

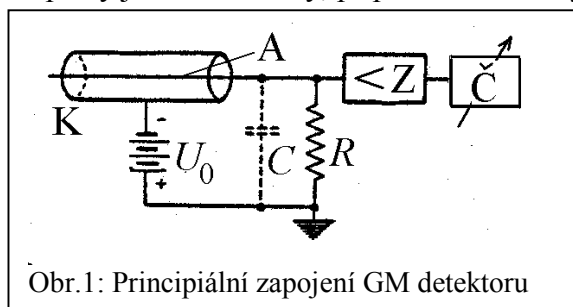
Studium statistických jevů při jaderném rozpadu Geigerovým - Müllerovým detektorem

1. Geigerův-Müllerův detektor

a) Princip činnosti a konstrukce

Geigerův-Müllerův detektor (GM detektor) patří (vedle ionizačních komor a proporcionálních detektorů - viz například [1,2]) k tzv. plynovým detektorům. V principu je tvořen výbojkou pracující nad prahem zapálení samostatného výboje, v níž prvotní ionizace, vyvolaná detekovaným zářením, vybudí lavinovitou ionizaci náplně výbojky a tudíž i silný proudový impuls v příslušném elektrickém obvodu. Konstrukce výbojky a parametry obvodu jsou přitom uzpůsobeny tak, aby zabezpečili co nejrychlejší zhášení samostatného výboje a detektor byl připraven k detekci další částice. Výhodou GM detektoru ve srovnání s jinými typy plynových detektorů je velmi vysoké zesílení prvotní ionizace; GM detektory však nejsou schopny rozlišovat energii, ani druh záření.

Jak uvidíme níže, je pro činnost Geigerova-Müllerova detektoru důležitá velká nehomogenita elektrického pole ve výbojové dráze. Proto se nejčastěji konstruují v koaxiálním uspořádání dvou válcových elektrod; vnější válcová elektroda tvoří katodu „K“, v jejíž ose je napačeno tenké vlákno (o průměru 0,005 – 0,1 mm) tvořící anodu „A“. Základní plynovou náplň je zpravidla vodík, nebo některý inertní plyn (helium, argon) o tlaku řádu 100 mbar. Konkrétní konstrukce detektoru závisí na typu záření pro které je určen. (Například detektory určené pro detekci částic s malým doletem musí být vybaveny tenkostěnným okénkem.) Principiální zapojení GM detektoru do pracovního obvodu je uvedeno na obr. 1. Detektor je připojen ke zdroji pracovního napětí U_0 ; podstatnými prvky pro jeho činnost jsou pracovní odpor R , spolu s celkovou kapacitou C , která efektivně působí mezi elektrodami detektoru. Vzniklé elektrické pulsy jsou zesilovány, případně tvarovány zesilovačem „Z“ a registrovány čítačem „Č“.



Všimneme si nejdříve procesů po dopadu ionizujícího záření, které vyvolá v pracovním objemu detektoru alespoň jeden ionizační akt. V případě výše zmíněného typu plynové náplně bude produktem dvojice kladný iont a volný elektron (viz např. [3], stať 7.1.1 a 7.6.7) a obě částice se počnou pohybovat účinkem elektrického pole k elektrodám. Elektrony, které se účinkem elektrického pole pohybují k anodě,

přicházejí v její blízkosti do oblasti s vysokou intenzitou pole a jsou urychlovány tak, že na své dráze při srážkách s atomy plynové náplně určitý počet atomů excitují a určitý počet atomů ionizují. Ionizací vzniká v detektoru primární lavina volných elektronů. Excitované atomy při přechodu do základního stavu emitují fotony, které při dopadu na katodu mohou produkovat fotoelektrony a ty, při svém pohybu k anodě, produkují sérii sekundárních lavin volných elektronů. V detektoru jsou splněny podmínky pro samostatný výboj a proud detektorem

v závislosti na čase exponenciálně vzrůstá k jisté maximální hodnotě I_m , při které – díky úbytku na pracovním odporu R – napětí na detektoru poklesne natolik, že přestanou platit podmínky pro existenci samostatného výboje. Přitom je třeba si uvědomit, že velikost proudu I_m nezávisí na počtu primárních nabitých částic, produkovaných dopadajícím ionizujícím zářením.

