

7 Prostorové kvantování magnetického momentu atomu (Sternův-Gerlachův experiment)

1. Princip a historie experimentu

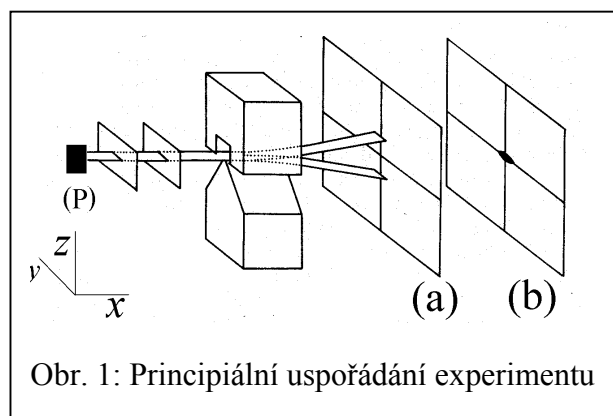
Sternův-Gerlachův experiment, který nezpochybnitelným způsobem prokázal existenci prostorového kvantování magnetického momentu atomu, sehrál ve dvacátých letech minulého století významnou roli v procesu formulování kvantové mechaniky. Spolu s jinými tehdy známými experimentálními výsledky nepochybně přispěl k formulaci hypotézy elektronového spinu v roce 1925 a následně byl i v rámci této hypotézy reinterpretován.

Základní idea Sternova-Gerlachova experimentu vychází z poznatku, že na magnetický dipól μ vložený do magnetického pole \mathbf{B} působí síla \mathbf{F} (viz například [1])

$$\mathbf{F} = (\mu \nabla) \mathbf{B}, \quad (1)$$

kteřá je schopna prostorově separovat jednotlivé momenty v závislosti na směru jejich orientace. Tato idea je ve studovaném experimentu aplikována na magnetické momenty volného atomu. Uvedený princip dává v zásadě i možnost přímého měření velikosti magnetického momentu atomů a tedy i velikosti Bohrova magnetonu. Dosažitelná přesnost je však omezená v důsledku nemožnosti určit s dostatečnou přesností gradient makroskopického magnetického pole působícího na vyšetřované atomy. Skutečnost, že se dnes velikost Bohrova magnetonu určuje nepřímou s mnohem větší přesností, nezmenšuje principiální historický význam Sternova-Gerlachova experimentu, který spočívá především v přímém důkazu existence prostorového kvantování magnetického momentu atomu.

Principiální uspořádání experimentu je znázorněno na obr. 1. Svazek atomů kovu vypařovaného v pídce (P), šířící se ve směru osy x ,



je vycloňován soustavou štěrbin a prochází nehomogenním magnetickým polem $\mathbf{B} \equiv (0, 0, B)$, orientovaným ve směru osy z , s gradientem $\partial B / \partial z$. Tímto polem je svazek ve směru osy z prostorově rozdělován působením síly F_z v závislosti na velikosti a znamení z -ové složky μ_z magnetického momentu jednotlivých atomů. Struktura svazku je pozorována v rovině (a), jak je v obrázku vyznačeno. (V rovině (b) je schematicky vyznačena struktura svazku

magnetickým polem neovlivněného.) Pro danou geometrii lze vzorec (1) konkretizovat a sílu F_z vyjádřit ve tvaru

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (2)$$

Jelikož podle kvantové mechanických představ je složka μ_z kvantována, měl by se atomový svazek rozštěpovat na několik komponent, jejichž počet by odpovídal počtu možných hodnot

μ . V klasickém uspořádání byly zkoumány atomy stříbra a jejich svazek se štěpil na dvě složky.

Idea Sternova-Gerlachova experimentu našla uplatnění i v následujících desetiletích, například v možnosti studia statistických parametrů atomových či molekulových svazků, či v dalším využití možnosti prostorově separovat atomy v závislosti na jejich kvantových stavech. Jako příklad této aplikace můžeme uvést Rabiho experiment (viz např. [2]), kterým byl v roce 1930 na atomovém svazku objeven jev nukleární magnetické rezonance, jímž byla dána první možnost přesného měření magnetických momentů atomových jader. Pro podrobnější poučení o historickém rámci a významu Sternova-Gerlachova experimentu odkazujeme na přehlednou práci [3].

2. Experimentální uspořádání

a) Charakteristika klasického uspořádání

Původní Sterново-Gerlachovo uspořádání bylo publikováno v roce 1921 [4]. V experimentu bylo studováno chování atomového svazku stříbra (o průměru 0,05 mm) v evakuovaném prostoru ($10^{-2} \div 10^{-3}$ Pa) při průchodu silně nehomogenním magnetickým polem.

