

1. Částice a pole: 0? až 10^{-15} metru

*

Náš vesmír se skládá z částic a z polí. Celkem známe 12 nedělitelných (bodových) částic: konkrétně **6 kvarků** označených u (z angl. up), d (down), c (charm), s (strange), t (top), b (bottom); dále **6 leptonů**: elektron e^- , mion μ , tauon τ , elektronové neutrino ν_e , mionové neutrino ν_μ , tauonové neutrino ν_τ . Nesmíme zapomenout ani na příslušné antičástice s vícero opačnými vlastnostmi, zejména s opačným nábojem.

Existuje také **5 polí**: silné, slabé, elektromagnetické, gravitační a Higgsovo. Jim přísluší zprostředkující částice: gluon G, bosony W^\pm a Z, foton γ , graviton g, a Higgsov boson H . Pole zprostředkovávají silové působení mezi částicemi. Částice i pole lze studovat a měřit v urychlovačích (např. v CERNu).

2. Atom: 10^{-15} až 10^{-10} metru

*

Trojice kvarků uud tvoří **proton** p^+ a trojice ddu **neutron** n^0 . Z těchto dvou typů částic je pak složeno atomové jádro. Někde v okolí jádra, v atomovém obalu, se nachází **elektron** e^- , respektive vícero elektronů. Protony mají kladný elektrický náboj, elektrony záporný. Celkově má atom nulový náboj, protože počet elektronů bývá roven počtu protonů.

Všechny chemické prvky jsou soubory atomů, vždy s daným počtem protonů. Ne všechny prvky jsou ale stabilní, některé jejich izotopy se rozpadají, čili jsou **radioaktivní**. Z jader přitom vylétují částice označované α , β a γ . Jedná se o jádra helia, elektrony nebo pozitrony (antielektrony) a fotony. Stopy jednotlivých (nepředstavitelně malých) částic můžeme přímo pozorovat v mlžné komoře.

3. Molekula: 10^{-10} až 10^{-8} metru

*

Atomy se vyskytují též ve vázaném stavu jako **molekuly**. Příkladem může být molekula vody H_2O , složená ze dvou atomů vodíku a jednoho atomu kyslíku. Molekuly vznikají (nebo zanikají) při chemických reakcích, např. $H_2 + O \rightleftharpoons H_2O$. Chemických sloučenin existuje nepřehledné množství.

Látka tvořená prvky nebo molekulami se může nacházet ve **4 skupenstvích**: jako pevná látka, kapalina, plyn nebo plazma. Právě plazma — ionizovaný plyn složený z iontů a volných elektronů — je ve vesmíru nejběžnější stav. Na Zemi bychom jej mohli vidět při elektrickém výboji v plynu (blesku).



Obr. 2 — Robotický dalekohled na jižní terase umožňuje pozorování Slunce malým přístrojem Lunt LS60THa, $d = 60$ mm, $f = 600$ mm, s úzkopásmovým filtrem H_α (656,3 nm) s propustností jen 0,07 nm, laděným pneumaticky. Je vybaven CCD kamerou Skynyx-2-2, 1616 × 1232 pixelů, s frekvencí 12 snímků za sekundu. Pro noční pozorování je určen dalekohled Televue TV60APO, $d = 60$ mm, $f = 360$ mm. Oba jsou umístěny na upravené paralaktické montáži Losmandy G-11. Profesionální interaktivní ovládní s vizualizací všech procesů umožňuje automatický nájezd na Slunce nebo na Měsíc dle spočtené efemeridy, případně na zadané nebeské souřadnice. Prakticky stejné ovládní se používá i pro vzdálené řízení dánského dalekohledu o průměru 1,54 m, umístěného na La Silla v Chile, nebo našeho největšího dvoumetrového dalekohledu Zeiss v Ondřejově. Vyrobeno hradeckou firmou Projectsoft.

