

**UNIVERZITA PAVLA JOZEFA ŠAFÁRIKA V KOŠICIACH**  
**PRÍRODOVEDECKÁ FAKULTA**

942c76dc-2181-44c1-82b0-b3acedd940cd

**SPEKTROSKOPICKÝ VÝSKUM**  
**SYMBIOTICKEJ DVOJHVIEZDY AG DRACONIS**

**Bakalárska práca**

**2016**

**Jaroslav MERC**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

Prírodovedecká fakulta

# SPEKTROSKOPICKÝ VÝSKUM SYMBIOTICKEJ DVOJHVIEZDY AG DRACONIS

BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program:	Fyzika
Študijný odbor:	Fyzika
Školiace pracovisko:	Katedra teoretickej fyziky a astrofyziky
Školiteľ:	doc. RNDr. Rudolf Gális, PhD.

Košice 2016

Jaroslav Merc



Univerzita P. J. Šafárika v Košiciach  
Prírodovedecká fakulta

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

- Meno a priezvisko študenta:** Jaroslav Merc  
**Študijný program:** Fyzika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 4.1.1. fyzika  
**Typ záverečnej práce:** Bakalárska práca  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský  
**Sekundárny jazyk:** anglický
- Názov:** Spektroskopický výskum symbiotickej dvojhviezdy AG Draconis  
**Názov EN:** Spectroscopic investigation of the symbiotic binary AG Draconis  
**Cieľ:** Cieľom práce je štatistická a periódová analýza spektroskopických dát systému AG Draconis so zameraním na dlhodobé zmeny vlastností vybraných emisných spektrálnych čiar.  
**Literatúra:** Warner, B.: 1995, Cataclysmic Variable Stars, Cambridge University Press, Cambridge.  
Hellier, C.: 2001, Cataclysmic Variable Stars - How and Why they Vary, Springer, Chichester.  
**Anotácia:** Predložená práca sa zaoberá spektroskopickým výskumom symbiotickej premennej hviezdy AG Draconis. Premennosť tohto objektu sa vyznačuje striedaním období pokoja a aktivity, ktoré sú charakterizované sériami jednotlivých vzplanutí opakujúcich sa s približne ročnou periódou. Výnimočné množstvo pozorovaní za posledných 125 rokov prispelo k objasneniu množstva fyzikálnych javov prebiehajúcich v tomto objekte. Napriek tomu však zostáva mnoho ďalších, ktoré na svoje vysvetlenie a popis ešte len čakajú. Cieľom tejto práce je štúdium spektroskopických dát systému AG Dra so zameraním na dlhodobé zmeny vlastností vybraných emisných spektrálnych čiar využitím moderných metód štatistickej a periódovej analýzy.  
**Kľúčové slová:** Interagujúce dvojhviezdy, symbiotické premenné hviezdy, pulzácie, periódová analýza, spektroskopia, fotometria.  
**Vedúci:** doc. RNDr. Rudolf Gális, PhD.  
**Ústav :** ÚFV - Ústav fyzikálnych vied  
**Spôsob prístupnosti elektronickej verzie práce:** bez obmedzenia  
**Dátum schválenia:** 02.10.2015 Dr.h.c. prof. RNDr. Alexander Feher, DrSc.  
riaditeľ ústavu

## Abstrakt

Predložená práca sa zaoberá spektroskopickým výskumom symbiotickej premennej hviezdy AG Draconis. Premennosť tohto objektu sa vyznačuje striedaním období pokoja a aktivity, ktoré sú charakterizované sériami jednotlivých vzplanutí opakujúcich sa s približne ročnou periódou. Výnimočné množstvo pozorovaní za posledných 125 rokov prispelo k objasneniu množstva fyzikálnych javov prebiehajúcich v tomto objekte. Napriek tomu však zostáva mnoho ďalších, ktoré na svoje vysvetlenie a popis ešte len čakajú. V práci aplikujeme metódy korelačnej analýzy na fotometrické a spektroskopické dáta tohoto systému. Skúmané sú podobnosti a odlišnosti dlhodobého vývoja tejto hviezdy, ako aj správanie sa hviezdy počas horúcich a chladných „módov“ vzplanutí. Výsledky prezentované v práci naznačujú, že v systéme môže existovať viacero mechanizmov, ktoré riadia vzplanutia tohto symbiotického systému. Časť práce sa zaoberá výsledkami korelačnej analýzy dát AG Dra a prototypu symbiotických premenných hviezd Z Andromedae. Analýza ukazuje významnú podobnosť správania sa týchto systémov ako vo fotometrických, tak aj spektroskopických dátach, čo naznačuje, že model „kombinovanej novy“ navrhnutý pre Z And možno použiť aj na vysvetlenie vzplanutí AG Dra. Metódy korelačnej analýzy sú použité aj za účelom hľadania periodicity, diskutovaná je existencia dlhodobých variácií fotometrických dát, analyzovaná je aj krivka radiálnych rýchlostí získaná na základe meraní absorpčných čiar.

**Kľúčové slová:** interagujúce dvojhviezdy, symbiotické premenné hviezdy, pulzácie, korelačná analýza, periódová analýza, spektroskopia, fotometria.

## Abstract

This thesis deals with the spectroscopic investigation of the symbiotic variable AG Draconis. Variability of this system is characterized by the alternating quiescent and active stages, which are represented by the series of outbursts repeating with period about one year. Exceptional amount of observations for last 125 years has contributed to the clarification of a number of physical phenomena taking place in this object. Nevertheless, it remains much more for that their explanation and description still lie ahead. In this work we apply the methods of correlation analysis on photometric and spectroscopic data of the system. The similarities and differences in long-term behaviour of this star are investigated, as well as the behavior of this object during the hot and cool outbursts. The results presented in the work suggest that in the system there may be several mechanisms responsible for the outbursts of this symbiotic system. Part of the work deals with the results of the correlation analysis of AG Dra and symbiotic variable stars prototype Z Andromedae. Analysis showed the significant correlation of photometric and spectroscopic behaviour of these systems. This allows to suggest that a "combination nova" model proposed for Z And might also explain the outburst activity of AG Dra. Methods of correlation analysis are used for period research, the existence of long-term variations in photometric data are discussed and the radial velocity curve based on absorption line measurements is analyzed in same way.

**Key words:** interacting binaries, symbiotic stars, pulsations, correlation analysis, period analysis, spectroscopy, photometry.

# Obsah

<b>Zoznam obrázkov</b>	<b>7</b>
<b>Zoznam tabuliek</b>	<b>8</b>
<b>Zoznam skratiek a značiek</b>	<b>9</b>
<b>Úvod</b>	<b>11</b>
<b>1 Premenné hviezdy</b>	<b>13</b>
1.1 Klasifikácia premenných hviezd . . . . .	13
1.2 Metódy pozorovania premenných hviezd . . . . .	15
1.3 Symbiotické premenné hviezdy . . . . .	16
1.3.1 Klasifikácia symbiotických premenných hviezd . . . . .	18
1.4 AG Draconis . . . . .	19
1.4.1 Fotometrický výskum AG Draconis . . . . .	20
1.4.2 Výskum AG Dra v iných spektrálnych oblastiach . . . . .	20
<b>2 Metódy štatistickej a periódovej analýzy</b>	<b>24</b>
2.1 Úvod do periódovej analýzy . . . . .	24
2.2 Fourierova transformácia . . . . .	25
2.3 Korelačná analýza . . . . .	26
2.3.1 Klasická kroskorelačná a autokorelačná analýza . . . . .	26
2.3.2 Diskrétna korelačná analýza . . . . .	27
2.3.3 Self-korelačná analýza . . . . .	29
2.4 Aplikácia metód periódovej analýzy na umelé dáta a testovacie hviezdy	30
2.4.1 Umelé dátové súbory . . . . .	31
2.4.2 Testovacie hviezdy . . . . .	32

<b>3</b>	<b>Pozorovací materiál</b>	<b>37</b>
3.1	Spektroskopický pozorovací materiál . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Výsledky korelačnej analýzy dát AG Dra</b>	<b>39</b>
4.1	Korelácia fotometrických a spektroskopických dát . . . . .	39
4.1.1	Porovnanie vývoja AG Dra v <i>UBV</i> fotometrii . . . . .	39
4.1.2	Zmeny spektrálnych charakteristík . . . . .	40
4.1.3	Vzájomná korelácia tokov žiarenia a ekvivalentných širok spektrálnych čiar . . . . .	42
4.2	Porovnanie vývoja symbiotických hviezd AG Dra a Z And . . . . .	44
4.3	Periódová analýza dát AG Dra . . . . .	46
4.3.1	Dlhodobý vývoj svetelnej krivky . . . . .	46
4.3.2	Krivka radiálnych rýchlostí . . . . .	48
	<b>Záver</b>	<b>50</b>
	<b>Referencie</b>	<b>51</b>
	<b>A Korelogramy testovacích umelých súborov</b>	<b>55</b>
	<b>B Svetelné krivky hviezd <math>\beta</math> Persei a RT Aurigae</b>	<b>60</b>
	<b>C Časové závislosti a korelačné koeficienty fotometrických a spektroskopických dát AG Dra</b>	<b>61</b>

# Zoznam obrázkov

1.1	Model kataklizmatickej premennej hviezdy . . . . .	16
1.2	Historická svetelná krivka AG Dra počas rokov 1889 – 2012 . . . . .	21
2.3	Korelogramy a mocninové spektrum pre hviezdu $\beta$ Persei. . . . .	36
2.4	Korelogramy a mocninové spektrum pre hviezdu RT Aurigae . . . . .	36
4.5	Korelácia charakteristík spektrálnych čiar v období aktivity F. . . . .	42
4.6	Svetelné krivky a časové závilosti ekvivalentných širok emisných čiar hviezd AG Dra a Z And . . . . .	45
4.7	Výsledky korelačnej analýzy svetelnej krivky AG Dra v $U$ filtri . . . . .	47
4.8	Korelogramy a mocninové spektrum pre krivku radiálnych rýchlostí AG Dra . . . . .	48
A.9	Zdrojové dátové súbory, korelogramy a mocninové spektrum pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie s periódou 25 dní s konštantnou a premennou amplitúdou . . . . .	55
A.10	Zdrojové dátové súbory, korelogramy a mocninové spektrum pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie s premennou periódou a medzerami v dátach . . . . .	56
A.11	Zdrojové dátové súbory, korelogramy a mocninové spektrum pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie s dvoma periódami . . . . .	57
A.12	Zdrojové dátové súbory, korelogramy a mocninové spektrum pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie v pokojných a aktívnych obdobiach . . . . .	58
A.13	Zdrojové dátové súbory, korelogramy a mocninové spektrum pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie, ktoré sú zaťažené bežnými pozorovacími problémami . . . . .	59
B.14	Svetelná krivka $\beta$ Persei . . . . .	60
B.15	Svetelná krivka RT Aurigae . . . . .	60



C.16 Svetelné krivky AG Dra v $U$ , $B$ , $V$ filtroch . . . . .	61
C.17 Krivky radiálnych rýchlostí emisných spektrálnych čiar v porovnaní s fotometrickými dátami v $U$ filtri . . . . .	62
C.18 Korelačné koeficienty radiálnych rýchlostí skúmaných spektrálnych čiar a tokov vo filtroch $U$ , $B$ a $V$ . . . . .	63
C.19 Časové závislosti ekvivalentných širok emisných spektrálnych čiar AG Dra v porovnaní s fotometrickými $U$ magnitúdami . . . . .	64
C.20 Korelačné koeficienty ekvivalentných širok skúmaných emisných čiar a tokov vo filtroch $U$ , $B$ a $V$ . . . . .	65
C.21 Časové závislosti tokov žiarenia emisných spektrálnych čiar AG Dra v porovnaní s fotometrickými dátami získanými vo filtri $U$ . . . . .	66
C.22 Korelačné koeficienty tokov žiarenia skúmaných emisných čiar a tokov vo filtroch $U$ , $B$ a $V$ . . . . .	67

## Zoznam tabuliek

1.1 Spektrálna priepustnosť filtrov $UBV$ systému . . . . .	15
1.2 Najznámejšie a najjasnejšie symbiotické premenné hviezdy . . . . .	18
1.3 Rovníkové a galaktické súradnice AG Dra . . . . .	19
1.4 Katalógové označenia AG Dra . . . . .	19
1.5 Aktívne a pokojné obdobia symbiotického systému AG Dra . . . . .	22
2.1 Výsledky periódovej analýzy vybraných testovacích hviezd . . . . .	35
2.2 Výsledky periódovej analýzy vizuálnych dát $\beta$ Persei a RT Aurigae . . . . .	35
4.1 Vzájomná korelácia tokov žiarenia a ekvivalentných širok spektrálnych čiar v jednotlivých obdobiach. . . . .	43
4.2 Výsledky kroskorelačnej analýzy fotometrických a spektroskopických dát hviezd AG Dra a Z And. . . . .	44

# Zoznam skratiek a značiek

**a kol.** - a kolektív

**a pod.** - a podobne

**AAVSO** - Americká asociácia pozorovateľov premenných hviezd (*ang. The American Association of Variable Star Observers*)

**abs** - absorpčný

**ACF** - klasická autokorelačná metóda založená na autokorelačnej funkcii (*ang. auto-correlation function*)

**And** - skratka súhvezdia Androméda

**ang.** - anglicky

**Aqr** - skratka súhvezdia Vodnár

**Aur** - skratka súhvezdia Povozník

**Å** - angström, jednotka dĺžky

**Ba** - značka prvku Bárium

**Cyg** - skratka súhvezdia Labuť

**d** - deň

**DCF** - diskretná korelačná metóda založená na diskretnej korelačnej funkcii (*ang. discrete correlation function*)

**DFT** - diskretná Fourierova transformácia (*ang. discrete Fourier transform*)

**Dra** - skratka súhvezdia Drak

**ESA** - Európska vesmírna agentúra (*ang. European Space Agency*)

**ESO** - Európske južné observatórium (*ang. European Southern Observatory*)

**GCVS** - Všeobecný katalóg premenných hviezd (*ang. General Catalog of Variable Stars*)

**JD** - juliánsky dátum

**K** - stupeň kelvina, jednotka teploty

**kg** - kilogram, jednotka hmotnosti

**km** - kilometer, jednotka dĺžky

**kpc** - kiloparsek, jednotka dĺžky používaná v astronómii,  $1 \text{ pc} = 3,0857 \times 10^{16} \text{ m}$

$L_{\odot}$  - svietivosť Slnka,  $1 L_{\odot} = 3,8270 \times 10^{26} \text{ W}$

**Lyr** - skratka súhvezdia Lýra

**m** - meter, jednotka dĺžky

$M_{\odot}$  - hmotnosť Slnka,  $1 M_{\odot} = 1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$

**mag** - magnitúda, jednotka magnitúdy

**NASA** - Národný úrad pre letectvo a vesmír (*ang. National Aeronautics and Space Administration*)

**nm** - nanometer, jednotka dĺžky

**Pav** - skratka súhvezdia Páv

**Peg** - skratka súhvezdia Pegas

**Per** - skratka súhvezdia Perzeus

**pix** - pixel, skratka z anglického *picture element* (obrazový prvok)

$R_{\odot}$  - polomer Slnka,  $1 R_{\odot} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$

**s** - sekunda, jednotka času

**SCF** - korelačná metóda založená na self-korelačnej funkcii (*ang. self-correlation function*)

**Sge** - skratka súhvezdia Šíp

**Sr** - značka prvku Stroncium

**Tel** - skratka súhvezdia Ďalekohľad

**tzv.** - takzvaný

**UV** - ultrafialový

**Vul** - skratka súhvezdia Líška

**W** - watt, jednotka výkonu

# Úvod

Astronomické pozorovania boli v minulosti kľúčové pre rozvoj hospodárstva a spoločnosti. S rozvojom civilizácie bol spojený postupný prechod od čisto aplikovaného výskumu k štúdiu vesmíru na makroskopických, ako aj na mikroskopických škálach s cieľom pochopiť fungovanie sveta ako celku. Výskum premenných hviezd prináša množstvo poznatkov prehlbujúcich naše vedomosti nielen o týchto objektoch, ale aj o štruktúre, evolúcii hviezd a fyzikálnych procesoch, ktoré v nich prebiehajú.

Obzvlášť zaujímavé sú interagujúce viachviezdne systémy, v ktorých dochádza k vzájomnému ovplyvňovaniu sa zložiek, napr. v dôsledku prenosu hmoty medzi zložkami týchto sústav. Jednou kategóriou takýchto interagujúcich systémov sú symbiotické premenné hviezdy. Do tejto skupiny patrí aj AG Draconis, dvojhviezdna sústava v súhvezdí Draka. Výnimočné množstvo pozorovaní za posledných 125 rokov prispelo k objasneniu množstva javov prebiehajúcich v tomto objekte. Napriek tomu však zostáva mnoho ďalších, ktoré na svoje vysvetlenie a popis ešte len čakajú.

Predložená práca sa venuje korelačnej analýze fotometrických a spektroskopických dát systému AG Dra. Dôraz kladieme najmä na detailné štúdium dlhodobých zmien vlastností vybraných emisných spektrálnych čiar a porovnaní vývoja týchto zmien s vývojom systému vo fotometrických dátach.

Práca je rozdelená do niekoľkých kapitol. V prvej kapitole sa venujeme premenným hviezdám, ich základnej klasifikácii a príčinám ich premennosti. Druhá časť tejto kapitoly je venovaná základným a najpoužívanejším pozorovacím metódam na získavanie informácií o hviezdnych systémoch. Detailnejšie popisujeme kataklizmatické premenné hviezdy a to najmä symbiotické systémy, medzi ktoré sa zaraďuje aj nami študovaná interagujúca dvojhviezda AG Dra. V štvrtej časti podávame súhrn základných informácií o tomto systéme, ako aj dôležitých výsledkov získaných analýzou fotometrických a spektroskopických pozorovaní v rôznych oblastiach elektromagnetického spektra publikovaných v literatúre.

Druhá kapitola je venovaná metódam štatistickej a periódovej analýzy. Detailne

sa v tejto kapitole zaoberáme periódovou analýzou založenou na Fourierovej transformácii a rôznymi metódami aplikácie korelačnej analýzy dátových súborov: klasickou, diskretnou aj self-korelačnou analýzou. Časť kapitoly venujeme výsledkom aplikácie metód periódovej analýzy na umelé dáta a testovacie hviezdy. V kapitole porovnávame výsledky, výhody, nevýhody a obmedzenia týchto metód a určujeme charakteristické javy vo výsledných korelogramoch, ktoré môžu byť využité pri analýze reálnych dát. Metódy sú v tejto kapitole aplikované na dáta vybraných premenných hviezd zo súhvezdia Labute, aj na vizuálne dáta z databázy AAVSO. Nasledujúca kapitola pojednáva o pozorovacom materiále, ktorý je spracovaný v tejto práci.

Štvrtá kapitola podáva výsledky korelačnej analýzy fotometrických a spektroskopických dát AG Dra. V prvej časti kapitoly prezentujeme výsledky analýzy vzájomných vzťahov a závislostí vlastností jednotlivých emisných spektrálnych čiar a *UBV* fotometrie v jednotlivých obdobiach aktivity a pokoja. Diskutujeme podobnosti a odlišnosti dlhodobého vývoja tejto hviezdy, ako aj správanie sa hviezdy počas horúcich a chladných vzplanutí. Podrobne sa zaoberáme odlišnosťami medzi nameranými tokmi žiarenia a ekvivalentnými šírkami spektrálnych čiar, ako aj existenciou prechodného, aktívno-pokojného obdobia vo vývoji systému. V druhej časti tejto kapitoly sa venujeme porovnaniu dlhodobého vývoja AG Dra s prototypom symbiotických systémov, s hviezdou Z And. Záverečná časť kapitoly pojednáva o výsledkoch periódovej analýzy časových závislostí radiálnych rýchlostí získaných na základe meraní absorpčných čiar AG Dra. Diskutujeme aj dlhodobý vývoj svetelnej krivky tohoto objektu.

# Kapitola 1

## Premenné hviezdy

Od úsvitu civilizácie boli hviezdy považované za stálice – večné a nemenné, nachádzajúce sa na najvzdialenejšej sfére vesmíru, za dráhou poslednej planéty Slnecnej sústavy. Dnes však už vieme, že prakticky žiadna hviezda nie je nemenná a každá prechádza rôznymi fyzikálnymi či evolučnými zmenami.

Za premenné hviezdy sa väčšinou považujú objekty, ktorých jasnosť sa mení s časom. Rozsah zmien je široký: od 0,001 mag až po desiatky magnitúd (Mikulášek & Zejda 2013). Rovnako aj časové škály svetelných zmien sú rôzne, od  $10^{-4}$  s až po zmeny súvisiace s dlhodobým vývojom hviezdy. Zmeny súvisiace s jadrovým vývojom hviezd (na tzv. jadrovej časovej škále) prebiehajú veľmi pomaly a v závislosti od hmotnosti hviezd môžu trvať milióny až miliardy rokov. Zmeny v dôsledku vnútornej prestavby jadra i obalu hviezdy (na tzv. Kelvinovej - Helmholtzovej škále) sú rýchlejšie a prebiehajú rádovo státisíce rokov. Hviezda je však pri týchto zmenách stále v stave hydrostatickej rovnováhy. Ak dôjde k narušeniu tejto rovnováhy, hviezda sa mení na tzv. dynamickej časovej škále, ktorá v závislosti od typu hviezdy môže trvať len desiatky minút. K takýmto rýchlym zmenám dochádza v počiatkových alebo konečných vývojových štádiách hviezd.

Mnoho premenných hviezd je periodických, zmeny svetelnej krivky sa dejú pravidelne. Na základe periódy ich potom môžeme rozdeliť na krátkoperiodické a dlhoperiodické premenné hviezdy.

### 1.1 Klasifikácia premenných hviezd

Základným delením premenných hviezd je ich rozdelenie na geometrické a fyzikálne premenné hviezdy. Geometrické premenné hviezdy sú také, u ktorých sa nemení svie-

tivosť hviezd či sústavy, ale mení sa ich pozorovaný tok žiarenia v dôsledku rotácie objektu alebo obehu systému okolo spoločného ťažiska. V prípade fyzikálnych premenných hviezd dochádza ku skutočným zmenám fyzikálnych charakteristík danej hviezd, ako je jej svietivosť, polomer či hmotnosť a s nimi súvisiacim zmenám žiarivého výkonu hviezd (v danom spektrálnom obore).

