

7. MĚŘENÍ INDUKČNOSTÍ A KAPACIT METODOU PŘÍMOU

Úvod

Tato úloha je jednou z těch, které jsou věnovány problematice měření v obvodech se střídavým proudem. Je v podstatě zjednodušenou variantou úlohy 6 (měření účinníku). Vaším úkolem bude z naměřeného napětí a proudu vyhodnotit velikost impedance cívky a kondenzátoru. Protože na rozdíl od úlohy 6 neměříte výkon spotřebovaný v obvodu, nelze vždy vyhodnotit fázový posuv proudu a napětí. Vztahy popisující poměry v obvodech střídavého proudu jsme uváděli již u úlohy 6 [3], zde se proto omezíme na stručnější výklad. Doplnit znalosti si můžete též v 9. kapitole skript [2].

Impedance cívky

Prochází-li elektrický proud harmonického průběhu (v komplexní symbolice $i^* = i_0 \exp\{j\omega t\}$) cívkou, jejíž indukčnost je L , bude okamžitá hodnota napětí na této indukčnosti

$$u^* = L \frac{di^*}{dt} = j\omega Li^* \quad (1)$$

za předpokladu, že odpor cívky je nulový. V rovnici (1) přitom znamená t čas, j imaginární jednotku a ω kruhovou frekvenci ($\omega = 2\pi f$). Výraz ωL se nazývá induktancí cívky a má rozměr ohm (Ω). Jednotkou indukčnosti je henry (H). Jednotkovou indukčnost má vodič, v němž se indukuje elektromotorické napětí jednoho voltu, jestliže se protékající proud mění rovnoměrně o jeden ampér za jednu sekundu.

Napětí na indukčnosti je u cívky, v níž nedochází k přeměně elektrické energie v tepelnou, posunuto vůči proudu o $\pi/2$. V rovnici (1) je tento posuv matematicky vyjádřen násobením imaginární jednotkou j . V každé reálné cívkě dochází ke ztrátám elektrické energie. Tyto ztráty mohou být způsobeny buď odporem vinutí cívky, nebo k nim může docházet v materiálu, z něhož je vyrobeno jádro cívky. Chování reálné cívky pak můžeme vystihnout náhradním schématem daným sériovým řazením odporu R_L a indukčnosti L (obr. 1). Napětí mezi body 1 a 2 na obr.1 bude rovno součtu napětí na odporu R_L a indukčnosti L . V komplexní symbolice můžeme psát

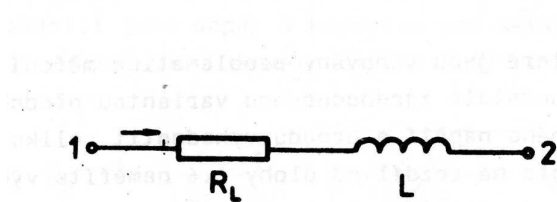
$$u^* = R_L i^* + j\omega Li^* = (R_L + j\omega L) i^* \quad (2)$$

Napětí u^* bude posunuto vůči proudu i^* o úhel φ , který nazveme fázovým posuvem.

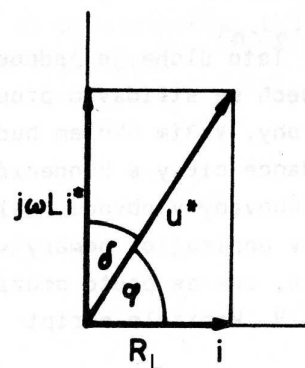
Amplitudové a fázové poměry v obvodu podle obr. 1 jsou schematicky znázorněny na obr. 2.

Tangenta fázového posuvu φ je rovna

$$\tan \varphi = \frac{\omega L}{R_L} = Q \quad (3)$$



Obr. 1



Obr. 2

Veličina $\tan \varphi$ se nazývá činitel jakosti cívky $Q = \tan \varphi$. Při dané indukčnosti je kvalita cívky tím větší, čím menší je její odpor. Veličinou Q se hodnotí kvalita cívky. Běžně je $Q = 10$ až 100 . Impedance cívky je dána komplexním výrazem $Z^* = R_L + j\omega L$. Její velikost je rovna

$$Z = |Z^*| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} \quad (4)$$

Impedance kondenzátoru

Je-li ke kondenzátoru o kapacitě C přiloženo napětí harmonického průběhu $u^* = u_0 \exp\{j\omega t\}$, bude posuvný proud i_p^* tekoucí kondenzátorem roven

$$i_p^* = \frac{j\omega C}{R_C} u^* \quad (5)$$

Zároveň s posuvným proudem však prochází reálným kondenzátorem i vodivostní proud i_v^* (viz obr. 3)