*

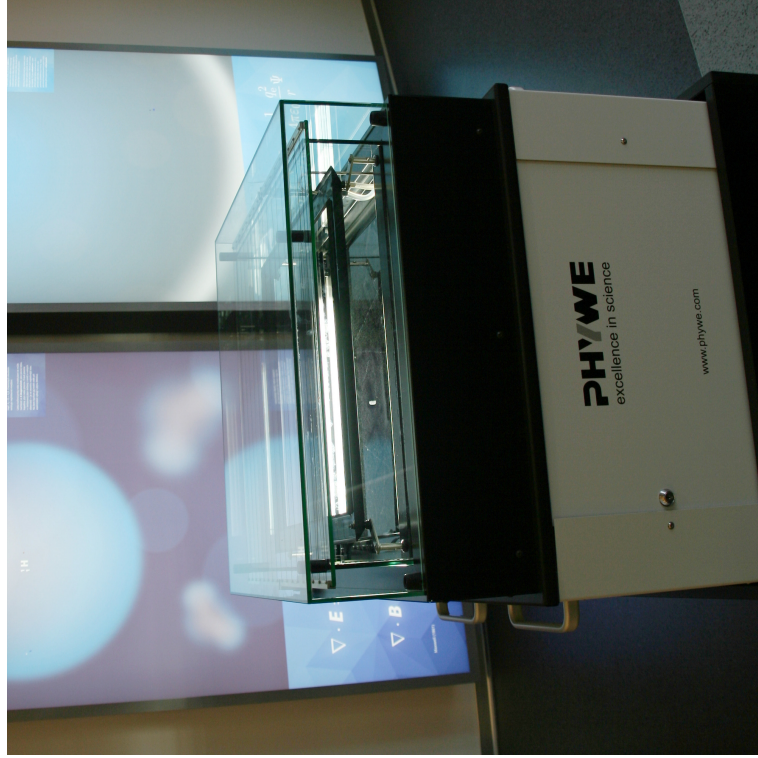
26. Větrná elektrárna

*

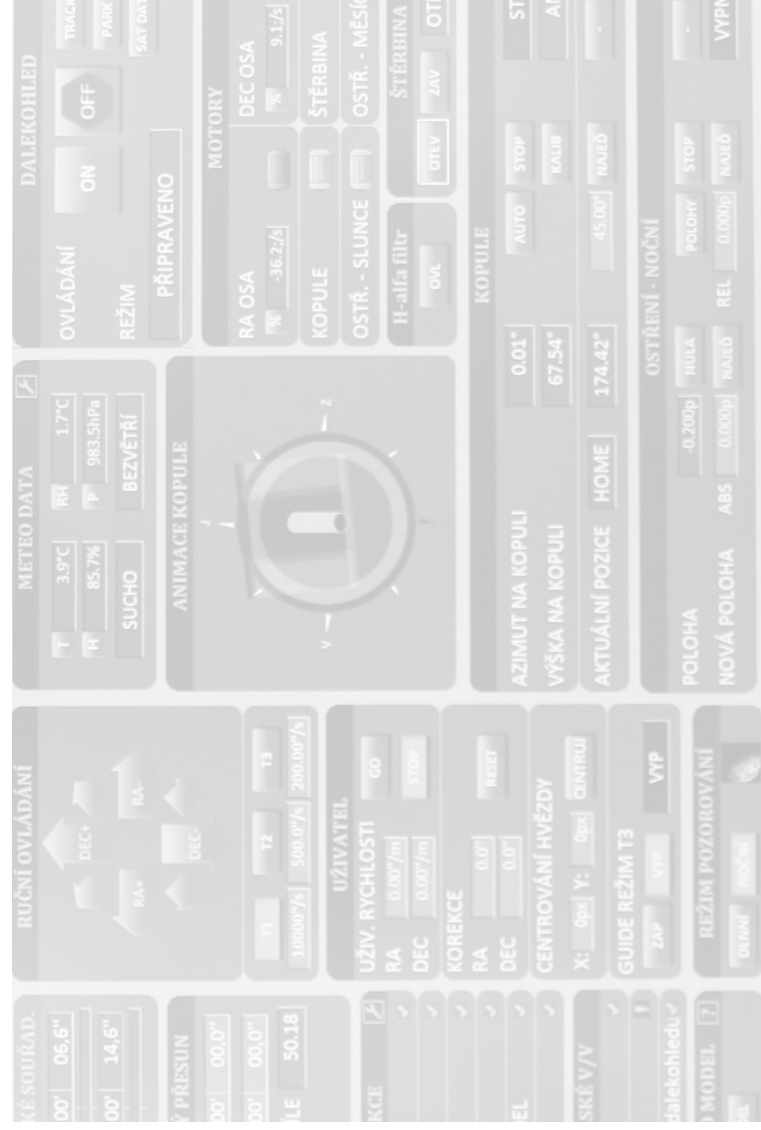
Jako příklad elektrárny větrné uvedme **Anholt** v Severním moři. Celkový instalovaný výkon 111 turbin dosahuje **400 MW**. Je samozřejmě rozdíl mezi výkony instalovaným, okamžitým a průměrným dodávaným; v případě Anholtu ale dosahuje faktor účinnosti účtyhodných **50 %**.

Protože vítr je nevyhnutelně **proměnlivý**, musejí být větrné elektrárny doplněny například zmiňovanými přečerpávacími elektrárnami nebo bude nutné pronést pojit vzdálené oblasti novými přenosovými sítěmi. Ostatně **solární** elektrárny jsou na tom dosti podobně (viz fotovoltaický panel na střеше).

jaderná (slučování)	jádru Slunce
→ tepelná	Slunce
→ zářivá	meziplanetární prostor
→ tepelná	Země
→ polybová	atmosféra
→ polybová	vítr
→ magnetická	vrtnule
→ elektrická	alternátor
→ ...	vedení
	...



Obr. 1 — Mízná komora je zařízením, které umožňuje spatřit stopu způsobenou *jedinou* elementární částicí. Po zapnutí se pod sklem vytvoří vrstva nasycených par isopropylalkoholu, do které pronikají různé nabitě částice díky přirozené radioaktivitě pozadí (okolo $0,3 \mu\text{Sv h}^{-1}$), a to zejména z atmosféry, zemského tělesa a kosmického záření. Často nastává například rozpad radonu ${}^{222}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}\text{Po} + \alpha$. Částice při svém letu ionizují jiné částice, čímž se tvoří kondenzační jádra, na kterých kondenzují kapičky alkoholu. Spatřit zde můžeme stopy jader helia α^2+ (krátké tlusté), protonů p^+ (dlouhé přímé), elektronů e^- nebo pozitronů e^+ (tenké klikaté, protože mají malou hýbnost $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ a snadno se rozptylují do stran srážkami) a také mionů μ , jež mají velmi krátkou dobu života (10^{-8} s), takže výjimečně lze zahlédnout i jejich rozpad $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, respektive „zalomenu“ stopu. Bez magnetického pole, ve kterém by se trajektorie stáčely působením Lorentzovy síly $\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, nemůžeme rozlišit kladné a záporné náboje. Vyrobeno firmou Phywe.



Každý obyvatel České republiky „spotřebuje“ přibližně 6 000 kWh elektrické energie za rok. Nemalá část je z jaderných elektráren, a zdá se tedy nezbytné rozumět i tomuto typu elektrárny. Energie pochází, jak jinak, opět z vesmíru.

gravitační → pohybová → tepelná → neutrinová → jaderná (slučování)	hvězdy kolabující jádro hvězdy explodující supernova neutrinový vítr uran (zachycování neutronů)
→ jaderná (štěpení) → tepelná → tepelná → tepelná → práce → pohybová → magnetická → elektrická → ...	uran v reaktoru reaktor primární okruh sekundární okruh (voda) vodní pára turbína alternátor vedení ...

25. Vodní elektrárna

Elektrárna **Dlouhé stráně** je specifická tím, že je přečerpávací. Pracuje se dvěma reverzními Francisovými turbínami o celkovém výkonu **650 MW**. V základním režimu voda teče z horní nádrže (nadmořské výšky 1 350 m) do dolní, se spádem 510 m.

Na druhou stranu je možné turbíny použít jako **čerpadla** a elektrickou energii přeměňovat zpět na gravitační (pochopitelně vždy s omezenou účinností). Soustava slouží zejména pro **vyrovnávání** energetických špiček tak, aby v síti byla rovnováha mezi výkonem dodávaným a odebíraným.

jaderná (slučování) → tepelná → zářivá → tepelná → tepelná → tepelná → gravitační → pohybová → pohybová → magnetická → elektrická → ...	jádro Slunce Slunce meziplanetární prostor Země oceán vodní pára pára, déšť, řeka výtok vody z přehrady turbína alternátor vedení ...
--	--

4. Buňka: 10^{-8} až 10^{-1} metru

Buňka, základní funkční jednotka všech živých organismů, je extrémně složitým uspořádáním složitých organických molekul. Buňku tvoří soustava jednodotlivých **organel** (jádro, mitochondrie, ribozomy, lysozomy atd.) vnořená v **cytoplazmě**, která je uzavřena **membránou**. Nikdo na světě neví, jak první buňka vznikla.

Obdobně malé, ale neživé struktury dokáže vyrábět člověk uměle; například integrované obvody (čipy), obsahující milióny tranzistorů na každém mm^2 . Pro zobrazování malých objektů lze použít různé mikroskopy, od optického po elektronový rastrovací.

5. Člověk: $10^0 = 1$ metr

Lidské **tělo** je tvořené řádově 100 biliony (10^{14}) buněk. Je naprosto fascinující, že tak složitá bytost vznikla (podle uznávané teorie biologické **evoluce**) postupným vývojem za pomoci přírodního výběru. Navíc se nezdá samozřejmé, že naše bezpochyby omezené vědomí dokáže vesmír ve všech jeho měřítkách zkoumat.