Svazek atomů byl získáván vypařováním stříbra v ocelové elektrické pídce chlazené vodou, v jejímž víku byl kruhový otvor o ploše 1 mm^2 . Ve vzdálenosti 1 cm od víka pícky byla umístěna platinová clona s otvorem o průměru 0,05 mm a za ní, ve vzdálenosti 3 cm a těsně před pólovými nástavci magnetu, poslední clona stejných parametrů. Po průchodu prostorem mezi pólovými nástavci (délky 3 cm) byly atomy stříbra deponovány na skleněné destičce umístěné bezprostředně za pólovými nástavci magnetu.

Uspořádání a způsob vyhodnocování původního Sternova-Gerlachova experimentu je možné charakterizovat těmito parametry:

- S ohledem na tehdejší úroveň vakuové techniky bylo zvoleno uspořádání s nejkratší možnou délkou svazku.
- Uvedená okolnost vyžadovala magnetické pole s co největší nehomogenitou. Byl použit magnet, jehož jeden pól měl tvar břitu a druhý tvar kanálku o šířce 3 mm a hloubce 30 mm (viz obr. 1). Je zřejmé, že velikost i gradient magnetického pole jsou největší v blízkosti hrany břitu a se vzdáleností od této hrany velmi silně klesají. Z důvodu minimalizace zkreslení svazku prostorově proměnnými parametry magnetického pole musel být maximálně zmenšován jeho průměr; jak bylo uvedeno, byl používán svazek o průměru 0,05 mm.
- Ani po osmihodinové expozici nebyly stopy stříbra na skleněné destičce přímo patrné a musely být zviditelněny pomocí vhodné chemické reakce.

Z uvedeného je zřejmé, že realizace a vyhodnocení experimentu v původním uspořádání, které bylo podmíněno tehdejším stavem experimentální techniky, bylo obdivuhodným dílem a nemůže být použito pro výukové účely.

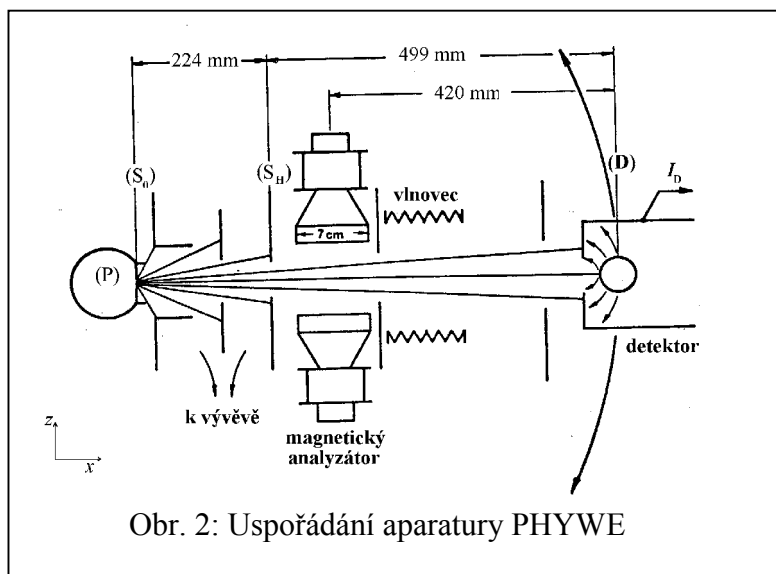
b) Charakteristika použitého uspořádání

Základní část aparatury je výrobek firmy PHYWE Gottingen, určený pro výukové účely [5]. Vakuová čerpací soustava byla vyrobena a dodána firmou VAKUUM Praha, v rámci činnosti Sdružení MFF – VAKUUM Praha.

Současná vakuová technika umožňuje pracovat s podstatně delším svazkem obdélníkového průřezu (délka 70 cm, průřez 0,3x4 mm), přičemž technika vakuových rychlospojek umožňuje rychlou montáž a demontáž aparatury. Použité parametry svazku a princip jeho detekce Langmuírovým – Taylorovým detektorem dále umožňují mnohem snazší a rychlejší měření i vyhodnocování výsledků.