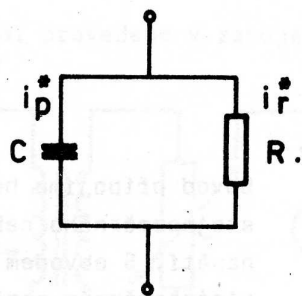
$$i_v^* = \frac{u^*}{R_C}, \quad (6)$$

závislý na odporu R kondenzátoru. Celkový proud i^* kondenzátorem bude roven

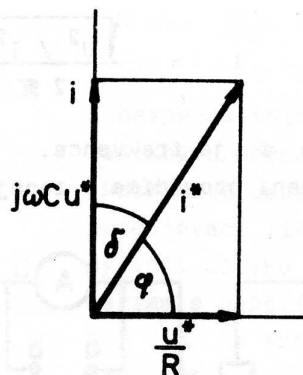
$$i^* = i_p^* + i_v^* = \left(j\omega C + \frac{1}{R_C} \right) u^* \quad (7)$$

a bude posunut vůči přiloženému napětí o úhel φ . Tangenta tohoto úhlu bude rovna $\tan \varphi = \omega R_C C$.

Předchozí vztah plyne z rovnice (7) a je obdobný vztahu (25) z úlohy 6.



Obr. 3



Obr. 4

Kvalita kondenzátoru se hodnotí zpravidla ztrátovým činitelem, což je tangenta úhlu δ , doplňkového k fázovému posuvu φ proudu vůči napětí $(\varphi + \delta) = \pi/2$ (viz obr. 4). Ztrátový činitel je tedy roven reciproké hodnotě $\tan \varphi$ (činitele jakosti)

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega R_c C} \quad (8)$$

Kondenzátor je tím kvalitnější, čím je jeho ztrátový činitel menší, což znamená, čím je při dané kapacitě větší impedance kondenzátoru. S výjimkou elektrolytických kondenzátorů je při síťové frekvenci 50 Hz ztrátový činitel běžných kondenzátorů menší než 10^3 .

Z rovnice (7) plyne, že impedance paralelního zapojení (obráz. 3) odporu a kapacity je rovna (srovnej s výrazem (24) úlohy 6 pro admitanci)

$$Z^* = \left(\frac{1}{R_c^2} + j\omega C \right)^{-1} \quad (9)$$

Velikost impedance bude rovna

$$Z = |Z^*| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_c^2} + \omega^2 C^2}} \quad (10)$$

Měření indukčnosti

Poměr efektivních hodnot napětí a proudu je roven velikosti impedance

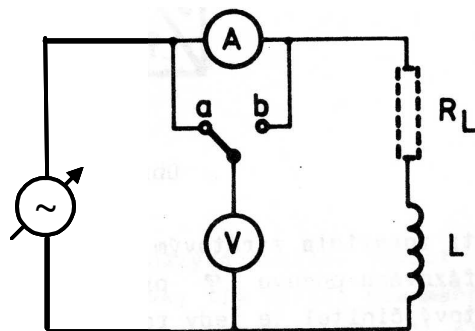
$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} \quad (11)$$

Změříme-li proud protékající cívkou a napětí na ní, určíme hledanou indukčnost ze vztahu

$$L = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}}{2\pi f}, \quad (12)$$

ve kterém f je frekvence.

Měření provádíme v zapojení podle obr.5 .



Obr. 5

Obvod připojíme buď ke zdroji stejnosměrného nebo střídavého napětí. S obvodem napájeným stejnosměrným napětím změříme odpor R_L cívky, který, jak plyne z rovnice (11) pro $\omega = 0$, bude roven poměru napětí U a proudu I . Toto měření provádíme pouze pro cívku bez jádra. Protože odpor cívky je řádově 1Ω , zapojujeme voltmetr za ampérmetr (poloha klíče b). Je vhodné použít napětí 6 V . U cívky s jádrem se uplatňují i ztráty v jádře, které při měření touto metodou nedokážeme určit. Při vyhodnocení indukčnosti k těmto ztrátám nepřihlížíme.