Člověk dokáže vytvářet také stavby nebo **stroje**, které jej svým rozměrem významně přesahují. Jedním z největších byla sto metrů vysoká **raketa Saturn 5**, která poprvé dopravila lidi na Měsíc. Raketa je třístupňová; při startu pracovalo pět motorů s celkovým tahem 34 000 kN. Pro let tam a zpět sloužila kosmická loď Apollo 11 a pro přistání modul Eagle. Kosmonauti Neil Armstrong a Edwin Aldrin vstoupili na povrch Měsíce 21. července 1969.

6. Atmosféra Země: 10^1 až 10^6 metrů

Různé atmosférické jevy se odehrávají na různých měřítkách: tromba je lokální vzdušný vír, **bouřková kupa** (oblak druhu *cumulonimbus*) zasahuje větší území, tropická cyklona pak významné části kontinentů a pasát je proudění charakteristické pro velký rozsah zeměpisných šířek ($\pm 30^\circ$).

Ovzduší obvykle pozorujeme pomocí **meteorologických přístrojů**. Měříme teplotu, tlak, rychlost větru, vlhkost, srážky a množství dopadajícího záření. Aktuální stav počasí ale *nemí* určen tím, co se dělo na daném místě, nýbrž **prouděním**. Je podstatné, odkud se k nám vzduch dostal, zda z moře či z pevniny, zda ze západu či ze severu.

7. Země a Měsíc: 10^6 až 10^8 metrů

Měřítka planetární již zcela přesahují naši představivost. Ostatně stojíme-li na povrchu Zeměkoule, připadá nám spíše jako rovina. První správné měření jejího

poloměru ($R_{\oplus} \doteq 6 \cdot 10^6$ m), resp. obvodu, uskutečnil Eratosthenés z Kyrény asi v roce 275 př. n. l., a to metodou vrženého stínu.

Vnitřní strukturu Země dnes zkoumáme především prostřednictvím **zemětresení**, čili seismických vln a seismometrů. Podle rychlosti šíření různých typů vln bylo možné rozlišit vnitřní jádro, vnější jádro, spodní plášť, svrchní plášť a kůru. Všimněme si, že rádoavě od velikosti Měsíce mívajjí tělesa přibližně **kulový tvar**, vytvářený přitažlivou gravitační silou, která je ovšem v rovnováze s gradientem tlaku (tj. odpudivou elektromagnetickou silou).

8. Slunce i hvězdy: 10^8 až 10^{11} metrů

Změřit velikost Slunce (někuli hvězd) není zcela jednoduché. Tedy měření **úhlového průměru** (přibližně $0,5^\circ$) jednoduché je, ale měření **vzdálenosti** nikoli. Přesněji se to podařilo až při pozorování přechodu Venuše přes sluneční kotouč v roce 1761. Střední vzdálenost mezi Sluncem a Zemí se nazývá **astronomická jednotka**, $1 \text{ AU} \doteq 1,5 \cdot 10^{11}$ m. Odtud vychází poloměr $R_{\odot} \doteq 7 \cdot 10^8$ m.

Velikosti hvězd se mohou během jejich vývoje podstatně měnit. I naše Slunce se v budoucnu, až se v centru přemění všechna jádra vodíku na jádra helia, změni na **červeného obra**, jehož rozměry budou srovnatelné s dráhami vnitřních planet.

9. Planetární soustavy: 10^{11} až 10^{15} metrů

Velikosti **oběžných drah** planet sluneční soustavy je naštěstí možné měřit relativně snadno. Konkrétně zjistíme siderickou oběžnou dobu T v rocích a posléze vypočítáme velkou poloosu a elipsy v astronomických jednotkách ze 3. Keplerova zákona, $[a]_{\text{AU}}^3/[T]_{\text{rok}}^2 \doteq 1$. Vidíme, že i pro Zemí ($T = 1$ rok, $a = 1 \text{ AU}$) tento přibližný vztah platí.

Planetární soustava ovšem nekončí dráhou poslední planety, v našem případě dráhou Neptunu. Podle pozorování komet víme, že se za ni nachází **Kuiperův pás** a za ním **Oortův oblak**, který již přechází do mezihvězdného prostoru. Také se za Neptunem nacházejí nejvzdálenější kosmické sondy: Pioneer 10, 11, Voyager 1, 2 a New Horizons.

10. Mezihvězdný prostor: 10^{15} až 10^{16} metrů

Vzdálenosti hvězd se měří pomocí jejich **paralaxy**, tzn. změny směru (úhlu), ve kterém hvězdu vidíme, když se naše Země během půl roku na své oběžné dráze přemístí o 2 AU. První takové měření uskutečnil Bessel v roce 1838 pro hvězdu *61 Cygni*, hodnota čísla $0,3''$. Většina viditelných hvězd má paralaxy menší a vzdálenosti pochopitelně větší.

Na záření je možné pohlízet také jako na proud nedělitelných částic — **fotonů**. Jejich energie souvisí s frekvencí, $E_{\gamma} = hf$, kde $h \doteq 6,6 \cdot 10^{-34}$ J/s je **Planckova konstanta**, snad nejdůležitější fyzikální konstanta, charakterizující náš vesmír. Mimo chodem nikdo neví, proč má právě tuto hodnotu.

23. Uhelná elektrárna

Lidé se intenzivně zabývají přeměnami energie na elektrickou, která se zdá býti velmi užitečná. Podívejme se proto detailně na elektrárnu v **Dětmarovicích**, která spaluje **fosilní palivo**. Je vybavena čtyřmi bloky o celkovém výkonu **800 MW**. Jednotkou výkonu je zde watt, $W = J/s$, a nebudíme překvapeni, že v energetice se často jako jednotka energie používá kilowatthodina, $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Na schématu je přehledně shrnuto, odkud vlastně ona energie pochází a jakých forem nabývá v různých místech (obdobné schéma by ostatně platilo i pro elektrárnu paroplynovou nebo „biomasovou“).

forma energie	příslušné místo
jaderná (slučování)	jádro Slunce
→ tepelná	Slunce
→ zářivá	meziplanetární prostor
→ chemická	rostliny
→ chemická	uhlí
→ tepelná	kotel
→ tepelná	voda
→ práce	vodní pára
→ polybová	turbína
→ magnetická	alternátor
→ elektrická	elektrické vedení
→ magnetická	motor lokomotivy
→ polybová	hřídel
→ polybová	lokomotiva
→ tepelná	brzda

24. Jaderná elektrárna

Jednou ze dvou jaderných elektráren na našem území je **Temelín**. Je vybaven dvěma reaktory a má celkový výkon **2 000 MW**. Jako palivo se používá obohacený oxid uraničitý UO_2 , se 4 % izotopu ^{235}U , a jako chladíči i moderátor voda, s příměsí kyseliny borité H_3BO_3 , přičemž bor ^{10}B funguje jako absorbér neutronů.

kde vystupuje $I_f(x)$ monochromatická intenzita, j_f emisní koeficient, κ_f absorpční koeficient a ρ hustota látky. Celé **jádro zářivé rovnováhy** ve Slunci (vnitřní 2/3 poloměru) jsou ve stavu, že přenos zářením dominuje. I tento způsob zažíváme na vlastní kůži, například když si ohříváme zmrzlé ruce u rozžhavených kamen.