(i) Chod atomového svazku aparaturou

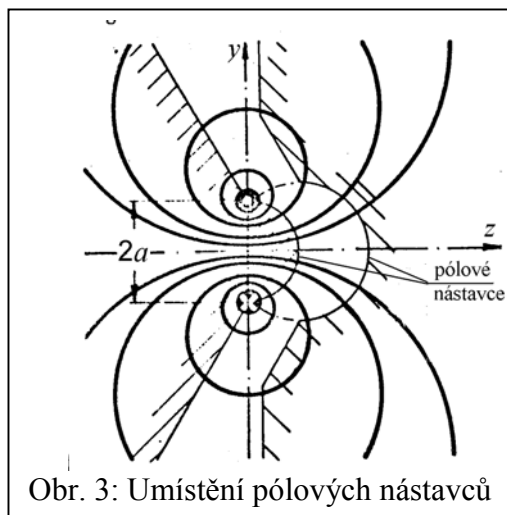
Místo stříbra, používaného v klasickém experimentu, je aparatura firmy PHYWE zařízení na použití atomů draslíku, které mají stejný základní stav $S_{1/2}$ jako stříbro. Výhodami ve srovnání se stříbrem jsou podstatně nižší teplota potřebná k vypařování (maximálně 200 °C), podstatně snazší způsob čištění aparatury od usazenin vypařovaného kovu a v neposlední řadě, díky nízké ionizační energii, výhodné vlastnosti pro použití Langmuírova–Taylorova detektoru. Nevýhodou je vysoká chemická reaktivita draslíku.



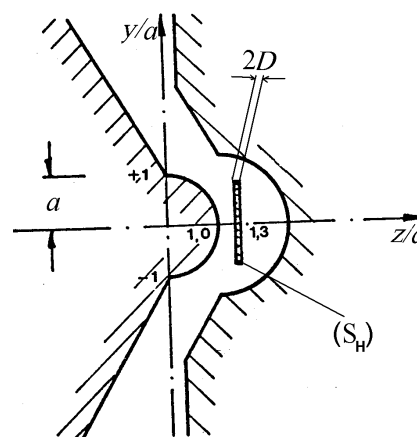
Obr. 2: Uspořádání aparatury PHYWE

Schematické uspořádání je uvedeno na obr. 2. Nekolimovaný svazek atomů draslíku prochází štěrbinou (S_0) ve víku pícky (o výšce 2 mm a šířce 0,1 mm), orientovanou ve směru osy y . (Aparatura je uspořádána tak, že osa y reprezentuje vertikální směr.) Svazek je dále kolimován soustavou dalších štěrbin před průchodem magnetickým analyzátozem a postupuje dále do detektoru (D); pro kolimaci je podstatná především štěrbina (S_H), o rozměrech 0,3x4 mm,

umístěná blízko před vstupem svazku do analyzátoru. Ostatní štěrby zabírají především usazování draslíku na nevhodných místech stěn aparatury. Jejich umístění a rozměry jsou vo-



Obr. 3: Umístění pólových nástavců



Obr. 4: Umístění hlavní štěrby

leny tak, aby na jedné straně bylo co nejvíce usnadněno čištění, ale aby na druhé straně příliš nesnižovaly efektivní průřez aparatury důležitý pro rychlost čerpání. O významu těchto štěrbin svědčí skutečnost, že řádově jen každý miliontý atom draslíku, který projde výchozí štěrbinou (S_0), dosáhne detektoru.

(ii) Magnetický analyzátor

Jak je patrné z obr. 2, délka magnetického analyzátoru 7 cm je více než dvojnásobná ve srovnání s klasickým uspořádáním, v němž délka analyzátoru činila 3 cm. Díky tomu jsou na velikost gradientu magnetického pole kladeny nižší nároky a konstrukce analyzátoru může více přihlížet k možnosti přesného určení gradientu.

Použitý analyzátor je tvořen elektromagnetem, jehož pólové nástavce jsou konstruovány tak, aby jeho magnetické pole simulovalo pole dvojice přímých, nekonečně dlouhých vodičů o vzájemné vzdálenosti $2a$, $a = 2,5$ mm (viz obr. 3). Pólové nástavce, zhotovené z magneticky měkkého železa, musí tedy tvořit plochy válcovitého tvaru tak, aby indukční čáry magnetického pole přímých vodičů tvořily ortogonální trajektorie k povrchu pólů – viz obr. 3. Za předpokladu že materiál pólových nástavců není příliš nasycen, takže pro jeho relativní permeabilitu platí $\mu_r \approx 1$, jsou indukční čáry pole magnetu prakticky kolmé k povrchu pólových nástavců a magnetické pole magnetu skutečně simuluje průběh pole dvojice přímých vodičů. Obr. 4 zobrazuje umístění kolimační štěrby (S_H) vůči poloze pólů magnetu, které je voleno tak, aby gradient magnetického pole v místě štěrby byl pokud možno konstantní. Jeho hodnotu lze určit výpočtem z analytického vyjádření průběhu pole dvojice přímých vodičů. V uvedené konfiguraci je možné s dostatečnou přesností (viz [5]) hodnotu gradientu vyjádřit jednoduchým vztahem

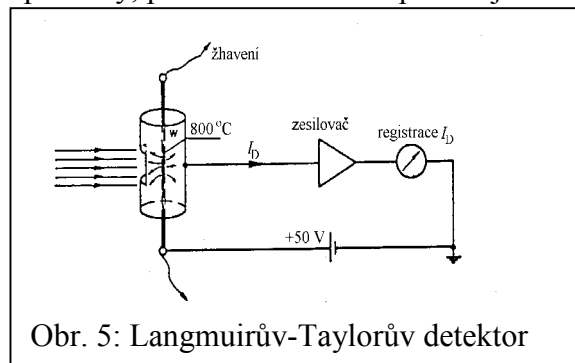
$$\left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_{z=1,3a} \approx 0,968 \frac{B_H}{a}, \quad (3)$$

v němž B_H značí magnetickou indukci v místě štěrby S_H . Její hodnota je výrobcem určena experimentálně v závislosti na magnetizačním proudu po předchozí demagnetizaci jádra.

