

Gnómonická rekonstrukce slunečních hodin na Révovém nádvoří Klementina

Miroslav Brož, Martin Šolc, Jakub Kándl

V září roku 2005 jsme pracovali na gnómonické rekonstrukci dvojích slunečních hodin na západní stěně Révového nádvoří Klementina, toho času sídla Národní knihovny České republiky [5], někdejší jezuitské koleje [8]. Hodiny byly více než 50 let ukryté pod bující révou¹, pouze v pravých trčel z révy kolmý ukazatel, stále „připomínající“ jejich existenci. Při celkové revitalizaci nádvoří, která zahrnovala opravy střeš, kašny, výzdoby, atd., iniciovali Pavel Dykast a Pavel Macenauer také renovaci slunečních hodin. Bylo postaveno 15 m vysoké lešení, réva sestřížena a číselníky hodin odkryty. Omítka byla již poškozena, byly patrné jen základní motivy výzdoby. Některé části číselníku, hodinové rýsky, číslice nebo datové křivky a ukazatel levých hodin chyběly. Naším úkolem bylo spočítat oboje sluneční hodiny tak, aby opět správně „pracovaly“. Vlastní rekonstrukci malby prováděli JK a Petr Hájek.

Postupovali jsme následovně:

- 1) Důkladně jsme obhlédli číselníky, abychom zjistili, co mají ukazovat.
- 2) Změřili jsme souřadnice významných bodů číselníku a ukazatele.
- 3) Metodou vrženého stínu (obr. 2) jsme změřili orientaci stěny vzhledem ke světovým stranám.
- 4) Spočítali jsme číselník teoreticky (programem SHC, [1]) a porovnali jej s měřenými body.
- 5) Když jsme dosáhli dobré shody, vynesli jsme uhlem na stěnu chybějící čáry a číslice a zvýraznili stávající, takže restaurátoři mohli malbu obnovit správně z hlediska gnómoniky.

Jednou za týden až 14 dní jsme se scházeli na lešení s restaurátory, zástupci Státního památkového ústavu a pracovníky Národní knihovny, abychom postup rekonstrukce konzultovali.

Zeměpisné souřadnice (v systému WGS-84) stanoviště pravých hodin jsou $\lambda = 14^{\circ} 24' 56,5''$, $\varphi = 50^{\circ} 5' 12,4''$. Levé hodiny jsou o 4" severněji. V databázi slunečních hodin [2] mají označení 01 1/16 (levé) a 01 1/15 (pravé).

Soudě podle podobného stylu výzdoby a datace jiných malovaných hodin v Klementinu, byly sluneční hodiny na západní stěně Révového nádvoří vytvořeny pravděpodobně ve druhé polovině 17. století nebo v 1. polovině století osmnáctého. Například sousední jižní levé hodiny na Révovém nádvoří (ev. č. 01 1/6), mají vročení „1662“ a východní hodiny na Studentském nádvoří (ev. č. 01 1/1) „1658“.

¹ Naposledy je zřejmě viděl Ernest Zimmer ve 40. letech 20. století a zaznamenal jejich existenci v knize [12].

vizuálně 8,2 mag, chvost $10'$ s $PA = 225^{\circ}$) je hodně difúzní s jasným jádrem. Na CCD snímcích je patrná přítomnost největších úlomků AQ, který se nedávno oddělil a byl příčinou náhlého zjasnění fragmentu B na počátku měsíce dubna. Úlomek G (60 s, 13,5 mag) začal slábnout, zcela ztratil centrální kondenzaci a zřejmě došlo k úplnému rozpadu. Na CCD snímcích je vidět jen obláček. Astrometrie už nebyla možná, nebylo vlastně co měřit. Úlomek R (60 s) se postupně zjasňuje, zdá se být nadějným fragmentem. Vizually jsme jej v Hradci ještě nezkoušeli nalézt. Foto Martin Lehký.

Děni na obloze v květnu a červnu 2006

Petr Horálek, Martin Cholasta

Nejjasnějšími a neočekávanějšími kometami by měly být segmenty rozpadající se vlasatice 73P/Schwassmann-Wachmann 3. V polovině května proletí ve velmi malé vzdálenosti od Země (kolem 0,08 AU) a nejjasnější z nich, označené písmenky „C“ a „B“, by měly být viditelné na nepřesvětlené obloze pouhým okem. K 13. dubnu 2006 bylo známo 20 komponent a není vyloučeno, že tento „kometární řetězec“ doplní při zmenšující se vzdálenosti od Slunce další úlomky. Vizually by mohlo být pozorováno 5 nejjasnějších. (Viz též Povětroň 1/2006, str. 14.)

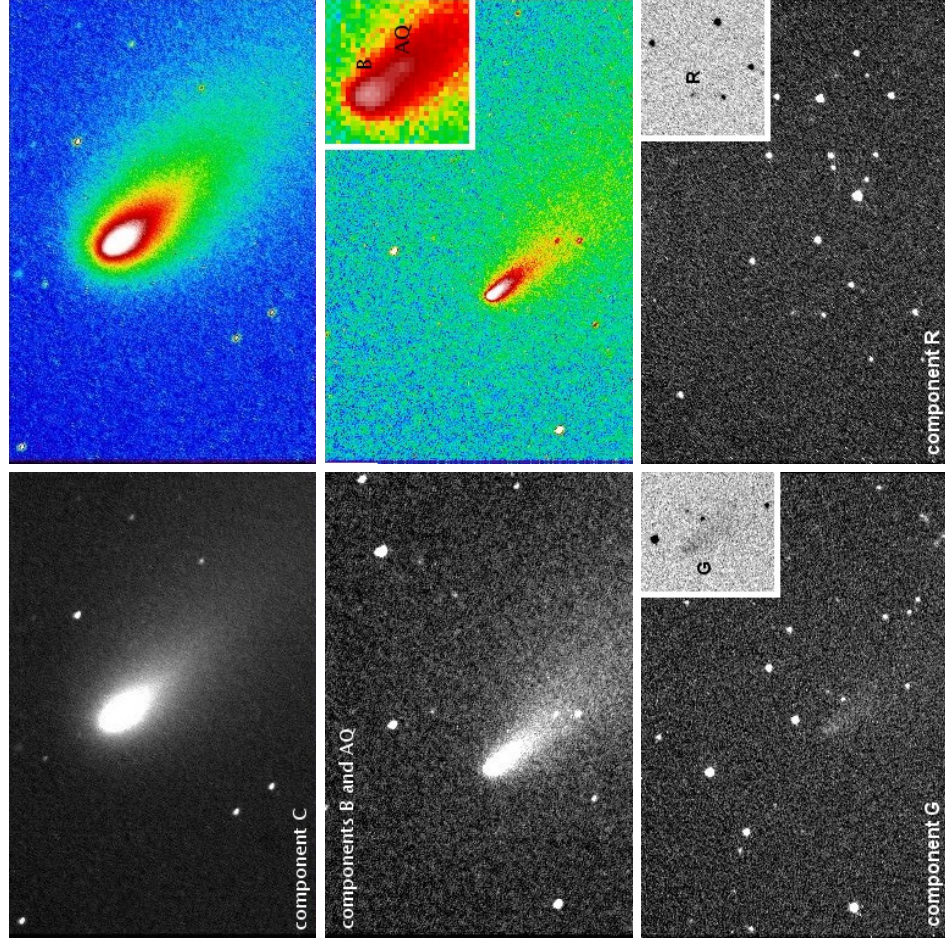
Ve stínu slávy předchozí komety jsou stále ještě příznivé podmínky pro pozorování komety C/2006 A1 Pojmanski, která krátce zářila na březnové ranní obloze. Být byla viditelná i okem, její rychle narůstající vzdálenost od Země i od Slunce způsobila, že koncem dubna zeslábla z 5. magnitudy na 9. magnitudu a viditelnost se stále zhoršuje. Nejlepší podmínky jsou stále časně z rána, kdy ji nalezneme v nápadném souhvězdí Kasiopeji. Do konce května její jasnost klesne asi na 12. magnitudu. Mapy, elementy, efemeridy i jasnosti komet naleznete shrážděné na stránce Seiichi Yoshidy (<http://aerith.net>).