20. Přenos prouděním

Za určitých podmínek, zejména při strmém počátečním zvrstvení teploty, se objevuje **vztlaková nestabilita**, která je ovšem nevyhnutelně spojena s **turbulencí** (viry). V prvním přiblížení lze pro popis tohoto proudění použít rovnici pro adiabatickou konvekci:

$$c_p dT = \frac{1}{\rho} dP,$$

tzn. vztah mezi teplotou T , tlakem P , měrnou tepelnou kapacitou c_p při konstantním tlaku a hustotou ρ . **Konvektivní zóna** ve Slunci (vnější 1/3 poloměru) je právě taková; ostatně se o tom můžeme přesvědčit na jeho povrchu, kde je vidět **granulaci**. Doma vidáme konvekci třeba v hrnci na plotně, s „testovacími“ nudlemi.

21. Přenos neutrin

Elektronová **neutrina** ν jsou slabě interagující částice, které vznikají například při reakci $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$. Mají zcela nepatrný účinný průřez σ_ν , a mohly by se tak zdát bezvýznamné, avšak mají obrovský význam v závěrečných fázích vývoje hmotných hvězd! Vznikají totiž v jejich centru, odnášejí **neutrinovou energii** E_ν pryč, a tím účinně ochlazují železné jádro a napomáhají jeho kolapsu.

Pak se jejich úloha obrátí: neutronizací vznikne obrovské množství neutrin, které navzdory σ_ν způsobí ohřev extrémně husté látky a právě díky tomu dojde k **explozi** supernovy typu II. Při zároven probíhající **nukleosyntéze** se navíc vytvářejí těžší prvky. Sečteno a podtrženo, bez neutrin bychom zde vůbec nebyli.

22. Spektrum záření

Záření se chová jako soubor elektromagnetických **vln**, z nichž každá má určitou frekvenci f . V daném prostředí se šíří rychlostí $v = \lambda f \leq c$, která pak určuje jejich vlnovou délku λ . Seřadíme-li vlny podle λ vzestupně, rozlišujeme záření: gama, rentgenové, ultrafialové, **viditelné světlo**, blízké infračervené, daleké infračervené, rádiové. Viditelnou část spektra ($\lambda \simeq 390$ až 760 nm) můžeme pozorovat například pomocí holografické **difrakční mřížky**, která vlny s různou λ posílá do různých směrů.

Pro takové vzdálenosti je zvykem používat jednotku **světelný rok**, která odpovídá vzdálenosti, již uletí světlo ve vakuu za rok, rychlostí $c \simeq 3 \cdot 10^8$ m/s. Vyjádřeno v jednotce SI, 1 sv. r. $\simeq 9,5 \cdot 10^{15}$ m.

Mezi hvězdami není vakuum, nýbrž velmi řídká **mezihvězdná látka**, ve formě plynu nebo prachu. Významně se projevuje zeslabováním světla vzdálených hvězd, zejména v optickém oboru.

11. Galaxie a galaxie: 10^{17} až 10^{24} metrů

Mléčná dráha, kterou vidíme na obloze, je vlastně část **naší Galaxie**, kterou pozorujeme zevnitř. Její rozměr, respektive vzdálenost centra, je možné odvodit z pozorování pohybů hvězd (Oortových konstant) nebo jasností a barev hvězdokup (Hertzsprungova–Russelova diagramu). Má diskovitý tvar se spirální strukturou a s příčkou. Počet hvězd v Galaxii zřejmě přesahuje 10^{11} .

Vzdálenosti **cizích galaxií** určujeme nepřímo, často pomocí proměnných hvězd Cefeid nebo supernov typu Ia. Nejprve musíme změřit vzdálenosti referenčních objektů v naší Galaxii a jejich obvyklý zářivý výkon L (s jednotkou W [watt]). Pak využijeme **zákona čtverců**, podle kterého tok Φ záření (ve W/m^2) klesá se čtvercem vzdálenosti d od izotropního zdroje, $\Phi = L/(4\pi d^2)$.

12. Nekonečný vesmír: 10^{24} metrů až ∞ ?

Rozmístění galaxií vykazuje sice vláknitou strukturu s určitými dutinami, ale na velkých měřítkách je zřetelné, že se ona struktura jaksi opakuje. V **pozorovatelné** části vesmíru, řádově 10^{26} m velké, se nachází přinejmenším 10^{11} galaxií.

Podle spektroskopických pozorování galaxií, měření vzdáleností supernov Ia a fotometrie kosmického mikrovlnného záření soudíme, že vesmír má následující základní vlastnosti: i) je všude **stejný**, ii) je ve všech směrech **stejný**, iii) je plochý, iv) rozpíná se, v) měl počátek v čase. Zdá se také nejjednodušší předpokládat, že vesmír je (a vždy byl) nekonečný.

Onen počátek — **velký třesk** — nastal před $(13,80 \pm 0,04)$ miliardami let. Kosmologické modely navíc ukazují, že namísto normální látky (protonů, neutronů a elektronů) ve vesmíru převažují temná energie a temná hmota, jejichž podstatu zatím nikdo nedokáže vysvětlit.

13. Supernova typu Ia

Pro měření kosmologických vzdáleností lze využít určité explodující hvězdy, supernovy typu Ia [jedna á], které fungují jako „**standardní svíčky**“. Je samozřejmě nutné pomocí spektroskopie rozlišit tento typ supernov od ostatních.

Supernova Ia může vzniknout v těsné dvojhvězdě, v níž jedna složka překračuje Rocheovu mez a její látka přetéká na druhou složku — **bílého trpaslíka**, složeného převážně z uhlíkových a kyslíkových jader a degenerovaného elektronového plynu. Hmotnost trpaslíka postupně roste, ale má určitou horní (Chandrasekharovu) mez, $M_{\text{Ch}} \approx 1,4 M_{\odot}$. Při jejím překročení by došlo ke kolapsu, ale ještě předtím se zvýší teplota v jádře natolik, že se zažehne jaderné slučování. Uhlík i kyslík jsou totiž příhodné palivo.

Po zažehnutí nastává **deflagrace**, čili šíření zářehu vlivem vedení tepla. Za několik sekund se uvolní energie řádu 10^{44} J [joule], která je vyšší než vazebná energie celého bílého trpaslíka, a ten proto exploduje a zanikne. Protože mez hmotnosti je dána, uvolněná energie je vždy táž.

Titulní strana — Třirozměrná struktura znázorňující rozmístění galaxií ve vesmíru. V krychli vidíme dutiny, stěny a vlákna, přičemž v průsečících vláken se nacházejí největší kupy galaxií. Skutečný rozměr krychle by byl zhruba 300 miliónů světelných let. Obdobné krychle by se opakovaly vlevo, vpravo, nahoře, dole, atd. Celá struktura byla vytvořena především gravitační přitažlivostí temné hmoty; tamtéž se soustřeďuje i svítící baryonová látka, ale bývá ještě kompaktnější, neboť se ochladila vyzářováním elektromagnetických vln. Model připomíná pavučinu (ovšem bez pavouka), což si děti dobře zapamatují. Je efektně nasvětlen UV lampou, která excituje fluorescenční barvu. Vyrobeno firmou 3D-atelier Závorka-Kutil.

