Interference a ohyb (difrakce)

Interference a difrakce jsou projevy vlnových vlastností světla. Při výkladu těchto jevů se setkáváme s pojmem *intenzita světla* I. Chápeme ji jako kvadrát intenzity elektrického pole světelné vlny $\vec{E}$ vystředovaný za dobu podstatně delší, nežli je perioda kmitů elektromagnetického pole; tedy $I = \langle \vec{E}^2 \rangle$.

4.1 Základní podmínky pro vznik interference

Řešme případ, jak nalezneme intenzitu světa v libovolném bodě prostoru, kde se překrývají dva světelné svazky. Nejjednodušší případ představují rovinné monochromatické vlny se stejnou frekvencí ω. Zapíšeme je ve tvaru

$$E_1 = A_1 e^{i(\omega t - \vec{k_1}\vec{r}\,)}, \qquad E_2 = A_2 e^{i(\omega t - \vec{k_2}\vec{r}\,)},$$

kde $A_1 = a_1 e^{i\delta_1}$, $A_2 = a_2 e^{i\delta_2}$ jsou komplexní amplitudy a $\vec{k_1}$, $\vec{k_2}$ značí vlnové vektory, pro jejichž velikosti platí $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$. Pro jednoduchost předpokládejme, že vektory $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ jsou rovnoběžné a odhlédneme tedy od vektorového charakteru polí. Výsledné kmity jsou dány superpozicí

$$E = E_1 + E_2 = e^{i\omega t}\left(A_1 e^{-i\vec{k_1}\vec{r}} + A_2 e^{-i\vec{k_2}\vec{r}}\right).$$

Zapíšeme závorku v poslední rovnici jako

$$a e^{i\delta} = a_1 e^{i(\delta_1 - \vec{k_1}\vec{r}\,)} + a_2 e^{i(\delta_2 - \vec{k_2}\vec{r}\,)},$$

tj. a, δ jsou reálná amplituda a fáze výsledných kmitů. Vynásobením této rovnice výrazem komplexně sdruženým dostaneme

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\left[(\delta_2 - \delta_1) + \vec{K}\vec{r}\,\right] = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Zde $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ a $\varphi_i = \left(\delta_i - \vec{k}_i\vec{r}\,\right)$. Pomocí intenzit pak zapíšeme

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1). \tag{4.1}$$

Jsou-li vlny ve fázi, tj. fázový rozdíl se udržuje stále konstantní a rovný sudému násobku π, čili

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\delta_2 - \delta_1) + \vec{K}\vec{r} = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots \tag{4.2}$$

je dle (4.1) v daném bodě prostoru intenzita maximální:

$$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\,\right)^2$$

(neboli v případě stejně intenzivních vln kdy $I_1 = I_2 = I_0$ je $I_{max} = 4I_0$). Jsou-li naopak vlny v daném bodě v protifázi, tj.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\delta_2 - \delta_1) + \vec{K}\vec{r} = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots \tag{4.3}$$

je intenzita minimální:

$$I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\,\right)^2$$

(neboli v případě stejně intenzivních vln $I_{min} = 0$).

Jestliže tedy jsou světelné svazky v pevných fázových relacích, tj. nejsou nezávislé, může být v určitých bodech prostoru intenzita světla větší či menší nežli *pouhý součet* intenzit $I_1 + I_2$; hovoříme o *koherentních svazcích* či odpovídajících *koherentních zdrojích* světla a popsaný efekt nazýváme *interferencí světla*. Jsou-li zdroje světla nezávislé (nekoherentní), k interferenci nedochází.

To, co bylo řečeno pro dvě vlny, platí i pro případ více se překrývajících svazků; hovoříme pak o mnohapaprskové interferenci. Pochopitelně výskyt interferenčních maxim a minim ve vlnových polích není v rozporu se zákonem zachování energie – interference vede pouze k prostorovému přerozdělení energie do maxim a minim se zvýšenou resp. sníženou hustotou energie, zatímco celková zásoba zářivé energie v prostoru zůstává zachována.

4.2 Fázový a dráhový rozdíl

Uvažujeme interferenci dvou rovnoběžných svazků se stejnými vlnovými vektory $\vec{k_1} = \vec{k_2}$. Pak podle vztahu (4.2) fázový rozdíl $\varphi_2 - \varphi_1$ je dán počátečními fázemi vln, resp. jejich rozdílem