Kladné ionty mohou při dopadu na katodu rovněž produkovat sekundární elektrony přispívající k lavinovitému nárůstu koncentrace nosičů proudu v detektoru; tento proces však není zpravidla podstatný; kladné ionty se při dopadu na katodu většinou jen neutralizují. Důležitější je, že kladné ionty se pohybují podstatně pomaleji než elektrony, takže jejich koncentrace roste a svým prostorovým nábojem ovlivňují průběh elektrického pole v detektoru. Důsledkem může být zánik podmínek pro existenci samostatné vodivosti a proud detektorem pak bude exponenciálně klesat k nule a napětí na detektoru se bude asymptoticky blížit k napětí vnějšího zdroje U_0 .

Důsledkem uvedených procesů, vyvolaných dopadem ionizujícího záření, je tedy vznik proudového pulsu, který na pracovním odporu vyvolá napěťový impuls $u(t)$, schematicky znázorněný na obr. 2. Rychlost útlumu pulsu je zřejmě dána časovou konstantou obvodu RC , takže pokles napětí na pracovním odporu je dán vztahem

$$u(t) \approx u_m \exp \frac{t}{RC}. \quad (1)$$

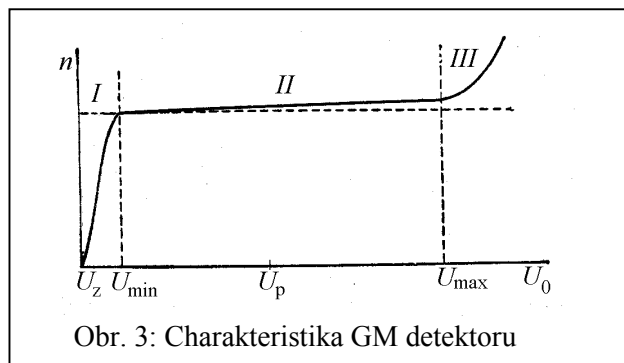
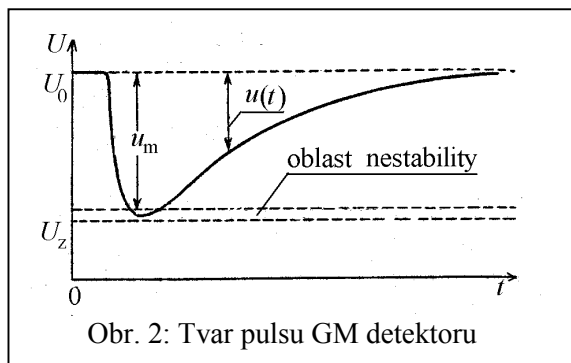
Ve skutečnosti se však napěťový puls může výrazně lišit od ideálního průběhu podle obr. 2 jednak díky tomu, že při poklesu napětí mezi elektrodami detektoru na hodnotu blízkou k zápalnému napětí U_z , se proud v detektoru stává nestabilní a mohou vznikat jeho oscilace a jednak i tím, že při lavinovitém nárůstu proudu může v detektoru vzniknout neustálený stav vedoucí k oscilacím náběžné hrany pulsu. Jevy tohoto druhu nežádoucím způsobem prodlužují délku pulsu. Proto se k jejich potlačení používaly speciální elektronické „zhášecí obvody“, které zabezpečovaly rychlejší pokles napětí na detektoru pod hodnotu U_z . V současné době se však klasické GM detektory prakticky nepoužívají; jsou nahrazeny detektory s tzv. *samozhášecí náplní*, které zhášecí obvody nepotřebují a mohou být zapojovány do obvodu podle obr. 1 s pracovním odporem $R = 10^5 - 10^6 \Omega$.

Do obvyklé náplně (jednoduchý plyn – vodík nebo argon) se přidává malé množství par organické látky, obvykle etylalkoholu. Při srážkách iontů s těmito molekulami nedochází k jejich ionizaci či excitaci, nýbrž k disociaci. Tím se omezí vznik sekundárních lavin fotoelektronů a výboj v detektoru velmi rychle zhasíná.