Nejí samozřejmě žádoucí, aby se horké plazma dotýkalo stěn komory. Je nutné jej držet silným a vhodně uspořádaným magnetickým polem, s indukci $B \approx 3,5$ T [tesla]. Nejsou-li elektromagnety supravodivé, je nezbytné je chladiť.

17. Energie gravitační: 10^8 eV $\approx 10\%$ *

Při pádu do černé díry bychom „na vlastní kůži“ zažili, jak důležitá je energie **gravitační potenciální** E_g , **pohybová** E_k , **tepelná vnitřní** U , a **zářivá** E_γ .

S klesající vzdáleností r od centra klesá E_g a roste E_k . V **akrečním disku** však přitom dochází ke tření plazmatu o sebe, čili i k přeměně na U . Zahřátá látka pak nevyhnutelně vyzářuje E_γ . Celkově se může uvolnit až 12 % klidové energie E_0 pro Schwarzschildovu nerotující **černou díru** a 40 % pro Kerrovu rotující černou díru.

Klidová energie E_0 představuje 100 % energie obsažené v každé hmotné částici. Je možné ji uvolnit při **anihilaci**, například při reakci protonu s antiprotonem; $p^+ + p^- \rightarrow 2\gamma$. Pro jeden proton je dle **Einsteinova vztahu** $E_0 = m_0 c^2 \approx 10^9$ eV, kde m_0 označuje klidovou hmotnost částice a c rychlost světla ve vakuu.

18. Přenos vedením *

Energie se z místa na místo může přenášet při **neuspořádaném pohybu** atomů a předávat se jejich srážkami nebo vybuzením kmitání. Důležitým parametrem látky je měrná **tepelná vodivost** K , s jednotkou $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ [watt na metr a kelvin]. K popisu se užívá rovnice vedení tepla:

$$c_V \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot K \nabla T,$$

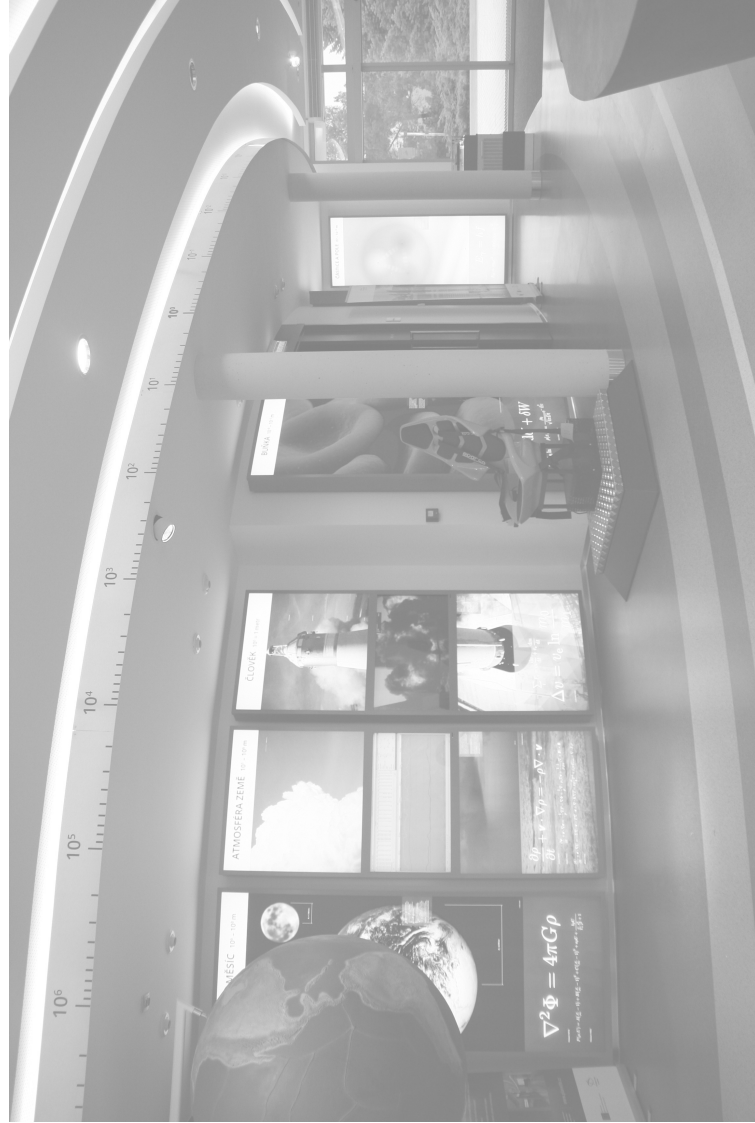
pro teplotu $T(\mathbf{r}, t)$ jakožto neznámou funkci souřadnic \mathbf{r} a času t . Figuruje v ní též měrná tepelná kapacita c_V při konstantním objemu a hustota ρ . Tento způsob přenosu se uplatňuje například v **bílých trpaslících**. Všichni její dobře známe; stačí se dotknout něčeho horkého nebo chladného.

19. Přenos zářením *

Každá látka emituje a absorbuje **fotony**, které pak mohou letět více či méně průhledným prostředím do jiného místa. Mimo jiné o tom vypovídá **střední volná dráha** l_f fotonů. Pro popis používáme rovnici přenosu záření:

$$\frac{dI_f}{dx} = j_f \rho - \kappa_f \rho I_f,$$

*



Expozice „Energie — formy a přeměny“

14. Energie chemická: 1 eV \simeq 0,000 000 1 % *

Jedním ze základních fyzikálních zákonů je zákon zachování celkové energie. Oheň je exemplárním jevem, při němž můžeme doslova vidět nebo cítit energii v následujících formách: **chemická** E_{ch} , **tepelná vnitřní** U , **mechanická práce** W , **zářivá** E_{γ} , **disociační** E_d a **ionizační** E_i .

Například při hoření molekulárního vodíku, $\text{H}_2 + \text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + 1,4 \text{ eV}$, se E_{ch} přeměňuje na U zahřátého plynu (zde vodní páry) a W , tzn. rozepnutí plynu, a evidentně E_{γ} . Část energie se však může uplatnit jako E_d , $\text{H}_2 + 4,5 \text{ eV} \rightarrow \text{H} + \text{H}$, nebo i E_i , $\text{H} + 13,6 \text{ eV} \rightarrow \text{H}^+ + \text{e}^-$. Ve všech případech se ovšem jedná o zcela nepatrnou část energie, která je v látce skryta!