Bližšia klasifikácia premenných hviezd sa však vyvíja už viac ako storočie. V minulosti boli premenné hviezd klasifikované na základe prototypov hviezd, dnes je však klasifikácia všeobecnejšia a obsahuje podľa Všeobecného katalógu premenných hviezd GCVS (Samus a kol. 2009) šesť základných kategórií:

- **Eruptívne premenné hviezd** – zmeny jasnosti sú spôsobené nestabilitou hmoty v okolí hviezd (v akréčnom disku) alebo v hviezde samotnej.
- **Pulzujúce premenné hviezd** – variácie sú spôsobené radiálnou (zmena polomeru) alebo neradiálnou (zmena tvaru) pulzáciou hviezd.
- **Kataklizmatické premenné hviezd** – zmeny sú spôsobené vzplanutiami v povrchových vrstvách hviezd, v jej jadre alebo akréčnom disku.
- **Röntgenové premenné hviezd** – premenné röntgenové žiarenie, zvyčajne z okolia neutrónovej hviezd alebo čiernej diery, ktorá je súčasťou dvojhviezdneho systému.
- **Rotujúce premenné hviezd** – variácie sú spôsobené hviezdnyimi škvrnami, nepravidelným tvarom, magnetizmom hviezd, v dôsledku čoho žiarenie nie je izotropné.
- **Zákrytové premenné hviezd** – dvojhviezdne systémy, v ktorých jedna zložka z pohľadu pozorovateľa prechádza pred diskom druhej zložky.

Prvé štyri kategórie predstavujú fyzikálne premenné hviezd, piata a šiesta geometrické.

Klasifikácia premenných hviezd na jednotlivé typy sa zakladá najmä na analýze ich svetelných kriviek, ale snaží sa zároveň rešpektovať aj fyzikálne vlastnosti systémov a procesy vyvolávajúce pozorované zmeny. Jeden objekt sa však môže ocitnúť aj vo viacerých kategóriách.

## 1.2 Metódy pozorovania premenných hviezd

Základnými metódami výskumu premenných hviezd sú fotometria<sup>1</sup> a spektroskopia. V astrofyzike sa začali používať v druhej polovici 19. storočia (Štefl a kol. 2008). Významným prínosom pre výskum premenných hviezd sú družicové pozorovania. Priekopníkom v tejto oblasti bola družica Hipparcos (*High Precision Parallax Collecting Satellite*; ESA), nasledovali ju družice COROT (*Convection, Rotation and Planetary Transits*; ESA), MOST (*The Microvariability and Oscillations of Stars Telescope*; Kanadská kozmická agentúra), BRITe (*Bright Target Explorer*; Kanada/Rakúsko/Poľsko), Kepler (NASA) či GAIA (ESA).

Fotometrické merania spočívajú v meraní toku žiarenia v rôznych oblastiach spektra elektromagnetického žiarenia. Aby bolo možné jednotlivé merania porovnávať, je nutné definovať tzv. fotometrické systémy, teda skupinu filtrov s presne vymedzenou priepustnosťou a súbor štandardných hviezd. Najpoužívanější systém fotoelektrickej a CCD fotometrie je širokopásmový Johnsonov - Morganov systém (medzinárodný *UBV* systém). Tento systém je definovaný tak, aby farebné indexy<sup>2</sup> ( $B - V$ ) a ( $U - B$ ) sa rovnali nule pre hviezdy spektrálneho typu A0 V.

Fotometrické pozorovania sú reprezentované svetelnými krivkami, teda časovými závislosťami<sup>3</sup> jasností hviezdy v jednotlivých filtroch. Svetelné krivky sú indikátorom nielen typu premennosti, ale poskytujú aj ďalšie informácie o objekte (rozmery, mechanizmus premennosti a ďalšie parametre).

<sup>1</sup>Viac informácií z histórie fotometrie možno nájsť v knihe *History of Photometry* (Hearnshaw 1996).

<sup>2</sup>Farebný index hviezdy je rozdiel magnitúd tej istej hviezdy pozorovaných v dvoch rozličných spektrálnych intervaloch (v rámci *UBV* sa najčastejšie používajú indexy ( $U - B$ ) a ( $B - V$ )).

<sup>3</sup>V astronómii sa čas určuje najmä pomocou tzv. juliánskeho dátumu (JD), teda počtom dní, ktoré uplynuli od poludnia na nultom poludníku 1. januára 4713 p. n. l. Keďže toto číslo je v dnešných dňoch pomerne veľké, používa sa aj tzv. modifikovaný juliánsky dátum MJD ( $MJD = JD - 2\,400\,000,5$ ).

**Tabuľka 1.1:** Spektrálna priepustnosť filtrov *UBV* systému (Johnson & Morgan 1953).

Filter	Maximum priepustnosti	Interval priepustnosti
<i>U</i>	$\approx 358$ nm	300 – 420 nm
<i>B</i>	$\approx 439$ nm	360 – 500 nm
<i>V</i>	$\approx 545$ nm	460 – 740 nm

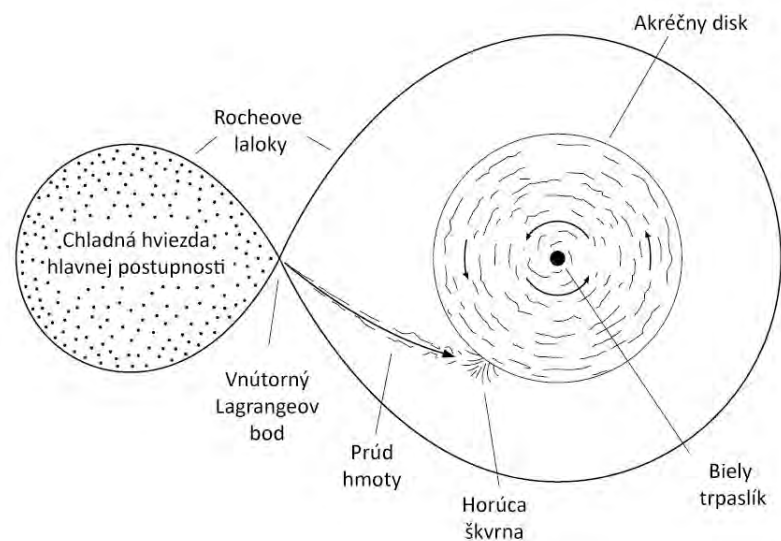


Spektroskopické merania sú založené na meraní polôh, profilov, ekvivalentných šírok a ďalších charakteristík spektrálnych čiar v spektre hviezd. Zo zmeny polohy spektrálnych čiar je možné určiť radiálnu zložku rýchlosti pohybujúceho sa objektu (radiálnu rýchlosť). Z intenzity, ekvivalentnej šírky a tvaru spektrálnych čiar je možné určiť teplotu, tlak, chemické zloženie, prítomnosť magnetického či rýchlostného poľa (napr. spôsobeného rotáciou) v atmosfére skúmanej hviezd.

### 1.3 Symbiotické premenné hviezdy

Symbiotické premenné hviezdy patria ku kataklizmatickým premenným hviezdám. Tie sú charakterizované najmä náhlymi vzplanutiami v dôsledku termonukleárnych reakcií v povrchových vrstvách alebo vo vnútri hviezd a výtryskami hmoty.

Väčšina kataklizmatických premenných sú dvojhviezdne systémy (okrem supernov typu II) pozostávajúce z bieleho trpaslíka (alebo neutrónovej hviezd) a chladnej hviezd hlavnej postupnosti spektrálnych typov G, K a M, vyplňajúcej svoj Rocheov lalok.



**Obr. 1.1:** Model kataklizmatickej premennej hviezd (podľa Percy 2007).

V takýchto hviezdnych systémoch dochádza k prenosu hmoty cez vnútorný libračný (Lagrangeov) bod  $L_1$  z hviezd hlavnej postupnosti na bieleho trpaslíka, okolo ktorého sa vytvára akréčný disk. Fotometrické zmeny týchto hviezd sú pozorovateľné v celom spektre elektromagnetického žiarenia, od rádiovkej oblasti až po gama žiarenie.

Kataklizmatické premenné hviezdy sa delia na:

- **Supernovy** – nevratná explózia hviezdy v jej záverečnom štádiu spôsobujúca zmenu jasnosti aj o 20 mag (supernovy typu II). Pozostatkom po výbuchu supernovy je rýchlo expandujúca obálka a neutrónová hviezda alebo čierna diera.
- **Novy** – blízke dvojhviezdne systémy, v ktorých prenos hmoty zo sekundárnej na primárnu zložku spôsobí explozívnu termonukleárnu reakciu na povrchu a neočakávané zjasnenie o 6 – 19 magnitúd (Percy 2007).
- **Rekurentné novy** – objekty podobné novám, ktoré vykazujú opakované vzplanutia.
- **Trpasličie novy** – horúce trpasličie premenné hviezdy, v ktorých dochádza k zjasneniam o niekoľko magnitúd každých niekoľko týždňov v nepravidelných intervaloch.
- **Symbiotické premenné hviezdy** – kataklizmatické systémy s dlhými orbitálnymi periódami.

Symbiotické premenné hviezdy sú otvorené dvojhviezdne systémy pozostávajúce z červeného obra (spektrálneho typu K alebo M, zriedkavo G) a buď horúcej hviezdy hlavnej postupnosti alebo ešte častejšie bieleho trpaslíka. Zložky týchto dvojhviezd sú obklopené hustou spoločnou obálkou. Ak obor vyplní svoj Rocheov lalok, k prenosu látky medzi zložkami týchto interagujúcich dvojhviezd dochádza prostredníctvom prúdu hmoty cez vnútorný libračný bod  $L_1$ . Častejšie je však prenos hmoty realizovaný prostredníctvom hviezdneho vetra, keďže vzdialenosti medzi zložkami sú väčšinou veľké. Takýto spôsob prenosu hmoty je však menej efektívny a tak intenzita interakcie je podstatne nižšia ako v iných typoch kataklizmatických premenných hviezd. Veľká časť hmoty prenášanej hviezdym vetrom sa dostáva do cirkumbinárnej obálky a len malá časť sa dostane akreciou na kompaktnú zložku.

Pozorovateľnými prejavmi interakcie sú zmeny jasnosti aj spektra týchto objektov. Zmeny sú nepravidelné, svetelná krivka je charakterizovaná pokojnými obdobiami i obdobiami búrlivej aktivity. Periódy týchto zmien sú spravidla aj stovky dní. Okrem vzplanutí v akrečnom disku sú zdrojom premennosti aj zákryty jednotlivých zložiek alebo pulzácie chladného obra.

Prototypom symbiotických premenných hviezd je hviezda Z Andromedae, ktorej premennosť bola objavená okolo roku 1900. V súčasnosti poznáme viac ako 200 symbiotických systémov, pre väčšinu je prijatý dvojhviezdny model (pre niektoré systémy bol navrhnutý aj trojhviezdny).

**Tabuľka 1.2:** Najznámejšie a najjasnejšie symbiotické premenné hviezdy (prevzaté z Percy 2007).

Názov	Jasnosť (vo filtri <i>V</i> )	Spektrálny typ	Periódna [d]
Z And	10,53 (7,0-12,0)	M2 III + B1eq	756,85
EG And	7,23 (7,08-7,80)	M2 IIIe	482,57
R Aqr	7,69 (5,8-12,4)	M7 IIIpe	44 rokov
CH Cyg	8,84 (5,6-8,49)	M7 IIIab + Be	5750
CI Cyg	11,1 (9,9-13,1)	M5 III + Bep	855,25
AG Dra	9,74 (7,9-10,3)	K3 IIIep	548,65
AR Pav	10,57 (7,4-13,62)	M3 III	605
AG Peg	8,65 (6,0-9,4)	M3 III + WN6	816,5
BL Tel	7,20 (7,09-9,41)	M + F5 Iab/b	778,6
RR Tel	6,5 (6,5-16,5)	WN3-6.5/M3.5-7	387

### 1.3.1 Klasifikácia symbiotických premenných hviezd

Symbiotické premenné hviezdy sa delia na dva podtypy.

**Systémy typu D** (*ang. dust*) vykazujú prítomnosť prachu v obálke okolo hviezd. Chladná zložka (väčšinou pulzujúca premenná typu Mira) vypĺňa svoj Rocheov lalok a jej pulzácie sú pozorovateľné len v infračervenej oblasti spektra. Vo viditeľnej časti spektra dominuje horúca zložka. Tieto systémy sú najväčšími možnými, v ktorých môže ešte dochádzať k vzájomnej interakcii.

**Systémy typu S** (*ang. stellar*) sú menšie sústavy s periódami niekoľko stoviek dní. Zo známych symbiotických premenných je až 80% práve tohto typu (Belczyński a kol. 2000).

Podľa charakteru vzplanutí možno symbiotické premenné hviezdy rozdeliť do troch kategórií:

- **Rekurentné symbiotické novy** – sústavy, v ktorých sa vzplanutia opakujú a ich amplitúda je podobná vzplanutiam rekurentných nov.
- **Symbiotické novy** – dvojhviezdy, v ktorých po vzplanutí jasnosť klesá veľmi pomaly (aj desiatky rokov). Ide o malú skupinu, do ktorej patria objekty: RR Tel, HM Sge, V1016 Cyg, V1329 Cyg, AG Peg a PU Vul.
- **Klasické symbiotické novy** – v aktívnom období vykazujú vzplanutia aj o niekoľko magnitúd, na časových škálach niekoľkých mesiacov.

Súradnica	Hodnota
$\alpha_{2000.0}$	$16^h 01^m 41^s, 011$
$\delta_{2000.0}$	$+66^\circ 48' 10'', 14$
$l_{2000.0}$	$100, 2877^\circ$
$b_{2000.0}$	$+40, 9712^\circ$

**Tabuľka 1.3:** Rovníkové a galaktické súradnice AG Dra

Katalóg	Označenie
GCVS	AG Dra
BD	$+67^\circ 922^\circ$
HIP	78512
2MASS	J16014101 + 6648101
SAO	16931
AAVSO	1601 + 67

**Tabuľka 1.4:** Katalógové označenia AG Dra

## 1.4 AG Draconis

Premenná hviezda AG Dra je klasická symbiotická premenná hviezda typu S (Friedjung 1997, Friedjung a kol. 1998). Vzhľadom na jej vhodnú polohu na oblohe, jej pomerne vysokú jasnosť (8 – 11 magnitúd vo  $V$  filtri) aj nízku extinkciu<sup>4</sup> ( $E_{B-V} = 0, 05$ ) patrí k najlepšie preskúmaným symbiotickým systémom.

Chladnou zložkou tohto dvojhviezdneho systému je chladný obor spektrálneho typu K3 III (Shenavrin a kol. 2011), s efektívnou teplotou  $T_{eff} = 4300$  K (Smith a kol. 1996) a hmotnosťou  $1,5 M_\odot$  (Kenyon & Fernandez-Castro 1987). Vzhľadom na spektrálny typ obra sa AG Dra radí k žltým symbiotickým hviezdám. Smith a kol. (1996) zaradili obra kvôli nadabundancii ťažších prvkov (najmä Ba a Sr) medzi tzv. báriové hviezdy, ktoré majú intenzívnejší hviezdny vietor. Polomer Rocheovej sféry hviezdy je odhadovaný na  $170 R_\odot$ , polomer obra iba  $35 R_\odot$  (Zamanov a kol. 2007), a preto nemôže dochádzať k akrecii cez vnútorný libračný bod  $L_1$ .

Druhou zložkou systému AG Dra je horúci biely trpaslík (Mikolajewska a kol. 1995) s vysokou svietivosťou  $1 - 5 \times 10^3 L_\odot$ , ktorého hmotnosť je približne  $0,4 - 0,6 M_\odot$ , teplota  $1 - 1,5 \times 10^5$  K. Zložky sú obklopené cirkumbinárnou obálkou, ktorej zdrojom je najmä hviezdny vietor obra.

Vzdialenosť AG Dra určili Mikolajewska a kol. (1995) na  $2,5$  kpc, Skopal (2005) na  $1,1 \pm 0,4$  kpc. V sústave nedochádza k zákrytom zložiek. Inklináciu sústavy určili Mikolajewska a kol. (1995) na  $i = 30^\circ - 40^\circ$ , neskôr Schmid & Schild (1997) určili inklináciu približne  $i = 60^\circ$ .

Sústava vykazuje charakteristickú symbiotickú aktivitu so striedaním sa aktívnych

<sup>4</sup>Úbytok svetla v dôsledku absorpcie a rozptylu v medzihviezdnom prostredí.

a pokojných období. Známe sú dve periódy, dlhšia perióda  $\approx 550$  dní súvisí s orbitálnym pohybom (Meinunger a kol. 1979, Gális a kol. 1999, Fekel a kol. 2000) a kratšia  $\approx 355$  dní, ktorá je vysvetľovaná ako perióda pulzácií obra (Gális a kol. 1999, Friedjung a kol. 2003). Vzplanutia v aktívnych obdobiach sa opakujú približne v ročných intervaloch. Amplitúdy vzplanutí sú od 1 - 1,4 mag vo  $V$  filtri až po 3,6 mag v  $U$  filtri (Leedjäv a kol. 2016).

### 1.4.1 Fotometrický výskum AG Draconis

Symbiotickú povahu systému objavili Janssen & Vyssotsky (1943). Prvú  $UBV$  fotoelektrickú fotometriu publikoval Eggen (1964). Robinson (1969) publikoval zozbierané fotografické pozorovania z rokov 1890 – 1965. Od roku 1974 bola hviezda pozorovaná systematicky, najmä fotoelektricky v  $UBV$ . Skopal a kol. (2002, 2004, 2007, 2012), Leedjäv a kol. (2004) a Hric a kol. (2014) publikovali fotoelektrické a CCD fotometrické pozorovania z poslednej doby. Vďaka týmto pozorovacím údajom patrí AG Dra k najdlhšie skúmaným symbiotickým systémom.

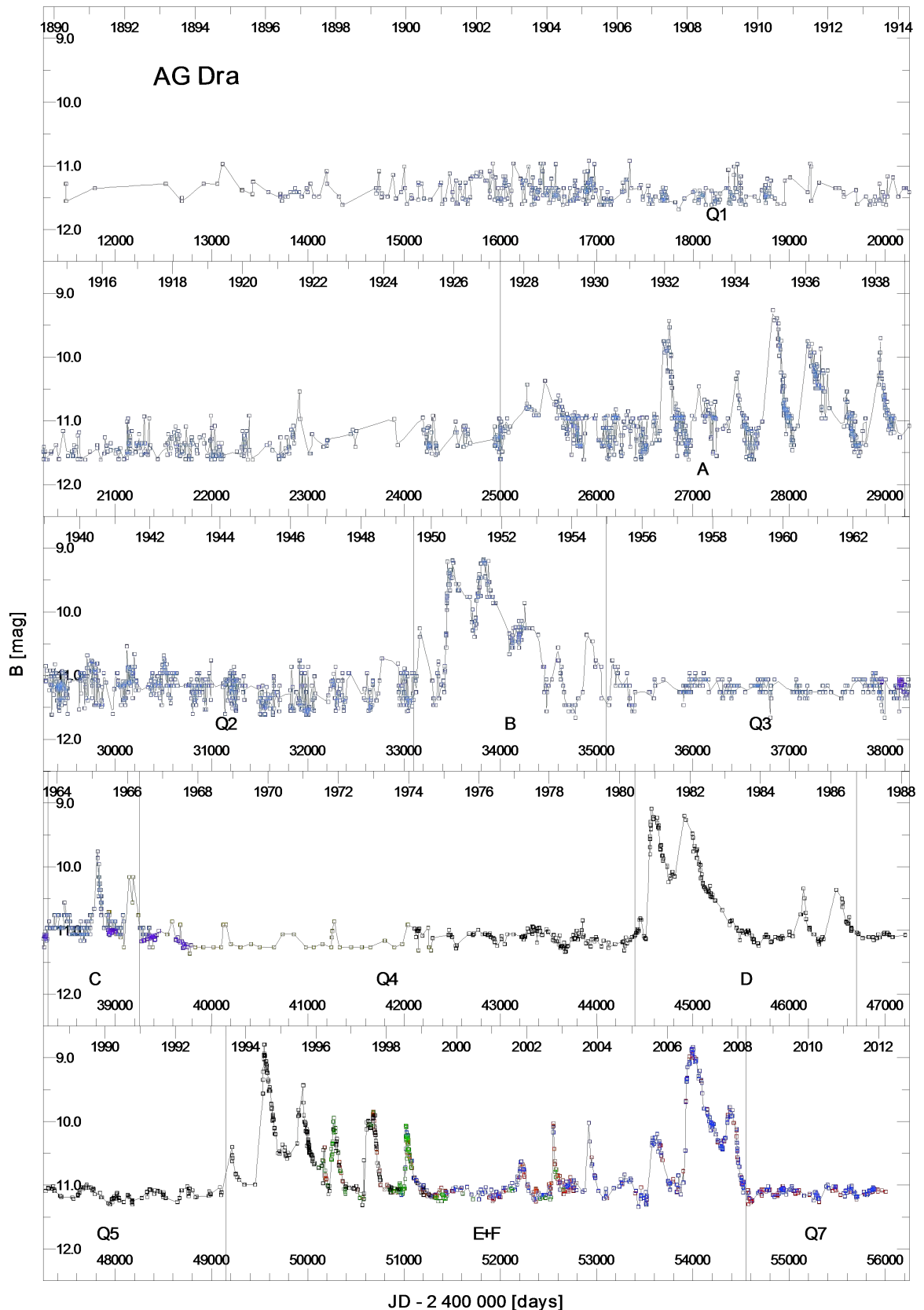
Svetelné krivky (v  $B$  filtri na obrázku 1.2) ukázali, že v systéme AG Dra sa striedajú obdobia aktivity a obdobia pokoja. Počas 125 rokov pozorovaní bolo pozorovaných 6 - 7 aktívnych období a celkovo 32 vzplanutí. Aktívne obdobia sa opakujú približne po 10 - 15 rokoch. V súčasnosti je systém v období pokoja.

V obdobiach pokoja sú pozorované variácie s vlnovým charakterom a periódou približne 550 dní, ktoré sú dôsledkom orbitálneho pohybu zložiek.

V dátach bola objavená aj druhá perióda ( $\approx 355$  dní), ktorú Gális a kol. (1999) vysvetlili ako periódu pulzácií obra. Amplitúda zmeny polomeru dosahuje  $\approx 24,6 R_{\odot}$  (pre prípad radiálnych pulzácií, čo však dodnes nie je potvrdené).

### 1.4.2 Výskum AG Dra v iných spektrálnych oblastiach

AG Dra je jeden z najjasnejších symbiotických systémov, a preto sa na jeho výskum zameralo mnoho pozorovacích programov v rôznych oblastiach spektra elektromagnetického žiarenia, od rádiovkej až po röntgenovú oblasť. Systém AG Dra je zdrojom rádiového žiarenia, ktoré zrejme súvisí s výtryskami hmoty (Mikolajewska 2002). V infračervenej oblasti sú pozorovateľné najmä prejavy chladnej zložky, vďaka čomu je možné určiť niektoré fyzikálne parametre obra a prispieť tak k dekonvolúcii zloženého spektra (pozostávajúceho zo spektra chladnej zložky, horúcej zložky a obálky) ako ukázal Skopal (2005). Svetelné krivky v tejto oblasti boli publikované v prácach



**Obr. 1.2:** Historická svetelná krivka AG Dra počas rokov 1889 – 2012, zvislými čiarami rozdelená na aktívne (A - F) a pokojné obdobia (Q1 - Q6). Pre zvýraznenie priebehu dát sú body preložené interpolačnou krivkou (metóda spline). (Prevzaté z Hric a kol. 2014).