Molekuly organické přísady potom znovu regenerují. Jsou však schopny podstoupit disociační a regenerační cyklus jen v omezeném počtu, čímž je omezena i životnost samozhášecí náplně a tím i celého GM detektoru. Tuto nevýhodu nemají detektory, jejichž samozhášecí komponentu náplně tvoří molekuly halogenových prvků (Cl_2 , Br_2 , J_2).

b) Charakteristika detektoru

Je-li detektor umístěn do blízkosti konstantního zdroje ionizujícího záření, je četnost detekovaných pulsů n (tj počet pulsů detekovaných za jednotku času) závislá na napětí U mezi elek-



trodami. Tato závislost se nazývá charakteristikou detektoru, jejíž typický průběh je uveden na obr. 3. V oblasti *I*, v níž napětí detektoru U málo převyšuje zápalné napětí U_z , četnost pulsů s rostoucím napětím velmi rychle vzrůstá; pro tuto oblast je rovněž charakteristický značný rozptyl v amplitudách jednotlivých pulsů. Oblast *II* v intervalu napětí U_{\min} až U_{\max} , tzv. plato charakteristiky, tvoří její pracovní část – pracovní napětí detektoru U_p se volí ve středu této oblasti. Pro oblast *III*, v níž napětí na detektoru převyšuje hodnotu U_k , je charakteristický vznik falešných impulsů (nekorespondujících s dopadem ionizujících částic). Celková četnost registrovaných impulsů tedy rychle vzrůstá. Pro životnost detektoru není žádoucí dlouhodobější provoz při napětí značně převyšujícím hodnotu U_p .

Kvalitu detektoru určuje sklon charakteristiky v oblasti plata, charakterizovaný relativním vzrůstem četnosti pulsů při vzrůstu napětí o 100 V, a délka plata $U_{\max} - U_{\min}$. U kvalitního detektoru by délka plata měla převyšovat 100 V a sklon charakteristiky by neměl převyšovat 3 %.

c) Mrtvá doba a metody jejího měření

Částice, která vstoupí do prostoru detektoru v době rozvinutého výboje nemůže v detektoru vybudit žádný impuls a není tudíž detekována. Další částice může být tudíž detekována až po určité době τ_D , nazývané mrtvou dobou detektoru. Doba τ_D však přesně vzato nezávisí jen na vlastnostech samotného detektoru, ale i na citlivosti registračního zařízení. Bezprostředně po zhasnutí výboje není totiž v náplni detektoru ihned ustaven výchozí stacionární stav. Ten nastává až po určité době τ_R , nazývané dobou regenerace, kdy ionizující částice může opět vybudit puls o původní amplitudě. V době regenerace amplituda impulsů postupně vzrůstá, takže citlivé zařízení může i tyto pulsy registrovat a doba necitlivosti celé detekční trasy τ , kterou je možné zjišťovat experimentálně, může být často ztotožněna s mrtvou dobou detektoru τ_D .

Vliv mrtvé doby může zkreslit či zcela znemožnit měření při větších četnostech sledovaných částic. Registruje-li totiž počítač za jednotku času n impulsů, je doba, po kterou je schopen částice zaznamenat, ve skutečnosti $(1-n\tau)$, kde τ je mrtvá doba zařízení. Skutečný počet částic n_s vstupujících do detektoru za jednotku času je tedy

$$n_s = \frac{n}{1-n\tau}. \quad (2)$$

Vztah (2) umožňuje korigovat vliv mrtvé doby, známe-li její hodnotu τ a není-li četnost registrovaných částic příliš velká. Mrtvou dobu τ lze určovat několika metodami – viz například [2,3]. Všimneme si velmi často užívané metody dvou zářičů. Při jejím použití postupujeme tak, že nejdříve změříme pozadí, tj. četnost pulsů n_{p1} pocházejících od jiných než studovaných zdrojů záření. Pak umístíme do vhodné vzdálenosti první zdroj a změříme četnost n_1 . Aniž bychom pohnuli prvním zářičem, přidáme do vhodné vzdálenosti od detektoru druhý zářič a změříme četnost n_{12} . Dále odstraníme první zářič, přičemž druhý ponecháme na místě, a změříme četnost n_2 . Nakonec odebereme i druhý zářič a opakujeme měření pozadí. Získanou hodnotu označíme n_{p2} ; pro vyhodnocování mrtvé doby použijeme aritmetický průměr obou hodnot n_{p1} a n_{p2} , kterou označíme n_p .

K výpočtu mrtvé doby lze užít přibližný vztah (viz například [2,3])

$$\tau = \tau_1 \left[1 + \frac{\tau_1}{2} (n_{12} - n_p) \right], \quad (3)$$

v němž

$$\tau_1 = \frac{n_1 + n_2 - n_{12} - n_p}{2(n_1 - n_p)(n_2 - n_p)} \quad (4)$$

Protože hodnota čitatele posledního zlomku vychází obvykle podstatně menší než jednotlivé četnosti n_1 , n_2 , n_{12} , je třeba všechny veličiny určit dostatečně přesně – viz odstavec 2.c.