Jednotkou energie je **joule** [česky džaul], $1 \text{ J} \equiv 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$. V případě jednotlivých částic se používá jednotka **elektronvolt**, $1 \text{ eV} \equiv 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

15. Energie jaderná (štěpení): $10^6 \text{ eV} \simeq 0,1 \%$ *

Nahlédneme-li do nitra jaderného reaktoru, zaujme nás nejspíše forma energie **jaderná (štěpení)** E_{js} a **tepelná vnitřní** U . Patrně uvidíme i jeden z typických projevů E_{js} , a to modravé **Čerenkovovo záření** způsobované nabitými částicemi, které se pohybují rychleji než světlo v daném prostředí.

Při rozpadu jádra **uranu**, v tomto případě vymučeném pomalým neutronem, $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{141}\text{Ba} + ^{92}\text{Kr} + 3 \text{ n} + 200 \text{ MeV}$, se přemění E_{js} na U . Přesněji řečeno, produkty rozpadu se pohybují, a tato „mikroskopická“ polybová energie E_k se posléze srážkami s okolními částicemi přemění na U . Uvolněné rychlé neutrony bývají v reaktoru zpomalované vhodným **moderátorem**, případně pohlcované **absorbérem**, aby řetězová reakce pokračovala požadovaným tempem.

16. Energie jaderná (slučování): $10^7 \text{ eV} \simeq 1 \%$ *

V experimentálním tokamaku JET můžeme očekávat energie: **jadernou** (pocházející ze slučování neboli fúze) E_{js} a opět **tepelnou vnitřní** U . Aby k reakci jader $^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + \text{n} + 18 \text{ MeV}$ vůbec mohlo dojít, musejí se jádra deuteria ^2H a tritia ^3H rychle pohybovat a překonat odpudivou elektromagnetickou sílu, neboť obě jsou kladně nabitá. To je možné ve stavu plazmatu, při vysoké teplotě přesahující $T > 10^8 \text{ K}$ [kelvinů], pročež se mimo chodem využívá energie **elektrická** E_e a **magnetická** E_m .

16 POVĚTROŇ S4/2014 *

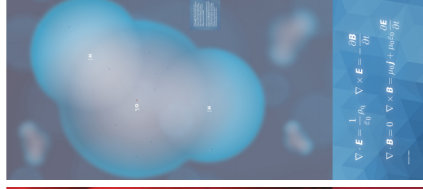
BUŇKA $10^{-10} - 10^{-9} \text{ m}$



$$\delta Q = dU + \delta W$$

$$S = k_B \ln \Omega$$

MOLEKULA $10^{-10} - 10^{-8} \text{ m}$



$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

ATOM $10^{-10} - 10^{-7} \text{ m}$

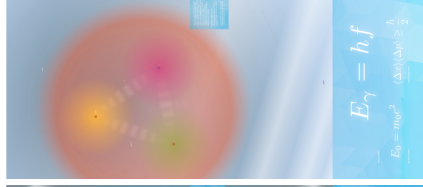


$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{2m(E - V(\mathbf{r}))}{\hbar^2} \psi$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

ČÁSTICE A POLE $10^{-16} - 10^{-18} \text{ m}$



$$E_{\gamma} = hf$$

$$E_{\gamma} = mc^2$$

$$\Delta \lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

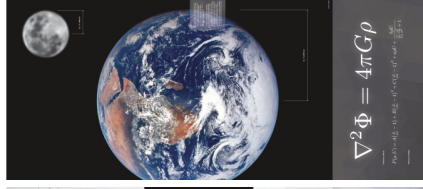
SLUNCE I HVĚZDY $10^6 - 10^{10} \text{ m}$



$$\frac{dM}{dt} = \frac{dM_{\text{in}}}{dt} - \frac{dM_{\text{out}}}{dt}$$

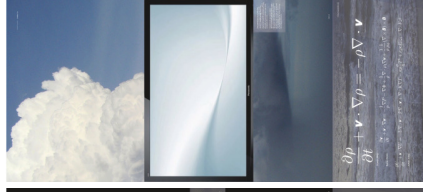
$$\frac{dU}{dt} = \frac{dU_{\text{in}}}{dt} - \frac{dU_{\text{out}}}{dt}$$

ZEMĚ A MĚSÍC $10^6 - 10^8 \text{ m}$



$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

ATMOSFÉRA ZEMĚ $10^1 - 10^6 \text{ m}$



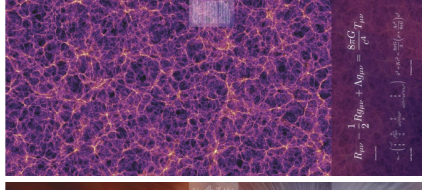
$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}$$

ČLOVĚK $10^0 - 1 \text{ meter}$



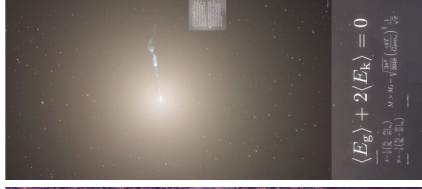
$$\Delta \theta = \theta_c \ln \frac{m_0}{m_1}$$

SUPERNOVA TYPU Ia



$$M_{\text{ej}} = \frac{M_{\text{star}} - M_{\text{rem}}}{M_{\text{star}}}$$

NEKONEČNÝ VESMÍR $10^{21} - 10^{26} \text{ m}$



$$\langle E_k \rangle + 2 \langle E_k \rangle = 0$$

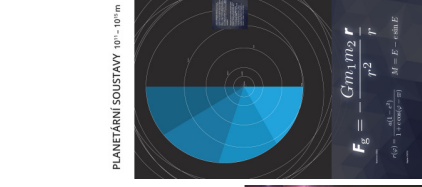
GALAXIE A GALAXIE $10^{17} - 10^{26} \text{ m}$



$$F_{\text{g}} = -\frac{GMm}{r^2}$$

$$M = F - \text{rot } E$$

PLANETÁRNÍ SOUSTAVY $10^{10} - 10^{17} \text{ m}$



$$F_{\text{g}} = -\frac{GMm}{r^2}$$

$$M = F - \text{rot } E$$

MEZIHVĚZDNÝ PROSTOR $10^{16} - 10^{21} \text{ m}$



$$P(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho}{m} \frac{\partial^2 \Delta \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{m} \nabla \cdot \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}$$

Bezesporná krása rovnic

Rovnice je možné vnímat jako krásné. Krása typografická se zdá bezesporná, ale zde máme na mysli zejména krásu intelektuální. Do našeho výběru jsme zařadili ty, které mají zásadní význam v astrofyzice, ale vzhledem k jejich obecné platnosti je v nich skryto i porozumění našemu bezprostřednímu okolí. Skutečnost, že zákony objevené a ověřené v laboratořích jsou zřejmě tytéž, jakými se řídí celý vesmír, je snad největší div! Význam rovnic zde není nijak podrobně vysvětlován, uvádíme však význam všech fyzikálních veličin a konstant.