(iii) Detektor

Pro detekci svazku atomů draslíku je použit t.zv. Langmuirův – Taylorův detektor, jehož uspořádání včetně principiálního zapojení měřicího obvodu je uvedeno na obr. 5. Je v podstatě tvořen diodou v koaxiálním uspořádání. „Katoda“ (respektive emisní elektroda) je tvořena wolframovým vláknem o průměru 0,25 mm žhaveným na teplotu přibližně 800°C . „Anodu“ (respektive sběrnou elektrodu) tvoří niklový válec, v němž je vyříznuta štěrbina tak, aby detekované atomy mohly dopadat na žhavenou elektrodu, která při uvedené teplotě jen velmi málo emituje elektrony (výstupní práce wolframu $\phi_w = 4,5$ eV). Atomy draslíku dopadající na katodu jsou však vzápětí vypařeny v iontovou formě, neboť ionizační energie draslíku ($\phi_k = 4,3$ eV) je menší než výstupní práce wolframu. Ionty jsou urychlovány napětím sběrné elektrody přibližně -50 V. Iontový proud I_D procházející systémem detektoru (řádové velikosti 100 pA) je po zesílení registrován vhodným měřidlem.

Zdroj atomového svazku (píčka) a detektor jsou montovány na opačných koncích tubusu aparatury, přičemž v základní poloze jsou všechny clony i vstupní otvor detektoru uspořádány



souose. Část tubusu aparatury je tvořena vlnovcem, takže jeho detektorová část je pohyblivá ve směru kolmém k ose paprsku – jak je schematicky naznačeno na obr. 2. Definovaný pohyb detektoru je zajištěn pákou otočnou kolem svislého čepu (umístěného ve středu magnetického analyzátoru) a ovládanou šnekovým převodem spojeným s knoflíkem opatřeným stupnicí. Na ose šnekového převodu

je namontován spirálový potenciometr, z něhož je možné odebírat napětí závislé na poloze detektoru. Vzdálenost osy čepu a emisní elektrody detektoru činí 420 mm – viz obr.2.

Definovaný posuv umožňuje registrovat prostorové rozložení atomů ve svazku, a to buď bod po bodu, nebo – s využitím napětí ze spirálového potenciometru – také souřadnicovým zapisovačem. Prostorové rozlišení je dáno průměrem emisní elektrody detektoru, tj. 0,25 mm.

(iv) Vakuová čerpací soustava

Pro úspěšnou realizaci Sternova–Gerlachova experimentu je nezbytné vakuum zajišťující střední volnou dráhu atomů draslíku větší (nebo alespoň srovnatelnou) s celkovou délkou dráhy atomů ve svazku, která činí 723 mm. Pro bezpečnou realizaci je požadavek na vakuum $5 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-3}$ Pa ($5 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$ mbar), přičemž případný zbytkový tlak uhlovodíků by neměl přesáhnout $4 \cdot 10^{-5}$ Pa ($4 \cdot 10^{-7}$ mbar), neboť pravděpodobnost srážky s těmito rozměrnými molekulami je značně vyšší. Pro proces plnění pícky draslíkem a pro její čištění je nezbytné promývat aparaturu inertním plynem (argonem, respektive suchým dusíkem).

S ohledem na uvedené požadavky bylo při konstrukci aparatury uplatněno hledisko vyhnout se součástem využívajícím uhlovodíky jako pracovní media. Místo tradiční rotační vývěvy byla proto pro nízkovakuový stupeň použita dvojice kryogenních sorpčních vývěv typu AP 25, vyráběných firmou VAKUUM Praha, s čerpací kapacitou 25 l dusíku při tlaku 100 kPa a mezním dosažitelným vakuem 0,1 Pa (10^{-3} mbar). Druhý, vysokovakuový stupeň je osazen titanovou iontově sorpční vývěvou typu IPT 20, vyráběnou rovněž firmou VAKUUM Praha. Vývěva má čerpací rychlost 20 l/s dusíku při tlaku 10^{-4} Pa (10^{-6} mbar) a dosahuje mezního vakuu 10^{-9} Pa (10^{-11} mbar). Vývěva pracuje při napětí 6 kV a je napájena speciálním zdrojem, vybaveným možností trvalého monitorování pracovního proudu a automatickou nadproudovou ochranou vývěvy; překročení nastavené maximální úrovně proudu je signalizováno a zdroj se stanoveným postupem automaticky vypíná.