**Tabuľka 1.5:** Aktívne a pokojné obdobia symbiotického systému AG Dra. Označenie období Q1, A, ... Q5 je uvedené podľa práce Hric a kol. (2014). Obdobie označené v práci Hric a kol. (2014) ako E + F sme v tejto práci rozdelili na obdobia E0 - E5, Q\*, E6 - E10, F a Q6.

Označenie	$T_{\text{start}}$		$T_{\text{end}}$		Počet vzplanutí
	JD - 2 400 000	$\approx$ rok	JD - 2 400 000	$\approx$ rok	
Q1	11 500	1890	25 500	1928	-
A	25 500	1928	29 200	1938	7
Q2	29 200	1938	33 100	1949	-
B	33 100	1949	35 100	1954	6
Q3	35 100	1954	38 300	1963	-
C	38 300	1963	39 250	1966	2
Q4	39 250	1966	44 400	1980	-
D	44 400	1980	46 700	1986	4
Q5	46 700	1986	49 150	1993	-
E0 - E5	49 150	1993	51 200	1999	6
Q*	51 200	1999	52 100	2001	-
E6 - E10	52 100	2001	53 850	2006	5
F	53 850	2006	54 550	2008	2
Q6	54 550	2008	do súčasnosti		-

Munari a kol. (1992), Kamath & Ashok (1999) a Taranova (2000).

Významné výsledky boli dosiahnuté aj štúdiom optického spektra AG Dra. V spektre boli objavené okrem iného aj zakázané emisné čiary, čím sa dokázala prítomnosť obálky v okolí dvojhviezdy. Zároveň sa zistilo, že spektrum sa mení v závislosti od aktivity tohto interagujúceho systému, čo umožnilo určiť jeho ďalšie fyzikálne parametre, ako aj zistiť informácie o procesoch prebiehajúcich v dvojhviezdnom systéme. Optické spektrá boli publikované v prácach Mikolajewska a kol. (1995), Smith a kol. (1996), Tomov & Tomova (1997), Viotti a kol. (1998), González-Riestra a kol. (1999) a Ikeda a kol. (2004).

V ultrafialovej oblasti dominuje horúca zložka, a preto je významná pre určovanie parametrov kompaktného objektu. K systematickému výskumu v UV oblasti sa využili pozorovania získané družicami IUE (*International Ultraviolet Explorer*; NASA/ESA) a FUSE (*Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer*; NASA/Univerzita Johna Hopkinsa). Viotti a kol. (1984) a Greiner a kol. (1997) zistili, že počas vzplanutí dochádza k zvý-

šení UV tokov. González-Riestra a kol. (1999) ukázali, že systém vykazuje dva typy vzplanutí, ktoré sa líšia teplotou. Počas „chladných“ vzplanutí má kompaktná zložka teplotu približne 90 000 K, no počas „horúcich“ teplotu cez 130 000 K. Zároveň počas horúcich vzplanutí bola UV aj optická jasnosť nižšia, ako ukázali Cíkala a kol. (2011).

AG Dra je aj zdrojom supermäkkého röntgenového žiarenia. Pozorovania v tejto oblasti získali sondy HEAO-2 (NASA), EXOSAT (*The European X-ray Observatory Satellite*; ESA), ROSAT (*Röntgen Satellite*; NASA/Nemecko/Veľká Británia), Chandra (NASA) a XMM-Newton (*High Throughput X-ray Spectroscopy Mission*; ESA). Pozorovania ukázali, že počas chladných vzplanutí (na rozdiel od UV spektra) sa jasnosť systému v röntgenovej oblasti spektra výrazne zníži (Viotti a kol. 1995, Greiner a kol. 1997, González-Riestra a kol. 2008, Skopal a kol. 2009), čo môže byť spôsobené rozpínaním a zmršťovaním sa pseudoatmosféry bieleho trpaslíka.



# Kapitola 2

## Metódy štatistickej a periódovej analýzy

Vo vedeckej praxi sa nevyhnutne stretávame so situáciami, v ktorých je potrebné pozorovania alebo merania analyzovať za účelom získania ďalších informácií o objekte nášho výskumu a o prebiehajúcich fyzikálnych procesoch. Na tento účel sa využívajú rôzne metódy štatistickej a periódovej analýzy. Detailne sa v tejto kapitole budeme zaoberať periódovou analýzou založenou na Fourierovej transformácii a rôznymi metódami aplikácie korelačnej analýzy dátových súborov.

### 2.1 Úvod do periódovej analýzy

Hlavnou úlohou periódovej analýzy je štúdium periodicity zmien v pozorovacích dátach. Periodický charakter zmien vlastností premenných hviezd je možné skúmať analýzou svetelnej krivky (časovej závislosti jasnosti), krivky radiálnych rýchlostí (časovej závislosti radiálnych rýchlostí) alebo závislosti zmien ekvivalentných šírok či iných charakteristík spektrálnych čiar na čase. Prítomnosť a vlastnosti periodicity nám umožňuje pochopiť geometrické a fyzikálne vlastnosti skúmaných objektov, ako aj fyzikálne procesy spôsobujúce ich variabilitu.

Predpokladajme, že máme periodický signál  $f(t)$ . Za periódu  $P$  považujeme najmenší časový úsek, pre ktorý pre všetky  $t$  platí:

$$f(t - P) = f(t) = f(t + P) \quad (2.1)$$

Perióda je doba, po ktorej sa signál a teda aj stav alebo konfigurácia systému

opakuje. Pri periódovej analýze sa často používa frekvencia:

$$f = \frac{1}{P} \quad (2.2)$$

Na vyhľadávanie períód v dátach sa používajú rôzne metódy, ktoré je možné rozdeliť do dvoch základných kategórií:

- **Kvantitatívne** – sú založené na Fourierovej transformácii a ich výsledkom je mocninové spektrum (viď ďalej).
- **Kvalitatívne** – každej perióde je priradená istá veličina významnosti (kvality), ktorá môže byť definovaná rôznymi spôsobmi, a ktorá pre reálnu periódu nadobúda extrémnu hodnotu. Graf závislosti tejto veličiny od periódy (alebo frekvencie) sa označuje ako periodogram.

## 2.2 Fourierova transformácia

Fourierova transformácia je kvantitatívnou metódou periódovej analýzy, ktorej podstatou je rozklad signálu na harmonické zložky. Vyjadrením Fourierovej transformácie funkcie  $f(t)$  v priestore frekvencií je funkcia:

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i2\pi\nu t} dt \quad (2.3)$$

Inverzná Fourierova transformácia je daná výrazom:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu)e^{-i2\pi\nu t} d\nu \quad (2.4)$$

Fourierova transformácia a inverzná Fourierova transformácia tvoria Fourierov pár a sú Fourierovými transformáciami jedna druhej.

Vo všeobecnosti je Fourierova transformácia komplexnou funkciou, a tak v prípade astrofyzikálnych aplikácií je vhodnejšie používať ako výsledok analýzy amplitúdu Fourierovej transformácie:

$$|F(\nu)|^2 = F(\nu)^* F(\nu) \quad (2.5)$$

kde  $F(\nu)^*$  označuje funkciu, ktorá je komplexne združená k  $F(\nu)$ .

V astrofyzikálnych aplikáciách je často vstupný signál diskretným radom dát. Ak by merania získané v časových okamihoch  $t_k$ , pre  $k = 1, \dots, N$ , boli ekvidistantné (čo je možné dosiahnuť napríklad interpoláciou dát), je možné použiť diskretnú Fourierovu transformáciu:

$$F_N(\nu) = \sum_{k=1}^N f(t_k)e^{i2\pi\nu t_k} \quad (2.6)$$

Výsledkom Fourierovej transformácie je periodogram nazývaný mocninové spektrum, ktorý vyjadruje závislosť amplitúdy Fourierovej transformácie od frekvencie.

## 2.3 Korelačná analýza

V praxi sa často stretávame so situáciou, keď potrebujeme skúmať závislosti medzi dvoma, poprípadе viacerými dátovými súbormi. Na tieto účely môžeme využiť korelačnú analýzu. Mieru lineárnej závislosti dvoch dátových súborov  $x_t$  a  $y_t$  vyjadruje korelačný koeficient  $\hat{\rho}$  nazývaný aj Pearsonov korelačný koeficient:

$$\hat{\rho} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)\text{var}(y)} = \frac{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 (y_t - \bar{y})^2}} \quad (2.7)$$

kde  $x_t$  sú pozorovania prvej skúmanej premennej,  $\bar{x}$  je priemerná hodnota tejto premennej,  $y_t$  sú pozorovania druhej premennej a  $\bar{y}$  je jej priemerná hodnota. Koeficient korelácie nadobúda hodnoty od  $-1$  (negatívna korelácia) po  $1$  (pozitívna korelácia).

### 2.3.1 Klasická kroskorelačná a autokorelačná analýza

Často potrebujeme nielen vedieť, do akej miery sú dátové súbory korelované pre dané časové rozloženie, ale skúmať aj ich vzájomnú koreláciu pri posunutí o nejaké obdobie, poprípadе zistiť, pri akom časovom posune vykazujú dátové sady najväčšiu koreláciu.

Pre tento účel môžeme využiť výpočet kroskorelačnej funkcie (*ang. cross-correlation function, CCF*) založený na spomínanom Pearsonovom koeficiente. Koeficient kroskorelácie  $k$ -teho rádu je definovaný (Shumway & Stoffer 2006):

$$\hat{\rho}_{xy}(k) = CCF(k) = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 (y_t - \bar{y})^2}} \quad (2.8)$$

kde  $y_{t+k}$  je pozorovanie druhej premennej, ktoré je posunuté o  $k$  období dopredu. Kroskorelačná funkcia je vlastne vyjadrením závislosti koeficientu kroskorelácie od časového posunu.

Obdobne ako v predchádzajúcom prípade môžeme skúmať koreláciu nie dvoch posunutých dátových súborov navzájom, ale koreláciu jedného posunutého dátového súboru so sebou samým. V tom prípade je mierou korelácie tzv. koeficient autokorelácie (ACF). Pre koeficient autokorelácie  $k$ -teho rádu platí (Percival & Walden 1993, Shumway & Stoffer 2006):

$$\hat{\rho}(k) = ACF(k) = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad (2.9)$$

kde  $x_{t+k}$  je hodnota premennej o  $k$  období neskôr ako je obdobie  $t$ .

Túto metódu môžeme využiť aj na vyhľadávanie periodicity v dátach. Metóda autokorelácie patrí medzi kvalitatívne metódy periódovej analýzy, pričom stupňom kvality je práve koeficient autokorelácie. Analýzou zisťujeme koreláciu medzi pôvodnými dátami a dátami posunutými o istý časový krok, pričom potrebnú ekvidistantnosť dát vieme dosiahnuť napríklad interpoláciou dát.

Autokorelácia vyjadruje závislosť autokorelačného koeficientu od časového posunu  $k$ . Ak majú dáta náhodný charakter, tak hodnoty autokorelačného koeficientu sa pre každý časový posun približujú k nule. Ak dáta vykazujú istý trend, tak autokorelačný koeficient nadobúda pre najnižšie hodnoty časových posunov vysoké hodnoty a postupne klesá k nule. Ak majú dáta periodický charakter, tak vysoká hodnota autokorelačného koeficientu je spojená s takým časovým posunom, ktorý zodpovedá perióde dát.

Za predpokladu, že  $x$  je iba súbor náhodných hodnôt s nulovým priemerom (biely šum), tak pre dostatočne veľký počet pozorovaní  $N$  sa štandardná odchýlka pre  $\hat{\rho}(k)$  rovná (Shumway & Stoffer 2006):

$$\sigma_{\hat{\rho}(k)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (2.10)$$

Na určenie, či koeficient autokorelácie alebo koeficient kroskorelácie pre dané posunutie je významný, overíme, či platí (Shumway & Stoffer 2006):

$$|\hat{\rho}(k)| \geq \frac{2}{\sqrt{N}} \quad (2.11)$$

Pre biely šum približne 95% autokorelačnej alebo kroskorelačnej funkcie nebude spĺňať danú podmienku.

Výhodou tejto metódy je, že výsledná autokorelačná alebo kroskorelačná funkcia je normovaná na jednotku a preto je možné priamo kvantifikovať lineárnu závislosť medzi dátovými sadami. Nevýhodou metódy je fakt, že dáta musia byť v časovej doméne rozložené ekvidistantne.

Obdobnú analýzu využili vo svojich prácach napríklad Burki a kol. (1978), Scargle (1989), Percy a kol. (2001).

### 2.3.2 Diskrétna korelačná analýza

Nevýhodou klasickej korelačnej analýzy, ktorá je založená na výpočte Pearsonovho korelačného koeficientu je požiadavka ekvidistantnosti dát. V reálnych prípadoch nie

je táto požiadavka vždy splnená, preto je nutné dáta interpolovať, čím však môžeme do dátových sád zaviesť isté chyby, poprípade zvýšime váhu niektorých napozorovaných hodnôt alebo zmeníme celkový charakter dát. Preto výsledky takejto analýzy môžu byť nespoľahlivé (Edelson & Krolik 1988).

Práve z tohoto dôvodu je vhodné pri mnohých astrofyzikálnych aplikáciách použiť namiesto klasickej autokorelačnej analýzy iný typ korelačnej analýzy, ktorý by ekvidistantnosť dátových bodov nevyžadoval.

Edelson & Krolik (1988) popísali vo svojej práci metódu diskkrétnej korelačnej analýzy, ktorá takýto predpoklad spĺňa.

Ak máme dve dátové sady  $x$  a  $y$  tak pre všetky páry pozorovaní  $(x_i, y_j)$  výpočítame nebinovaný korelačný koeficient (*ang. unbinned discrete correlation function*) podľa vzťahu:

$$\hat{c}_{ij} = UDCF_{ij} = \frac{(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N \frac{1}{(N-1)^2} (x_t - \bar{x})^2 (y_t - \bar{y})^2}} \quad (2.12)$$

Každý koeficient je previazaný s časovým rozdielom (posunom):

$$\Delta t_{ij} = t_j - t_i \quad (2.13)$$

Binovaním týchto výsledkov v čase priamo dostaneme užitočnú korelačnú funkciu (*ang. discrete correlation function, DCF*). Priemerovaním cez  $M$  párov pre ktoré  $\tau - \Delta \frac{\tau}{2} \leq \Delta t_{ij} < \tau + \Delta \frac{\tau}{2}$  dostávame:

$$\hat{c}(\tau) = DCF(\tau) = \frac{1}{M} UDCF_{ij} \quad (2.14)$$

Ak nahradíme dátovú sadu  $y_t$  sadou  $x_t$ , dostávame vzťahy pre výpočet diskkrétnej autokorelačnej funkcie:

$$\hat{c}_{ij} = UDCF_{ij} = \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} = \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{t=1}^N \frac{1}{(N-1)} (x_t - \bar{x})^2} \quad (2.15)$$

Ďalšie vzťahy ostávajú v platnosti.

Takto vypočítaná korelačná funkcia nie je normovaná na jednotku, na zachovanie normalizácie je nutné v rovnici 2.12 nahradiť  $\sigma_x \sigma_y$  výrazom  $[(\sigma_x^2 - e_x^2)(\sigma_y^2 - e_y^2)]^{\frac{1}{2}}$ , kde parameter  $e_f$  je chyba merania spojená s dátovou sadou  $f$ . V rovnici 2.15 obdobne  $\sigma_x^2$  nahradíme  $(\sigma_x^2 - e_x^2)$ .

Nevýhodou tohto variantu korelačnej analýzy je jej náročnosť na počet pozorovacích bodov. Aby výsledky boli interpretovateľné, je nutné, aby každý bin obsahoval

aspoň niekoľko hodnôt, ktoré sa budú priemerovať. Zároveň, pokiaľ chceme detegovať krátke periódy, je nutné, aby pozorovacia sada obsahovala dostatok dát s časovými rozstupmi menšími alebo približne rovnými predpokladanej perióde. V dôsledku binovania je tiež potrebné aplikovať istý stupeň interpolácie, nedeje sa však v pôvodnom dátovom súbore.

### 2.3.3 Self-korelačná analýza

Percy & Sen (1991) navrhli na hľadanie charakteristických škál (nielen periodicít) v dátach upravenú metódu autokorelačnej analýzy, vďaka ktorej je možné výsledné závislosti lepšie interpretovať.

Pre všetky dvojice napozorovaných hodnôt  $(x_i, x_j), j > i$  vypočítame rozdiel nameraných hodnôt podľa vzťahu:

$$\Delta m_{ij} = |x_j - x_i| \quad (2.16)$$

a rozdiel v čase:

$$\Delta t_{ij} = t_j - t_i \quad (2.17)$$

Závislosť  $\Delta m_{ij}$  od  $\Delta t_{ij}$  je vhodné priemerovať v binoch určitej dĺžky, pričom je potrebné, aby do každého binu padlo aspoň 10 hodnôt. Krivka pozorovacieho rozptylu  $\sigma$  sa po binovaní nazýva self-korelačná funkcia (*ang. self-correlation function*<sup>1</sup>, *SCF*).

Selfkorelačnú funkciu následne vynášame v závislosti od časového rozdielu, od nuly až po prijateľnú hornú hranicu. Ak to je možné, mala by byť niekoľko krát dlhšia ako očakávané charakteristické časové škály, ale zároveň kratšia ako je celková dĺžka pozorovacích dát (Percy a kol. 2004).

Ak bol vstupný signál periodický s periódou  $P$ , vykreslená krivka bude vykazovať minimá v časoch  $P, 2P, 3P, \dots$ . Každé minimum môže slúžiť k určeniu periódy  $P$ . Výška maxím (ak je variácia sínusoidálna s jednou periódou) v časoch  $\frac{1}{2}P, \frac{3}{2}P, \dots$  je úmerná priemernej amplitúde zmien  $\Delta m$ :

$$\sigma \approx \frac{6}{5} \Delta m \quad (2.18)$$

V prípade multiperiodických variácií však nie je možné oddeliť amplitúdy prislúchajúce jednotlivým časovým škálam (Percy a kol. 1993).

---

<sup>1</sup>Názov „self-korelačná“ funkcia bol navrhnutý v práci Cummings (1999) a začali ho používať aj autori metódy. Niekedy je táto metóda nazývaná aj ako autokorelačná metóda, v práci však pre odlišenie od „klasickej“ autokorelácie preberáme názov „self-korelačná“.

Ak by namerané dáta boli presne periodické a merania neboli zaťažené žiadnou chybou, funkcia by vykazovala minimá s nulovou hodnotou. Pre reálne dáta je hodnota v minime daná chybami, ktorými sú merania zaťažené aj stupňom nepravidelnosti, ak sú nejaké prítomné. Nepravidelnosti alebo prítomnosť viacerých periód ovplyvňujú aj detekciu minim vyšších rádov (Percy a kol. 2001).

Použitie tejto metódy má viaceré výhody, dokáže pracovať s neekvidistantnými dátami, netrpí na „aliasy“ ani na falošné periódy spôsobené medzerami v dátach ako Fourierova transformácia a výsledné korelogramy sú lepšie interpretovateľné ako v prípade predošlých metód. Z minim self-korelačnej funkcie je možné určiť charakteristické časové škály aj signálov, ktoré nie sú pravidelné, je možné z nich odhadnúť aj mieru nepravidelnosti a chyby, ktorými sú dáta zaťažené. Z výšky maxim je možné určiť amplitúdy zmien v signále a z celkového charakteru krivky aj vývoj pozorovaného systému cyklus po cykle (Percy a kol. 2002).

Percy a kol. (2002, 2004) použili túto metódu pri analýze krátkoperiodických Be hviezd. Self-korelačnej analýze je podobná metóda "variogramov", ktorú vo svojej práci opisujú Eyer & Genton (1999).

## 2.4 Aplikácia metód periódovej analýzy na umelé dáta a testovacie hviezdy

Po spracovaní metód korelačnej analýzy a optimalizácii algoritmov sme vykonali sériu periódových analýz umelo vygenerovaných závislostí, aby sme overili funkčnosť našich programov a porovnali výsledky klasickej autokorelačnej analýzy, diskkrétnej autokorelácie a self-korelácie s metódou diskkrétnej Fourierovej transformácie *Data Compensated Discrete Fourier Transform* (Ferraz-Mello 1981). Porovnali sme výsledky, výhody, nevýhody a obmedzenia týchto metód a určili charakteristické javy vo výsledných korelogramoch, ktoré nám môžu pomôcť správne určiť prebiehajúce deje v systémoch v rámci analýzy reálnych dát.

Druhá časť tejto kapitoly prezentuje výsledky našich periódových analýz na reálnych dátach vybraných premenných hviezd zo súhvezdia Labute, ktoré nám pomohli hlbšie pochopiť niektoré aspekty korelačných analýz. Použili sme fotografické pozorovania 16 hviezd v súhvezdí Labute z observatórií na Skalnatom Plese a z Asiaga, ktoré sú opísané v práci Hric & Gális (1999). Zoznam hviezd je v tabuľke 2.1.

V tejto časti kapitoly zdôrazňujeme význam použitia korelačnej analýzy popri

Fourierovej analýze na príklade vizuálnych dát hviezd  $\beta$  Persei a RT Aurigae získaných z databázy AAVSO, ktoré sa síce vyznačujú veľkým počtom, no na druhej strane malou presnosťou. Tieto dáta pokrývajú veľmi dlhé časové obdobia, sú pozorované veľkým množstvom rôznych pozorovateľov a sú verejne prístupné na webovej stránke AAVSO<sup>2</sup>.

### 2.4.1 Umelé dátové súbory

Aby sme mohli porovnať výsledky opísaných metód korelačnej analýzy, vygenerovali sme 22 rôznych sínusiodálnych závilostí a simulovali sme rôzne situácie, ktoré môžu nastať v prípade reálnych dát.

Časť analýz sme venovali vplyvu šumu (pozorovacích chýb) na výsledné korelogramy alebo mocninové spektrum. Naše analýzy ukázali, že chyby v dátach sa prejavia znížením korelačného koeficientu (v prípade ACF a DCF), plytšími minimami (v prípade SCF) a znížením koeficientu theta (v prípade DFT). Analýza nám potvrdila, že v prípade konštantnej periódy majú maximá korelačnej funkcie ACF postupne (s narastajúcim časovým posunom) stále nižšie hodnoty, zatiaľčo veľkosť maxím u DCF a miním u SCF sa zachováva (obrázok A.9a).