Koncem dubna, po dubnových Lyridách, začíná vysoká aktivita meteorických rojů. Pravděpodobně nejznámější a neaktivnější v tomto období bývá roj η Aquarid, který souvisí s jarní větvi dráhy komety 1P/Halley (s podzimní větvi souvisí Orionidy). Bohužel pro pozorovatele střední Evropy je jeho radiant vidět jen před svítáním (nautický soumrak začíná přibližně ve 3 h 10 min, Měsíc v tuto dobu neruší). Při výšce $h \approx 15^{\circ}$ a obvyklé zenitové frekvenci $f \approx 40$ meteorů za hodinu spatříme nejspíš pouze $\sim \frac{1}{2} f \sin h \approx 5$ meteorů za hodinu. Maximum není ostré a nastává odpoledne 5. května.

Měsíc nebude vůbec rušit červnové Bootidy, i jejich radiant je v první polovině noci vysoko. Frekvence je proměnlivá, v roce 1998 dosáhla náhle 100 meteorů za hodinu (jinak je kolem 10 meteorů za hodinu). Radiant je velmi široký (kolem 20°) a maximum nastane večer 27. června.

V noci 5. června bude Saturn procházet jen 51' od otevřené hvězdokupy M 44 Jesličky. 14. 6. se k sobě na obloze přiblíží Saturn, Mars, hvězdokupa M 44 a planeta Vesta (ta bude 2° severně). 16. 6. bude Mars dokonce přes Jesličky procházet

Průběžně s tím Martin pořizoval CCD snímky komety přes JST. Druhá fáze po fotografování nastala nazítří doma, neboť bylo třeba snímky poskládat. K tomuto účelu jsem použil program Iris. Výsledkem jsou dva složené snímky komety 73P/Schwassmann-Wachmann 3, fragmentů B a C (obr. 21). Snímek „běčka“ je složením šesti třicetisekundových expozic a snímek „céčka“ pěti třicetisekundových expozic. Zda se snímky zdaří, už musíte posoudit sami. Nakonec dodám, že vizuální podmínky té noci nepatřili na hradecké poměry k těm dobrým.



Obr. 18 — Komet 73P/Schwassmann-Wachmann 3 v noci 25./26. 4. 2006 na snímcích z dalekohledu JST. Zorné pole je přibližně $11' \times 7'$. Fragment C byl snímán ve 21 h 31 min, pětkrát po 20 s. Zdá se být prozatím poměrně kompaktním tělesem. Podle vizuálních pozorování má jasnost 7,4 mag a chvost dlouhý 20' v pozičním úhlu 220° . Fragment B (23 h 45 min, 5 krát 20 s,

Západní hodiny na Révovém nádvoří zřejmě nikdy v minulosti nebyly přemalované, což je jistě unikátní příležitost vidět původní práci jezuitského astronoma a malíře. V kontrastu s tím například jižní pravé hodiny (ev. č. 01 1/8) byly přemalované v průběhu staletí snad desetkrát, čímž vznikla dnešní gnómonická chybnost: například z ladných „ostřejších“ hyperbol (obratníků na kalendáriu) se staly „tupější“ široké oblouky [9].

Autor těchto slunečních hodin, ani jiných hodin v Klementinu, není znám. Jisté je, že musel mít určité astronomické vzdělání. Astronom VALENTIN STANSEL SJ (1621–1705) pobýval v Klementinu příliš krátkou dobu, než aby stihl hodiny vytvořit. Dalším, kdo se zde věnoval astronomii byl THEODOR MORETUS (1601/2–1667). Pobýval v Praze od roku 1630 a jeho přednášky zahrnovaly i podstatnou část gnómoniky.

Pravé západní hodiny

Jako jednodušší se ukázala rekonstrukce pravých hodin. Číselník obsahoval dvojí úsečky (obr. 4): pro hodiny počítané od východu slunce (babylónský čas), pro hodiny počítané od západu slunce předchozího dne (starořecký, italský čas) a také kalendárium vymezené dvěma datovými křivkami pro slunovraty (odpovídají obratníkům Raka a Kozoroha) a úsečkou pro rovnodennosti (která je obrazem rovníku). Výzdobu tvořily stupy po stranách kalendária, motiv malby a případné nápisy nebylo možné rozpoznat. Hodiny od východu byly číslovány světlými arabskými číslicemi ve stuze, ale zcela chyběly číslice pro ty úsečky, které ke stuze nedosahovaly. Hodinám od západu příslušely tmavé arabské číslice, vepsané přes čáry dovnitř číselníku; některé číslice ovšem chyběly. Levá polovina číselníku byla velmi neztětná, nebylo jasné, kde čáry pokračují a kde jsou číslice.

Číselník (obdélník uvnitř rámu) měřil 357 cm krát 200 cm. Ukazatel byl kolmý ke stěně a střed kuličky (nodu) byl vzdálen od paty 46,25 cm. Dále jsme měřili polohu paty ukazatele, horizontu, konců datových křivek a několika hodinových úseček (tab. 1).

bod	x/cm	y/cm
<i>P</i>	0	0
<i>A</i>	-197	-170
<i>B</i>	-81	-170
<i>C</i>	-84	-170
<i>D</i>	-28	0
<i>E</i>	-7	-35
<i>F</i>	-303	-127

Tab. 1 — Změřené souřadnice význačných bodů na číselníku pravých západních hodin. Počátek souřadnicové soustavy je v patě ukazatele *P*, kladné souřadnice jsou měřené doprava a nahoru. Bod *A* je průsečík rovnodennostní přímky a spodního okraje číselníku, *B* průsečík letní hyperboly a okraje, *C* průsečík hodinové úsečky pro 9 h od východu slunce s okrajem, *D* průsečík téhož s horizontem, *E* průsečík úsečky pro 20 h od západu slunce a letní hyperboly, *F* průsečík téhož s levým okrajem číselníku.

Jednoduchým stínovým zařízením s úhломěrem (obr. 2) jsme opakovaně (dvakrát, v různých denních dobách a na více místech číselníku) měřili úhel $\alpha = A - A_{\odot}$ mezi azimutem A kolmice ke stěně a azimutem A_{\odot} Slunce. Podle teorie VSOP82 polybu Země kolem Slunce [11] jsme spočetli azimuty Slunce A_{\odot} v daných okamžicích a prostými součty $\alpha + A_{\odot} = A$ a aritmetickým průměrem přes všechna měření jsme určili průměrný azimut kolmice ke stěně $\bar{A} = (90,4 \pm 0,2)^{\circ}$.

Původní autor návrhu slunečních hodin zřejmě neznal orientaci stěny s takovou přesností a počítal s hodnotou 90° , tj. přesně západní stěnou; svědčí o tom i poloha paty ukazatele přesně na rovnodennostní přímce. Ušetřil si tím i komplikace při gnomonickém návrhu číselníku. (Ovšem mohl také celý číselník kreslit postupně během roku metodou vrženého stínu.) Pro nás sice není problém počítat s hodnotou $90,4^{\circ}$, ale naším cílem je rekonstruovat hodiny v původní podobě, tudíž budeme nadále počítat s hodnotou 90° . Odchyłky od pravého místního slunečního času (PMSČ) způsobené tímto zaokrouhlením azimutu jsou nejvýše řádu 1 min.

Číselník (obr. 5) vypočítaný pro danou délku ukazatele $d = 46,25$ cm, orientaci stěny $A = 90^{\circ}$ a zeměpisnou šířku Klementina $\varphi = 50^{\circ} 5' 13''$ dobře odpovídá měřeným bodům (v rámci střední chyby měření 1 cm).

Nyní jsme mohli s jistotou vymezit hranice kalendária, doplnit hodinové úsečky ve zničené části číselníku a správné je oceňovat. Díky této „nápodvěď“ jsme zpětně rozpoznali i zbytky číslic 19 a 20, příslušející času od západu slunce (obr. 3). Číslice hodin od východu jsme navrhli doplnit na okraj číselníku.

Restaurátoři nejprve ze slunečních hodin sejmuli vrstvu prachových nečistot. Dále byla provedena celoplošná konsolidace barevné vrstvy. Defekty v omítkové vrstvě byly doplněny tmelem na bázi odleželého vápna. Nakonec byla provedena finální retuš, která určila výslednou podobu hodin. Výsledek restaurování je dokumentován na titulním obrázku.