Čerpací jednotka je dále vybavena širokorozsahovým digitálním vakuometrem, osazeným kombinovanou Piraniho a Penningovou měrkou, s automatickým přepínáním jednotlivých funkčních módů. Funkční rozsah vakuometru je $10^5 - 10^{-7}$ Pa (1000 – $2 \cdot 10^{-9}$ mbar).

3. Teorie a vyhodnocování Sternova-Gerlachova experimentu

a) Magnetický moment atomu a jeho chování v magnetickém poli

Atom draslíku má ve vnější slupce jediný elektron, jehož základní stav je 4s; orbitální moment atomu je tedy nulový. Magnetický moment elektronového obalu atomu draslíku μ je tedy dán jen spinem S vnějšího elektronu. Platí

$$\mu = -\frac{e}{2m_e} g_s S, \quad (4)$$

kde e a m_e značí velikost náboje a hmotnost elektronu a g_s tzv. g -faktor elektronového spinu, jehož hodnota $g_s = 2$ byla do nerelativistické kvantové mechaniky zavedena ve dvacátých letech 20. století na základě tehdy známých experimentů a později vyplynula z Diracovy relativistické teorie elektronu. Z přesných radiospektroskopických měření, prováděných v polovině 20. století, i z jejich interpretace v rámci kvantové elektrodynamiky plyne hodnota $g_s = 2,0024$. (Odchylka od „klasické“ hodnoty $g_s = 2$ se někdy nazývá anomálie magnetického momentu elektronu.)

Složka S_z momentu hybnosti atomu v daném směru z je charakterizována kvantovým číslem m_s , které může nabývat dvou hodnot $m_s = \pm 1/2$. Platí

$$S_z = m_s \hbar \quad (5)$$

a odpovídající složky magnetického momentu jsou dány vztahem

$$\mu_z = -\frac{e\hbar}{2m_e}m_s = -g_s m_s \mu_B, \quad (6)$$

v němž $\mu_B = e\hbar/2m_e$ značí Bohrov magneton.

Ve vnějším magnetickém poli $\mathbf{B} \equiv (0, 0, B)$ působí tedy na atomy síla F_z podle vztahu (2)

$$F_z = -g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (7)$$

kteřá je schopna prostorově separovat jednotlivé atomy v závislosti na hodnotě kvantového čísla m_s .

b) Prostorová struktura atomového svazku

(i) Rozdělení rychlostí atomů

K produkci atomového svazku s dostatečnou rychlostí atomů je potřebná dostatečně vysoká teplota v píce. (V případě atomů draslíku je žádoucí teplota 180 – 200 °C.) Rychlost vypařených atomů je charakterizována Maxwellovým rozdělením rychlostí, tj. počet atomů s rychlostí v intervalu $(v, v+dv)$ v každém elementárním objemu pícky dV je úměrný známému výrazu

$$v^2 \exp\left(-\frac{Mv^2}{k_B T}\right),$$

přičemž tato proporcionalita platí i v případě, kdy uvažujeme jen atomy šířící se z daného elementárního objemu dV daným směrem, vymezeným úzkým prostorovým úhlem $d\Omega$. V uvažovaném experimentu je však třeba uvažovat všechny atomy, které vystoupí z určité plošky dS výstupního otvoru pícky v krátkém časovém intervalu $(t, t+dt)$ do uvažovaného prostorového úhlu. Jejich počet je zřejmě roven počtu atomů, které jsou v okamžiku t obsaženy v objemu $(v \cdot dt \cdot dS)$; hustota toku atomů vycházejících z výstupního otvoru pícky v uvažovaném směru je tudíž úměrná třetí mocnině jejich rychlosti.

(ii) Obecné vlastnosti atomového svazku při průchodu aparaturou

Atomy draslíku se po průchodu výstupním otvorem pícky šíří nejdříve soustavou štěrbin, které vycloňují svazek před vstupem do magnetického analyzátoru. Prostorový profil svazku, tj. závislost četnosti atomů na souřadnici z a na hodnotě magnetického kvantového čísla m_s v rovině (M) na obr. 6, popíšeme funkcí $\Phi_{m_s}(z)$. Charakter této funkce je především dán uspořádáním soustavy clon a její konkrétní vlastnosti budou diskutovány níže. Budeme však vždy předpokládat, že funkce je nenulová jen uvnitř intervalu $(-D, D)$ a že pro $m_s = -1/2$ je $u - z < 0$ a pro $m_s = +1/2$ je $u - z > 0$, což odpovídá směru síly F_z podle (2) - viz obr. 6.