1. kvantování záření (Planck 1900), první ze vztahů kvantové mechaniky:

$$E_\gamma = hf, \quad [\text{jednotka J}]$$

kde E_γ je energie fotonu (kvanta), h Planckova konstanta a f frekvence záření.

2. ekvivalence hmoty a energie (Einstein 1905):

$$E_0 = m_0c^2, \quad [\text{J}]$$

kde E_0 je klidová energie, m_0 klidová hmotnost a c rychlost světla ve vakuu.

3. Heisenbergovy relace neurčitosti (Heisenberg 1927):

$$\langle \Delta x \rangle \langle \Delta p \rangle \geq \frac{\hbar}{2}, \quad [\text{J}\cdot\text{s}]$$

kde $\langle \Delta x \rangle$ je nejistota určení polohy, $\langle \Delta p \rangle$ nejistota hybnosti, $\hbar \equiv h/(2\pi)$ redukovaná Planckova konstanta.

4. Schrödingerova rovnice (Schrödinger 1926), v tomto případě pro pohyb elektronu v elektrickém poli protonu:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m_e}}_{\text{kinetická}} \nabla^2 \Psi - \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e^2}{r}}_{\text{potenciální}} \Psi, \quad [\text{J}\cdot\text{s}]$$

kde Ψ je (komplexní) vlnová funkce, jejíž kvadrát je hustotou pravděpodobnosti výskytu, t čas, r vzdálenost, m_e hmotnost, ϵ_0 permitivita vakua a q_e náboj.

5. operátor gradientu (stoupání):

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad [\text{m}^{-1}]$$

kde derivujeme podle souřadnic x , y , z . Operátor divergence (rozbíhání) $\nabla \cdot$ zahrnuje navíc skalární součin, operátor rotace (stáčení) $\nabla \times$ vektorový součin.

6. Maxwellovy rovnice (Maxwell 1861) pro elektromagnetické pole, konkrétně Gaussův zákon:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_q, \quad [\text{V}\cdot\text{m}^{-2}]$$

7. Faradayův zákon:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad [\text{V}\cdot\text{m}^{-2}]$$

Nakonec si všimneme, že z matematického hlediska se většinou jedná o parciální diferenciální rovnice nejméně druhého řádu. Zároveň si všimneme, že žádná rovnice nám neříká *nic* o počátečních nebo okrajových podmínkách. Jinými slovy, máme-li rovnici pro zrychlení (tj. druhá derivace souřadnic podle času) musíme zadat počáteční souřadnice a rychlost (0. a 1. derivaci). Tyto musíme buď změřit (v současnosti), nebo zkusit hádat — studujeme-li nevratné děje, například nepružné srážky, chaos, turbulenci, jež se odehrály v minulosti; pak porovnááme měření s výpočtem současného stavu. V každém případě musíme zohlednit nejméně tofy měření a neměli bychom zapomínat ani na určité meze platnosti rovnic.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \nabla P - \nabla \Phi + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$

kde M je hmotnost, γ adiabatický exponent, ostatní známe.

32. Oortovy konstanty (Oort 1927), popisující pohyby hvězd v okolí Slunce:

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{R_0} - \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) \quad [\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}]$$

$$B = -\frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{R_0} + \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) \quad [\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}]$$

kde V_0 oběžná rychlost Slunce, R_0 vzdálenost galaktického centra, $\frac{dv}{dr}$ sklon rotační křivky.

33. Einsteiny rovnice pole (Einstein 1915):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad [\text{s}^{-2}, \text{m}^{-2}, 1, 1]$$

pro $g_{\mu\nu}$ metrický tenzor, popisující křivost prostoročasu, kde $R_{\mu\nu}$ je Ricciho tenzor, R Ricciho skalár, Λ kosmologická konstanta, G gravitační konstanta, c rychlost světla ve vakuu a $T_{\mu\nu}$ tenzor energie a hybnosti.

34. metrika FLRW, homogenní a izotropní:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a(t)^2}{1-Kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(t)^2 r^2 d\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(t)^2 r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \end{pmatrix}, \quad [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}, 1, \text{m}^2, \text{m}^2]$$

vyjádřená ve sférických souřadnicích (r, θ, φ) , kde a je expanzní parametr a K skalární křivost.

35. Fridmannova rovnice (Fridmann 1922):

$$\dot{a}^2 + K c^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \right) a^2, \quad [\text{s}^{-2}]$$

pro expanzní parametr a , popisující rozpínání prostoru; ostatní známe.

36. Chandrasekharova mez (Chandrasekhar 1930):

$$M_{\text{Ch}} = \frac{\omega_3^0 \sqrt{3\pi}}{2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu_e m_{\text{H}}}, \quad [\text{kg}]$$

je pouze kombinací základních fyzikálních konstant.

37. Rankinovy–Hugoniotovy rovnice (Rankine 1870, Hugoniot 1887):

$$\begin{aligned} \rho_0 D &= \rho(D - u), & [\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \\ \rho_0 D^2 + P_0 &= \rho(D - u)^2 + P, & [\text{Pa}] \\ U_0 + \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{1}{2} D^2 &= U + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} (D - u)^2, & [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}] \end{aligned}$$

kde D rychlost rázové vlny, u částicová rychlost, ρ hustota, P tlak, U měrná vnitřní energie, příčerným indexem 0 jsou označeny veličiny před průchodem rázové vlny, bez indexu po průchodu.

8. Gaussův zákon pro magnetismus, neboli neexistence magnetických monopolů:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad [\text{T} \cdot \text{m}^{-1}]$$

9. Ampérův zákon:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad [\text{T} \cdot \text{m}^{-1}]$$

kde \mathbf{E} je intenzita elektrického pole, \mathbf{B} magnetická indukce, ρ_q nábojová hustota, μ_0 permeabilita vakua a \mathbf{j} proudová hustota.

10. 1. věta termodynamická (Clausius 1850):

$$\delta Q = dU + \delta W, \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

kde δQ je dodané teplo, dU zvýšení vnitřní energie a δW vykonaná práce.

11. Boltzmannova rovnice (Boltzmann 1872), základní rovnice statistické fyziky:

$$S = k_B \ln \Omega, \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

kde S je entropie (neuspořádanost), k_B Boltzmannova konstanta a Ω počet mikrostavů odpovídajících danému makrostavu.

12. Brownův pohyb (Brown 1827, Einstein 1905):

$$\rho(x, t) = \frac{\rho_0}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}, \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$$

kde ρ je hustota, D konstanta difuze.

13. Newtonův pohybový zákon (Newton 1687), zde pro pohyb rakety:

$$\sum_i F_i = m \frac{dv}{dt} + v_e \frac{dm}{dt}, \quad [\text{N}]$$

kde F_i označuje působící síly, m hmotnost, v rychlost rakety, v_e výtokková rychlost plynnů.

14. Ciolkovského rovnice (Ciolkovskij 1896):

$$\Delta v = v_e \ln \frac{m_0}{m_1}, \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

kde Δv je změna rychlosti rakety, m_0 počáteční hmotnost, m_1 konečná hmotnost.