Obr. 2 — Jednoduché stínové úhломěrné zařízení pro měření úhlu α . Úhломěr přiložený ke stěně je vodorovný a svislá tyčka na něj vrhá stín. Na tomto obrázku je úhel $\alpha = -41^{\circ}$.



Obr. 3 — Zbytky číslice 20 (náležející úsečce pro hodiny od západu slunce) na číselníku pravoúhlých západních hodin.

Za hluboké tmy jsme se vydali na cestu domů. Zpáteční cesta přes náhorní plošiny ubíhala rychleji než jsme plánovali. Druhá povinná osmihodinová přestávka byla v Istanbulu, kam jsme dorazili 30. března okolo 14. hodiny. Odjezd byl stanoven na 22. hodinu. Na prohlídku města by podle různých průvodců člověk potřeboval asi pět dní, ale navzdory tomu jsem si stihl prohlédnout sultanovu měštitu, velký bazar a přílehlé uličky.

Teď už to byl pouze boj s kilometry a časem. První narušení časového harmonogramu přišlo opět na bulharsko-tureckých hranicích. Bez drobných úplatků v podobě piva a několika Euro, bychom asi nevyvázli za dvě hodiny. Poté následovaly „kvalitní“ bulharské silnice. Největší časové zdržení nás ale teprv čekalo. Při přecházení bulharsko-srbských hranic jsme museli přetrpět pět hodin zbytečného čekání. Bulharští celníci se asi zdrželi na obědě. Následovala „příjemná“ projížďka Srbskem. Netrpělivě jsme očekávali maďarskou celnici, neboť tam končí a začíná Evropa — hlavně co se týká kvality silnic. Do kruté reality na hranicích nás vrátil maďarský celník, který v ranních hodinách 1. dubna, silně posílen kvalitním destilátem, začal důkladně kontrolovat autobus. Nedokázal pochopit, asi myslel na apríla, že jsme byli na jeden den v Turecku. Výsledkem jeho snažení bylo vyskládaní batohy a důkladná kontrola, zda-li něco nepašujeme. Asi po půl hodině si všiml druhý celník svého kolegy a přišel mu domluvit. Následně jsme mohli batohy naložit a vjet do Evropy.

Pak již cesta ubíhala příjemně navzdory silné únavě. V ranních hodinách jsme vylodili některé spouštěující v Bratislavě, po zastávce v Brně jsme jeli s větrem o závod k Pardubicům. Zpět jsme tedy dorazili 1. dubna okolo 10 hodiny, zničení strastiplnou cestou autobusem, ale s příjemným pocitem, že se pozorování úkazu vydařilo. Ujeli jsme přes 5 000 km, v autobuse jsme strávili téměř šest dní, čemuž odpovídaly i moje nateklé nohy.

Fotografování komety 73P

Josef Kujal

Po delší době se v noci z 25. na 26. dubna vyjasnilo, a proto jsme se Martinem Lehkým sešli v domečku, abychom se pokusili pozorovat a fotografovat části komety 73P/Schwassmann–Wachmann 3. Jelikož jsem před letošním odjezdem za zatměním Slunce do Turecka koupil dalekohled SkyWatcher ED 80, rozhodl jsem se vyzkoušet s ním fotografování komety. Prvním problémem bylo, jak připravit onen dalekohled k montáži JST v domečku. Vyřešili jsme jej pomocí dvou pásků od kalhot, kterými jsem dalekohled připevnil k tubusu jedenáctky (refraktoru 110/1650), která slouží jako hledáček JST. Druhý, podstatně větší problém vznikl při ostření ED 80 s fotoaparátém Canon Eos 350 D. Více jak hodinu mi trvalo, než jsem zaostřil podle mých požadavků. Způsob zaostřování byl jednoduchý: nejprve jsem vyfotil několik snímků a poté je šel prohlédnout na Martinův notebook, kde jsem zjistil, jak to doopravdy vypadá s kvalitou zaostření.

Levé západní hodiny

Levé hodiny se ukázaly být takřka „detektivkou“. Především chyběl ukazatel, zůstal po něm jen otvor (obr. 6). Okolí otvoru tvořila omítka odlišné barvy, pravděpodobně známka nějaké předchozí opravy ukazatele. Potom osa otvoru neležela na rovnodennostní přímce, ale o 2 cm vlevo (severněji), což je ovšem chyba (předpokládáme-li azimut stěny 90° a ke stěně přesně kolmý ukazatel).

Na číselníku (obr. 8) bylo patrných 7 římsky číslovaných hodinových úseček pro PMŠČ a také 7 datových křivek. Některé datové křivky ale měly evidentně nesprávný tvar, byly zalomené u hodinové rysky I. Dokonce byly zřetelné i jakési retuše u levého (severního) okraje číselníku (obr. 7).

Výzdobu tvořil uprostřed nahore velký letící anděl, s malými přesypacími hodinami nad hlavou, zřejmě Chronos. Vpravo dole byly neřetelné postavy dvou malých andělků. Kalendárium obklopovaly bohaté stuhy. Žádné známky pozdějších přemalob nebyly na fresce nalezeny.



Obr. 6 — Otvor po chybějícím ukazateli levých západních hodin.



Obr. 7 — Lomené datové křivky a retuše v levé části číselníku levých západních hodin.

Měření azimutu stěny (shrnuté v tab. 2) poskytlo výsledek $\bar{A} = (90,4 \pm 0,2)^\circ$, stejný jako u pravých hodin, a stejně jsme pro další výpočty použili zaokrouhlenou hodnotu 90°.

Prvním krokem mé osobní přípravy bylo zakoupení astronomického dalekohledu značky Sky-Watcher ED80, spolu se sluneční fólií. Jak bývá „dobrým zvykem“, všechny ostatní kroky zbyly na poslední den před odjezdem. S úpravou azimutální vidlice pro ED80 jsem se rozčiloval až do pozdních sobotních hodin. Batoh s osobními věcmi a kartonem kvalitního českého piva značky Gambirinus jsem zabalil v neděli ráno. Odjezd byl naplánován na neděli 26. března v 9 hodin od pardubické hvězdárny. Kvůli drobným zpožděním českých vlaků jsme vyrazili směr Brno s mírným časovým deficitem proti původnímu plánu. Po zastávkách v Brně a Bratislavě se finální počet účastníků ustálil na čísle 49 lidí a dva řidiči.

Cesta probíhala klidně až na celní kontrolu na maďarsko-srbských hranicích. Zde došlo k nepříjemnostem a střetu se srbskými celníky. Několik z nás se rozhodlo, že po dlouhé a únavné cestě nebudou investovat 40 centů do poplatků za toalety. Nepočítali však s tím, že budou za budovou záchodků přistiženi strážcem hranice. Ten je nechal předložit pasy a následně jim je odebral. Díky obratnosti a výtečnosti řidičů se podařilo hraničkám vyvážnout bez původně vymáhané pokuty 40 Euro za osobu. Dále cesta probíhala dosti strastiplně, neboť kvalita srbských a bulharských hlavních silnic není srovnatelná ani s našimi zanedbanými vozovkami. Trpělivostí jsme se museli obrnit na bulharsko-tureckém hraničním přechodě, protože hra „Člověče nezlob se“ nás zdržela tři hodiny. Jak se ta hra hraje? To se celá výprava přeposílá od jedné celní buňky k druhé, přičemž rozdvává drobné úplatky. Nakonec jsme vše zvládli a frčeli dál.

První povinnou osmihodinovou pauzu jsme museli učinit již ve městě Edirne (oproti plánovanému Istanbulu). Zde jsme přišli do kontaktu s místními, pro nás netypickými zvyky a kulturou. Někteří navštívili největší tureckou mešitu, jiní zašli na večeri nebo čaj. Po uplynutí povinné pauzy jsme se v noci vydali přes Bospor do asijské části Turecka. Cesta přes náhorní plošiny trvala více jak dvanáct hodin. Na místo určení jsme dorazili 28. března kolem 17. hodiny našeho času.

Po vyčerpávající cestě nás optimisticky naladilo slunné a teplé počasí. Odpolední a večerní hodiny jsme využili k regeneraci organismu (formou piva, večere, ubytování). Po domluvě s majitelem bungalovu jsme mohli využít internetové spojení a zjistit aktuální stav počasí z družicových snímků. Všichni jsme byli ze zjištěných informací trochu nervózní, neboť jasné počasí nebylo stoprocentní.