Uvažujme nejdříve dráhu vybraného atomu, který po průchodu clonou (S_H) vstupuje do magnetického analyzátoru, tj. prochází rovinou (M) na obr. 6 v bodě o souřadnici z rychlostí v . Atom hmotnosti M získá za dobu průletu analyzátozem $\Delta t = L/v$ hybnost ve směru osy z danou vztahem

$$M\dot{z} = F_z \Delta t = -\frac{L}{v} g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}.$$

Za dobu $t = L/v$ dosáhne roviny detektoru (D) v bodě o souřadnici u

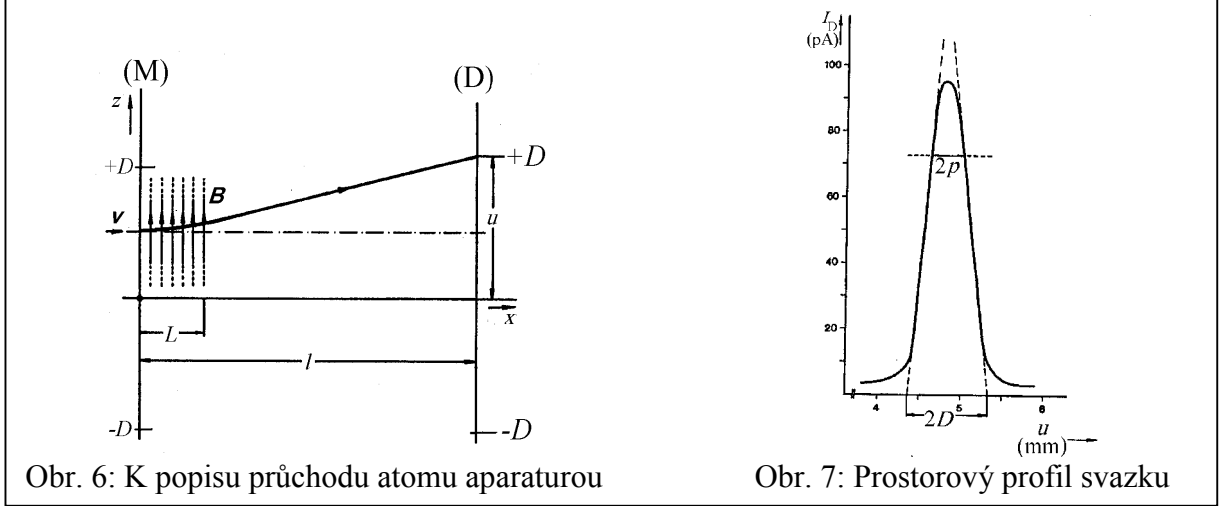
$$u = z + \frac{1}{2} \dot{z} \Delta t + \dot{z}(t - \Delta t) = z + \dot{z} \frac{L}{v} \left(1 - \frac{L}{2L}\right) = z - \frac{L}{Mv^2} \left(1 - \frac{L}{2L}\right) g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}.$$

V aproximaci $g_s = 2$ platí $g_s m_s = \pm 1$. V každé situaci lze tedy napsat

$$\frac{Mv^2}{2k_B T} = \frac{q}{|u-z|}, \quad (8)$$

přičemž jsme označili

$$q = -\frac{lL\left(1 - \frac{L}{2l}\right)\mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2k_B T}. \quad (9)$$



Obr. 6: K popisu průchodu atomu aparaturou

Obr. 7: Prostorový profil svazku

Pro výsledek experimentu je rozhodující počet atomů registrovaný detektorem, který je zřejmě dán rozdělením četnosti atomů v rovině (D) na obr. 6. Tato četnost nechť je popsána funkcí $I(u)$, jejíž hodnota je již přímo úměrná proudu detektoru; k její hodnotě budou nepochybně přispívat všechny atomy n , vstupující do magnetického analyzátoru se všemi možnými rychlostmi a hodnotami souřadnice z . Zřejmě platí $I(u) = \partial n / \partial u$.

