XXI. Měření tíhového zrychlení

Měření tíhového zrychlení z doby kmitu kyvadla

Libovolné těleso můžeme nechat kývat v tíhovém poli Země kolem osy, která neprochází těžištěm tělesa jako *fyzické kyvadlo*. Doba kmitu T fyzického kyvadla, tj. nejkratší doba, po níž se pohyb kyvadla opakuje, je s dostatečnou přesností určena výrazem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) , \tag{1}$$

kde I je moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení, m je hmotnost kyvadla, g je místní tíhové zrychlení, d je vzdálenost těžiště od osy otáčení, α je maximální úhlová výchylka těžiště z rovnovážné polohy.

Matematickým kyvadlem se rozumí hmotný bod hmotnosti m, umístěný na jednom konci nehmotného závěsu délky l, volně otáčivého kolem osy, která prochází druhým koncem závěsu. Moment setrvačnosti takového kyvadla je dán vztahem

$$I = ml^2 \ . \tag{2}$$

Dobu kmitu matematického kyvadla T_M určíme z rovnice (1). Platí

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) . \tag{3}$$

Omezíme-li se na malé výchylky z rovnovážné polohy, je doba kmitu matematického kyvadla

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \ . \tag{4}$$

Necháme-li těžkou kouli kývat s malým rozkmitem na tenkém, lehkém a pevném vlákně, můžeme se velmi přiblížit podmínkám, za kterých byla rovnice (4) odvozena. Z měření doby kmitu pak můžeme určit místní tíhové zrychlení

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_M^{\ 2}} \ . \tag{5}$$

Je třeba posoudit, zda se pro dané uspořádání experimentu nedopouštíme příliš velké systematické chyby (vzhledem k chybám dílčích měření l a T_M), měříme-li g na základě vztahu (4) namísto vztahu (1), tj. zanedbáváme-li hmotnost závěsu, rozměr závaží a velikost výchylky z rovnovážné polohy. K výpočtu chyby způsobené tímto přiblížením je třeba vyjádřit moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení.

Pro moment setrvačnosti homogenní koule poloměru r vůči ose procházející těžištěm platí

$$I_{0koule} = \frac{2}{5}m_k r^2 \ . \tag{6}$$

Moment setrvačnosti homogenní tyče délky L vzhledem k ose kolmé k délce tyče a procházející těžištěm lze vyjádřit vztahem

$$I_{0tyč} = \frac{1}{12} m_t L^2 \ . \qquad (7)$$

Moment setrvačnosti tělesa I vzhledem k libovolné ose otáčení je podle Steinerovy věty roven momentu setrvačnosti tělesa hmotnosti M, soustředěné v těžišti, zvětšenému o moment setrvačnosti I_0 tělesa vzhledem k ose rovnoběžné, procházející těžištěm.

$$I = I_0 + Ma^2 \ , \qquad (8)$$

kde a je vzájemná vzdálenost obou os.

Reverzní kyvadlo

Je známo, že fyzické kyvadlo kývá se stejnou dobou kmitu kolem dvou rovnoběžných os ležících v rovině, která prochází těžištěm kyvadla ve dvou případech:

a) jsou-li tyto osy symetricky položeny vzhledem k těžišti

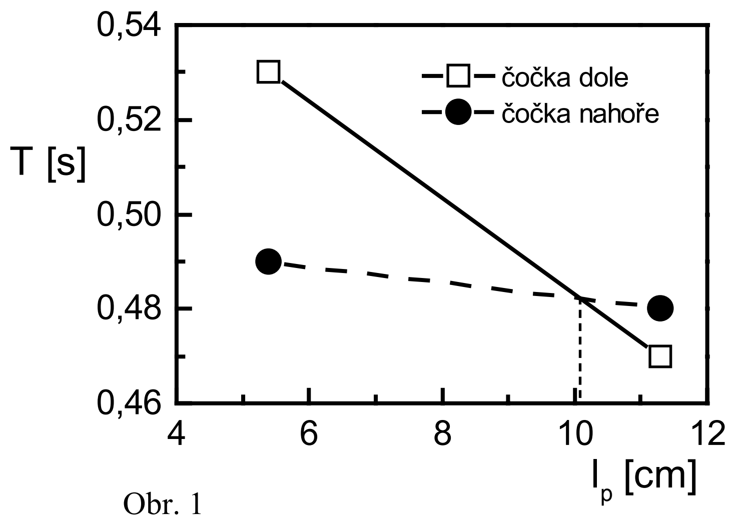
b) jsou-li tyto dvě osy od sebe vzdáleny o redukovanou délku fyzického kyvadla.

Pro experimentální využití je důležitý druhý případ. Nalezneme-li pro kyvadlo dvě rovnoběžné osy, kolem kterých kývá kyvadlo se stejnou dobou kmitu a leží-li tyto osy v rovině procházející těžištěm tak, že jejich poloha vzhledem k těžišti není symetrická, pak vzdálenost těchto os je *redukovanou délkou kyvadla* l_r. Pro dobu kmitu fyzického kyvadla platí

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_r}{g}} \ . \qquad (9)$$

V našem uspořádání je *reverzním kyvadlem* tyč se dvěma rovnoběžnými břity vzdálenými o pevnou vzdálenost D. Na jednom konci tyče je upevněna těžká kovová čočka, která slouží k dosažení nesymetričnosti. Polohu těžiště vůči břitům je možno měnit posouváním čočky po šroubu. Tak lze dosáhnout toho, že kyvadlo kývá kolem obou břitů se stejnou dobou kmitu T. V tom případě je D redukovanou délkou kyvadla a g můžeme určit z rovnice (9).

Pro určení polohy čočky, při které kyvadlo kývá kolem obou os se stejnou dobou kmitu, je vhodné užít metody *grafické interpolace.* Na obr. 1 je znázorněn praktický příklad grafické interpolace při měření s reverzním kyvadlem. Metoda spočívá v sestrojení grafu, kde na osu x vynášíme polohu čočky l_p měřenou dotykovým měřítkem a na osu y odpovídající doby kmitu kyvadla. Protože doby kmitu kolem



Obr. 1

obou os nebudou na počátku měření stejné, přísluší každé poloze čočky dvě doby kmitu. Jedna pro dobu kmitu kolem jedné osy, druhá pro dobu kmitu podle druhé osy otáčení kyvadla. Přímkou spojíme body odpovídající dobám kmitu kolem jedné osy. Takto získáme dvě přímky. Souřadnice x jejich průsečíku udává polohu čočky, při které provedeme další měření. Při této poloze čočky budou již pravděpodobně doby kmitu kolem obou os v mezích pozorovacích chyb stejné. Budou-li se přesto ještě lišit, provedeme postup znovu, s polohami čočky blízkými hodnotě příslušné průsečíku x obou přímek. Z grafu na obr. 1 plyne, že další měření je vhodné provádět při poloze čočky $l_p = 10{,}1\ \mathrm{cm}$.

Literatura:

[1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1967, čl. 2.2.2.4, st. 2.1.2

[2] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1983, čl. 2.1.6.3, st. 2.1.2

[3] Z. Horák, F. Krupka: Fyzika, SNTL, Praha 1981, kap. 2.5.7