Nastal den „D“. Od brzkých ranních hodin jsme připravovali techniku. Počasí k nám bylo vstřícné, nebe bylo jako vymetené. Po dokončení příprav se většina odhodlala ke koupeli v moři. Voda, jejíž teplota dosahovala 15 °C, příjemně osvěžila. Pro místní obyvatelé jsme byli zajímavou atrakcí.

Krátko po půl jedenácté našeho času došlo k prvnímu kontaktu. Měsíc pomalu „ujížděl“ kousky slunečního kotouče. Prozatím jsme zůstávali klidní; částečnou fází zatmění Slunce viděl každý z nás. Vzrušení začínalo slít od okamžiku, kdy Měsíc zakrýval více jak dvě třetiny slunečního kotouče. Teplota vzduchu pomalu klesala a začalo se šerit. Minuty ubíhaly čím dál rychleji a Měsíc již téměř zakrýval

Čili kdyby se tepelná energie nevyzářila, měl by disk teplotu až 70 000 K. Ve skutečnosti značná část záření uniká a teplota na 1 AU dosahovala „jen“ 1 500 K.

Jak dlouho kolaps trvá? Pro odhad můžeme dobře použít 3. Keplerův zákon $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$. Stačí si představit malou částku na okraji oblaku o hmotnosti $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, jak se pohybuje po elipse s excentricitou blízkou 1 (neboli úseče). Velká osa je $2a = R$ a kýžená doba volného pádu je $t_{\text{ff}} = \frac{T}{2}$. Dosadíme a vidíme, že

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \quad (4)$$

závisí pouze na průměrné hustotě ρ , nikoli na hmotnosti nebo rozměru! Zkusme si to číselně. Velký molekulový oblak má $\rho = 10^3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \doteq 3 \cdot 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, jeho husté jádro až $3 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Tomu odpovídá t_{ff} asi 1 milion roků, resp. 40 000 roků. Protože jsme zanedbali gradient tlaku plynu působící odporivě, skutečný kolaps bude trvat o něco déle (a samozřejmě se zastaví před dosažením $R = 0$; vytvoří se hvězda a disk).

Proč vzniká z kulového oblaku placatý disk? Pro jednoduchost si představíme homogenní kouli o poloměru R , hmotnosti M , točící se úhlovou rychlostí ω . Připomeňme, že její moment setrvačnosti $I = \frac{2}{5}MR^2$ vzhledem k ose procházející středem koule, kinetická rotační energie $E_K = \frac{1}{2}I\omega^2$, gravitační potenciální energie $E_G = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ a moment hybnosti $L = I\omega$. Zploštění ε souvisí s poměrem rotační a gravitační energie

$$\varepsilon \simeq \frac{E_K}{E_G} \propto \frac{R^3 \omega^2}{GM} \quad (5)$$

Protože při gravitačním kolapsu $L = \text{konst.}$, $M = \text{konst.}$, je $\omega \propto \frac{1}{R}$ a zploštění $\varepsilon \propto \frac{1}{R}$ přirozeně vzrůstá.

Cesta za tureckým Sluncem

Josef Kujal

Přípravy na cestu za úplným zatměním Slunce, které bylo pozorovatelné pro naši země nejblíže v Turecku, začaly několik měsíců předem. Organizační záležitosti (dopravu a ubytování) měl na starosti Vašek Knoll z Hvězdárny barona Artura Krause, která byla hlavním organizátorem zájezdu.

Od podzimu loňského roku jsem byl rozhodnut, že se této expedice zúčastním. Proto jsem začal shromažďovat různé informace o klimatických podmínkách, zeměpisných polohách a přírodních zajímavostech v Turecku. Nejnáročnější částí přípravy byla volba pozorovacího stanoviště v pásu totality. Výsledkem bylo skloubení předpovědi počasí s možností ubytování. Cílem naší cesty bylo městečko Ciralı, ležící na pobřeží Středozemního moře 50 km jihozápadně od města Antalya.

datum	čas UT	$\alpha/^\circ$	$A_\odot/^\circ$	$A/^\circ$
8. 9. 2005	11 h 44 min	76	15,5	91,5
	11 45	74,5	15,8	90,3
	11 46	75,5	16,1	91,6
	11 50	74	17,5	91,5
	11 51	73	17,9	90,9
	11 51	73,5	17,9	91,3
	12 19	63,5	27,1	90,6
	12 19	63	27,1	90,1
	12 20	63	27,5	90,5
	12 20	62,5	27,5	90,0
	12 21	63,5	27,8	91,3
	12 40	56,5	33,7	90,2
	12 41	56	34,1	90,1
	12 41	56	34,1	90,1
	13 29	42	47,8	89,9
	13 29	41,5	47,8	89,3
	13 29	42	47,8	89,9
	13 31	42	48,4	90,4
	13 31	41,5	48,4	89,9
	13 31	41,5	48,4	89,9
12. 9. 2005	13 h 34 min	41,5	48,6	90,1
	13 37	41	49,4	90,4
	13 37	41	49,4	90,4
	13 37	40	49,4	89,4
	13 38	40	49,7	89,7
	13 38	40,5	49,7	90,2

(90,4 ± 0,2)°

Tab. 2 — Úhly $\alpha = A - A_\odot$ měřené v různých okamžicích na různých místech číselníku levých západních hodin, příslušné azimuty Slunce A_\odot a výsledné azimuty A kolmice ke stěně.

Opět jsme změřili význačné body. Ze vzdálenosti $|PA|$ paty ukazatele P od průsečíku A rovniku a hodinové úsečky pro I. hodinu jsme spočetli první odhad délky ukazatele

$$d = |PA| \sin t_\odot = (175 \pm 1) \text{ cm} \cdot \sin 15^\circ = (46,9 \pm 0,3) \text{ cm}.$$

Nastal ale problém: číselník vypočtený programem SHC systematicky nesouhlasil s měřnými body. Například rovník na kalendáriu měl sklon k vodorovné rovině odlišný od $90^\circ - \varphi$, jakoby odpovídal nějaké jiné zeměpisné šířce $\varphi' = (48,5 \pm 0,2)^\circ$ a nikoli šířce Klementina.

Přepočtli jsme tedy nový číselník pro menší $\varphi' = 48,5^\circ$ a zjistili jsme, že dobře odpovídá měřeným bodům v pravé části číselníku a také dvěma *retušovaným* datovým křivkám vlevo (obr. 9). Třetí retuš chyběně spojuje dvě různé datové křivky (pro vstup do znamení Střelce nebo Vodnáře a pro obratník Kozoroha).

[3] DE PATER, I., LISSAUER, J. J. *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521482194.

[4] TSIGANIS, K., GOMES, R., MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F. *Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system*. *Nature*, **435**, s 459, 2004.

Dodatky k prvním dvěma dílům kurzu

Pád chuchvalce plynu z nekonečna na kruhovou dráhu. V nekonečnu je gravitační potenciální energie E_G i kinetická energie E_K chuchvalce rovna nule. Necháme ho přitahovat Sluníčkem. Padá, padá, kinetická energie roste, potenciální energie klesá, celková $E = E_G + E_K$ zůstává nulová. Ovšem pozor, už je jen 1 AU od Sluníčka (a letí přitom parabolickou rychlostí 42 km/s), když narazí do hustého disku plynu, který chuchvalec třením (rozuměj elektromagnetickými silami) „donutí“ usadit se na kruhové dráze s menší oběžnou rychlostí $v_k = 30$ km/s.

Na kruhových drahách v radiálním gravitačním poli totiž *vždycky* musí být $E_K = -E_G/2$ (nikoli $E_K = -E_G$ jako před srážkou).⁴ To znamená, že celková energie už není nulová, ale záporná ($E = -E_K = \frac{E_G}{2}$), protože disk mne zabrzdil a odebral mi přesně polovinu původní E_K , ježto se přeměnila na teplo (rozuměj kinetickou energii neuspořádaného pohybu jednotlivých atomů a molekul).