Nami implementované metódy nie sú citlivé ani na „uletené“ body (*ang. outliers*). Výsledné korelogramy sú zobrazené na obrázku A.13b. Tieto testy sme uskutočnili, pretože Eyer & Genton (1999) vo svojej práci uvádzajú, že napríklad metódu varioqramov, ktorú publikovali Genton & Rousseeuw (1995) môže významne ovplyvniť aj jeden bod ležiaci zjavne mimo trendu.

V prípade, že sa v systéme mení amplitúda periodických zmien (obrázok A.9b), analýzou pomocou Fourierovej transformácie nie je možné takúto zmenu odhaliť. Ako účinná sa však ukazuje metóda self-korelácie, v tomto prípade sa hĺbka miním SCF postupne znižuje. Prítomnosť meniacej sa amplitúdy je možné odhaliť aj z korelogramu DCF, pretože veľkosť maxím klesá s rastúcim časovým posunom. V prípade ACF takúto zmenu nie je možné odhaliť, pretože veľkosť maxím klesá aj v prípade nemeniacej sa amplitúdy (je to dané spôsobom výpočtu).

Ak systém vykazuje zmeny periódy, periódová analýza pomocou Fourierovej transformácie je značne komplikovaná, pretože v mocninnom spektre sa vyskytuje viacmaximová štruktúra (obrázok A.10a). Korelačná analýza však dokáže zmenu periódy nielen odhaliť (veľkosť maxím rýchlo klesá, v korelograme zvyčajne nie je pozorova-

---

<sup>2</sup><https://www.aavso.org/data-download>



telných viac ako niekoľko významných maxím pri násobkoch periódy), ale aj určitú strednú hodnotu periódy. Rozdelením na viacero časových intervalov je tak možné pomocou korelačnej analýzy určiť aj rýchlosť zmeny periódy v systéme a v prípade dostatočného množstva pozorovacích dát aj maximálnu a minimálnu hodnotu periódy počas sledovaného obdobia.

Veľká výhoda SCF a DCF sa prejaví v prípade medzier v pozorovacích dátach vyskytujúcich sa z rôznych príčin (sezónna pozorovateľnosť, nedostatok pozorovaní, počasie a pod.). Pri takomto charaktere dát vykazuje Fourierova transformácia viacnásobnú štruktúru hlavného maxima (obrázok A.10b), poprípade vytvára rôzne „aliasy“ (umelé, reálne neexistujúce periódy). Aj korelogram v prípade ACF je v takomto prípade ovplyvnený, pretože interpoláciou doplnené dáta nemusia rešpektovať skutočné zmeny, ktoré v systéme počas toho obdobia nastali. Výsledkom je nepravidelne sa meniaci výška maxím korelogramu a dôsledkom môže byť napríklad nižšia významnosť maxima pri skutočnej perióde ako pri jej násobkoch alebo pri iných hodnotách.

Podobný efekt pri DFT nastane aj v prípade, ak je v systéme prítomných viac periód, ktoré sú však prítomné len v istých častiach svetelných kriviek (napríklad aktívne a pokojné obdobia symbiotických premenných hviezd). Charakter mocninového spektra tak nedáva možnosť určiť, ktorá perióda je reálna. To je však možné odhaliť analýzou korelogramov, ktoré sú výsledkom jednej z korelačných metód (obrázok A.12b).

Prítomnosť viacerých periód sme testovali aj na niekoľkých ďalších krivkách (obrázok A.11a, obrázok A.11b a obrázok A.12a). Overovali sme prípady existencie dvoch rozdielnych periód (obrázok A.11a), ktoré mali rovnakú aj rôznu amplitúdu, existenciu dvoch veľmi blízkych periód (obrázok A.11b) a existenciu periód, ktoré si boli navzájom násobkom (obrázok A.12a) a na svetelnej krivke sa ich maximá prekrývali. Na analýzu takéhoto komplexného signálu je vo všeobecnosti vhodné použiť DFT a korelačnú analýzu ako doplnkovú metódu. Z našich testov vyplýva, že metóda SCF má význam najmä v prípade blízkych periód, pretože je pomocou nej možné detegovať existenciu efektu rezonancie („rázov“) v skúmaných dátach.

## 2.4.2 Testovacie hviezdy

Metódy periódovej analýzy, ktoré sú prezentované v práci sme tiež aplikovali na fotometrické svetelné krivky vybraných premenných hviezd v súhvezdí Labute. Rovnaké dáta boli analyzované v práci Hric & Gális (1999), v ktorej je možné nájsť aj svetelné

krivky týchto hviezd získané na základe pozorovaní na Skalnatom Plese a v Asiagu. Zoznam hviezd je v tabuľke 2.1. V tejto tabuľke porovnávame aj výsledky našich analýz s periódami publikovanými v spomínanej práci.

Pokiaľ sme vybranou metódou v dátach detegovali uvedenú periódu, v príslušnom stĺpci uvádzame znak  $\checkmark$ . Ak periódu danou metódou nie je možné odhaliť, táto skutočnosť je vyznačená symbolom  $\times$ . Ak daná metóda dokázala periódu odhaliť, ale je to možné len po dôkladnej analýze korelogramu a tento jav sa pri vizuálnej inšpekcii odhaľuje veľmi zložito, označujeme danú skutočnosť dvojicou symbolov  $\checkmark!$ .

Vzhľadom na charakter napozovaných dát (neekvidistantné, málo bodov) naše analýzy dosahovali najlepšie výsledky pre hviezdy, pri ktorých je prítomná dlhšia perióda. V prípade hviezd V 523 Cyg, V 1838 Cyg, V 385 Cyg, V 1864 Cyg, V 1886 Cyg a V 1894 Cyg sme mohli korelačnou analýzou potvrdiť prítomnosť periód publikovaných v práci Hric & Gális (1999). Ako vhodnejšie sa v týchto prípadoch javili metódy DCF a SCF. Hviezda V 385 Cyg bola vzhľadom na zmenu periódy špeciálnym prípadom. Analýzou svetelnej krivky po častiach je však možné túto zmenu odhaliť.

Zaujímavá situácia nastala pri hviezde V 1868 Cyg, analýza krivky metódou DFT nedokázala indentifikovať periódu prezentovanú v práci Hric & Gális (1999), kdežto na druhej strane všetky tri korelačné metódy ju jednoznačne potvrdzujú.

V systéme V 1854 Cyg metóda DFT spolu s periódou publikovanou v práci Hric & Gális (1999) odhalila aj dlhšiu periódu  $\approx 385$  dní. Táto perióda sa objavuje aj v korelograme ACF, vzhľadom na jej neprítomnosť v korelogramoch SCF a DCF však môžeme konštatovať (vzhľadom na naše výsledky prezentované v predošlej kapitole - DFT aj ACF sú ovplyvnené rozložením bodov a medzerami v dátach, kdežto SCF a DCF nie), že nejde o reálnu periódu v systéme. Hric & Gális (1999) dávajú túto približne ročnú periódu do súvisu s rozložením dát, s čím sú v súlade aj naše výsledky.

Pre šesť prezentovaných hviezd (MS 8, V 1856 Cyg, V 1863 Cyg, V 1877 Cyg, V 1889 Cyg a MS 91) sme na vykonanie analýz metódami DCF a SCF vzhľadom na krátke periody prítomné v týchto systémoch nemali dostatok napozorovaných bodov. V tabuľke preto uvádzame poznámku „dáta“. V takýchto prípadoch je úplne neaplikovateľná aj metóda ACF. Prezentované periody sme v týchto prípadoch dokázali odhaliť len pomocou metódy Fourierovej transformácie.

Analýza svetelnej krivky V 375 Cyg neodhalila žiadnu periódu. Podobný problém však opisujú aj Hric & Gális (1999). Periódu uvádzanú v tejto práci autori identifikovali až po rozdelení dát na niekoľko častí.

Hviezda MS 99 nemá v práci Hric & Gális (1999) definitívne stanovenú periódu,

pretože v mocninnom spektre detegovali periódy približne 313, 417 a 501 dní. Naša analýza pomocou DFT tieto periódy potvrdila. Ako nám však ukázal výskum testovacích súborov, korelačná analýza môže byť v takomto prípade veľmi vhodným doplnkom a môže odhaliť, ktoré periódy sú reálne. V tomto prípade sme pomocou DCF a SCF identifikovali ako významnú periódu s hodnotou okolo 417 dní.

Skutočný potenciál metód korelačnej analýzy ako metód na vyhľadávanie periód v dátach demonštrujeme na vizuálnych dátach hviezd  $\beta$  Persei (zákrytová premenná) a RT Aurigae (cefeida<sup>3</sup>) získaných z databázy AAVSO, ktoré sa síce vyznačujú veľkým počtom, no na druhej strane malou presnosťou. Pre obe hviezdy sú veľmi dobre známe presné periódy: v prípade  $\beta$  Persei je to perióda 2,87 dňa (Baron a kol. 2012), v prípade RT Aurigae 3,73 dňa (Groenewegen 2013).

Svetelné krivky (v prílohe na obrázkoch B.14 a B.15), ktoré sme analyzovali boli zostrojené z 13 082 ( $\beta$  Per), respektíve 11 229 (RT Aur) vizuálnych pozorovaní veľkého množstva pozorovateľov. V prvom kroku sme obe sady dát analyzovali diskretnou Fourierovou transformáciou. V prípade takýchto dát (medzery, chyby merania) je analýza mocninového spektra veľmi náročná, pretože obsahuje mnoho významných periód. V prípade hviezdy RT Aur sa nám podarilo identifikovať dve podobne signifikantné periódy. V prípade  $\beta$  Per bolo periód omnoho viac a perióda, ktorá sa približovala k skutočnej perióde bola až desiatu v poradí. Identifikované periódy uvádzame v tabuľke 2.2.

Na rovnaké dáta sme aplikovali aj všetky tri metódy korelačnej analýzy, ktoré sú prezentované v našej práci. V prípade metódy ACF je možné jednoznačne identifikovať periódu len pre premennú hviezdu RT Aur. Metódami DCF a SCF sme však identifikovali jediná signifikantnú periódu v oboch dátových sadách s relatívnymi chybami 0,35% pre  $\beta$  Per a 0,27% pre RT Aur. Navyše, z tvaru korelogramov môžeme jednoznačne identifikovať aj rozdielny typ premennosti týchto dvoch hviezd. Korelogramy a mocninové spektra pre obe hviezdy sú zobrazené na obrázkoch 2.3 a 2.4.

Tieto výsledky nám ukázali, že korelačná analýza (najmä metódy diskretnéj a self-korelačnej analýzy) sú efektívne aj v prípade vizuálnych dát, ktoré sú napriek svojej nepresnosti veľmi dobrým zdrojom informácií o premennosti systémov. Z dosiahnutých výsledkov je zrejme, že metódy Fourierovej transformácie v takomto prípade zlyhávajú.

---

<sup>3</sup>zaradená do skupiny pulzujúcich premenných hviezd

**Tabuľka 2.1:** Porovnanie výsledkov periódovej analýzy vybraných hviezd zo súhvezdia Labute prezentovaných v práci Hric & Gális (1999) s výsledkami získanými pomocou metód periódovej analýzy prezentovaných v našej práci.

Označenie hviezdy	Typ premennosti	P [d]	DFT	ACF	DCF	SCF
V 375 Cyg	SRA <sup>a1</sup>	335,9	×	×	×	×
V 385 Cyg	M <sup>b</sup>	114,8-117,3	✓	✓!	✓	✓
V 523 Cyg	M <sup>b</sup>	379,4	✓	✓	✓	✓
MS 8	RR Lyr <sup>c</sup>	0,2534	✓	×	dáta	
V 1838 Cyg	M <sup>b</sup>	340,7	✓	✓	✓	✓
V 1854 Cyg	SR <sup>a2</sup>	106,5	✓	iná	✓!	✓!
V 1856 Cyg	EA <sup>d</sup>	1,999201	✓	×	dáta	
V 1863 Cyg	CEP <sup>e</sup>	7,322	✓	×	dáta	
V 1864 Cyg	M <sup>b</sup>	463,2	✓	✓!	✓!	✓
V 1868 Cyg	M <sup>b</sup>	402,6	×	✓	✓	✓
V 1877 Cyg	CEP <sup>e</sup>	4,54091	✓	×	dáta	
V 1886 Cyg	SR <sup>a2</sup>	254,8	✓	✓!	✓!	✓!
V 1889 Cyg	CEP <sup>e</sup>	1,3311	✓	×	dáta	
MS 91	RR Lyr <sup>c</sup>	0,345372	✓	×	dáta	
V 1894 Cyg	M <sup>b</sup>	257,8	✓!	×	✓!	✓!
MS 99	SR <sup>a2</sup>	?	*	×	*	*

<sup>a1</sup> **SRA** - pulzujúce polopravidelné premenné hviezdy neskorých spektrálnych typov

<sup>a2</sup> **SR** - pulzujúce polopravidelné premenné hviezdy; väčšinou ide o obry alebo nadobry neskorších spektrálnych typov, ktorých svetelné krivky sú sprevádzané zmenami alebo nepravidelnosťami

<sup>b</sup> **M** - dlhoperiodické premenné hviezdy typu Mira Ceti

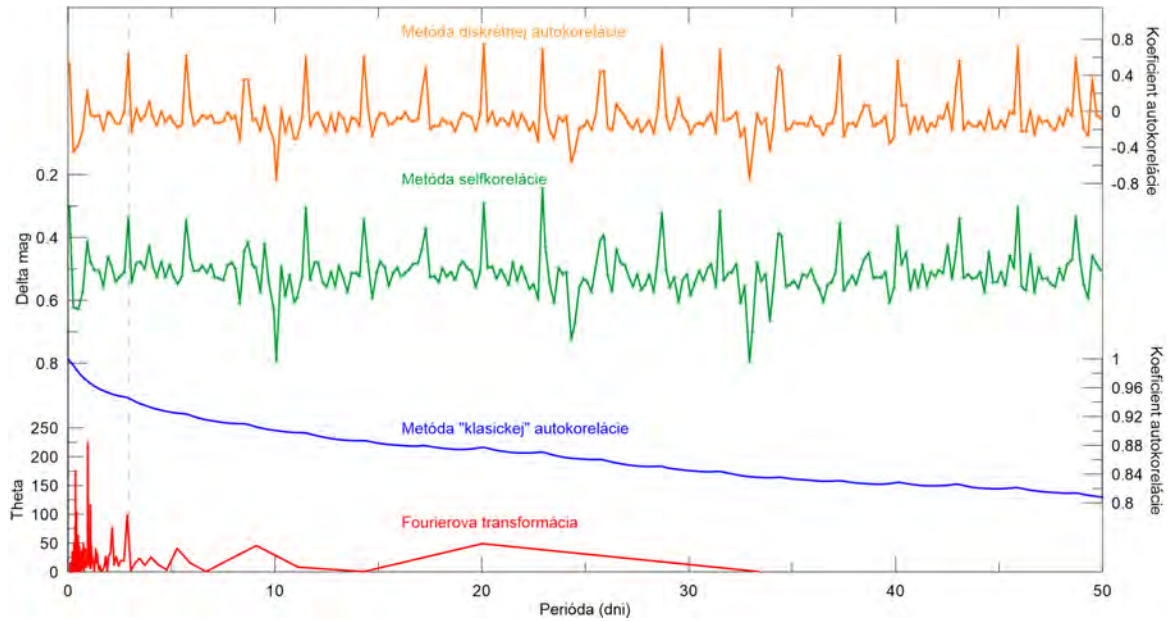
<sup>c</sup> **RR Lyr** - radiálne pulzujúce premenné hviezdy; väčšinou obry spektrálnych tried A - F

<sup>d</sup> **EA** - zákrytové premenné hviezdy typu Algol

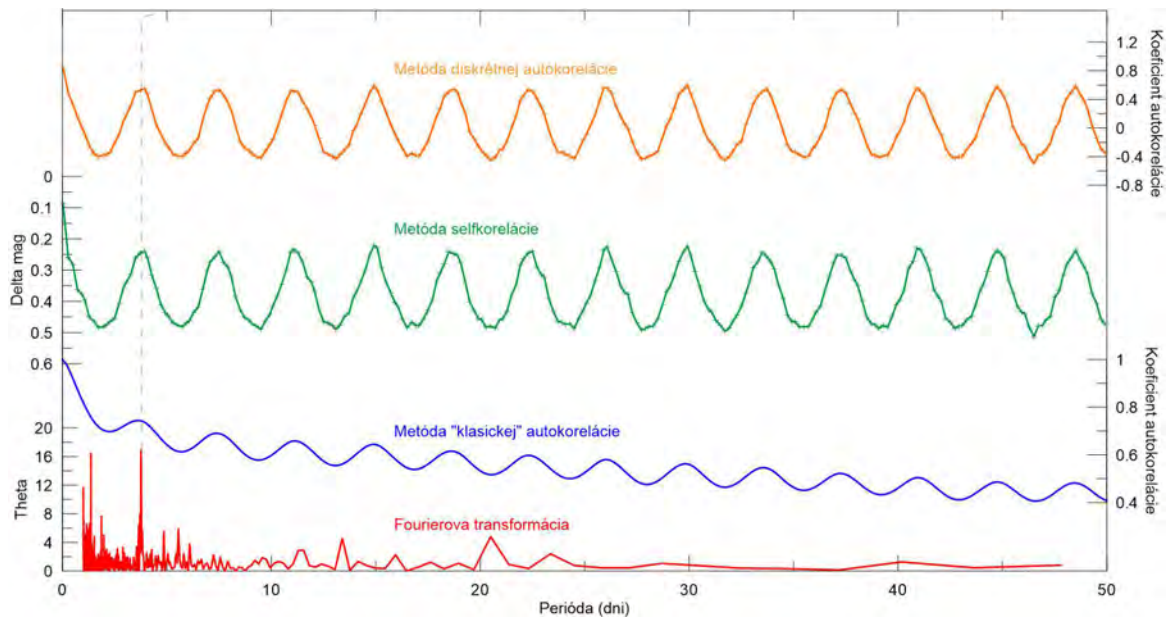
<sup>e</sup> **CEP** - cefeidy; vysoko svietivé, radiálne pulzujúce premenné hviezdy

**Tabuľka 2.2:** Výsledky periódovej analýzy vizuálnych dát  $\beta$  Persei a RT Aurigae získaných z databázy AAVSO.

Označenie hviezdy	P [d]	DFT [d]	ACF [d]	DCF [d]	SCF [d]
$\beta$ Persei	2,87	1,09; 11,13; 2,53; 3,27; 1,37; 1,54; 2,24; 21,78; 4,39; <b>2,89</b> ...	2,84	2,86	2,86
RT Aurigae	3,73	<b>3,77</b> ; 1,36 ...	3,74	3,74	3,72



**Obr. 2.3:** Korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre vizuálne dáta z databázy AAVSO pre zákrytovú premennú hviezdu  $\beta$  Persei. Prerušovanou čiarou je vyznačená hodnota periódy publikovaná v literatúre.



**Obr. 2.4:** Korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre vizuálne dáta z databázy AAVSO pre pulzujúcu premennú hviezdu RT Aurigae. Prerušovanou čiarou je vyznačená hodnota periódy publikovaná v literatúre.

# Kapitola 3

## Pozorovací materiál

Fotometrické pozorovania hviezdy AG Draconis analyzované v tejto práci boli zozbierané z viacerých publikovaných prác. Najnovšie pochádzajú z fotoelektrických a CCD pozorovaní na observatóriách na Skalnatom Plese a v Starej Lesnej (Slovensko) a z observatória vo Valašskom Meziříčí (Česká republika). Tieto dáta boli publikované v práci Hric a kol. (2014), v ktorej je opísaná aj metodika pozorovania a informácie o pozorovacej technike. V uvedenej práci sú zhrnuté aj zdroje starších dát, ktoré sme použili v našich analýzach (Belyakina 1965, 1969, Robinson 1969, Luthardt 1983, Gális a kol. 1999, Skopal a kol. 2002, 2004, 2012, Leedjäv a kol. 2004, Munari a kol. 2009).

### 3.1 Spektroskopický pozorovací materiál

Spektroskopické dáta použité v tejto práci sme získali na observatóriu v Tartu, v Estónsku. Použité dáta pokrývajú časový interval od JD 2 450 702 (11. september 1997) do JD 2 455 651 (31. marec 2011). Pozorovací materiál bol získaný 1,5 metrovým ďalekohľadom vybaveným mriežkovým spektrografom s vymeniteľnou difrakčnou mriežkou umiestneným v Cassegrainovom ohnisku. Metodiku pozorovania aj informácie o pozorovacej technike podávajú práce Leedjäv a kol. (2004) a Leedjäv & Burmeister (2012).

Väčšina spektier bola získaná v tzv. červenej a modrej spektrálnej oblasti. CCD kamera používaná do marca 2006 snímala spektrum s disperziou približne  $0,66 \text{ \AA}/\text{pix}$  alebo  $0,26 \text{ \AA}/\text{pix}$  (v závislosti od použitej mriežky) v červenej ( $H_\alpha$ ) spektrálnej oblasti a približne  $0,86 \text{ \AA}/\text{pix}$  v modrej ( $H_\beta$ ) spektrálnej oblasti. Od marca 2006 je na ďalekohľade nainštalovaná nová CCD kamera Andor Newton DU-970N, ktorá sníma

spektrum s disperziou približne  $0,47 \text{ \AA}/\text{pix}$  alebo  $0,16 \text{ \AA}/\text{pix}$  (v závislosti od použitej mriežky) v červenej spektrálnej oblasti a  $0,57 \text{ \AA}/\text{pix}$  v modrej.

Na redukciu spektier bol využitý programový balík MIDAS (ESO). Spektrá naka-librované na vlnové dĺžky boli ďalej normalizované na kontinuum a boli zmerané toky žiarenia, intenzity maxím vzhľadom na kontinuum, ich pozície v spektre (z čoho boli vypočítané aj radiálne rýchlosti) a ekvivalentné šírky emisných spektrálnych čiar.

Chyby určenia radiálnych rýchlostí boli odhadnuté na 2 - 3 km/s v prípade spektier s vyššou disperziou a 5 - 7 km/s v prípade spektier s nižšou disperziou. Relatívna chyba určenia ekvivalentných širok spektrálnych čiar sa pohybuje medzi 3 % (pre výrazné čiary) po 10 % (pre menej výrazné čiary).

V práci sa zaoberáme najvýraznejšími emisnými čiarami v pozorovaných spektrálnych oblastiach: vodíkovými čiarami Balmerovej série  $H_\alpha \lambda 6563 \text{ \AA}$  a  $H_\beta \lambda 4861 \text{ \AA}$ , čiarou neutrálneho hélia  $\text{He I } \lambda 6678 \text{ \AA}$ , čiarou jedenkrát ionizovaného hélia  $\text{He II } \lambda 4686 \text{ \AA}$  a Ramanovsky rozptýlenou čiarou päťkrát ionizovaného kyslíka  $\text{O VI } \lambda 6825 \text{ \AA}$ .