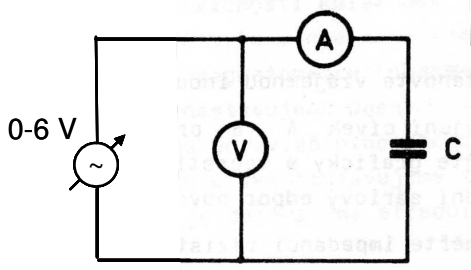
Další měření provedeme se střídavým napětím. Napětí pro obvod odebíráme z regulovaného zdroje střídavého napětí 50 Hz , nebo při malých proudech cívku transformujeme napětí 220 V ~ transformátorem $220 \text{ V}/6,3 \text{ V}$. Napětí v obvodu pak je pouze $6,3 \text{ V}$ a snadněji můžeme nastavit menší hodnoty proudu. Zapojení s napájením obvodu z transformátoru je zakresleno na obr. 6 pro případ měření kapacity.

Měření indukčnosti provádíme ve všech případech pro několik hodnot proudů. Doporučený proudový rozsah je u cívky bez jádra $0,1 \text{ A}$ až $0,5 \text{ A}$, pro cívku s jádrem od $0,05 \text{ A}$ až $0,25 \text{ A}$. U cívky s uzavřeným jádrem je možno při pečlivém měření zjistit závislost indukčnosti na proudu procházejícím cívku. Změny indukčnosti jsou způsobeny závislostí permeability jádra na velikosti magnetické indukce v jádře.

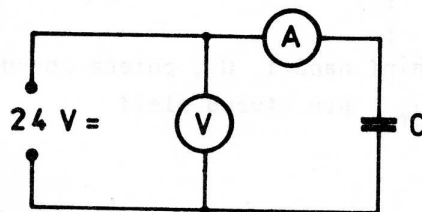
Přesnost měření nebude ovlivněna vnitřním odporem přístrojů, pokud (při zapojení podle obr.5) bude vnitřní odpor voltmetru R_V splňovat podmínku $R_V \gg U/I$ (poloha b) nebo vnitřní odpor R_A ampérmetru bude $R_A \ll U/I$ (poloha a). Splnění nerovností pokládáme za uspokojující, pokud pravá a levá strana se liší alespoň stokrát. Není-li tomu tak, provedeme korekci na vnitřní odpor tak, jak je vysvětleno v úloze 2 [3].

Měření kapacity

Měření provedeme v zapojení podle obr. 6 .



Obr. 6



Obr. 7

Z bezpečnostních důvodů, jelikož u měřené kapacity (kolíčkové dekády) jsou propojovací lišty nechráněny vůči dotyku měříme s napětím pouze 6,3 V ~ z transformátoru. Přesnost měření by bylo možno sice zvýšit při použití vyššího napětí, ovšem při daném uspořádání by to bylo nebezpečné. Zanedbáme-li vliv odporu kondenzátoru $R \gg (\omega C)^{-1}$, je možno kapacitu určit ze vztahu

$$C = I / (2\pi f U) , \quad (13)$$

v němž je I efektivní hodnota proudu, U efektivní hodnota napětí a f frekvence.

Odpor měřených kondenzátorů je řádově $10^6 \Omega$ a více. Zapojujeme proto vždy voltmetr před ampérmetr, jak je zakresleno na obr. 6. Odpor kondenzátoru můžeme přibližně změnit, připojíme-li obvod s voltmetrem a kondenzátorem ke zdroji stejnosměrného napětí (viz obr. 7). Odpor R je pak roven poměru napětí a proudu ($R_C = U/I$). Pro měření proudu použijeme citlivější z obou měřicích přístrojů.

Literatura:

- [1] Brož J. a kol.. Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983 čl. 4.4.6.1, 4.4.6.2, 4.4.7.1, 4.4.7.2
- [2] Sedlák B, Bakule R.: Elektřina a magnetismus, SPN, Praha 1973 II. vyd. 1980, III. vyd. 1986
- [3] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989