O kolik se tedy zvýší teplota T chuchvalce? Teplo se spotřebovalo na vzrůst vnitřní energie U , takže

$$U = N \frac{3}{2} k_B T = -\frac{E_G}{2} = \frac{GM_{\odot} m}{2r},$$

kde $N = \frac{m}{\mu m_u}$ je počet molekul H_2 .⁵ Vyjádříme teplotu

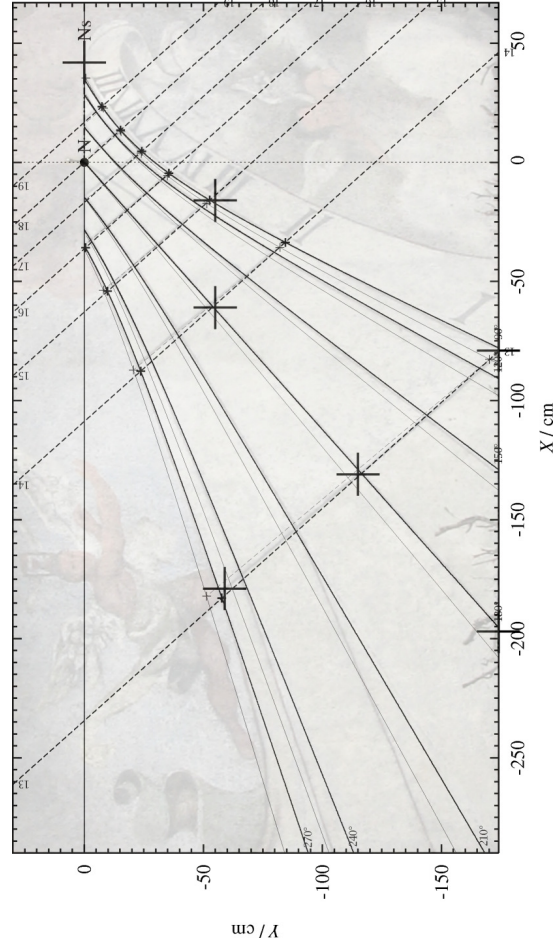
$$T = \frac{GM_{\odot} m \mu}{3kr} \doteq \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 2}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 150 \cdot 10^9} \text{ K} \doteq 7 \cdot 10^4 \text{ K}.$$

⁴ Vzpomeňme, že $E_G = -\frac{GM_{\odot} m}{r}$, $v_k = \sqrt{GM_{\odot}/r}$ a tedy $E_K = \frac{1}{2} m v_k^2 = -\frac{E_G}{2}$. Obecněji dokonce platí, že v libovolném gravitačně vázaném systému (tj. s celkovou $E < 0$), s libovolně složitými pohyby, jsou střední hodnoty energií (středované přes čas) $\langle E_G \rangle = -2 \langle E_K \rangle$. Říkáme tomu *virálový teorem*.

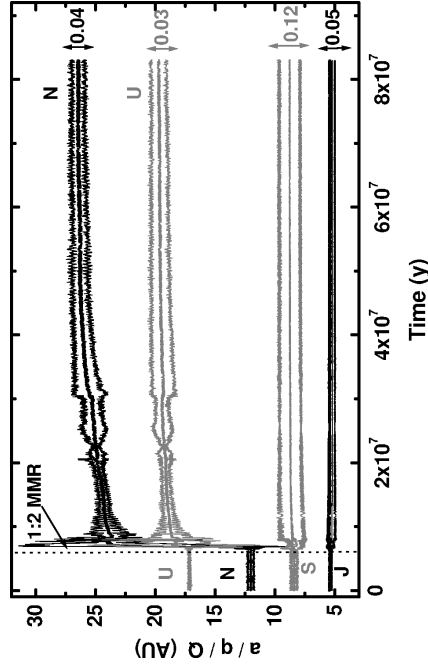
⁵ Klasický ekvipartiční teorém nám říká, že na každý mechanický stupeň volnosti dané molekuly připadá energie $\frac{1}{2} k_B T$. Dvouatomová molekula má celkem stupňů volnosti 12 (6 translacních, 4 rotační a 2 vibrační). V ideálním plynu ale nejsou se 3 souřadnicemi ani se 2 úhly otočení spojeny žádné potenciální energie, protože molekuly na sebe nepůsobí (s výjimkou vzájemné srážky). Podstatné jsou pouze rychlosti, s nimiž souvisí kinetické energie, a pro dvouatomové molekuly také vzdálenost atomů, s nimiž souvisí potenciální energie vibrací. Celkem tedy máme 7 stupňů volnosti a číselný faktor v U má být $\frac{7}{2}$. My jsme tam ale napsali $\frac{3}{2}$ jako u ideálního jednoatomového plynu. To proto, že náš plyn je hodně řídký (a na začátku chladný), tudíž nedochází k snadnému přenosu energie do rotačních a vibračních stupňů volnosti.



Obr. 8 — Západní hodiny po odstranění révy.



Obr. 9 — Gnomonická rekonstrukce číselníků levých západních hodin. Tenké čáry přísluší zemepisné šířce $\varphi = 50^\circ 5'$ (tj. poloze Klementina); tlusté čáry, které lépe odpovídají měřeným bodům (velkým křížkům), jsou počítané pro $\varphi' = 48,5^\circ$.



Obr. 17 — Velká polosa a , pericentrum q a apocentrum Q pro velké planety migrující v planetesimálním disku o hmotnosti $50 M_{\oplus}$. Po 700 Myr klidné migrace (zde není zobrazena celá) došlo k zachycení Jupiteru a Saturnu ve 2:1 rezonanci středního pohybu, což mělo mimo jiné za následek posun Uranu a Neptunu do vnější části sluneční soustavy. Migrace Neptunu končí asi na 30 AU, což odpovídá vnější hranici disku. Převzato z Tsiganis aj. (2005).

Anglický terminologický slovníček

- 2:1 resonance** [tu: tu uan rezənzəs] — dva jedna rezonance
core instability model [ko: instəbəlɪtɪ mo:dəl] — model nestabilního jádra
differentiation [dɪfərənseɪʃən] — rozruznění roztažených hornin v tělese planety podle hustoty
free-fall time [fri: fo:l taɪm] — doba trvání volného pádu
gas envelope [gəz ɛnvəloʊp] — plynná obálka
gravitational enhancement [grævɪteɪʃənəl ɛn'hɑ:nsmənt] — gravitační zvětšení účinného průřezu při srážce
impact crater [ɪmpækt 'kreɪtə] — dopadový kráter
isolation mass [aɪsəleɪʃən mə:s] — omezená hmotnost
Late Heavy Bombardment [leɪt heəvi bom'bɑ:dmənt] — pozdní velké bombardování
minimum-mass nebula [mɪnɪmum mə:s nebjule] — mlhovina s minimální hmotností
oligarchic growth [olɪgɑ:chɪk grəʊθ] — oligarchický růst
orderly growth [ɔ:deɪli grəʊθ] — uspořádaný růst
planetesimal disc [plænetɪsɪməl dɪsk] — disk planetesimál
Roche lobe [roʃ loʊb] — rocheovský lalok (v omezeném problému tří těles)
runaway growth [rʌneɪv grəʊθ] — přetokný růst
Trojans [traʊdʒənz] — Trojani
- [1] BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D. *Physics of the Solar System*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
[2] BROŽ, M. *Astronomický kurz Hvězdná Hradec Králové* [online]. [cit. 2004-11-04]. (<http://www.astrohk.cz/kurz/>)

Lomené datové křivky (ležící ve vrstvě nad retušemi) naopak v oblasti mezi hodinovou úsečkou pro I hodinu a levým okrajem číselníku spojují teoretické křivky pro $\varphi' = 48,5^\circ$ a $\varphi = 50^\circ$.

Vysvětlujeme si to zhruba takto: autor (malíř) sluneční hodiny okopíroval z nějakého stanoviště se zeměpisnou šířkou přibližně $48,5^\circ$; snad proto, že výpočet mnoha datových křivek byl pro něj příliš složitý nebo vytyčení metodou vrženého stínu příliš zdlouhavé. Při malbě „s hrůzou“ zjistil, že hodiny neukazují dobře, a snažil se situaci zachránit — retušoval dvě datové křivky (příslušné Štíru/Rybám a Střelci/Vodnáři), kde byla odchylka největší, a nahradil je jinými, které se více přibližují správným křivkám. Zmínovaná třetí retuš byl asi autorův omyl.