Radiálne rýchlosti odvodené z merania polôh absorpčných spektrálnych čiar, ktoré vznikajú v atmosfére chladnej zložky systému AG Dra, a ktoré sú analyzované v práci, boli publikované v prácach Mikolajewska a kol. (1995), Smith a kol. (1996), Tomov & Tomova (1997) a Fekel a kol. (2000). Zdroj ďalších dát diskutuje práca Gális a kol. (2004). Chyby určenia radiálnych rýchlostí sa pohybujú na úrovni 0,4 - 0,8 km/s. Tieto pozorovania pokrývajú časový interval od JD 2 446 578 (28. máj 1986) po JD 2 451 677 (12. máj 2000).

# Kapitola 4

## Výsledky korelačnej analýzy dát AG Dra

V tejto práci sme sa sústredili na analýzu fotometrických a spektroskopických vlastností symbiotického systému AG Draconis. V prvej časti tejto kapitoly uvádzame výsledky analýzy vzájomných vzťahov a závislostí vlastností jednotlivých emisných spektrálnych čiar a *UBV* fotometrie AG Dra v jednotlivých obdobiach aktivity a pokoja. Nasledujúca podkapitola je venovaná porovnaniu dlhodobého vývoja symbiotických systémov AG Dra a Z And. Tretia časť kapitoly je venovaná periódovej analýze radiálnych rýchlostí absorpčných čiar a dlhodobému vývoju svetelnej krivky AG Dra.

### 4.1 Korelácia fotometrických a spektroskopických dát

Korelačnú analýzu fotometrických a spektroskopických dát sme pre systém AG Dra vykonali pre obdobia aktivity E4- E5, Q\*, E6- E10, F a Q6. Obdobie E4- E5 pokrýva časové rozpätie JD 2 450 600 - JD 2 451 200. Ostatné obdobia sú uvedené v tabuľke 1.5. Analyzované dáta sú vykreslené na obrázkoch C.16, C.17, C.19 a C.21.

#### 4.1.1 Porovnanie vývoja AG Dra v *UBV* fotometrii

V našej predošlej práci sme ukázali, že miera korelácie je ukazateľom vhodnosti použitia štatistickej metódy hlavných zložiek. Pokiaľ dáta vykazujú nízku koreláciu, aplikácia tejto metódy neprinesie želané závery. Korelačná analýza fotometrických dát systému AG Dra nám môže ukázať, v ktorých obdobiach sú svetelné krivky v jednotlivých filtroch podobné. Svetelné krivky v jednotlivých filtroch sú vykreslené na obrázku C.16 v prílohe.



Analýza ukázala, že vo všetkých aktívnych obdobiach (počas vzplanutí) je korelácia svetelných kriviek veľmi vysoká (korelačný koeficient 0,88 - 0,99), čo ukazuje, že krivky sú v týchto obdobiach modulované rovnakým spôsobom (obrázok C.16). Pre korelácie  $U$  a  $V$  magnitúd sú koeficienty mierne nižšie, čo je však skôr spôsobené chybou merania jasnosti hviezdy vo  $V$  filtri ako reálnymi rozdielmi správania systému AG Dra v týchto filtroch.

V pokojných obdobiach je situácia iná, korelácia medzi  $U$ ,  $B$  a  $V$  magnitúdami je v nižšia (korelačný koeficient 0,40 - 0,45) v období  $Q^*$  (modulácia svetelnej krivky v  $U$  filtri sa odlišuje od tej v  $B$  a  $V$  filtri). Tento jav je ešte výraznejší v období  $Q6$ , kedy  $U$  magnitúda vôbec nekoreluje s  $V$  magnitúdou (korelačný koeficient -0,08), je len v čiastočnej korelácii so svetelnou krivkou v  $B$  filtri (korelačný koeficient 0,51) a čiastočne korelujú aj  $B$  a  $V$  magnitúdy (s koeficientom 0,63).

Tieto výsledky nám ukazujú, že počas aktivity dominujú v svetelných krivkách vzplanutia, ktoré výrazným spôsobom modulujú ich tvar. Počas pokojných období sa však na dlhších vlnových dĺžkach začínajú prejavovať iné mechanizmy, ktoré spôsobujú nízku koreláciu medzi svetelnými krivkami v  $U$ ,  $B$  a  $V$  filtri.

#### 4.1.2 Zmeny spektrálnych charakteristík

Pre jednotlivé obdobia aktivity a pokoja sme analyzovali aj korelácie spektroskopických vlastností (ekvivalentných širok, tokov žiarenia a radiálnych rýchlosti) emisných spektrálnych čiar Balmerovej série vodíka  $H_\alpha$   $\lambda$  6563 Å a  $H_\beta$   $\lambda$  4861 Å, neutrálneho hélia He I  $\lambda$  6678 Å, jedenkrát ionizovaného hélia He II  $\lambda$  4686 Å a Ramanovsky rozptýlenej čiary päťkrát ionizovaného kyslíka O VI  $\lambda$  6825 Å. Časové závislosti jednotlivých charakteristík sú vykreslené na obrázkoch C.17, C.19 a C.21 v prílohe.

Krivky radiálnych rýchlosti vykazovali veľmi silné variácie koeficientov korelácie (od -0,64 do 0,83). Mnohé boli veľmi nízke a len málo z koeficientov korelácie bolo vyšších ako hranica významnosti. Rozptyl korelačných koeficientov pre krivky radiálnych rýchlostí môže byť spôsobený značnými chybami merania (2 - 7 km/s), ktoré sú rádovo rovnaké ako amplitúdy variácií (približne 5 km/s) systému spôsobenými orbitálnym pohybom a pulzáciami obra. Grafické tabuľky korelačných koeficientov v jednotlivých obdobiach sú uvedené v prílohe v obrázku C.18. Pre lepšiu vizualizáciu sú hodnoty korelačných koeficientov mapované pomocou rôznych farieb.

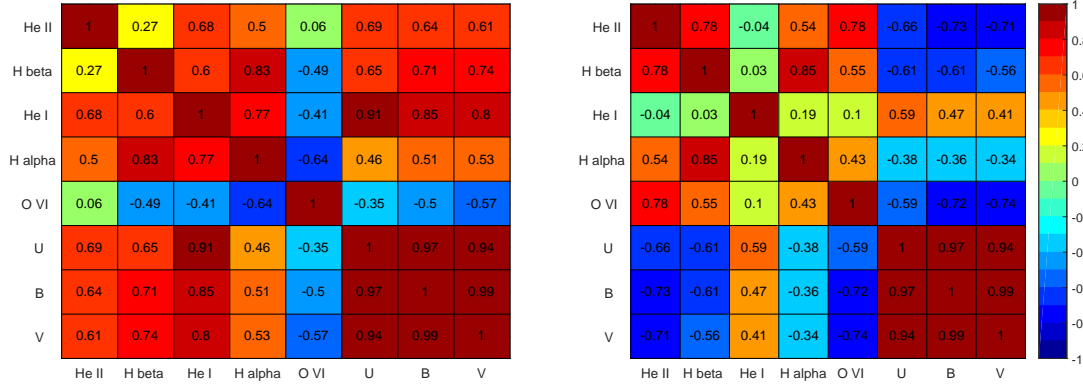
V prípade ekvivalentných širok sú emisné čiary v aktívnych obdobiach E4-E5 a E6-E10 veľmi dobre korelované (väčšina koeficientov viac ako 0,70; obrázky C.20a

a C.20c) ako medzi sebou, tak aj s fotometrickými dátami (čiara  $H_{\alpha}$  dosahuje o niečo nižšiu koreláciu (0,22 - 0,57) s tokmi v  $U$ ,  $B$ ,  $V$ ). Vzájomná korelácia emisných čiar v pokojnom období Q6 je podobne vysoká (s jedinou výnimkou sú korelačné koeficienty vyššie ako 0,65), v tomto prípade už ale nedochádza k tak silnej korelácii s fotometrickými dátami (obrázok C.20e). Tento efekt však môže byť spôsobený nedostatkom spektroskopických dát pokrývajúcich toto obdobie. Zaujímavá situácia nastáva v období aktivity F, v ktorom sú čiary medzi sebou pomerne dobre korelované (s výnimkou  $He\ I\ \lambda\ 6678\ \text{\AA}$  sú koeficienty nad 0,50), avšak dochádza k antikorelácii s  $UBV$  fotometriou, opäť až na čiaru  $He\ I\ \lambda\ 6678\ \text{\AA}$  (obrázok 4.5b). Tento výsledok naznačuje, že fyzikálny mechanizmus vzplanutí v období F je iný ako v ostatných študovaných aktívnych obdobiach. Je pravdepodobné, že ide o tzv. chladné vzplanutia, podobné ako v roku 1994 (González-Riestra a kol. 1999). Grafické tabuľky korelačných koeficientov v jednotlivých obdobiach sú uvedené v prílohe v obrázku C.20.

Význam rozdelenia obdobia E+F z práce Hric a kol. (2014), okrem výsledkov pre obdobie F, zdôrazňujú aj výsledky dosiahnuté analýzou krátkeho obdobia pokoja  $Q^*$ . Naša korelačná analýza ukázala, že nejde o typické pokojné obdobie, ale o akési prechodové aktívno-pokojné obdobie, kedy sa vo fotometrických dátach neprejavuje výrazná aktivita, ale zo spektroskopických dát je možné vidieť, že systém sa nachádza vo vzbudenom stave. Dôkazom toho je aj nasledujúci rýchly nástup aktivity.

Podobné výsledky pre obdobie  $Q^*$  sme dostali aj korelačnou analýzou tokov žiarenia (obrázok C.22b). Výsledky analýzy období E4 - E5, E6 - E10 a Q6 majú podobný charakter ako výsledky pre ekvivalentné šírky s tým rozdielom, že koeficienty korelácie sú v prípade tokov o niečo vyššie (0,70 a viac). Rozdiel je však v období F. Takmer všetky čiary v tomto období medzi sebou dobre korelujú (korelačné koeficienty nad 0,50), na rozdiel od ekvivalentných širok sú však v korelácii aj s fotometrickými pozorovaniami (obrázok 4.5). Jedinou výnimkou je v tomto prípade čiara  $O\ VI\ \lambda\ 6825\ \text{\AA}$ , ktorá sa v tomto období vyznačuje antikoreláciou s ostatnými čiarami aj so svetelnými krivkami v  $U$ ,  $B$ ,  $V$  filtroch (obrázok 4.5a). V čase hlavného vzplanutia dosahuje tok žiarenia tejto čiarly minimálne hodnoty, na rozdiel od tokov žiarenia iných emisných spektrálnych čiar, ako aj na rozdiel od iných vzplanutí. Tento pozorovací fakt ukazuje na význam odlišenia obdobia F pri analýzach od predošlého obdobia E. Grafické tabuľky korelačných koeficientov v jednotlivých obdobiach sú uvedené v prílohe v obrázku C.22.

Môžeme teda zhrnúť, že aj výsledky analýzy tokov žiarenia v študovaných emisných čiarach potvrdzujú, že charakter vzplanutí počas obdobia aktivity F je odlišný



(a) Toky žiarenia.

(b) Ekvivalentné šírky.

**Obr. 4.5:** Korelácia charakteristík spektrálnych čiar v období aktivity F.

od predchádzajúcich a môže za ním stáť iný fyzikálny mechanizmus. González-Riestra a kol. (1999) ukázali, že systém AG Dra vykazuje dva typy vzplanutí, ktoré sa líšia teplotou. Počas chladných vzplanutí má kompaktná zložka teplotu približne 90 000 K, no počas horúcich teplotu cez 130 000 K. Chladné vzplanutia sú zároveň charakterizované vyššou UV aj optickou jasnosťou, ako ukázali Cíkala a kol. (2011). Obdobie F je príkladom chladného vzplanutia systému, počas ktorého je, ako ukázali naše analýzy, správanie sa systému odlišné.

Rozdielnosť pokojných období  $Q^*$  a  $Q_6$  môže mať rovnako súvis s teplotou kompaktnej zložky, pretože obdobie  $Q^*$  nastalo v čase, kedy bol systém v horúcom móde, obdobie  $Q_6$  nastalo po chladnom vzplanutí systému.

### 4.1.3 Vzájomná korelácia tokov žiarenia a ekvivalentných šírok spektrálnych čiar

Ako sme ukázali v práci Leedjärv a kol. (2016), pre analýzu spektroskopických vlastností symbiotických systémov nemusia byť ekvivalentné šírky spektrálnych čiar dobrým indikátorom zmien v systéme, keď súčasne dochádza k zmenám úrovne vyžarovania kontinua. Lepším ukazovateľom je v takom prípade absolútny tok žiarenia.

Z tohoto dôvodu sme vykonali vzájomnú korelačnú analýzu tokov žiarenia a ekvivalentných šírok jednotlivých spektrálnych čiar v jednotlivých obdobiach, aby sme kvantifikovali podobnosť kriviek týchto dvoch spektrálnych charakteristík.

Vizuálna inšpekcia ekvivalentných šírok (obrázok C.19) a tokov žiarenia (obrázok C.21) študovaných emisných čiar ukázala, že ich časové závislosti v skúmanom období

**Tabuľka 4.1:** Vzájomná korelácia tokov žiarenia a ekvivalentných širok spektrálnych čiar v jednotlivých obdobiach.

Obdobie	He II	H <sub>β</sub>	He I	H <sub>α</sub>	O VI
E4 - E5	0,99	0,99	0,98	0,99	0,98
Q*	0,97	0,99	0,98	0,98	0,97
E6 - E10	0,97	0,94	0,96	0,95	0,97
F	-0,04	0,08	0,85	0,59	0,83
Q6	0,99	0,99	0,98	0,99	0,98

sú veľmi podobné. Toto zistenie potvrdili aj výsledky korelačnej analýzy, ktoré sú zhrnuté v tabuľke 4.1. Korelačné koeficienty dosahujú veľmi vysoké hodnoty, od 0,94 do 0,99 počas období E4 - E5, Q\*, E6 - E10 a Q6. Počas aktívneho obdobia F je však situácia odlišná. Medzi časovými závislosťami tokov a ekvivalentných širok je malá až takmer nulová korelácia. V prípade tohto obdobia sa grafy korelačných koeficientov (obrázky C.20 a C.22) zásadne líšia. Pre jednoduchšie porovnanie ich uvádzame ešte raz v obrázku 4.5. V tokoch žiarenia dochádza k antikorelácii čiary O VI  $\lambda$  6825 Å s ostatnými čiarami aj s fotometrickými dátami (obrázok 4.5a). V prípade ekvivalentných širok (obrázok 4.5b) však s tokmi v *U*, *B*, *V* filtroch antikorelujú aj ostatné spektrálne čiary (s výnimkou He I  $\lambda$  6678 Å).

Možno teda zhrnúť, že výsledky analýz založených na ekvivalentných šírkach alebo tokoch žiarenia budú ekvivalentné vo všetkých študovaných obdobiach, okrem obdobia aktivity F. Závery dosiahnuté analýzou ekvivalentných širok v tomto období nemusia byť rovnaké ako závery pre toky žiarenia.

Tento efekt nemôže byť pravdepodobne spôsobený premenlivým kontinuum, pretože v tom prípade by sa prejavil rovnakým spôsobom aj v ostatných študovaných obdobiach. Pravdepodobne má reálnu podstatu, ktorú budeme ďalej skúmať analýzou tvaru spektrálnej energetickej distribúcie. Významnou pomocou budú bezpochyby ďalšie merania spektrálnych charakteristík spektrálnych čiar počas chladných vzplnutí systému.

**Tabuľka 4.2:** Výsledky kroskorelačnej analýzy svetelných kriviek v  $U$ ,  $B$  a  $V$  filtri a ekvivalentnej šírky emisnej čiary  $O\text{VI } \lambda 6825 \text{ \AA}$  hviezd AG Dra a Z And. Úroveň bieleho šumu  $2\sigma$  bola 0,10 pre fotometrické a 0,16 pre spektroskopické dáta.

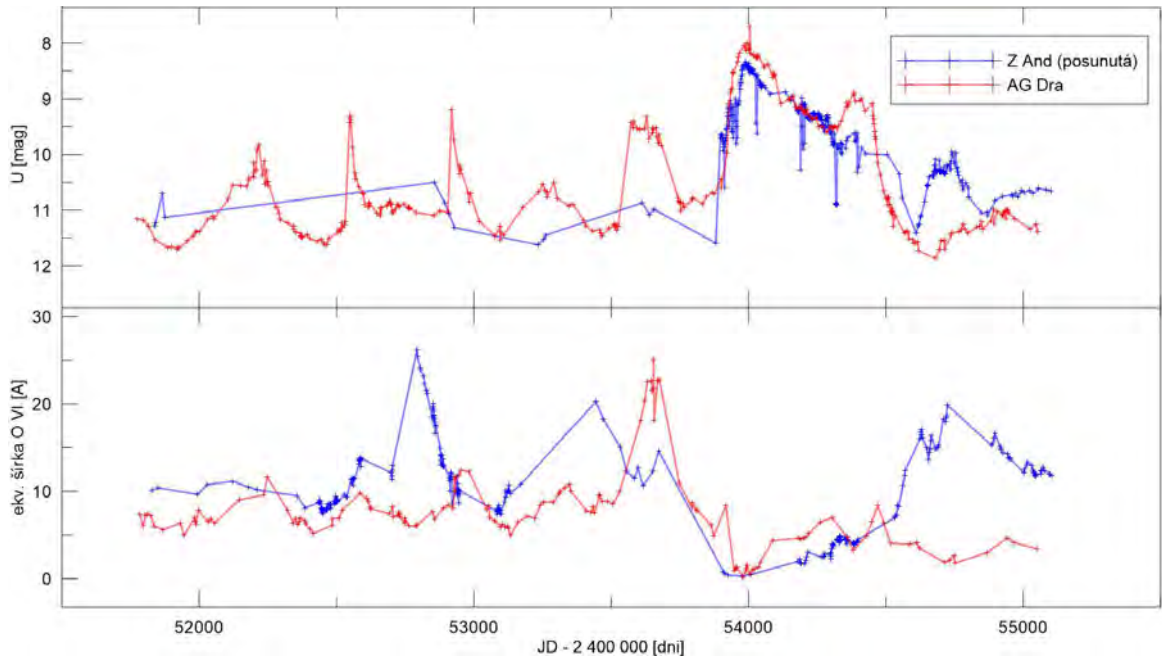
Dátová sada	Časový posun		Korelačný koeficient	
	medián	chyba	medián	chyba
Filter $U$	2 108,7	8,2	0,76	0,05
Filter $B$	2 108,7	5,7	0,84	0,03
Filter $V$	2 116,3	3,2	0,82	0,04
Ekvivalentné šírky	2 289,8	24,7	0,59	0,05
	2 102,7	4,2	0,49	0,08
	2 972,3	6,4	0,31	0,03

## 4.2 Porovnanie vývoja symbiotických hviezd AG Dra a Z And

Počas výskumu dlhodobého fotometrického a spektroskopického vývoja AG Dra sme si všimli zvláštne správanie sa symbiotického systému v období aktivity F (JD 2 453 850 – 2 454 550). Na rozdiel od iných vzplanutí tejto interagujúcej dvojhviezdy bolo toto mimoriadne výrazné vzplanutie sprevádzané hlbokým poklesom ekvivalentnej šírky Ramanovsky rozptýlenej spektrálnej čiary  $O\text{VI } \lambda 6825 \text{ \AA}$ . Príčina takéhoto správania nie je zatiaľ úplne jasná. Našou snahou však bolo ukázať, že takýto vývoj nie je ojedinelý a nebol pozorovaný iba v prípade systému AG Dra (napr. Burmeister & Leedjärv 2007). Z tohto dôvodu sme svetelné krivky AG Dra vo filtroch  $U$ ,  $B$  a  $V$  a časovú závislosť ekvivalentnej šírky spektrálnej čiary  $O\text{VI } \lambda 6825 \text{ \AA}$  porovnali s obdobnými závislosťami pre systém Z And, ktorý je prototypom symbiotických premenných hviezd.

Spektroskopické pozorovania Z And v čiare päťkrát ionizovaného kyslíka  $O\text{VI } \lambda 6825 \text{ \AA}$  sme získali z práce Sokolosi a kol. (2006). Táto práca podáva aj podrobnosti o pozorovacej technike a metodike získania týchto dát. Fotometrické merania vo filtroch  $U$ ,  $B$ ,  $V$  sme zozbierali z prác Skopal (1998), Skopal a kol. (2000, 2002, 2004, 2007), Tomov a kol. (2004) a Sokolosi a kol. (2006). Dáta pokrývajú najmä hlavné vzplanutie tohoto systému v roku 2001.

Výsledky korelačnej analýzy (podľa kapitoly 2.3.1) sú pri takto komplexných dátach silne závislé od výberu konkrétneho časového intervalu, preto sme analýzu pre-



**Obr. 4.6:** Svetelné krivky AG Dra a Z And (posunutá o 2108,7 dňa) v  $U$  filtri sú zobrazené v hornej časti grafu. Časové závislosti ekvivalentných širok emisnej spektrálnej čiary O VI  $\lambda$  6825 Å pre AG Dra a Z And (posunutá o 2102,7 dňa) sú vykreslené v dolnej časti grafu.

viedli viac ako 20-krát s rôznymi začiatkami a dĺžkami intervalov (1 520 – 3 066 dní). Pri všetkých analýzach vykazovala kroskorelačná funkcia pre dáta v  $U$ ,  $B$  a  $V$  filtri významné maximum pri časovom posune približne 2 110 dní. Časové posuny kroskorelačnej funkcie a zodpovedajúce maximálne hodnoty koeficientov korelácie a ich chyby sú uvedené v tabuľke 4.2.

Obdobné porovnanie sme vykonali aj pre časovú závislosť ekvivalentnej šírky emisnej spektrálnej čiary O VI  $\lambda$  6825 Å. Kroskorelačná funkcia vykazovala hlavné maximum pri hodnote okolo 2 290 dní, v niekoľkých prípadoch sa objavila dvojmaximová štruktúra s druhým maximom s hodnotou okolo 2 100 dní. Približne v polovici prípadov bolo prítomné maximum pre časový posun okolo 2 970 dní. Podrobné výsledky sú tiež uvedené v tabuľke 4.2.

Tieto výsledky ukázali veľmi silnú podobnosť vo fotometrickom a spektroskopickom správaní sa systémov AG Dra a Z And. Rozdiel (približne 180 dní) medzi časovým posunom pre svetelné krivky a časovú závislosť ekvivalentnej šírky spektrálnej čiary O VI  $\lambda$  6825 Å nie je pravdepodobne významný, pretože maximum pre ekvivalentnú šírku leží v intervale medzi hodnotami 2 100 a 2 300 dní a jeho konkrétna hodnota závisí od výberu časového intervalu.

