 1999 *J. Geophys. Res.*, 104, E1, 1897–1916.
- [7] D’angelo F. a spol. 2006 *Proc. 6th Internat. Conf. on Space Optics, ESTEC, Noordwijk, Netherlands*
- [8] Encke J.F. 1822 Gotha, In der Beckerschen Buchhandlung
- [9] Fizeau H. 1849 *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des Sciences de l’Institut de France*, 29, 90–92
- [10] Foucault L. 1850 *Ann. Phys.*, 157, 11, 434–442
- [11] Freedman W.L. a spol. 2001 *Astrophys. J.*, 553, 1, 47–72
- [12] Galle J.G. 1873 *Astron. Nach.*, 82, 4, 49–52
- [13] Green G.M. a spol. 2015 *Astrophys. J.*, 810, 1, 25
- [14] Hansen P.A. 1857 *Tables de la lune, construites d’apres la principe newtonien de la gravitation universelle*, Londres, Imprimerie de G. E. Eyre et G. Spottiswoode
- [15] Hansen P.A. 1863 *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 24, 8–12
- [16] Hartwig E. 1885 *Astron. Nach.*, 112, 355
- [17] Henderson T. 1840 *Mem. R. Astron. Soc.*, 11, 61–68
- [18] Hillebrandt W., Niemeyer J.C. 2000 *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 38, 191–230
- [19] Hubble E. 1929 *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15, 3, 168–173
- [20] Charvet P., Chassat F., Safa F., Sarri G. 2006 *Proc. 6th Internat. Conf. on Space Optics, ESTEC, Noordwijk, Netherlands*
- [21] Jordan S. 2008 *Astron. Nach.*, 329, 9, 875–880
- [22] Kepler J. 1919 *Harmonices Mundi*
- [23] Leavitt H.S., Pickering E.C. 1912 *Harvard College Observatory Circular*, 173, 1–3
- [24] Le Verrier M. 1872 *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 32, 322–328
- [25] Lieske J.H. 1968 *Astron. J.*, 73, 7, 628–643
- [26] Lindegren L., Lammers U., Hobbs U., O’Mullane W., Bastian U., Hernández J. 2012, *Astron. Astrophys.*, 538, A78
- [27] Michelson P.A. 1880 *US Nautical Almanac Office*, 1, 3, 109–145
- [28] Moisson X. 2007 *Gaia spacecraft development*, <http://www.astro.lu.se/ELSA/pages/PublicDocuments/Moisson.pdf>
- [29] Murphy T.W. a spol. 2008 *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 120, 20–37
- [30] Nemravová J., Harmanec P., Brož M., Vokrouhlický D., Mourard D., Hummel C.A., Cameron C. a spol. 2016 *Astron. Astrophys.*, 594, A55
- [31] Noteboom E. 1921 *Astron. Nach.*, 214, 10, 153
- [32] Perlmutter S. a spol. 1998 *Nature*, 391, 51
- [33] Perryman M.A.C. a spol. 1998 *Astron. Astrophys.*, 331, 81–120
- [34] Richer J. 1679 *Observations astronomiques et physiques faites en l’isle de Caïenne*
- [35] Scheffler H., Elsasser H. 1987 *Physics of the galaxy and interstellar matter*, Springer, Berlin
- [36] Schlegel D.J., Finkbeiner D.P., Davis M. 1998 *Astrophys. J.*, 500, 2, 525–553
- [37] Slipher V. 1917 *The Observatory*, 40, 304–306

- [38] Spencer Jones H. 1941 *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 101, 355–366
- [39] von Struve O.W. 1840 *Astron. Nach.*, 17, 177–178
- [40] Tully R.B., Fisher J.R. 1977 *Astron. Astrophys.*, 54, 661–673
- [41] Victor W.K., Stevens R. 1961 *Science*, 134, 3471, 46–48