Pátrali jsme zběžně, kde mohla být předloha těchto klementínských hodin. Na našem území je pouze jedno známé barokní stanoviště se zeměpisnou šířkou okolo $48,5^\circ$, a to cisterciácký klášter ve Vyšším Brodě. Tam sice nejsou zachované žádné západní hodiny, ale na rajském dvoře kláštera jsou jižní hodiny se sedmi datovými křivkami (dnes bohužel velmi nepěkně poškozené bezohledným prolomením okapu, viz obr. 10). Je dost pravděpodobné, že dříve bývaly hodiny i na západní (a východní) stěně, jak je na klášterních dvorech obvyklé, a snad měly také sedm datových křivek, čili mohly sloužit jako předloha hodin v Klementinu.



Obr. 10 — Zbytky jižních hodin se sedmi datovými křivkami, umístěné v cisterciáckém klášteře ve Vyšším Brodě (ev. č. CK 24). Foto Jan Trebichavský (1998).

Kontrolovali jsme i katalogy hodin v Rakousku [7], Německu a Švýcarsku [6], ale nalezení „kandidátů“ (Altenburg, Zwettl) jsou podle fotografií našim hodinám zcela nepodobní.

Přemýšleli jsme, zda chybný chod hodin v levé části číselníku nevyrovnat vhodným přihnutím ukazatele. Zjistili jsme ale, že to nelze udělat tak, aby byla zachována přesnost chodu hodin v ostatních částech číselníku. (Zejména vpravo,

v okolí ukazatele, jsou číselníky pro obě zeměpisné šířky, správnou i chybnou, téměř shodné, takže sebemenší pohyb ukazatele by ihned způsobil velké odchylky času nebo data.)

Vzhledem k výše uvedené interpretaci jsme se rozhodli všechny čáry i retuše ponechat jak jsou, protože to nejspíš odpovídá tomu, jak hodiny tvořil jejich původní autor. Plochu číselníku, na níž réva zanechala „mapy“, jsme pouze doporučili barevně sjednotit, čáry zvýraznit a retuše zeslabit. Shrňme, že hodiny jsou konstruovány pro zeměpisnou šířku $\varphi' = 48,5^\circ$, azimut stěny $A = 90^\circ$, ukazatel dlouhý $d = 46,9$ cm a na číselníku jsou úpravy vhodné pro 50° s. š. Výsledná podoba hodin je vidět na obrázku 11 a na titulní straně.

Závěrem dodáme, že v Klementinu víme ještě o dvojitých nerekonstruovaných slunečních hodinách. Zbytkem jedné je šikmý ukazatel s nohem na západní straně Astronomické věže; zde v omítce však nebyla nalezena žádná stopa barvy číselníku. Druhé zobrazuje Langweilův model Prahy z let 1826 až 1837 na jižní stěně téže věže, i když dnes nejsou již vůbec patrné.



Obr. 11 — Dvojice slunečních hodin na západní stěně Révového nádvoří Klementina.

Disk planetesimál a migrace planet; Jupiter a Saturn ve 2:1 rezonanci

Po odfouknutí plynu a ukončení intenzivní akrece, řádově 100 Myr od vzniku Sluníčka, obíhaly terestrické i obří planety po prakticky kruhových a neskloněných drahách. Mezi nimi stále zůstávaly nějaké planetesimály, tvořící planetesimální disk o hmotnosti asi $50 M_\oplus$ a končící asi na 30 AU od Slunce (viz nedávnou práci Tsiganis aj., 2005).

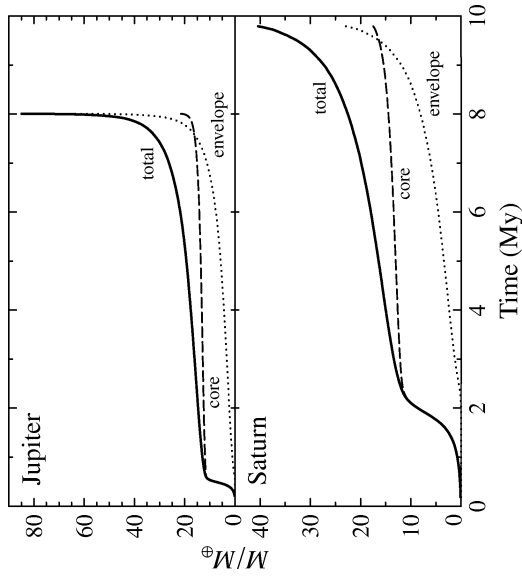
Sluníčko, planety i planetesimály na sebe gravitačně působily vzájemně, což mimo jiné vedlo ke změněm velkých poloos velkých planet — Jupiter se ke Slunci pomalu přibližoval, kdežto Uran, Neptun a Saturn se vzdalovaly. Za 700 Myr se poloosy touto pomalou migrací změnilly řádově o 0,1 AU. Samozřejmě se odpovídajícím způsobem měnily i oběžné doby. Okolo 3,85 Gyr před současností se tak Jupiter a Saturn dostaly do 2:1 rezonance; oběžná perioda Saturnu byla přesně dvakrát delší než Jupiterova. Pro planetesimály to byla katastrofa: „rozkývaný“ Jupiter a Saturn totiž velmi ruší jejich dráhy a více než 99 % jich bylo vymrštěno na excentrické dráhy, spadlo do Slunce nebo odletělo do vnějších částí sluneční soustavy. Dnešní populace asteroidů (hlavní pás a Trojané) jsou tedy pouhým zbytkem planetesimálního disku.

Další dodnes patrné důsledky dočasného rezonančního zachycení jsou:

- (1) Uran a Neptun se při blízkém přiblížení k Jupiteru dostaly na současné dráhy za Saturnem (mohly si přitom dokonce vyměnit pořadí); všechny velké planety získaly nemulové excentricity a sklony drah (obr. 17);
- (2) s Měsícem se právě před 3,85 Gyr srazilo mnoho planetesimál a zanechalo jeho povrch zcela posety krátery (říkáme tomuto období *pozdní velké bombardování*);³ radiometrická měření měsíčních hornin, přivezených loděmi Apollo, nám umožnila krátery přesně datovat, a zprostředkovaně tak víme, kdy vlastně došlo k oné rezonanci Jupiteru se Saturnem;
- (3) okolí Jupiterových libračních bodů L_4 a L_5 bylo v období rezonance velmi nestabilní a spousta planetesimál se volně pohybovala z oblasti ven i dovnitř; po skončení rezonance se oblast stala náhle opět stabilní a všechny planetesimály, které tudy zrovna proplouvaly, zde zůstaly „uzamčeny“ — dnes jim říkáme Trojané a tvoří velmi početnou populaci asteroidů (čítající 10^7 těles větších než 1 km). Takové zachycení po skončení rezonance Jupiteru a Saturnu dobře vysvětluje i velký průměrný sklon drah Trojanů.

Jupiter a Saturn, interagující s Uranem, Neptunem a zbylými planetesimály, se stále posouvaly ve velkých poloosách a rezonance zakrátko přestala. Od té doby byl orbitální vývoj ve sluneční soustavě už klidnější, soustava měla v hrubých rysech dnešní podobu.

³ Velké impakty v závěru období velkého bombardování porušily kuru Měsíce, zpod které začala vytékát láva, a mezi 3,8 a 3,1 Gyr tak vznikla měsíční moře.



Obr. 16 — Hmotnost Jupiteru a Saturnu v závislosti na čase. Odlíšeno je jádro z pevných látek (čárkované) a plynná obálka (tečkované). Pevzato z [1], Pollack aj. (1996).

Po kolapsu plynu je plynná obálka planety rozprostřena vlastně v celém jejím Rocheově laloku (ježto má pro Jupiter rozměr zhruba 0,7 AU). Na to, aby kolabovala dál a vytvořila kompaktní planetu, musí vyzářit tepelnou energii (v infračerveném oboru). Tento druhý „radiační“ kolaps je rychlý, když plynná obálka dosáhne hmotnosti okolo $8 M_{\oplus}$. Pomalu ale pokračuje dodnes a projevuje se jako přebytek energie, kterou Jupiter vyzáří, proti energii slunečního záření, kterou absorbuje.