Takáto významná korelácia medzi dátami môže naznačovať podobnosti v povahe horúcich zložiek a v mechanizme vzplanutí oboch systémov. Zároveň umožňujú model „kombinovanej novy<sup>1</sup>“ (Sokoloski a kol. 2006) navrhnutý pre *Z And* použiť aj na vysvetlenie vzplanutí *AG Dra* (Leedjäv a kol. 2016). Chladné zložky týchto symbiotických systémov sú síce odlišného spektrálneho typu, K2 - K3 (*AG Dra*) a M4 - M5 (*Z And*), ale hmotnosti horúcich zložiek sú pre dané hviezdy podobné, 0,4 - 0,6  $M_{\odot}$  pre *AG Dra* (s preferenciou k vyšším hodnotám), (Mikolajewska a kol. 1995) a  $0,65 \pm 0,28 M_{\odot}$  pre *Z And* (Schmid & Schild 1997). Fyzikálne charakteristiky vzplanutí môžu byť podobné, ak by množstvá látky, ktoré sa ukladajú na bieleho trpaslíka boli porovnateľné. Nižšie množstvo hmoty, ktoré uniká z obra triedy K oproti triede M by mohlo byť kompenzované menšou vzdialenosťou medzi zložkami *AG Dra*.

### 4.3 Periódová analýza dát *AG Dra*

V predošlej analýze sme sa zamerali na dlhodobý vývoj systému *AG Dra* porovnaním charakteristík spektrálnych čiar a fotometrických dát. V tejto kapitole prezentujeme výsledky aplikácie metód korelačnej analýzy na dlhodobú svetelnú krivku *AG Dra* v *U*, *V*, *B* filtroch a na krivku radiálnych rýchlostí odvodených na základe meraní absorpčných čiar.

#### 4.3.1 Dlhodobý vývoj svetelnej krivky

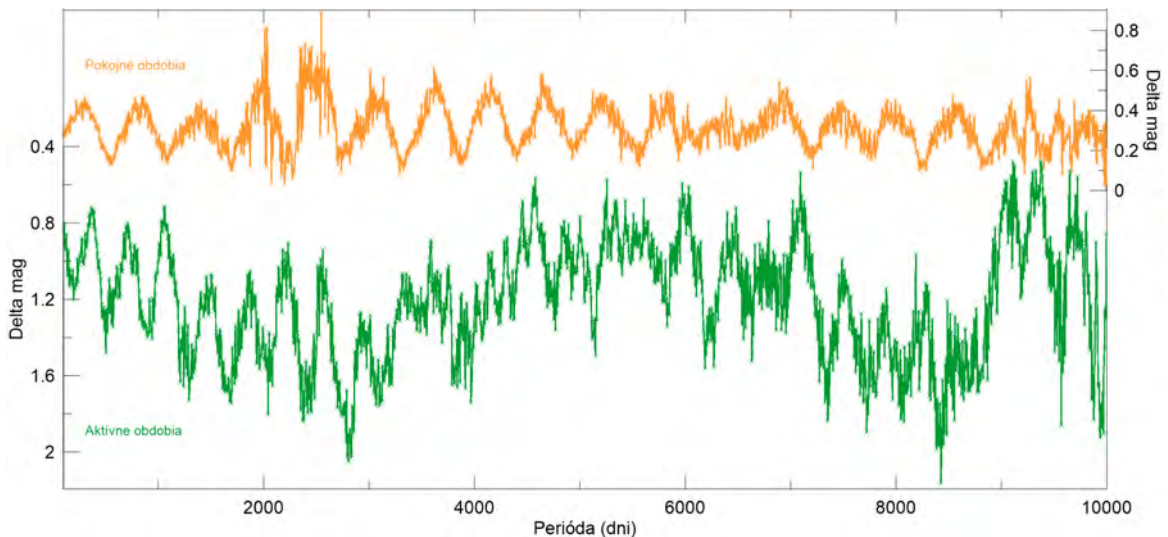
Periódová analýza fotometrických dát symbiotického dvojhviezdneho systému *AG Dra* bola vykonaná viacerými autormi. Známe sú dve periódy, dlhšia perióda  $\approx 550$  dní súvisí s orbitálnym pohybom (Meinunger 1979, Gális a kol. 1999, Fekel a kol. 2000) a kratšia  $\approx 355$  dní, ktorá je vysvetľovaná ako perióda pulzácií obra (Gális a kol. 1999, Friedjung a kol. 2003). Vzplanutia v aktívnych obdobiach sa opakujú približne v ročných intervaloch.

Naša analýza sa zamerala na dlhodobé zmeny svetelnej krivky v *U*, *B* a *V* filtroch. Analýzu sme pre každý filter zopakovali trikrát. V prvom kroku sme analyzovali všetky dostupné dáta, potom sme analyzovali samostatne jednotlivé obdobia aktivity a pokoja.

Dominantnými zmenami vo všetkých troch filtroch sú v prípade analýzy celej

---

<sup>1</sup>Sokoloski a kol. 2006 definujú „kombinovanú novu“ ako nový typ vzplanutí, ktoré kombinujú fyzikálne mechanizmy vzplanutí trpasličích a klasických nov.



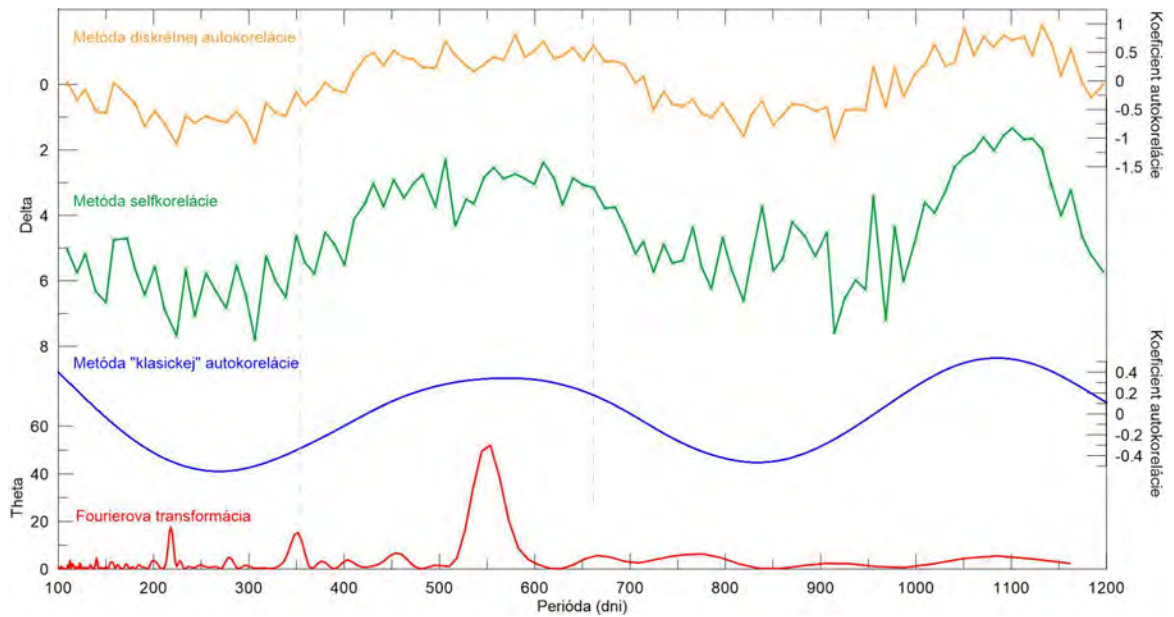
**Obr. 4.7:** Výsledky korelačnej analýzy svetelnej krivky AG Dra v  $U$  filtri. Zelenou sú výsledky analýzy aktívnych období, oranžovou výsledky analýzy pokojných období.

krivky vzplanutia systému, ktoré sa dejú približne s periódou jedného roka. Rovnaké výsledky sme dosiahli analýzou aktívnych období. Keď sme analyzovali samostatne len pokojné obdobia, potvrdil sa nám predpoklad, že dominantnými zmenami sú v týchto častiach svetelnej krivky variácie s periódou  $\approx 550$  dní.

Najzaujímavejším výsledkom je však dlhodobá zmena korelogramov (variácia s periódou približne  $\approx 6500$  dní). Takáto dlhodobá modulácia sa vyskytla pri analýze celkovej svetelnej krivky vo všetkých troch filtroch, najvýraznejšie v  $U$  a  $V$ . V  $B$  filtri sa vyskytuje variácia s obdobnou periódou, ale amplitúda je menšia. Vzhľadom na to, že sa vyskytuje pri analýze celkovej svetelnej krivky, mohla by súvisieť s rozložením aktívnych období.

Keď sme však analyzovali len aktívne obdobia, dlhodobá variácia v korelogramoch pretrvala (s periódou  $\approx 4800 - 5000$  dní). Najväčšiu amplitúdu dosahovala vo filtri  $U$ , vo zvyšných dátových sadách sú zmeny nevýrazné. Keďže metódy SCF ani DCF nie sú zaťažené problémom nekontinuálnych dát, môžeme usúdiť, že tento efekt pravdepodobne súvisí so zmenou amplitúdy zmien v aktívnych obdobiach spôsobenú reálnymi fyzikálnymi zmenami v systéme. Rozdiel hodnôt periódy týchto dlhodobých zmien získaných z analýzy celej krivky a aktívnych období môže byť spôsobený tým, že celková krivka je ovplyvnená aj prítomnosťou pokojných období.





**Obr. 4.8:** Korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre radiálne rýchlosti získané na základe merania polôh absorpčných spektrálnych čiar AG Dra.

### 4.3.2 Krivka radiálnych rýchlostí

Analýza krivky radiálnych rýchlostí získaných na základe meraní absorpčných spektrálnych čiar Fourierovou transformáciou ukázala, že sa v mocninovom spektre objavujú jednoróčné aliasy 550 dňovej periódy. Korelačná analýza je v prípade systémov s jednou periódou vhodným doplnkom k Fourierovej transformácii, keďže jej výsledky nie sú ovplyvnené rozložením dát.

Naša analýza krivky radiálnych rýchlostí potvrdila prítomnosť dvoch periód. Najvýraznejšia je 550 dňová perióda orbitálneho pohybu, menej výrazná je 355 dňová perióda pulzácií obra.

Výsledky korelačnej analýzy (korelogramy porovnané s mocninným spektrom získaným pomocou DFT na obrázku 4.8) odhalili iba výraznejšiu periódu. Analýzou korelogramu získaného pomocou metódy SCF však môžeme zistiť, že v systéme musí byť prítomná aj ďalšia perióda. Prvé minimum nadobúda self-korelačná funkcia pre hodnotu približne 550 dní. Ďalšie minimum má úplne rozdielny tvar a funkcia ho nadobúda v čase približne 1085 dní. Ak by bola v systéme prítomná iba jedna perióda, minimum by malo byť posunuté do hodnoty 1100 dní (minimum druhého rádu periódy 550 dní). Zistenú polohu druhého minima však vieme vysvetliť, ak pripustíme, že v dátach sa nachádza ešte ďalšia perióda s hodnotou 355 dní. V takom prípade

toto minimum vzniká skladaním miním druhého rádu periódy 550 dní a tretieho rádu periódy 355 dní. Zároveň tak vieme zistiť, že perióda 220 dní súvisí len s rozložením pozorovaní. Ak by to bola reálna perióda, muselo by sa jej minimum piateho rádu vyskladať s násobkami orbitálnej periódy a preto by hodnota minima self-korelačnej funkcie by bola posunutá iným spôsobom.

Vzhľadom k tomu, že obe periódy sme dostali analýzou krivky radiálnych rýchlostí získanej z merania polôh absorpčných spektrálnych čiar, musia súvisieť s pohybom chladnej zložky tohto systému. Prítomnosť a amplitúda 550-dňovej periódy zodpovedá faktu, že ide o orbitálnu periódu. Kratšia perióda je vysvetľovaná ako perióda pulzácií obra. Z výsledkov našej analýzy môžeme existenciu tejto periódy potvrdiť. Na vyvrátenie alebo potvrdenie jej príčiny je však potrebná ďalšia analýza.

# Záver

Naša práca sa zaoberá aplikáciou metód korelačnej analýzy na výskum spektroskopických i fotometrických dát systému AG Draconis. V periódovej analýze môžu korelačné metódy slúžiť nielen ako vhodný doplnok k Fourierovej transformácii, ale správna aplikácia týchto metód dokáže odhaliť nové informácie o povahe a správaní sa systému. Jedným z cieľov našej práce bolo otestovať a porovnať metódy korelačnej analýzy odlišné od klasickej korelácie. Testovaním na umelých súboroch, ako aj na reálnych dátach sme analyzovali výhody a nevýhody, obmedzenia a charakteristiky metódy diskkrétnej korelácie a self-korelácie.

Tieto metódy sme aplikovali na fotometrické a spektroskopické dáta symbiotickej dvojhviezdy AG Draconis. Pomocou korelačnej analýzy sme analyzovali podobnosti a odlišnosti dlhodobého vývoja vlastností emisných spektrálnych čiar aj fotometrických dát tohoto objektu. Poukazujeme na zvláštnosti vo vývoji tohto systému, najmä na odlišné správanie sa hviezdy počas horúcich a chladných vzplanutí a na existenciu prechodných, aktívno-pokojných období. Analýza ukázala významnú podobnosť správania sa systémov AG Dra a Z And ako vo fotometrických, tak aj spektroskopických dátach, čo naznačuje, že model „kombinovanej novy“ navrhnutý pre Z And možno použiť aj na vysvetlenie vzplanutí AG Dra.

Metódy korelačnej analýzy sme v našej práci využili aj na periódovú analýzu dlhohodobej svetelnej krivky tohoto systému. Naša analýza odhalila existenciu doteraz nediskutovanej dlhohodobej variácie fotometrických dát, ktorá môže súvisieť so zmenou amplitúdy variácií v jednotlivých obdobiach. Rovnaké metódy sme aplikovali na krivky radiálnych rýchlostí absorpčných čiar, v ktorých sme potvrdili existenciu periód publikovaných v literatúre.

Výsledky prezentované v práci otvárajú ďalšie možnosti výskumu symbiotického systému AG Draconis. Za predpokladu správnej identifikácie oblastí vzniku jednotlivých študovaných spektrálnych čiar môžeme hlbšie pochopiť fyzikálne usporiadanie systému, ako aj procesy v ňom prebiehajúce.

# Referencie

- [1] Baron, F. a kol., 2012, ApJ, 752, 20
- [2] Belczynski, K., Mikolajewska, J., Munari, U., Ivison, R. J., Friedjung M., 2000, A&AS, 146, 407
- [3] Belyakina, T. S., 1965, Izv. Krymskoj Astrofiz. Obs., 33, 226
- [4] Belyakina, T. S., 1969, Izv. Krymskoj Astrofiz. Obs., 40, 39
- [5] Burki, G., Maeder, A., Rufener, F., 1978, A&A, 65, 363
- [6] Burmeister, M., Leedjärv, L., 2007, A&A, 461, L5
- [7] Cikota, M., Mikolajewski, M., Osiwala, J., Tomov, T., Leedjärv, L., Burmeister M., 2011, ArXiv Astrophysics e-prints
- [8] Edelson, R. A., Krolik, J. H., 1988, ApJ, 333, 646
- [9] Eggen, O. J., 1964, Royal Greenwich Observatory Bulletin, 84, 111
- [10] Fekel, F. C., Hinckle, K. H., Joyce, R. R., Skrutskie, M. F., 2000, AJ, 120, 3255
- [11] Ferraz-Mello, S., 1981, AJ, 86, 619
- [12] Friedjung, M., 1997, New Astron., 2, 319
- [13] Friedjung, M., Hric, L., Petrik, K., Gális, R., 1998, A&A, 335, 545
- [14] Friedjung, M., Gális, R., Hric, L., Petrik, K., 2003, A&A, 400, 595
- [15] Gális, R., Hric, L., Friedjung, M., Petrik, K., 1999, A&A, 348, 533
- [16] Gális, R., Hric, L., Petrik, K., 2004, Baltic Astronomy, 13, 132
- [17] González-Riestra, R., Viotti, R., Iijima, T., Greinerm J., 1999, A&A, 347, 478
- [18] González-Riestra, R., Viotti, R. F., Iijima, T. a kol., 2008, A&A, 481, 725
- [19] Greiner, J., Bickert, K., Luthardt, R., Viotti, R., Altamore, A., Gonzalez-Riestra, R., Stencel, R. E., 1997, A&A, 322, 576

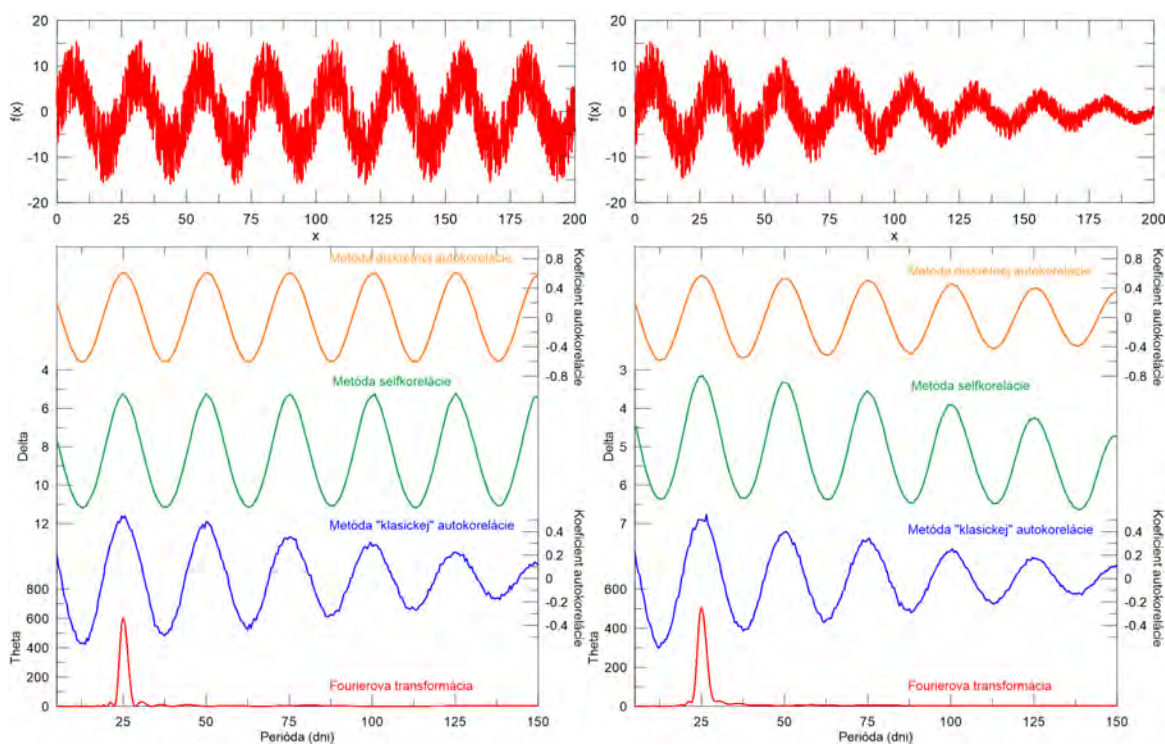
- [20] Groenewegen, M. A. T., 2013, *A&A*, 550, A70
- [21] Hric, L., Gális, R., 1999, *A&AS.*, 135, 29
- [22] Hric, L., Gális, R., Leedjärv, L., Burmeister, M., Kundra, E., 2014, *MNRAS* 443, 1103
- [23] Ikeda, Y., Akitaya, H., Matsuda, K. a kol., 2004, *ApJ*, 604, 357
- [24] Janssen, E., Vyssotsky, A. N., 1943, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 55, 244
- [25] Johnson, H. L., Morgan, W. W., 1953, *ApJ*, 117, 313
- [26] Kamath, U.S., Ashok, N.M., 1999, *MNRAS*, 302, 512
- [27] Kenyon, S. J., Fernandez-Castro, T., 1987, *Astron. J.*, 93, 938
- [28] Leedjärv, L., Burmeister, M., Mikolajewski, M., Puss, A., Annuk, K., Galan, C., 2004, *A&A*, 415, 273
- [29] Leedjärv, L., Burmeister, M., 2012, *Baltic Astronomy*, 21, 131
- [30] Leedjärv, L., Gális, R., Hric, L., Merc, J., Burmeister, M., 2016, *MNRAS*, 456, 2558
- [31] Luthardt, L., 1983, *Mitteilungen über Veränderliche Sterne*, 9, 129
- [32] Meinunger, L., 1979, *Inf. Bull. Variable Stars*, 1611, 1
- [33] Mikolajewska, J., Kenyon, S. J., Mikolajewski, M., Garcia, M. R., Polidan, R. S., 1995, *AJ*, 109, 1289
- [34] Mikolajewska, J., 2002, *MNRAS*, 335, L33
- [35] Mikulášek, Z., Zejda, M., 2013, *Úvod do studia proměnných hvězd*, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Brno
- [36] Munari, U., Yudin, B.F., Taranova, O.G., a kol., 1992, *A&AS* 93, 383
- [37] Munari, U. a kol., 2009, *PASP* 121, 1070
- [38] Percival, D. B., Walden, A. T., 1993, *Spectral Analysis for Physical Applications*, Cambridge University Press, New York
- [39] Percy, J. R., Sen, L. V., 1991, *IBVS*, No. 3670
- [40] Percy, J. R., Ralli, J. A., Sen, L. V., 1993, *PASP*, 105, 287
- [41] Percy, J. R., Hussain, A., Gomez-Forrellad, J. M., Garcia-Melendo, E., 2001,

- [42] Percy, J. R., Hosick, J., Kincaide, H., Pang, C., 2002, *PASP*, 114, 551
- [43] Percy, J. R., Harlow, C. D., Wu, A. P., 2004, *PASP*, 116, 178
- [44] Percy, J. R., 2007, *Understanding Variable Stars*, Cambridge University Press, New York
- [45] Robinson, L., 1969, *Peremennyje zvezdy*, 16, 597
- [46] Samus, N. N., Durlevich, O. V. a kol., 2009, *CDS/ADC Collection of Electronic Catalogues*, 1, 2025
- [47] Scargle, J. D., 1989, *ApJ*, 343, 874
- [48] Shenavrin, V. I., Taranova O. G., Nadzhip A. E., 2011, *Astron. Rep.*, 55, 31
- [49] Shumway, R. H., Stoffer, D. S., 2006, *Time Series Analysis and Its Applications*, Druhé vydanie, Springer
- [50] Schmid, H. M., Schild, H., 1997, *A&A*, 321, 791
- [51] Skopal, A., 1998, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso*, 28, 87
- [52] Skopal, A., Vaňko, M., Pribulla, T., Wolf, M., Semkov, E., Jones, A., 2002, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso*, 32, 62
- [53] Skopal, A., Vaňko, M., Pribulla, T., Velič, Z., Semkov, E., Jones, A., 2004, *Contrib. Astron. Obs. Skal. Pleso*, 34, 45
- [54] Skopal, A. 2005, *A&A*, 440, 995
- [55] Skopal, A., Vaňko, M., Pribulla, T., Chochol, D., Semkov, E., Wolf, M., Jones, A., 2007, *Astron. Nachrichten*, 328, 909
- [56] Skopal, A., Sekeráš, M., González-Riestra, R., Viotti, R. F., 2009, *A&A*, 507, 1531
- [57] Skopal, A., Shugarov, S., Vaňko, M., Dubovský, P., Peneva, S. P., Semkov, E., Wolf, M., 2012, *Astronomische Nachrichten*, 333, 242
- [58] Smith, V. V., Cunha, K., Jorissen, A., Boffin, H. M. J., 1996, *A&A*, 315, 179
- [59] Sokoloski, J. L., Kenyon, S. J., Espey, B. R., 2006, *ApJ*, 636, 1002
- [60] Štefl, V., Krtička, J., 2008, *Historie astronomie*, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Brno