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \delta_2 - \delta_1.$$

Stejného efektu, jaký dává počáteční *fázový rozdíl* $(\delta_2 - \delta_1)$, lze dosáhnout jistým *dráhovým rozdílem* mezi interferujícími svazky, neboť ve výrazu (uvažujeme šíření vln podél osy z) $e^{i\varphi} = e^{i(\delta - kz)}$ je matematicky ekvivalentní to, jestliže zvětšíme δ o jistou hodnotu či zmenšíme-li o tutéž hodnotu veličinu kz. Změně $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1$ je tedy ekvivalentní změna $\Delta(kz) = k\ \Delta z$, tedy jistý dráhový rozdíl mezi svazky Δz . Podmínky pro vznik interferenčních maxim (4.2) lze tedy psát

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\ = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots \tag{4.4}$$

čili

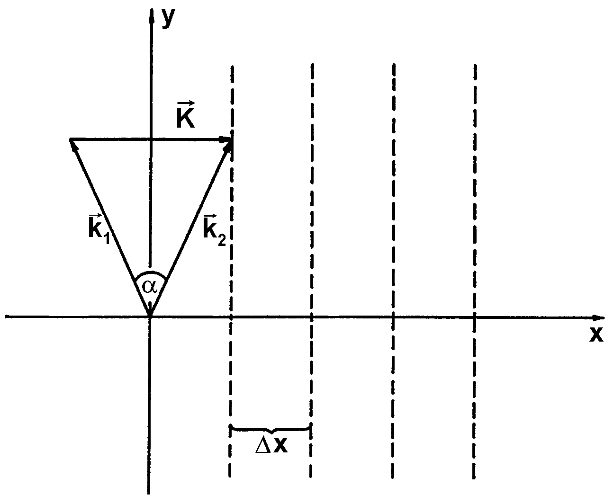
$$\Delta z\ = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots$$

Podobně pro vznik interferenčních minim dostaneme ze vztahu (4.3):

$$\Delta z\ = \frac{\lambda}{2},\ \frac{3\lambda}{2},\ \frac{5\lambda}{2},\ \ldots \tag{4.5}$$

Vznik interferenčních maxim tedy očekáváme v případě, kdy fázový rozdíl mezi interferenčními svazky je roven sudému násobku π či dráhový rozdíl je roven celistvému násobku vlnové délky λ; interferenční minima vznikají při fázovém rozdílu rovnému lichému násobku π či dráhovém rozdílu rovnému lichému násobku $\lambda/2$. Tato elementární fakta slouží jako základ k pochopení úloh 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry, 4.2 Měření indexu lomu Jaminovým interferometrem a 4.3 Jednoduché aplikace interferenčních jevů.

4.3 Interference ve sbíhavých svazcích



Obr. 4,1 Interferenční pole dvou sbíhavých svazků

Nechť $\vec{k}_1$ a $\vec{k}_2$ leží v rovině x, y a nejsou kolineární (obr. 4,1). Vektor $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ je pak ve zvolené souřadné soustavě kolmý k bisektrise úhlu α svíraného oběma svazky. Povrchy konstantních fázových rozdílů $\varphi_2 - \varphi_1 = konst$ tvoří pak dle (4.2) systém paralelních rovin kolmých k vektoru $\vec{K}$, neboť $\vec{K}\vec{r} = \vec{K}(\vec{x} + \vec{y}) = \vec{K}\vec{x}$; tyto roviny jsou znázorněny čárkovaně na obr. 4,1. Podle výše řečeného bude intenzita výsledného vlnění podél těchto rovin konstantní. Vzdálenost Δx mezi dvěma sousedními rovinami s maximální (či minimální) intenzitou lze nalézt z podmínek pro výskyt maxima u jedné takové roviny určené souřadnicí x_1

$$\varphi_2 - \varphi_1 = Kx_1 + (\delta_2 - \delta_1) = 2m\pi$$

a roviny sousední

$$\varphi_2 - \varphi_1 = K(x_1 + \Delta x) + (\delta_2 - \delta_1) = 2(m+1)\pi.$$

Odečtením obou rovnic získáme hledanou vzdálenost

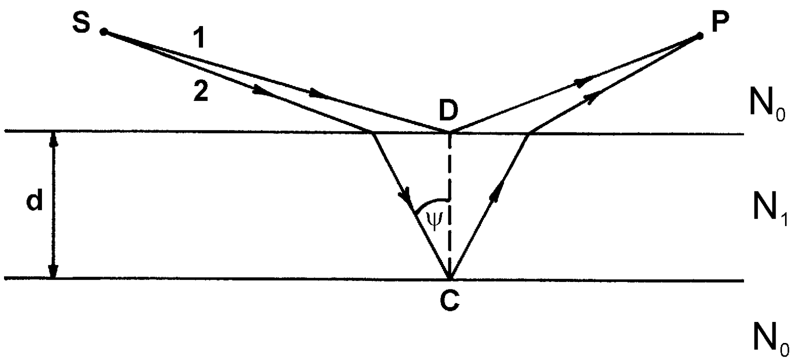
$$\Delta x.K = 2\pi \quad \text{neboli} \quad \Delta x = \frac{2\pi}{K}.$$