2. Statistické vlastnosti jaderného rozpadu

a) Rozdělení četnosti

Značné procento experimentů v jaderné fyzice sleduje částice (nebo kvanta elektromagnetického záření), produkované makroskopickými soubory jader, které dopadají do detektoru. Tyto jevy mají vesměs statistický charakter. Například při sledování procesu spontánního rozpadu nestabilních jader je základní veličinou pravděpodobnost p toho, že se ve zvoleném časovém intervalu Δt dané konkrétní jádro rozpadne. Pravděpodobnost toho, že se stav tohoto jádra nezmění je pak zřejmě rovna $q = 1 - p$. Pravděpodobnost $P_m(n)$ toho, že za zvolený časový interval se z celkového počtu m jader rozpadne určitý počet n je dána Bernoulliho binomickým rozdělením (viz například [5])

$$P_m(n) = \binom{m}{n} p^n q^{m-n}. \quad (5)$$

Pro soubory v jaderné fyzice je charakteristické, že $m \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, přičemž $mp \rightarrow \mu$. V této limitě (viz opět [5]) přechází binomické rozdělení v rozdělení Poissonovo

$$P(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}, \quad (6)$$

v němž veličina μ má zřejmě význam středního počtu rozpadů v časovém intervalu Δt . Střední četnost rozpadů \bar{n} je pak dána vztahem

$$\bar{n} = \frac{\mu}{\Delta t}. \quad (7)$$

Pro velké hodnoty \bar{n} lze Poissonovo rozdělení aproximovat rozdělením Gaussovým, zapsaným ve tvaru

$$P_\sigma(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (8)$$

v němž pro statistický rozptyl platí $\sigma^2 = \mu$. Při studiu jaderného rozpadu je možné se empiricky přesvědčit, že již pro $\mu \approx 20$ lze Poissonovo a Gaussovo rozdělení považovat za prakticky shodná.

Podstatným rysem studia jaderného rozpadu je skutečnost, že rozptyl počtu detekovaných částic při opakovaných měřeních nevzniká chybami měření či nedokonalostmi aparatury, ale je důsledkem fyzikální podstaty studovaných procesů. Výsledkem studia je diskrétní náhodná veličina řídící se shora uvedenými rozděleními, jejíž fyzikální význam je počet detekovaných částic v daném časovém intervalu.

b) Statistický rozptyl a chyby měřených veličin

Statistický rozptyl σ^2 náhodné veličiny se zpravidla definuje jako střední hodnota čtverce odchylek od střední hodnoty. Pro veličinu s Poissonovým rozdělením platí

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \mu)^2 P(n) = \mu. \quad (9)$$

Odmocnina z této veličiny $\sigma = \sqrt{\mu}$ představuje tedy střední kvadratickou chybu (respektive odchylku daného výsledku od střední hodnoty μ) jednoho měření počtu pulsů v daném časovém intervalu Δt . Pro praktické určení chyby lze veličinu μ nahradit naměřeným počtem pulsů. Střední kvadratická chyba měření je tedy dána vztahem

$$\sigma = \sqrt{n}. \quad (10)$$

Pro relativní chybu platí

$$\vartheta = \frac{\sigma}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (11)$$

Připomeneme některé základní vlastnosti Gaussova (normálního) rozdělení:

- i. Při dostatečně vysokých počtech pulsů, kdy se vlastnosti Poissonova rozdělení příliš neliší od rozdělení Gaussova, má i střední kvadratická chyba podle vztahu (10) známou vlastnost, že 97 % výsledků se od střední hodnoty liší o méně než 3σ .
- ii. Součtem nezávislých náhodných veličin charakterizovaných Gaussovým rozdělením se statistickými rozptyly $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \dots$ je náhodná veličina stejného charakteru, jejíž statistický rozptyl σ^2 je dán vztahem

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots \quad (12)$$

- i. Vynásobením náhodné veličiny s Gaussovým rozdělením charakterizovaným statistickým rozptylem σ_0^2 konstantou C , vznikne náhodná veličina stejného typu, charakterizovaná statistickým rozptylem σ^2

$$\sigma^2 = C^2 \sigma_0^2. \quad (13)$$

Z uvedené skutečnosti plyne například, že chceme-li snížit střední kvadratickou chybu k -krát, musíme prodloužit dobu měření k^2 -krát. Chceme-li tudíž při měření dvou zářičů s různými četnostmi pulsů dosáhnout srovnatelnou střední kvadratickou chybu, musíme volit doby měření $\Delta t_1, \Delta t_2$ tak, aby naměřené počty pulsů n_1, n_2 splňovaly vztah