- [61] Taranova, O. G., 2000, *Astronomy Letters*, 26, 404
- [62] Tomov, N. A., Tomova, M. T., 1997 v Mikolajewska, J., *Physical Processes in Symbiotic Binaries and Related Systems*, 185
- [63] Tomov, N. A., Tomova, M. T., Taranova, O. G., 2004, *A&A*, 428, 985
- [64] Viotti, R., Altamore, A., Baratta, G. B., Cassatella, A., and Friedjung, M., 1984, *ApJ*, 283, 226
- [65] Viotti, R., Giommi, P., Friedjung, M., Altamore, A. 1995, in *Cataclysmic Variables*, ed. A. Bianchini, M. Della Valle, M. Orio, *ASSL*, 205, 195
- [66] Viotti, R., Rossi, C., and Muratorio, G., 1998, *A&A*, 128, 447
- [67] Zamanov, R. K., Bode, M. F., Melo, C. H. F., Bachev, R., Gomboc, A., Stateva, I. K., Porter, J. M., Pritchard, J., 2007, *MNRAS*, 380, 1053

## Dodatok A

# Korelogramy testovacích umelých súborov

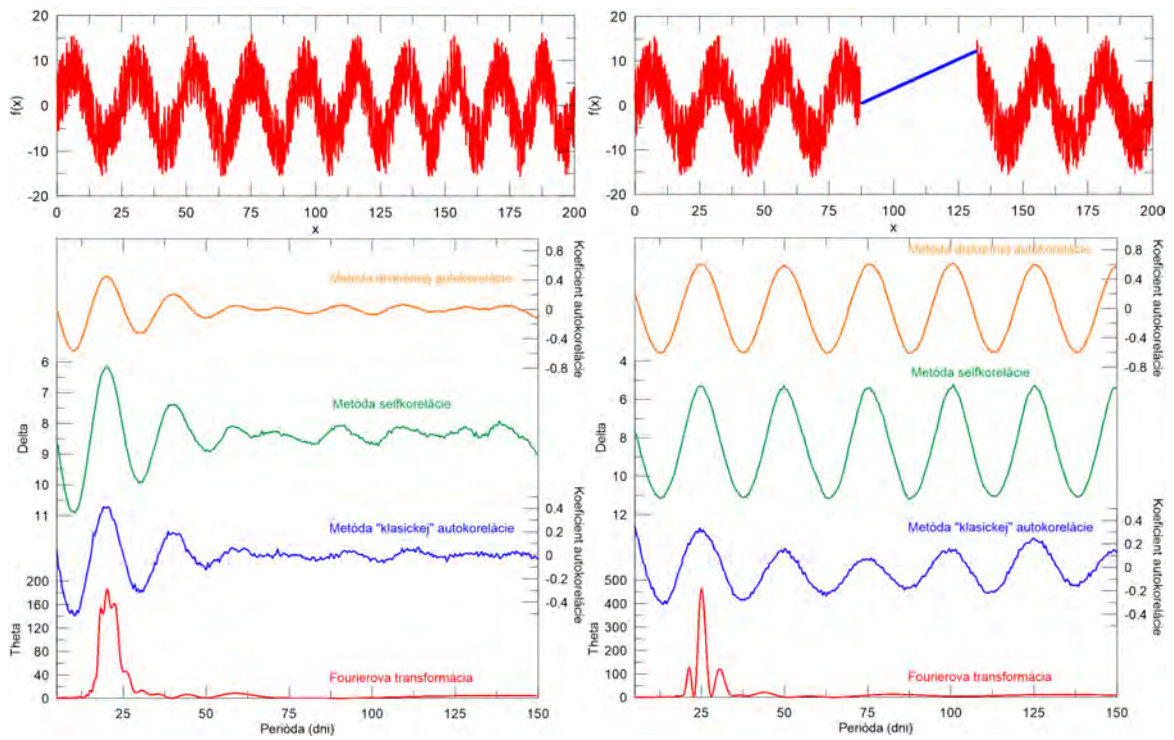


(a) Konštantná amplitúda.

(b) Premenná amplitúda.

**Obr. A.9:** Zdrojové dátové súbory (na obrázkoch hore) a korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie s periódou 25 dní. V obrázku sú porovnané výsledky analýzy krivky s konštantnou amplitúdou zmien a klesajúcou amplitúdou zmien (rovnaké výsledky dostávame aj pre rastúcu amplitúdu). Vygenerované krivky sú zaťažené náhodnými chybami (biely šum), rovnaký prístup sme zvolili aj pri ďalších analýzách.

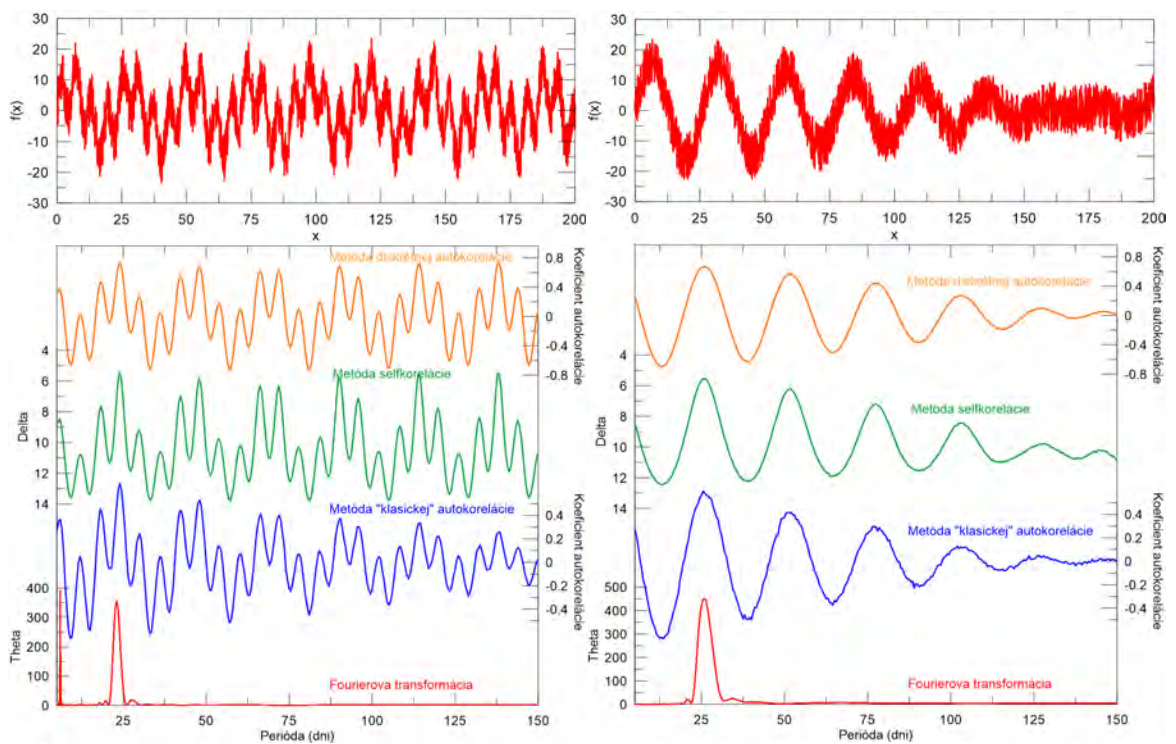




(a) Premennivá perióda.

(b) Medzery v dátach.

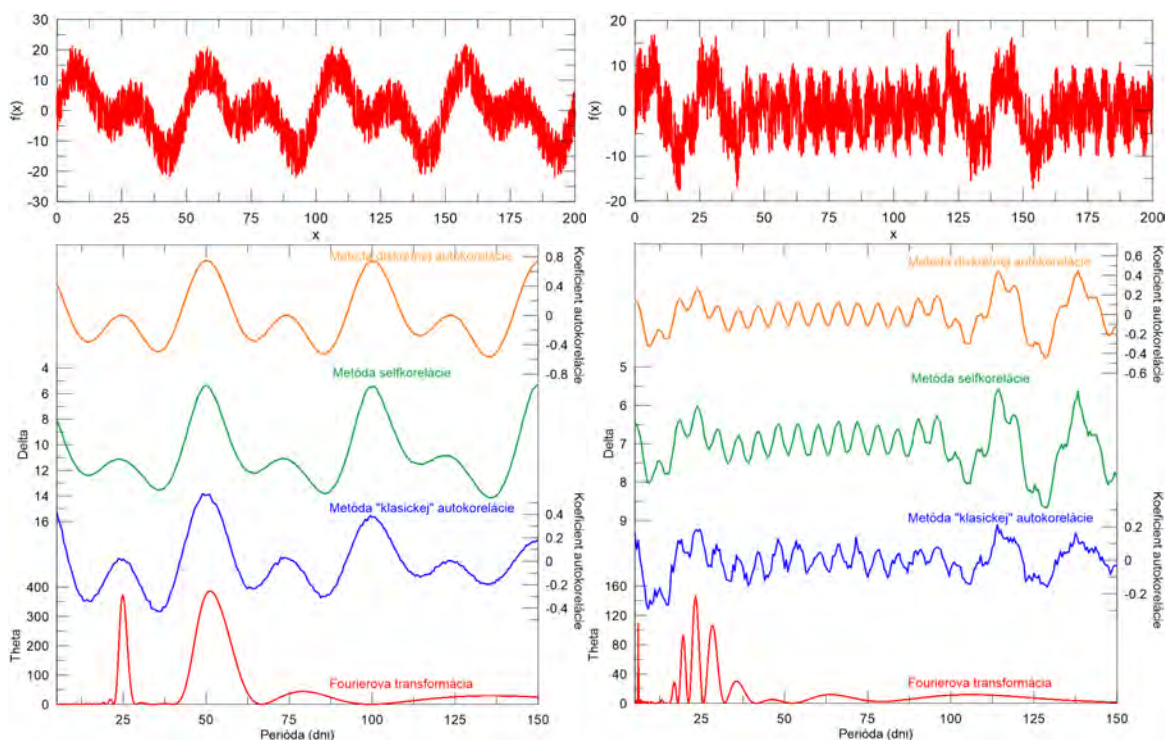
**Obr. A.10:** Zdrojové dátové súbory (na obrázkoch sú zobrazené hore) a korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie. Vľavo výsledky pre krivku s klesajúcou periódou od 25 do 20 dní (charakter výsledkov je rovnaký pre rastúcu periódu). Vpravo uvádzame výsledky analýz pre nekontinuálne dáta, obsahujúce medzery. Modrou farbou je v zdrojových dátach vyznačené, ako by vyzerali dáta doplnené interpoláciou.



(a) Periód 6 a 23 dní.

(b) Periód 25 a 27 dní.

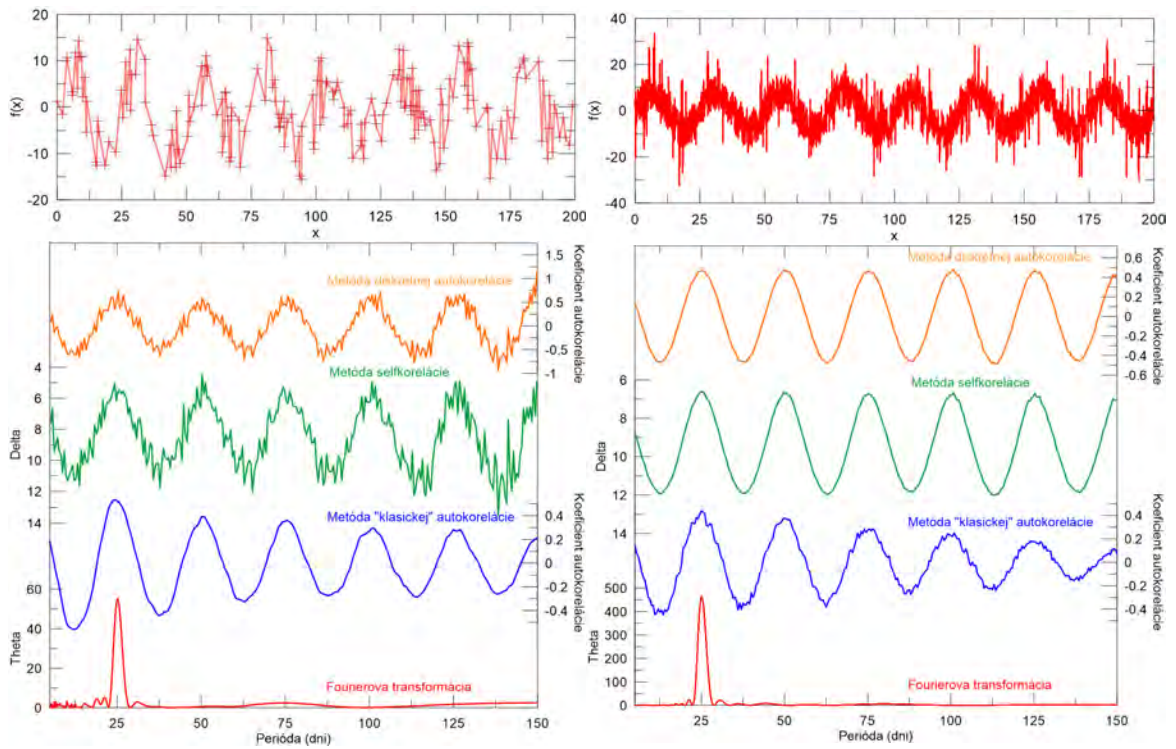
**Obr. A.11:** Zdrojové dátové súbory (na obrázkoch sú zobrazené hore) a korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie s dvoma periódami.



(a) Periódou 25 a 50 dní.

(b) Pokojné a aktívne obdobia.

**Obr. A.12:** Zdrojové dátové súbory (na obrázkoch sú zobrazené hore) a korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie. Vľavo uvádzame výsledky analýzy dát s dvoma periódami. Vpravo výsledky analýzy kriviek s charakterom obdobným symbiotickým premenným hviezdám, pri ktorých dochádza k striedaniu aktívnych a pokojných období (v našom prípade v aktívnych obdobiach výrazná variácia s periódou 23 dní a v celej krivke variácia s periódou 6 dní, ktorá má menšiu amplitúdu).



(a) Nedostatok dát.

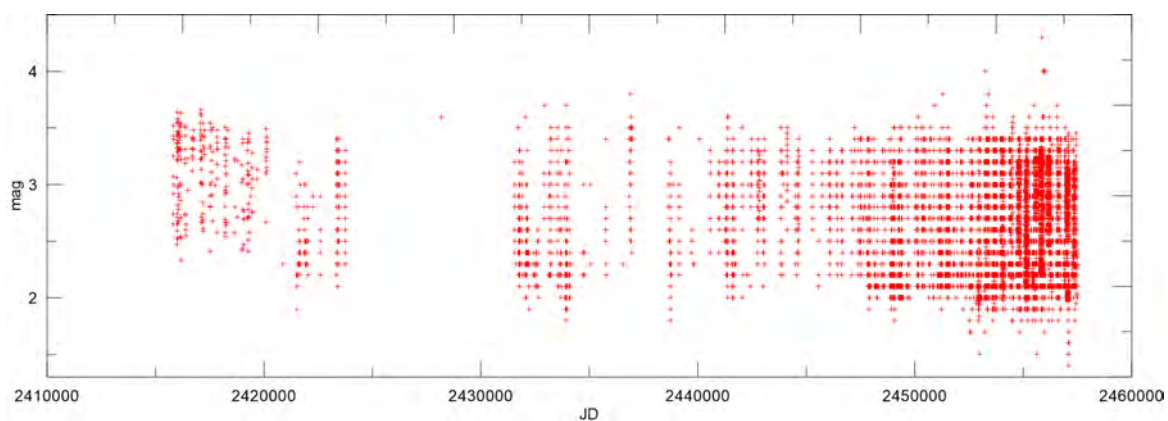
(b) „Outliers“ v dátach.

**Obr. A.13:** Zdrojové dátové súbory (na obrázkoch hore) a korelogramy (DCF oranžovou, SCF zelenou a ACF modrou) a mocninové spektrum (červenou) pre umelo vygenerované sínusoidálne variácie, ktoré sú zafažené bežnými pozorovacími problémami.

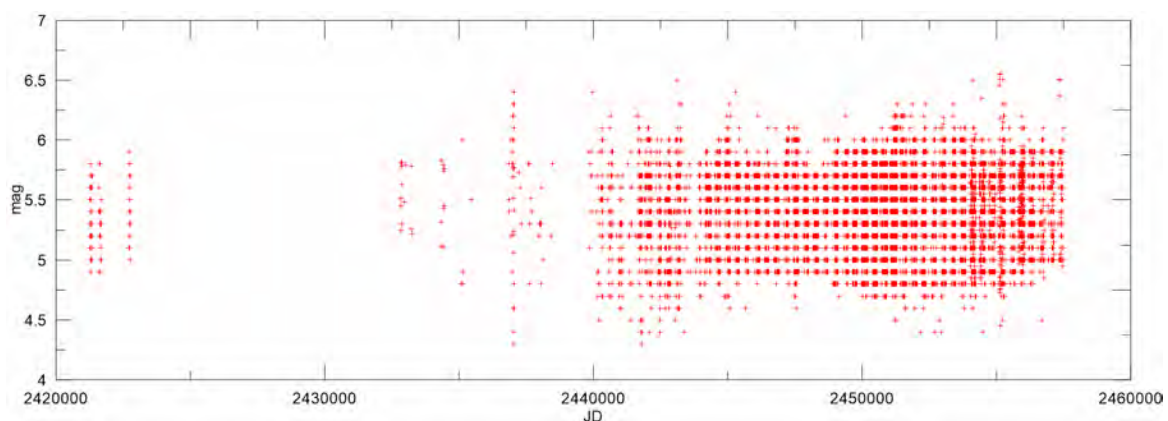


## Dodatok B

# Svetelné krivky hviezd $\beta$ Persei a RT Aurigae



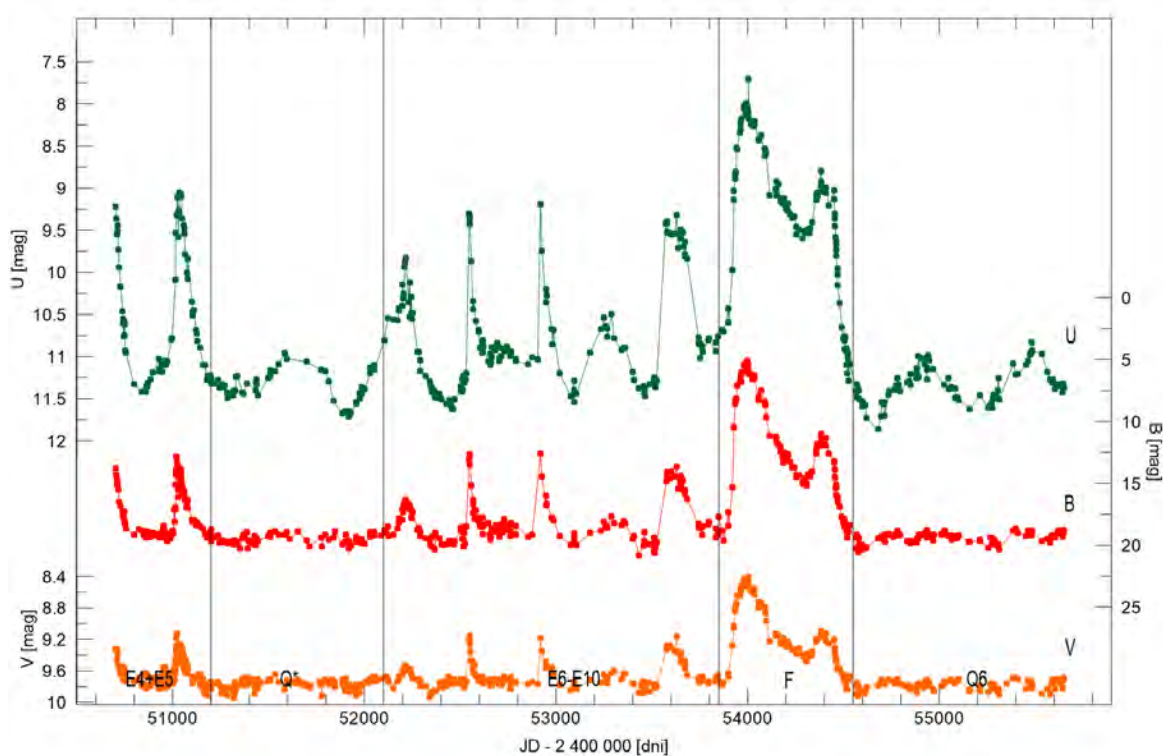
**Obr. B.14:** Svetelná krivka  $\beta$  Persei skonštruovaná z vizuálnych pozorovaní pochádzajúcich z databázy AAVSO.