Protože $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \frac{2\pi}{\lambda}$, je $K = 2k\sin(\alpha/2)$ a tedy

$$\Delta x = \frac{2\pi}{K} = \frac{\pi}{k\sin(\alpha/2)} = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha/2)}. \tag{4.6}$$

Jestliže tedy vložíme do interferenčního pole na obr. 4,1 stínítko kolmo k ose y objeví se na něm systém světlých a temných proužků (kolmých na rovinu xy) s prostorovou periodou určenou vztahem (4.6). Vytvoření tohoto interferenčního pole je nezbytné k realizaci úlohy 4.6 Laserová dopplerovská anemometrie.

4.4 Interference na tenkých vrstvách



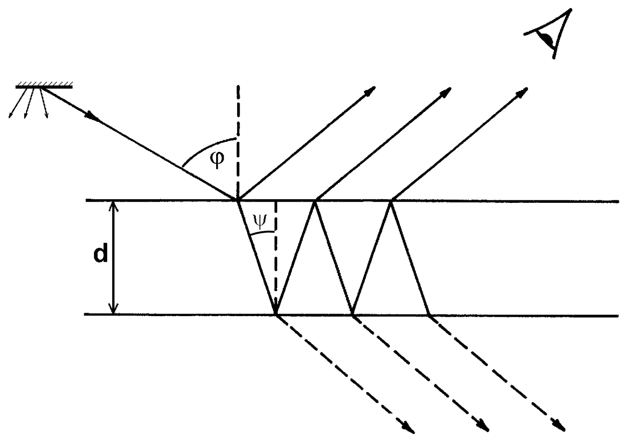
Obr. 4,2 Interference dvou svazků na tenké vrstvě

Velmi častý případ interference nastává při osvětlení tenké vrstvy, ohraničené planparalelními rovinami a obsahující prostředí o indexu lomu N_1. Navzájem spolu interferují vlny z jednoho a téhož bodového zdroje S odražené na předním a zadním povrchu vrstvy o tloušťce d (obr. 4,2). Výraz pro dráhový rozdíl Δ mezi interferujícími paprsky 1,2 lze snadno odvodit (např. [I-1][I-3]) pomocí elementární geometrie; vychází $\Delta = 2N_1 d\cos\psi$.

S uvážením eventuálního dodatečného fázového rozdílu π (tedy dráhového rozdílu $\lambda/2$) při odrazu na jednom z povrchů jest

$$\Delta = 2N_1 d\cos\psi + \lambda/2. \tag{4.7}$$

Tento vztah platí i pro vrstvy s proměnnou tlouštkou. Jestliže přitom paprsky dopadají na vrstvu téměř kolmo ($\cos\psi \approx 1$ se mění velmi málo) nebo vrstvu pozorujeme z takové vzdálenosti, že úhel ψ se po celé ploše vrstvy příliš nemění, pak dráhový rozdíl Δ závisí pouze na tlouštce vrstvy, d v místě dopadu paprsků. Geometrické místo bodů na povrchu vrstvy, sledující konstantní tloušťku d, je pak zároveň geometrickým místem konstantního fázového rozdílu. Tato místa, charakterizovaná podmínkou $d = konst$, se nazývají *proužky stejné tloušťky*. Jsou lokalizovány na vrstvě a vidíme je okem akomodovaným na vrstvu, resp. je můžeme pozorovat lupou nebo mikroskopem. Jsou-li oba povrchy vrstvy rovinné a nerovnoběžné, tvoří proužky stejné tloušťky přímky rovnoběžné s průsečnicí povrchů - to je případ klínovité vrstvy a s podobným efektem se setkáváme při realizaci úlohy 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry. V případě nerovinných povrchů dostávají proužky stejné tloušťky obecně zakřivený tvar, s čímž se setkáváme při studiu úlohy 4.3 Jednoduché aplikace interferenčních jevů. Poněkud jiným způsobem se realizují tzv. *kroužky stejného sklonu.* Jde o případ přesně planparalelní vrstvy osvětlené divergentním světelným svazkem či plošným zdrojem (obr. 4,3). Při konstantní tloušťce d závisí dráhový rozdíl (4.7) pouze na úhlu ψ resp. φ. Je zřejmé, že místa konstantního dráhového (fázového) rozdílu jsou charakterizována konstantní hodnotou $\cos\psi$ a tvoří soustředné kružnice. Takto vznikající světlé a temné kroužky se nazývají kroužky stejného sklonu a, jak vyplývá z obr. 4,3, jsou lokalizovány v nekonečnu a tedy je pozorujeme okem (či dalekohledem) zaostřeným na nekonečno.



Obr. 4,3 Vznik kroužků stejného sklonu