Jádra Uranu a Neptunu se pravděpodobně formovala ve vzdálenosti okolo 15 AU. (Ve větších vzdálenostech, kde jsou dlouhé oběžné doby, totiž není dostatek času, aby své plynné obálky získaly před rozplynutím mlhoviny.) Uran ani Neptun nikdy nedosáhly takové hmotnosti, aby proběhlo překotné nabalení plynu.

„Vyčištění“ disku od plynu

Intenzivní tlak záření a sluneční vítr způsobily, že z disku zmizel plyn asi 10 Myr po vzniku Sluníčka. Ne, že bychom to mohli zjistit měřením přímo v naší sluneční soustavě, ale vyplývá to z pozorování mladých hvězd a disků okolo nich — prakticky žádná hvězda s protoplanetárním plynným diskem není starší než 10 Myr. (Ostatně proto jsme tak usilovně hledali procesy, které umožnily rychlý vznik plynných obřích planet.)

Neznamená to ovšem, že disk zmizel úplně! Kolem Sluníčka samozřejmě nadále obíhaly planetesimály a embrya, které se ještě nespojily s novými planetami.

- [1] Brož, M. SHC — *Návrh číselníku slunečních hodin* [online]. [cit. 2005-07-05]. (http://www.astrohk.cz/slunecni_hodiny.html).
- [2] Brož, M., NOSEK, M., TREBICHAŤSKÝ, J. aj. *Sluneční hodiny v České republice a na Slovensku* [online]. [cit. 2006-04-25]. (http://www.astrohk.cz/slunecni_hodiny.html).
- [3] Brož, M., NOSEK, M., TREBICHAŤSKÝ, J., PECINOVÁ, D. (Eds.) *Sluneční hodiny na pevných stanovištích. Čechy, Morava, Slezsko a Slovensko*. Praha: Academia, 2004. ISEBEN 80-200-1204-4.
- [4] Brož, M., ŠOLC, M. *Baroque wall sundials at Prague Clementinum College — their monuments, pictorial decoration and recent restoration treatments*. in: *Bohemia Jesuitica 1556-2006* (Ed. Cernus, P.), sborník abstraktů, Praha, 2006.
- [5] *Národní knihovna České republiky* [online]. [cit. 2006-04-15]. (<http://www.klementinum.cz>).
- [6] PHILIPP, H., ROTH, D., BACHMANN, W. *Sonnenuhren Deutschland und Schweiz*. Deutsche Gesellschaft für Chronometrie, Stuttgart, 1994.
- [7] SCHWARZINGER, K. *Katalog der Ortsfesten Sonnenuhren in Österreich*. Österreichischer Astronomischer Verein, Wien, 1993.
- [8] ŠÍMA, Z. *Astronomie a Klementinum*. Praha: Národní knihovna ČR, 2001.
- [9] ŠOLC, M. *Zpráva o rekonstrukci slunečních hodin na Rétovém nádvoří Klementina*. Praha: Národní knihovna, 1991.
- [10] ŠOLC, M. *Zpráva o rekonstrukci slunečních hodin na Astronomické věži Klementina*. Praha: Národní knihovna, 1995.
- [11] WOLF, M. (Ed.) *Astronomická příručka*. Praha: Academia, 1992.
- [12] ZINNER, E. *Alte Sonnenuhren an europäischen Gebäuden*. F. Steiner Verlag, Wiesbaden, 1954.

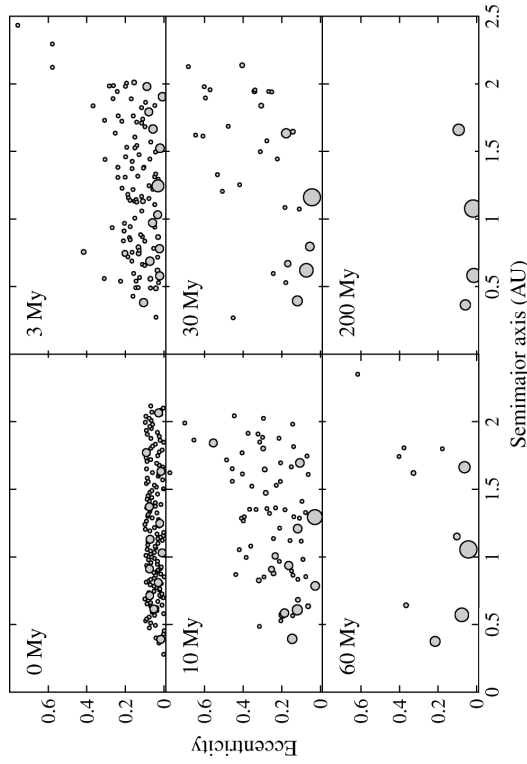
měsíc v roce

den v měsíci	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1.	+6	+16	+15	+6	-1	0	+6	+9	+2	-8	-14	-9
10.	+10	+17	+13	+4	-1	+2	+8	+8	-1	-11	-14	-5
20.	+13	+16	+10	+1	-1	+4	+9	+6	-4	-13	-12	0
30.	+16		+7	0	0	+6	+9	+3	-8	-14	-9	+5

Tab. 3 — Korekční tabulka času udávaného slunečními hodinami v Klementinu. Pro daný den v roce uvání opravu v minutách, kterou musíme přičíst k údajům čtenému na slunečních hodinách, tedy pravému místnímu slunečnímu času (PMSC). Korekce zahrnuje vliv časové rovnice (tj. nerovnoměrného pohybu Slunce po obloze) i rozdílu zeměpisných délek pásmového poledníku (15° východní délky) a Klementina ($14^\circ 24' 55''$). Výsledkem je středoevropský čas (SEČ).

zbylých planetesimál byla přitom zanedbatelná. A to je pěci krásna, protože další vývoj už lze řešit numerickými N -částicovými simulacemi.²

Na obr. 14 vidíme možný výsledek. Takovéto simulace nám říkají, že několik milionů let jsou dráhy embryí stabilní, ale pak se náhodou objeví jedno blízké přiblížení, které spustí kaskádu dalších. Embrya se pohybují chaoticky, jejich dráhy se kříží, dochází ke srážkám a za 100 miliónů let zbydou nejčastěji 2 až 4 terestrické planety. Čili nevycházejí zákonitě čtyři, ale čtyři nejsou nijak výjimečným výsledkem. Jde o stochastický proces, když tolik záleží na počáteční náhodě, jaký bude výsledek. Mimochoodem, velké poloosy planet statisticky často tvoří přibližně geometrickou řadu (neboli dříve známý Titěv–Bodeho „zákon“).



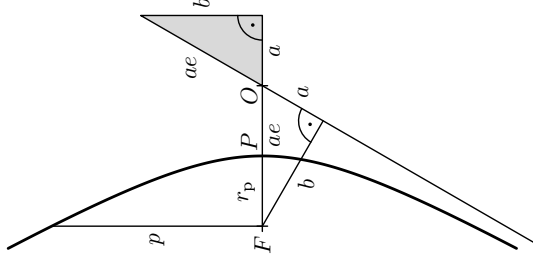
Obr. 14 — Formování terestrických planet z planetárních embryí. Časová škála je zde asi 10^6 let. Převzato z [1], Chambers (2001).

V závěrečné fázi docházelo k velkým impaktům na protoplanety (projektily mohly mít 0,1 až 25 % hmotnosti terče), jenž měly za následek:

- (1) opětovné promíchání chemického složení (např. Venuše a Země jej dnes mají prakticky stejné), dopravu vody do terestrické zóny zpoza ledové hranice (~ 3 AU);
- (2) rotační osy planet se orientovaly náhodně;

² Máme řádově 10^2 částic, tj. 10^4 vzájemných interakcí, časovou škálu 10^8 yr, symplektické integrátory umožňují časový krok 0,1 yr, takže potřebujeme spočítat 10^9 kroků neboli 10^{13} interakcí. Jedna interakce odpovídá řádově 10^2 výpočetních operací, při taktovací frekvenci procesorů 10^9 Hz to je 10^6 s = několik týdenní výpočetního času.

s momentem hybnosti h vztáženým na jednotku hmoty, víme z řešení problému dvou těles. A tento moment hybnosti si ve čtvrté spočtu jako $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}$ v nekonečnu. Chci vyjádřit b . Vyjde: $b^2 = r_p^2 + \frac{2GMr_p}{v_\infty^2}$.