15. hydrodynamické rovnice, konkrétně rovnice kontinuity:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{derivace } f(\mathbf{r}, t) \text{ zředění}} + \underbrace{\mathbf{v} \cdot \nabla \rho}_{\text{zředění}} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}]$$

16. Navierova-Stokesova rovnice (též pohybová; Navier 1822, Stokes 1842):

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \underbrace{\mu_1 \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \nabla (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}_{\text{Lorentz}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mu_0 \mathbf{v}}_{\text{viskozita}} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

17. 1. věta termodynamická (Alfvén 1942):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla U = -U \nabla \cdot \mathbf{v} - P \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot \underbrace{K \nabla T - \kappa \rho \frac{\sigma}{4} T^4 + \kappa \rho c E_{\text{rad}} - \nabla \cdot F_{\star} \hat{r}}_{\text{vedení}} + \underbrace{\sigma \frac{\sigma}{4} T^4 + \kappa \rho c E_{\text{rad}} - \nabla \cdot F_{\star} \hat{r}}_{\text{emise}} - \underbrace{\sigma \frac{\sigma}{4} T^4 + \kappa \rho c E_{\text{rad}} - \nabla \cdot F_{\star} \hat{r}}_{\text{absorpce}} - \underbrace{\sigma \frac{\sigma}{4} T^4 + \kappa \rho c E_{\text{rad}} - \nabla \cdot F_{\star} \hat{r}}_{\text{ozáření}} \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}]$$

kde ρ je hustota, \mathbf{v} rychlost proudění, P tlak, Φ gravitační potenciál, μ_1 kinematičká viskozita, μ_0 permeabilita vakua, \mathbf{B} magnetická indukce. U je měrná vnitřní energie, K součinitel tepelné vodivosti, κ opacita (neprůhlednost), σ Stefanova-Boltzmannova konstanta, T termodynamická teplota, E_{rad} hustota energie záření a F_{\star} tok záření od hvězdy.

18. Poissonova rovnice (Poisson 1813):

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho, \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}]$$

pro Φ , tj. zmiňovaný gravitační potenciál, G je gravitační konstanta a ρ hustota.

19. stavová rovnice pro pevnou látku (Tillotson 1962):

$$P(\rho, U) = A \left(\frac{U}{\rho_0} - 1 \right) + B \left(\frac{U}{\rho_0} - 1 \right)^2 + C \left(\frac{U}{\rho_0} - 1 \right)^3 + a \rho U + \frac{b \rho U}{U_0} + \frac{\rho^2}{\rho_0^2} + 1 \quad [\text{Pa}]$$

obecně vztah mezi tlakem P , hustotou ρ a měrnou vnitřní energií U , kde veličiny s indexem 0 jsou příslušné hodnoty při nulovém tlaku, a A, B, C, a, b parametry látky.

20. rovnice stavby hvězd (Eddington 1916), čili rovnice kontinuity:

$$\frac{dM_R}{dR} = 4\pi R^2 \rho, \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}]$$

21. hydrostatická rovnováha:

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{GM_R \rho}{R^2}, \quad [\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}]$$

22. energetická rovnováha:

$$\frac{dL_R}{dM_R} = \varepsilon_{\text{nuc}} - \varepsilon_{\nu} - \frac{dU}{dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}, \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$$

23. přenos energie zářením:

$$\left. \frac{dT}{dR} \right|_{\text{rad}} = -\frac{3\kappa \rho L_R}{16\pi a c T^3 R^2}, \quad [\text{K} \cdot \text{m}^{-1}]$$

24. přenos energie prouděním:

$$\left. \frac{dT}{dR} \right|_{\text{ad}} = -\frac{\delta}{c_p} \frac{GM_R}{R^2}, \quad [\text{K} \cdot \text{m}^{-1}]$$

kde M_R je hmotnost koule o poloměru R , ρ hustota, L_R výkon procházející povrchem koule, ε_{nuc} měrný výkon jaderných reakcí, ε_{ν} ztráty způsobované neutrinami, T teplota, a konstanta hustoty záření, δ je odvozeno ze stavové rovnice a c_p označuje měrnou tepelnou kapacitu při konstantním tlaku.

25. Newtonův gravitační zákon (Newton 1686):

$$\mathbf{F}_g = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad [\text{N}]$$

kde \mathbf{F}_g je síla, G gravitační konstanta, m_1, m_2 hmotnosti dvou hmotných bodů a r vzdálenost.

26. 1. Keplerův zákon neboli rovnice kuželosečky:

$$r(\varphi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\varphi - \varpi)}, \quad [\text{m}]$$

kde r je vzdálenost, a velká poloosa, e excentricita, φ pravá „délka“ a ϖ délka pericentra,

27. Keplerova rovnice (Kepler 1619):

$$M = E - e \sin E, \quad [\text{rad}]$$

kde M je střední anomálie, E excentrická anomálie a e excentricita.

28. stavová rovnice (Clapeyron 1834, Planck 1900) pro plazma se zářením:

$$P(\rho, T) = \underbrace{\frac{\rho}{\mu m_{\text{a}}}}_{\text{ideální plyn}} \underbrace{k_{\text{B}} T}_{\text{degenerace}} \underbrace{\lambda_{\text{deg}}(\rho, T)}_{\text{záření}} + \frac{1}{3} a T^4, \quad [\text{Pa}]$$

kde P je tlak, ρ hustota, T teplota, μ střední molekulová hmotnost, m_{a} atomová hmotnostní jednotka, k_{B} Boltzmannova konstanta, λ_{deg} funkce popisující elektronovou degeneraci, a konstanta hustoty záření.

29. rovnice přenosu záření:

$$\frac{\partial E_{\text{rad}}}{\partial t} = \underbrace{\nabla \cdot \frac{c \lambda_{\text{lim}}}{\kappa \rho} \nabla E_{\text{rad}} + \kappa \rho \frac{\sigma}{4} T^4 - \kappa \rho c E_{\text{rad}}}_{\text{difuze}} + \underbrace{\sigma \frac{\sigma}{4} T^4}_{\text{emise}} - \underbrace{\kappa \rho c E_{\text{rad}}}_{\text{absorpce}}, \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}]$$

kde E_{rad} je hustota energie záření, λ_{lim} limiter toku, κ opacita, ρ hustota, σ Stefanova-Boltzmannova konstanta a T teplota.

30. viriálový teorém (Clausius 1870), pro gravitačně vázaný systém:

$$\langle E_g \rangle + 2 \langle E_k \rangle = 0, \quad [\text{J}]$$

kde $\langle E_g \rangle$ je střední hodnota energie potenciální a $\langle E_k \rangle$ kinetické.

31. Jeansovo kritérium (Jeans 1902), pro gravitační kolaps oblaku:

$$M > M_J = \sqrt{\frac{3\pi^5}{2048} \left(\frac{\gamma k_{\text{B}} T}{G \mu m_{\text{a}}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\rho}}}, \quad [\text{kg}]$$