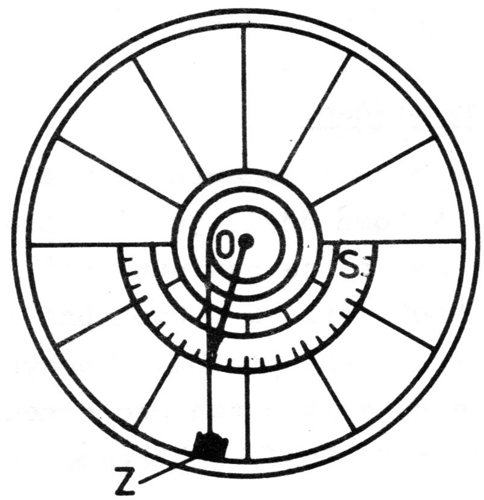
XIII. Měření momentu setrvačnosti kola

Metoda kyvů

Moment setrvačnosti tělesa lze určit z měření doby kmitu T. Pro měření momentu setrvačnosti bylo uzpůsobeno kolo z jízdního kola (obr. 1). Kolo je zavěšeno tak, že se s malým třením může otáčet kolem vodorovné osy O. Na obvod zavěšeného kola lze umístit kulové závaží Z o hmotnosti m. Vychýlíme-li kolo z rovnovážné polohy, začne systém vykonávat kmitavý pohyb. Z pohybové rovnice systému, při omezení se na malé výchylky z rovnovážné polohy a při zanedbání tření, lze odvodit výraz pro moment setrvačnosti kola



Obr. 1

$$I = ml\left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - l\right), \qquad (1)$$

kde g je místní tíhové zrychlení, l je vzdálenost středu závaží od osy otáčení O. Užití vztahu (1) lze měřit moment setrvačnosti tělesa *metodou kyvů.* Měření spočívá v určení hmotnosti závaží vážením na technických vahách, ve změření vzdálenosti l posuvným a pásovým měřítkem a ve změření doby kmitu T stopkami. K nastavení vhodné výchylky slouží stupnice S.

Metoda otáčení

K měření momentu setrvačnosti lze užít také metody otáčení. K tomu účelu je kolo opatřeno souosými válci. Na válec poloměru r je navinuta niť. Na konci nitě je připevněno závaží hmotnosti m. Uvolněné závaží uvádí systém do zrychleného otáčivého pohybu. Z pohybových rovnic studované soustavy lze odvodit vztah pro moment setrvačnosti kola I. Zanedbáme-li tření, dostaneme vyjádření pro I ve tvaru

$$I = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right) \qquad \text{nebo} \qquad I = mr^2\left(\frac{g}{r\cdot\varepsilon} - 1\right), \qquad (2)$$

kde a je zrychlení a ε je úhlové zrychlení.

V reálných případech musíme vzít v úvahu tření. Budeme předpokládat, že velikost tření nezávisí podstatně na rychlosti otáčení kola. Působení sil tření budeme charakterizovat jejich momentem M_T. Zavedeme-li tření do pohybové rovnice systému kola a závaží, dostaneme pro moment setrvačnosti kola označený jako I_k

$$I_k = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right) - \frac{r}{a}M_T \quad \text{resp.} \quad I_k = mr^2\left(\frac{g}{r\cdot\varepsilon} - 1\right) - \frac{1}{\varepsilon}M_T\ . \qquad (3)$$

Zavedeme-li si nyní označení:

$$I^* = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right) \quad \text{resp.} \quad I^* = mr^2\left(\frac{g}{r\cdot\varepsilon} - 1\right) \tag{4}$$

pro nekorigovaný moment setrvačnosti určený podle vztahu (2) bez započtení tření a

$$\alpha = \frac{r}{a} \quad \text{resp.} \quad \alpha = \frac{1}{\varepsilon} \tag{5}$$

vidíme, že nekorigovaný moment setrvačnosti je lineárně závislý na hodnotě parametru α. Platí totiž

$$I^* = I_k + \alpha M_T \ . \tag{6}$$

Korigovaný moment setrvačnosti kola I_k lze tudíž určit tak, že změříme I^* při různých hodnotách parametru α a metodou nejmenších čtverců určíme parametry I_k a M_T lineární funkce (6).

Určení úhlového zrychlení

Pro sběr dat a jejich částečné zpracování při metodě otáčení je užito počítače. Po obvodu kola jsou v pravidelných vzdálenostech vytvořeny zářezy. Při otáčení kola je přerušován světelný paprsek mezi zdrojem (LED-dioda) a detektorem (fototranzistor). Tím vznikají ve fotoelektrickém snímači elektrické pulzy, které jsou po zesílení a vytvarování načteny do počítače. Počítač umožňuje též měřit čas a tím je možné zaznamenávat časy při každém průchodu zářezu snímačem. Je-li po obvodu kola zářezů 100, otočí se kolo mezi dvěma zářezy o úhel $\Delta\varphi = 2\pi/100$.

Čas Δt je doba potřebná pro pootočení kola o tento úhel $\Delta\varphi$. Pro střední hodnotu úhlové rychlosti v i-tém časovém intervalu platí následující vztah:

$$\omega_i = \frac{\Delta\varphi_i}{\Delta t_i} = \frac{2\pi}{100\Delta t_i} \ . \tag{7}$$

Považujeme-li pohyb za rovnoměrně zrychlený (tj. $\omega = \varepsilon \cdot t$), lze velikost úhlového zrychlení získat jako směrnici regresní přímky závislosti $\omega = f(t)$. V případě, že pohyb není rovnoměrně zrychlený (např. vlivem nerovnoměrného tření v ložisku kola), závislost $\omega = f(t)$ není lineární a změřená data nejsou vhodná pro další zpracování.

Literatura:

[1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1967, st. 2.2.4, čl. 2.2.4.3

[2] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1983, st. 2.2.3