Podle shora řečeného, pro počet atomů dn vstupujících do magnetického analyzátoru v intervalu souřadnice z ($z, z+dz$) a rychlosti v ($v, v+dv$), platí úměrnost

$$dn = A \Phi_{m_s}(z) v^3 \exp\left(-\frac{Mv^2}{k_B T}\right) dv dz, \quad (10)$$

přičemž konstanta úměrností A je dána příslušnou normovací podmínkou. Avšak všechny atomy vstupující do magnetického analyzátoru s danou souřadnicí z , jeví v rovině (D) různou hodnotu souřadnice u jen díky různým hodnotám rychlosti. Lze proto využít formální diferenciál

$$v^3 dv = \frac{1}{4} \left| \frac{\partial v^4}{\partial u} \right| du$$

a s využitím vztahů (8) a (9) vyjádřit

$$v^3 dv = \left[\frac{lL\left(1 - \frac{L}{2l}\right)\mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{8M} \right]^2 \frac{du}{|u-z|}. \quad (11)$$

Po dosazení výsledku (11) do (10) lze s opětným využitím (8) a (9) získat obecný výraz pro $I(u)$

$$I(u) = n_0 \left[\int_{-D}^D \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{dz}{|u-z|^3} + \int_{-D}^D \Phi_{+\frac{1}{2}}(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{dz}{|u-z|^3} \right], \quad (12)$$

v němž jsme označili

$$n_0 = - \frac{\left[L \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \right]^2}{8M^2} A.$$

Ve speciálním případě, kdy se magnetické pole i jeho gradient blíží k nule, atomy nejsou vychylovány, takže v našem přiblížení pro každý atom platí $u \approx z$. Prostorový profil svazku pak není závislý na kvantovém čísle m_s a může být popsán novou funkcí $\Phi_0(z)$, jejíž průběh je určen jen soustavou clon a je tudíž jinak totožný s funkcemi $\Phi_{m_s}(z)$, pro které nyní platí

$$\Phi_{-\frac{1}{2}}(z) \approx \Phi_{+\frac{1}{2}}(z).$$

Pro rozdělení četnosti atomů v rovině (D) $I_0(u)$ lze tedy psát jednoduchý vztah

$$I_0(u) = A \Phi_0(u), \quad (13)$$

v němž A značí normovací konstantu.

(iii) Prostorový profil svazku

Podmínkou pro využití obecných vzorců (12) respektive (13) při vyhodnocení experimentu je konkrétní znalost funkcí $\Phi_m(z)$ respektive $\Phi_0(z)$, což je možné jen v určité aproximaci. Při řešení tohoto problému vyjdeme z empirické zkušenosti pro danou aparaturu, podle níž lze podstatnou část průběhu funkce $\Phi_0(z)$ dobře aproximovat dvěma přímými úseky vycházejícími z bodů $-D$ a D , na něž navazuje parabolický vrchol – viz obr. 7. Při vhodné volbě měřítka os můžeme funkci analyticky vyjádřit ve tvaru

$$D + z \quad \text{pro } -D \leq z \leq -p$$

□

$$\Phi_0(z) = \rightarrow D - \frac{p}{2} - \frac{z^2}{2p} \quad \text{pro } -p \leq z \leq +p \quad (14)$$

□

$$D - z \quad \text{pro } +p \leq z \leq +D$$

Z tvaru vzorce vyplývá, že funkce má nenulové derivace podle proměnné z do druhého řádu. Proměřením $I_0(u)$, tj. proměřením závislosti proudu detektoru na souřadnici u při nulovém magnetickém poli, lze parametry D a p pro danou aparaturu určit způsobem, který demonstruje obr. 7.

Analogicky lze aproximovat i funkce $\Phi_m(z)$ a podle vztahu (12) vyjádřit v konkrétním tvaru i funkci $I(u)$, jejíž hodnoty budou závislé na velikosti gradientu magnetického pole a tedy i na hodnotě veličiny q . Funkce $I(u)$ bude mít zřejmě dvě lokální, symetricky položené maxima při určitých hodnotách souřadnice $u = \pm u_e$, $u_e > 0$. Velikost u_e bude rovněž funkcí veličiny q a hodnotu lze principiálně určit z podmínky

$$\left(\frac{\partial I(u)}{\partial u} \right)_{u=u_e} = 0.$$

Prakticky však není daný problém jednoduše analyticky řešitelný pro libovolnou hodnotu gradientu magnetického pole. Pro dostatečně vysoké hodnoty gradientu lze však exponenciální funkce v (12) rozvinout v mocninnou řadu a získat přibližné řešení. V přiblížení prvních pěti členů rozvoje lze získat výsledek [6]

$$q = 3u_e - \frac{C}{u_e}, \quad (15)$$

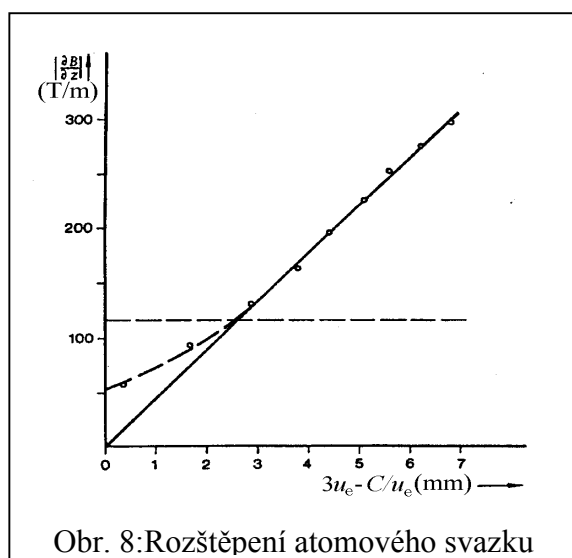
kde

$$C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}}. \quad (16)$$

(iv) Určení Bohrova magnetonu.