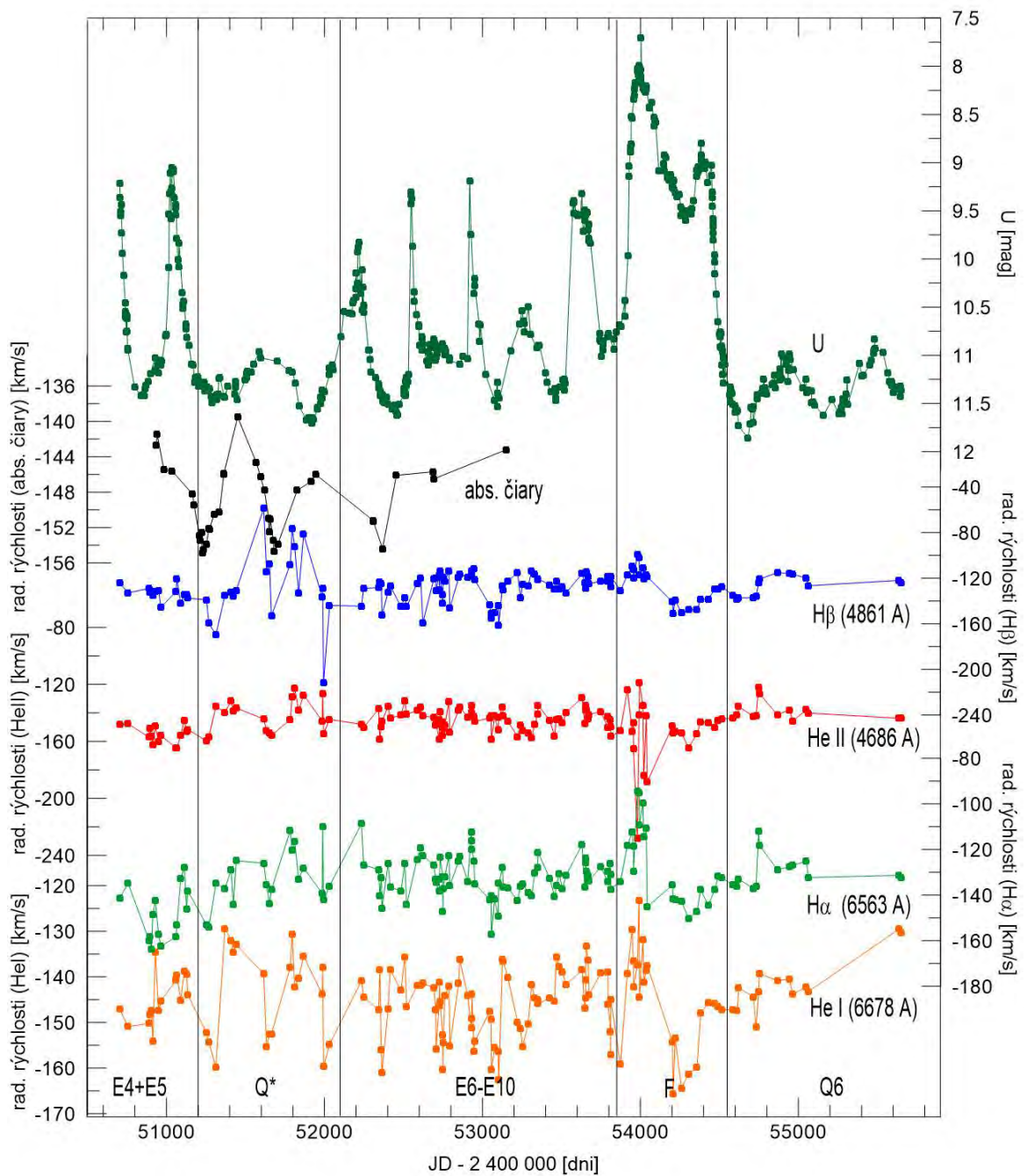
**Obr. B.15:** Svetelná krivka RT Aurigae (pozorovania z databázy AAVSO).

## Dodatok C

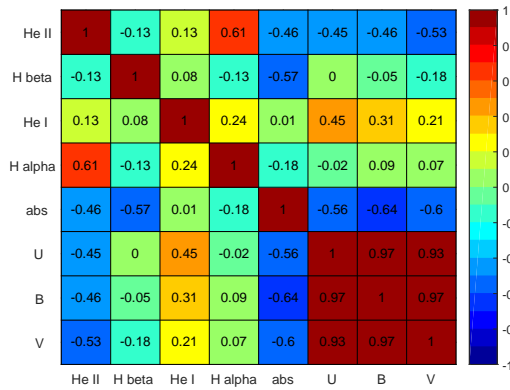
# Časové závislosti a korelačné koeficienty fotometrických a spektroskopických dát AG Dra



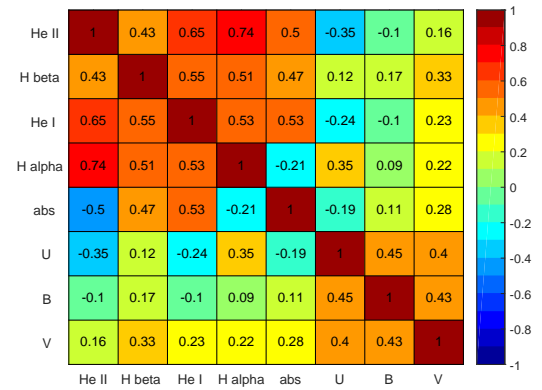
**Obr. C.16:** Svetelné krivky AG Dra v  $U$ ,  $B$ ,  $V$  filtroch. Pre zvýraznenie priebehu dát sú body preložené interpolačnou krivkou (metóda spline). Vertikálne čiary označujú delenie období aktivity a pokoja.



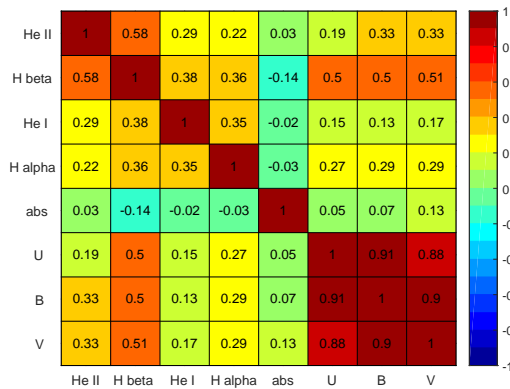
**Obr. C.17:** Časová závislosť radiálnych rýchlostí zistených na základe meraní polohy jednotlivých emisných spektrálnych čiar AG Dra v porovnaní s radiálnymi rýchlosťami odvodenými na základe meraní absorpčných čiar a fotometrickými dátami v  $U$  filtri. Pre zvýraznenie priebehu dát sú body preložené interpolačnou krivkou (metóda spline). Vertikálne čiar označujú delenie období aktivity a pokoja.



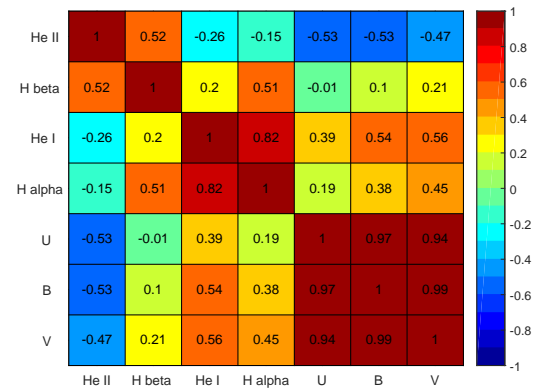
(a) Obdobie E4- E5.



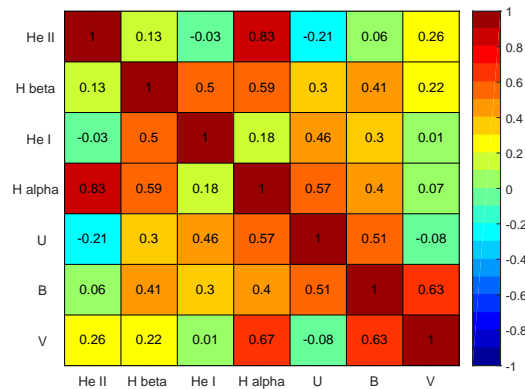
(b) Obdobie Q\*.



(c) Obdobie E6- E10.



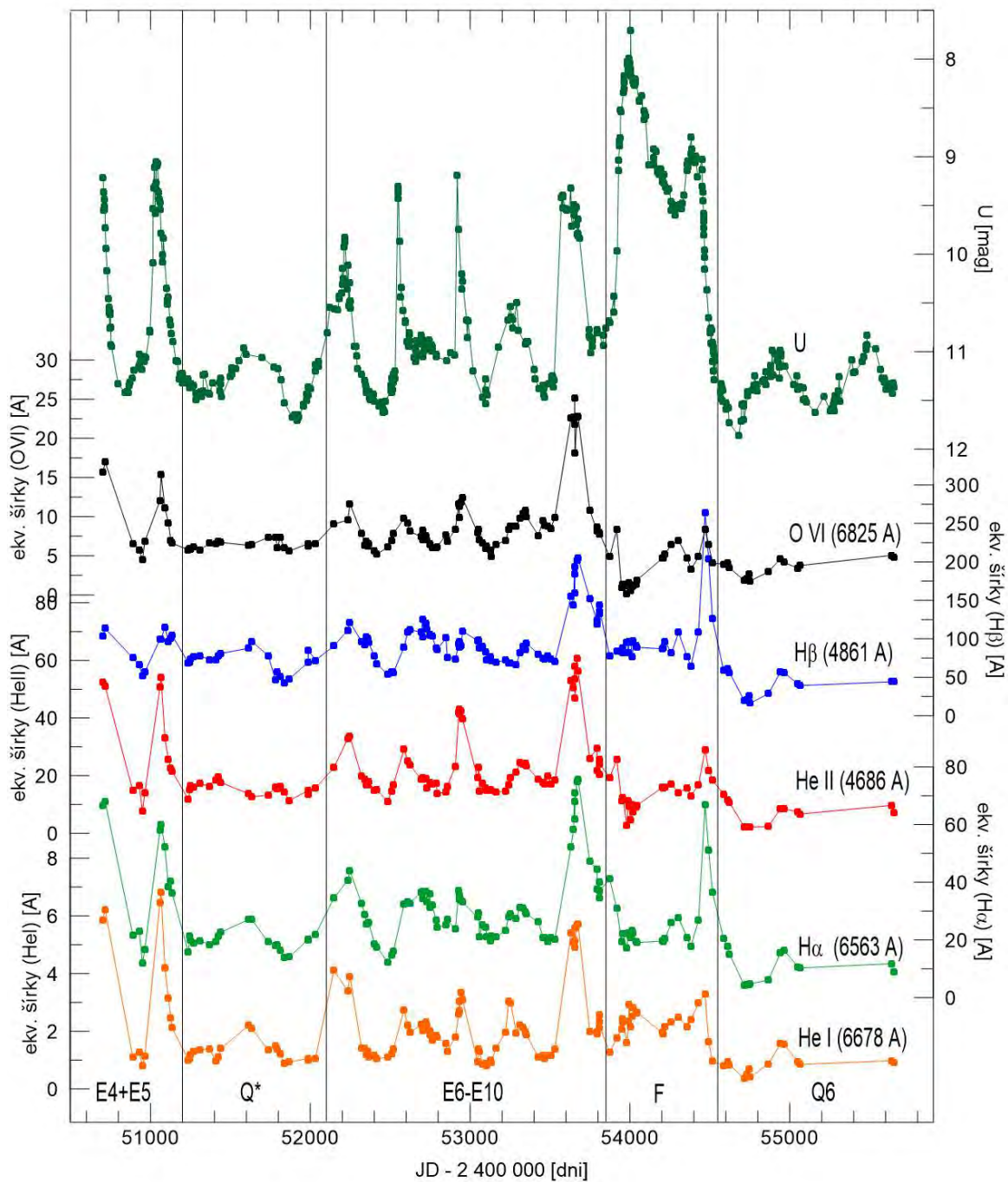
(d) Obdobie F.



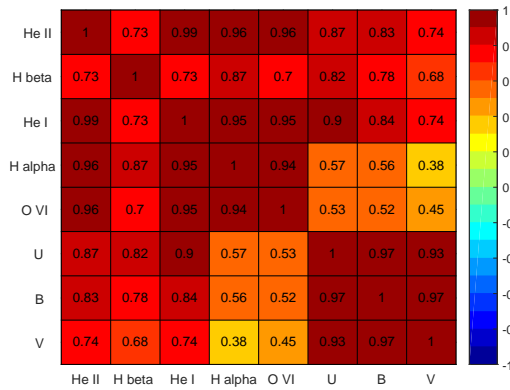
(e) Obdobie Q6.

**Obr. C.18:** Korelačné koeficienty radiálnych rýchlostí skúmaných spektrálnych čiar a tokov vo filtroch  $U$ ,  $B$  a  $V$ .

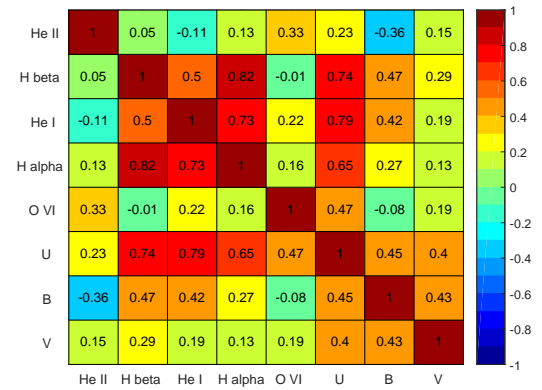




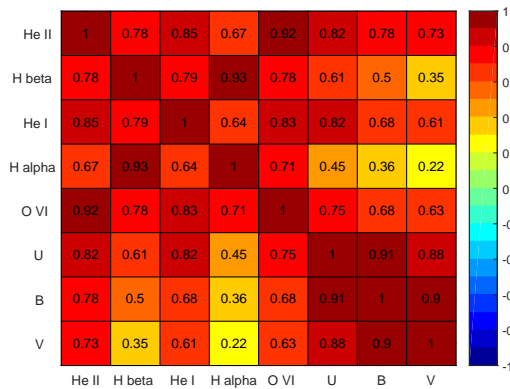
**Obr. C.19:** Časová závislosť ekvivalentných šírok jednotlivých emisných spektrálnych čiar AG Dra v porovnaní s fotometrickými  $U$  magnitúdami. Pre zvýraznenie priebehu dát sú body preložené interpolačnou krivkou (metóda spline). Vertikálne čiary označujú delenie období aktivity a pokoja.



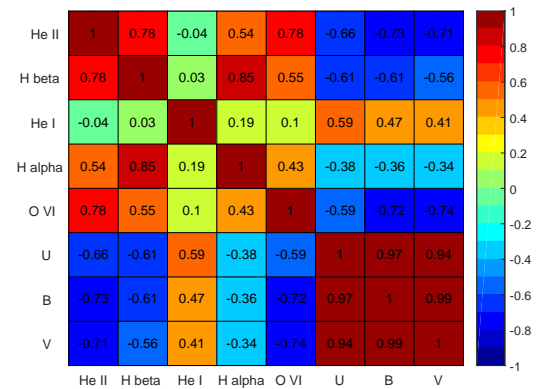
(a) Obdobie E4- E5.



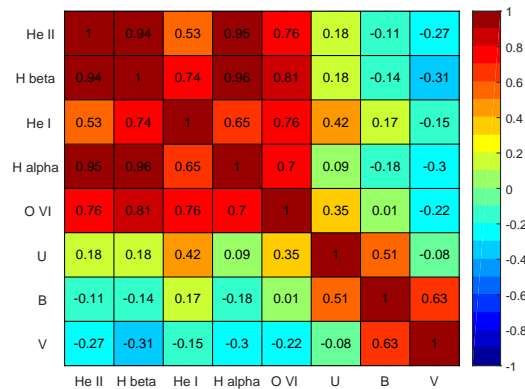
(b) Obdobie Q\*.



(c) Obdobie E6- E10.

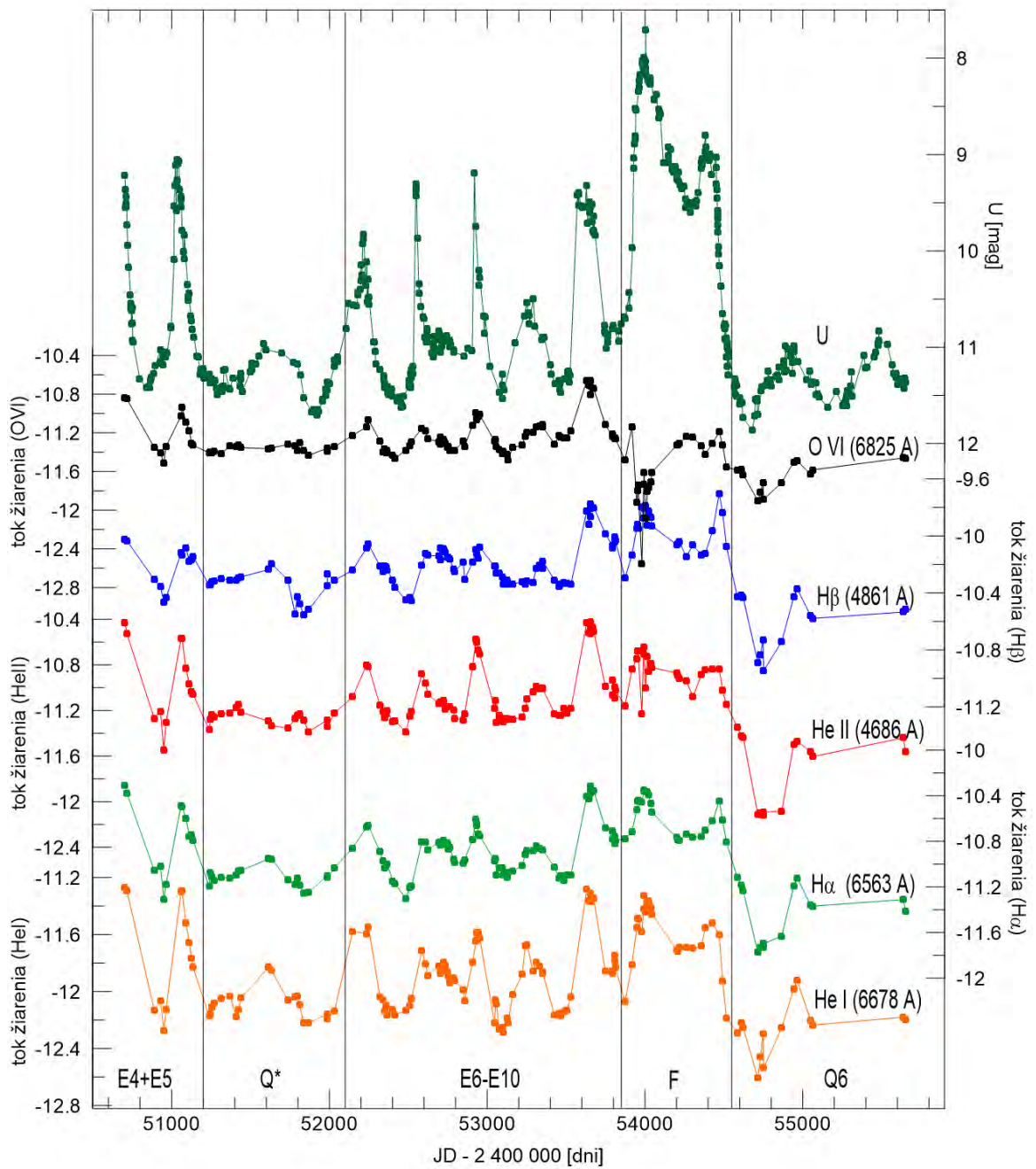


(d) Obdobie F.

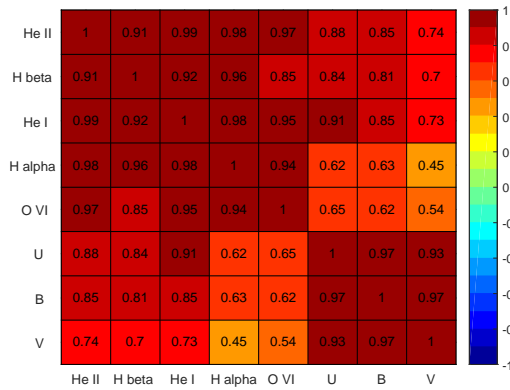


(e) Obdobie Q6.

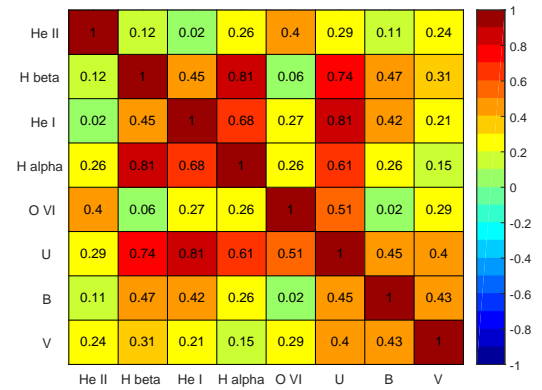
**Obr. C.20:** Korelačné koeficienty ekvivalentných šírok skúmaných emisných čiar a tokov vo filtroch  $U$ ,  $B$  a  $V$ .



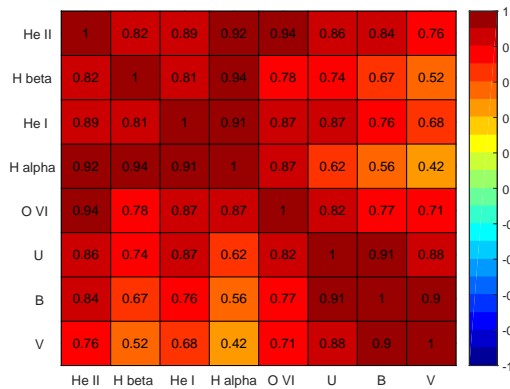
**Obr. C.21:** Časová závislosť tokov žiarenia jednotlivých emisných spektrálnych čiar AG Dra v porovnaní s fotometrickými dátami získanými vo filtri *U*. Pre zvýraznenie priebehu dát sú body preložené interpolačnou krivkou (metóda spline). Vertikálne čiary označujú delenie období aktivity a pokoja.



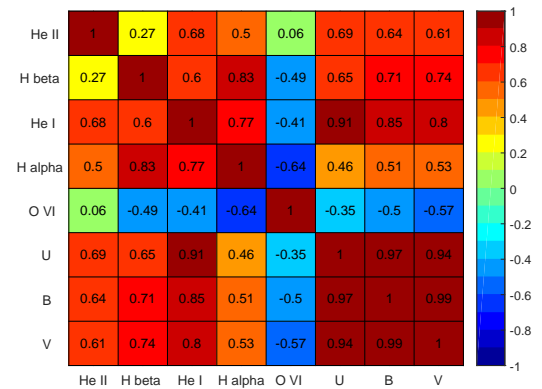
(a) Obdobie E4- E5.



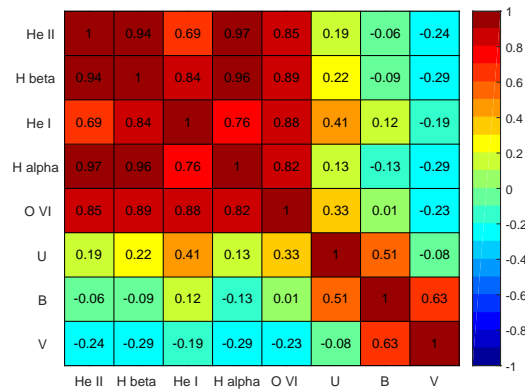
(b) Obdobie Q\*.



(c) Obdobie E6- E10.



(d) Obdobie F.



(e) Obdobie Q6.

**Obr. C.22:** Korelačné koeficienty tokov žiarenia skúmaných emisných čiar a tokov vo filtroch  $U$ ,  $B$  a  $V$ .