

Občas se mi stane, že zapomenu nějakou důležitou rovnici: Maxwell, Planck, Einstein, Hamilton, Schrödinger, ... Co teď? Zkusím si vzpomenout!

Nejjednodušší transformace souřadnic mezi dvěma *inerciálními* soustavami (ne ' a ') pohybujícími se vzájemnou rychlostí  $V$  je zřejmě (viz Galileo):

$$t' = t, \quad (1)$$

$$x' = x - Vt. \quad (2)$$

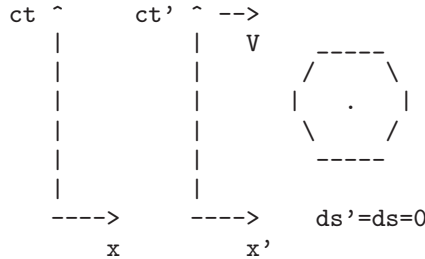
Pro  $dt, dx$  platí totéž. Intervaly mezi 2 událostmi, popsané ve 2 soustavách:

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2,$$

$$(ds')^2 = (cdt')^2 - (dx')^2 = (cdt)^2 - (dx - Vdt)^2 \neq (ds)^2,$$

jsou různé. To je v rozporu s Michelsonovým experimentem, že se světlo šíří stejnou rychlostí ( $c$ ) bez ohledu na rychlost pozorovatele (viz též obr.):

$$(ds')^2 = (ds)^2. \quad (3)$$



Zavedu proto koeficienty takové, že pro  $V \ll c$  jde  $\beta \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 1$ ; zajistím přitom symetrizaci mezi  $x$  a  $t$ , stejné jednotky (pomocí  $\frac{1}{V}$  nebo  $\frac{1}{c}$ ) a znaménko  $-$  (protože v  $ds$  už je  $-$ ).

Zkusím-li (chybně):

$$t' = t - \frac{\beta}{V}x,$$

$$x' = x - \gamma Vt,$$

pak:

$$(ds')^2 = c^2 \left[ (dt)^2 - 2dt \frac{\beta}{V} dx + \frac{\beta^2}{V^2} (dx)^2 \right] - [(dx)^2 - 2dx \gamma V dt + \gamma^2 V^2 (dt)^2];$$

koeficienty by musely splňovat  $c^2(-2)\frac{\beta}{V} + 2\gamma V = 0$ ,  $c^2 - \gamma^2 V^2 = c^2$ , neboli  $\gamma = 0$ ,  $\beta = 0$ . To nepůjde.

Zkusím-li (správně):

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\beta}{c} x \right), \quad (4)$$

$$x' = \gamma(x - Vt), \quad (5)$$

pak:

$$(ds')^2 = c^2 \gamma^2 \left[ (dt)^2 - 2dt \frac{\beta}{c} dx + \frac{\beta^2}{c^2} (dx)^2 \right] - \gamma^2 [(dx)^2 - 2dxVdt + V^2(dt)^2].$$

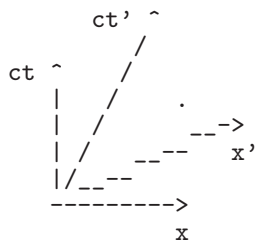
Koeficienty u  $dxdt$  jsou  $c^2 \gamma^2 (-2)\frac{\beta}{c} - \gamma^2 (-2)V = 0$ , čili:

$$\beta = \frac{V}{c} \in \langle 0; 1 \rangle. \quad (6)$$

Koeficienty u  $(dt)^2$  potom  $c^2 \gamma^2 - \gamma^2 V^2 = c^2$ , odkud:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \in \langle 1; \infty \rangle. \quad (7)$$

Graficky (4), (5) odpovídá zvětšení obou souřadnic faktorem  $\gamma$  a zároveň zmenšení o  $\gamma Vt$ , respektive o  $\gamma \frac{\beta}{c} x$ , tzn. „zkosení os“ (o úhel  $\arctg \beta$ ; viz obr.).



Inverzní Lorentzovu transformaci lze triviálně získat záměnou  $+v$  za  $-v$ :

$$t = \gamma \left( t' + \frac{\beta}{c} x' \right), \quad (8)$$

$$x = \gamma(x' + Vt'). \quad (9)$$

Co můžeme mj. vidět? Pokud pozorovatel v  $ne'$  změří  $dt \neq 0$ ,  $dx = 0$ ,<sup>1</sup> pak pozorovatel v  $'$  (dle (4)):

$$dt' = \gamma dt, \quad (10)$$

tj. dilatace (prodlužování) času. Samozřejmě nesmíme být zmateni z toho, že  $dt' \neq 0$ ,  $dx' = 0$  by vedlo na  $dt = \gamma dt'$ ! Tj. jiná událost.

Pokud pozorovatel v  $'$  změří  $dt' = 0$ ,  $dx' \neq 0$ ,<sup>2</sup> pak pozorovatel v  $ne'$  (dle (9))  $dx = \gamma dx'$ , odkud:

$$dx' = \frac{dx}{\gamma}, \quad (11)$$

tj. kontrakce (zkracování) délek. Samozřejmě...

---

1. tzn. časový interval *libovolnými* hodinami na 1 místě

2. tzn. délkový interval pravítkem v 1 okamžiku