Ze vztahů (9) a (15) lze pro Bohrov magneton získat výraz

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right)} \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B_z}{\partial z}}. \quad (17)$$



Obr. 8: Rozštěpení atomového svazku

Z proměřených závislostí $I(u)$ pro řadu hodnot gradientu magnetického pole lze získat závislost mezi veličinami $(3u_e - C/u_e)$ a $\partial B/\partial z$. Z těchto hodnot lze sestavit graf podle obr. 8, z jehož přímkové části (nad vodorovnou čárkovanou přímkou) je možné určit střední hodnotu veličiny

$$K = \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B_z}{\partial z}}. \quad (18)$$

Jejím použitím lze ze vztahu (17) určit hodnotu Bohrova magnetonu. Velikost gradientu magnetického pole určujeme pomocí vztahu (3) v závislosti na měřeném

magnetizačním proudem s využitím kalibrační křivky magnetu.

4. Parametry aparatury a pokyny pro měření.

i. Obecné informace a pokyny

- Aparatura je trvale čerpána. Součástí pracovního úkolu je tedy jen kontrola dosaženého vakua.
- Podrobné schéma zapojení aparatury a kalibrační křivka magnetu jsou uvedeny v DODATKU 1, který je přiložen.
- **UPOZORNĚNÍ:** Topení pícky a žhavení detektoru nesmí být zapnuto při vakuu horším než $1 \cdot 10^{-2}$ Pa, ($1 \cdot 10^{-4}$ mbar).

ii Parametry některých součástí a pokyny pro jejich provoz

Pícka:

- Pracovní teplota leží v intervalu $180 - 200^\circ \text{C}$; odpovídající pracovní napětí: asi 5,5 V.
- Pro urychlené dosažení pracovní teploty je možné krátkodobě (maximálně na 10 min.) zvýšit napájecí napětí až na 12 V.

Detektor:

- Žhavení detektoru může být zapnuto jen při vakuu lepším než $1 \cdot 10^{-2}$ Pa, ($1 \cdot 10^{-4}$ mbar). Odpovídající pracovní napětí je asi 8,5 V.

- Zbytkový proud detektoru by neměl příliš přesáhnout 10 pA. Pro jeho snížení je možné (POUZE PŘI DOSTATEČNE DOBRÉM VAKUU A ZA PŘÍTOMNOSTI UČITELE) krátkodobě (na dobu nejvýše 30 sekund) zvýšit žhavicí napětí až na 16 V.

Magnetický analyzátor

- Maximální přípustná hodnota magnetizačního proudu je 1 A.
- Kalibrační křivka magnetu je obsahem DODATKU 1, který je k dispozici u úlohy.
- Při změně magnetického pole je třeba magnet demagnetizovat komutací proudu při jeho postupném snižování.
- Předepsaným hodnotám magnetizačního proudu odpovídají tyto hodnoty pole:

200 mA	0,135 T
400 mA	0,305 T
600 mA	0,410 T
800 mA	0,590 T

Parametry atomového svazku:

- Délka magnetického analyzátoru (viz. obr. 6) $L = 70$ mm.
- Vzdálenost počátku magnetického analyzátoru (M) a roviny detektoru (D) – viz obr. 6 – $l = 455$ mm.
- Poloviční vzdálenost os hypotetických vodičů modelujících magnetické pole analyzátoru $a = 2,5$ mm.
- Posuv detektoru ve směru kolmém na směr svazku: jedna otáčka na stupnici šnekového převodu odpovídá posuvu osy detektoru o 1,8 mm.

Literatura

- [1] B. Sedlák, I. Štoll: Elektřina a magnetismus, ACADEMIA – KAROLINUM, Praha 1993
- [2] I. Úlehla, M. Suk, Z. Trka: Atomy, jádra, částice, ACADEMIA, Praha 1990
- [3] B. Friedrich, D. Hersbach: Space Quantization – Otto Stern's Lucky Star, DAEDALUS, Science in Culture, 127(1998)165
- [4] O. Stern: Z. Phys 7(1921)249
- [5] PHYWE Stern-Gerlach Apparatus, Operating Instructions No 09054.88, PHYWE Göttingen 2000
- [6] Laboratory experiments: Physics, PHYWE series of publications, No 5.1.11, PHYWE Göttingen