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}}. \quad (14)$$

Ve skutečnosti detektor registruje i určitý počet pulsů působených jinými zdroji než měřený vzorek. Jde o t zv. *pozadí*, které je třeba při přesnějším určování aktivity vzorku eliminovat. Způsob eliminace závisí ovšem na vzájemném poměru aktivit a zpravidla se rozlišují tři situace:

- i. Četnost působená pozadím je o více než tři řády nižší než četnost pulsů působená vzorkem. V tomto případě je možné pro běžná měření pozadí zanedbat.
- ii. Četnost působená pozadím je o jeden až dva řády nižší než četnost působená vzorkem. V tomto případě je třeba příspěvek pozadí odečíst, chybu měření však lze určovat bez ohledu na pozadí.
- iii. Četnosti působené pozadím i vzorkem jsou stejného řádu. V tomto případě je třeba pozadí nejen odečíst, ale při stanovení chyby je třeba brát zřetel i na chybu v určení pozadí. Skutečnou chybu v určení aktivity zářiče σ_z pak lze pak s ohledem na vztah (12) vypočítat ze vztahu

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_{z,p}^2 + \sigma_p^2}, \quad (15)$$

v němž $\sigma_{z,p}$ a σ_p značí postupně chybu měření zářiče včetně pozadí a chybu měření pozadí. Pro korekci aktivity zářiče i pro výpočet chyb musí ovšem všechny uvažované veličiny odpovídat stejné době měření. Nejčastěji se pracuje s chybou vztaženou k četnosti

$$\sigma_{\bar{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\Delta t}. \quad (16)$$

Často přichází v úvahu úloha, stanovit dobu měření nutnou k dosažení předepsané relativní chyby ϑ_z studovaného zářiče. Lze postupovat tak, že se nejdříve změří pozadí tak, aby relativní chyba tohoto měření byla menší než předepsaná hodnota ϑ_z . Potřebná doba měření zářiče se volí tak, aby byl splněn vztah (14).

Všimneme si ještě problému určení chyby měření mrtvé doby detektoru. Tu lze stanovit pomocí chyby veličiny τ_1 , zanedbáme-li chybu jmenovatele ve vztahu (4), což je obvykle

možné s ohledem na podstatně větší intenzity zářičů vzhledem k intenzitě pozadí. Pro relativní chybu veličiny τ_1 pak platí

$$\vartheta_{\tau,1} = \frac{\sigma_{\tau,1}}{\tau_1} = \frac{\sqrt{\bar{n}_1 + \bar{n}_2 + \bar{n}_{1,2} + \bar{n}_p}}{n_1 + n_2 - n_{1,2} - n_p}. \quad (17)$$

3. Experimentální uspořádání

Detektor je v podstatě je v podstatě zapojen podle obr. 1. Pro měření charakteristiky detektoru, jeho mrtvé doby, i pro sledování závislosti intenzity zářiče na vzdálenosti zářiče od detektoru jsou zdroj napětí U_0 , zesilovač „Z“, i čítač „Č“ součástí starší Laboratorní měřicí soupravy NZQ, jejíž popis je u úlohy k dispozici. Studium statistických vlastností jaderného rozpadu je automatizováno speciálním programem pro připojený počítač, který současně slouží jako programovaný čítač. Popis programu a způsob jeho ovládání je obsaženo v Dodatku 1, který je u úlohy rovněž k dispozici.

Jako zdroje detekovaného záření slouží uzavřené vzorky radionuklidu Cs^{137} s poločasem rozpadu 30 roků. Pro měření se používá spektrální čára gama o energii 662 MeV.

Literatura

- [1] D. Nosek, V. Vorobel: Studium ionizačních komor, Návod k úloze A 2 FP IV
- [2] Z. Korbel: Praktikum jaderné fyziky I., SPN Praha 1971
- [3] B. Sedlák, I. Štoll: Elektřina a magnetismus, ACADEMIA – KAROLINUM Praha 1993
- [4] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření (I), SPN Praha 1983
- [5] K. Zvára, J. Štěpán: Pravděpodobnost a matematická statistika, MATFYZPRESS, Praha 1997