Obr. 12 — Schéma hyperboly.

Pro porovnání pohybu po přímce a po hyperbole dosadíme za $r_p = R$, $v_{rel} = v_\infty$ a spočítáme poměr ploch $\pi b^2 / \pi R^2$. Shodou okolností vychází velmi pěkný výraz $1 + (v_{esc}/v_{rel})^2$, kde $v_{esc} = \sqrt{2GM/R}$ je úniková rychlost z povrchu naší planetesimály. Je to vlastně docela logické: větší únikové rychlosti odpovídá větší přitažlivá síla, a tím více zakřivená dráha. Naopak při větší vzájemné rychlosti je méně času na to, aby se planetesimály k sobě přitáhly. Čili výsledný vztah pro rychlost růstu hmotnosti planetesimály má tvar

$$\frac{dM}{dt} = \rho v_{rel} \pi R^2 \left[1 + \left(\frac{v_{esc}}{v_{rel}} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Chceme-li posoudit, které planetesimály porostou rychleji, jestli velké nebo malé, nezajímá nás přímo dM , tj. absolutní změna hmotnosti, ale $\frac{dM}{M}$, tj. relativní změna hmotnosti. Bude-li $\frac{dM}{M}$ pro všechny stejné (nezávislé na R), nebude se rozdělí hmotností nijak měnit. (Představme si, že bychom každé planetesimále přidali kousek hmotnosti právě úměrný její okamžité hmotnosti.) Bude-li však růst (klesat) s R , budou přibývat velké (malé). Rozlišíme dva případy:

- a) $v_{\text{rel}} > v_{\text{esc}}$, kdy můžeme zanedbat kulatou závorku ve vztahu (2), a pak $\frac{dM}{dt} \doteq \rho v_{\text{rel}} \pi R^2$. Protože $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{kamenin}}$, vychází

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} \propto \frac{1}{R}.$$

Čili menší rostou rychleji a hmotnosti planetesimál se jakoby vyrovnávají. Vzájemné rychlosti jsou tak veliké, že gravitace mezi planetesimálami nehraje velkou roli. Tomuto režimu říkáme *uspořádaný růst*.

- b) $v_{\text{esc}} > v_{\text{rel}}$, kdy naopak zanedbáme jedničku v hranaté závorce rovnice (2) a uvážíme, že $v_{\text{esc}} \propto \frac{v}{R}$. Výsledkem je, že

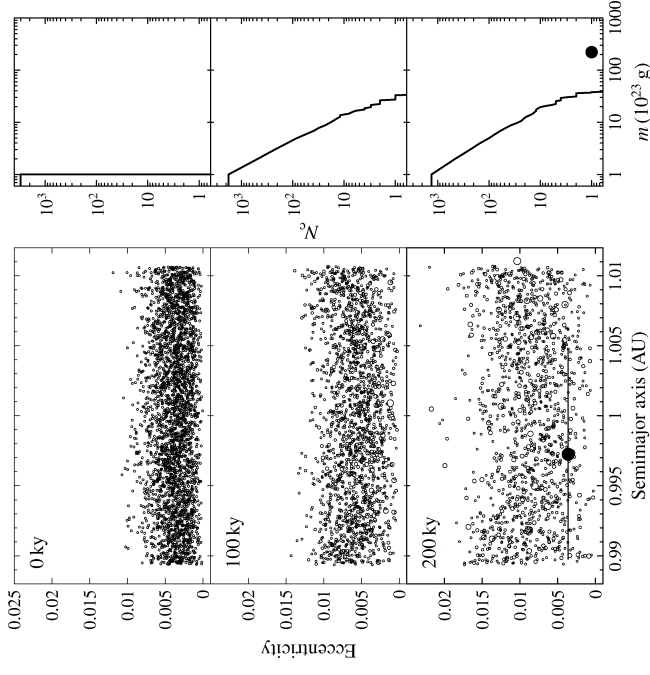
$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} \propto R,$$

velké planetesimály rostou rychleji a nabalují na sebe ty malé. Při malé vzájemné rychlosti mají dosti času, aby se gravitačně přitáhly. Situaci říkáme *překotný růst*.

Uvedený model pro růst planetesimál je opravdu velmi jednoduchý. Například nám vůbec nepředpovídá, jak se bude měnit v_{rel} s časem, nezahrnuje kolize, rozpady, atd. Podstatně složitější nestacionární modely růstu planetesimál nám říkájí, že v disku postupně probíhal:

- 1) uspořádaný růst od metrových balvanů až na kilometrové planetesimály, trvající řádově 10^4 let. Posleze ale nepružné srážky, gravitační tření větších planetesimál a tření o plyn snížily v_{rel} , takže se růst stal překotným.
- 2) překotný růst planetesimál na planetární embryo, po dobu asi 10^5 let. Takové vzniknuvší embryo je řádově 100 krát hmotnější než okolní planetesimály (viz příklad na obr. 13). Typická hodnota parametru $(v_{\text{esc}}/v_{\text{rel}})^2$ přitom dosahovala 1,5 až 2,5. Gravitační působení embryo v průměru zvyšovalo vzájemné rychlosti v_{rel} okolních těles; rovnice (2) nám napovídá, že se tím efektivně tlumil překotný růst a pokračoval už jen uspořádaný.
- 3) uspořádaný růst velkých planetesimál a embryí, nazývaný *oligarchický růst*, aby se nám nepletl s první fází. Přitom ještě zároveň pokračoval překotný růst menších planetesimál, takže se zvětšoval počet „oligarchů“.

Připomeňme, že překotný růst je lokální proces, nemůže nastat v celém disku najednou. Končí tak, že jedna planetesimála mnohonásobně převáží nad všemi ostatními v okolí. Maximální rozsah radiální vzdálenosti Δr_i , z níž se mohou planetesimály navzájem přiblížit, odhadneme z velikosti Rocheova laloku (ze vzdálenosti Lagrangeových bodů L_1 a L_2). Podle řešení omezeného problému tří těles je přibližně $\Delta r_i = 2\sqrt{3}r \left(\frac{M_i}{3M_{\odot}}\right)^{1/3}$. Hmotnost M_i vymezená v disku prstencem



Obr. 13 — Vznik planetárního embrya z planetesimál. Vlevo závislost excentricity e dráhy planetesimál na velké poloose a , vpravo rozdělení velikostí souboru planetesimál. Časová škála vývoje je 10^6 let. Převzato z [1, Kokubo a Ida (2000)].

$r \pm \Delta r_i/2$ závisí na plošné hustotě σ jako $M_i = 4\pi r \Delta r_i \sigma$ a z obou rovnic pak snadno vyjádříme

$$M_i = (8\sqrt{3}\pi)^{3/2} (3M_{\odot})^{-1/2} r^3 \sigma^{3/2} \doteq 1,2 \cdot 10^{22} \text{ kg} \left(\frac{r}{\text{AU}}\right)^3 \left(\frac{\sigma}{\text{g/cm}^2}\right)^{3/2}. \quad (3)$$

Pro $r = 1 \text{ AU}$, kde $\sigma \simeq 8 \text{ g/cm}^2$ (bez plynu), vychází $M_i \doteq 2,8 \cdot 10^{23} \text{ kg} \doteq 0,05 M_{\oplus}$, čili hmotnosti embryí v terestrické zóně (tj. ve vzdálenostech dnešního Merkuru po Mars) dosahovaly řádové hmotnosti dnešního Měsíce po Mars. V oblasti Jupitera při 10 g/cm^2 dává náš jednoduchoučkový model $M_i \doteq 4,9 \cdot 10^{25} \text{ kg} \doteq 8 M_{\oplus}$.

Rychlost tvorby embryí se podstatně mění se vzdáleností od Slunce — aby ne, když se vzdálenosti klesá oběžná rychlost i hustota disku. Ve vzdálenosti 1 AU vyrostla embryo za 10^5 let, na 3 AU za 10^6 let, čím dál, tím pomaleji. Jednalo se o „jakousi „vlnu“ vytváření embryí šířící se od Slunce.

Terestrické planety

Na konci předchozí fáze existovalo v terestrické zóně 20 až 40 embryí; mezi nimi byly „mezery“ tak $0,05 \text{ AU}$, e a $\sin i$ měly okolo $0,001$ nebo $0,01$. Hmotnost