

4. MĚŘENÍ MALÝCH ODPORŮ

Úvod

S můstkovým obvodem jste se seznámili již na střední škole i na přednáškách.

Jednoduchý můstkový obvod s odpory ve větvích (Wheatstoneův můstek) je vhodný pro měření odporů v rozmezí asi od $1\ \Omega$ do $10^7\ \Omega$. Při větších hodnotách odporů teče většinou můstku relativně malý proud, což klade velké nároky na citlivost indikátoru. Velké odpory se proto měří jinými metodami (viz [1]).

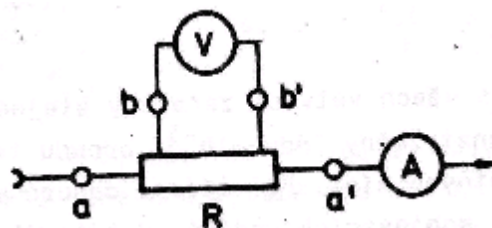
V této úloze se zaměříme na měření malých odporů, menších než $1\ \Omega$. Odpory přívodních vodičů a přechodové odpory kontaktů pak nemusí mít vždy zanedbatelnou hodnotu vůči měřenému odporu. Měření s Wheatstoneovým můstkem může být zatíženo systematickou chybou, která způsobí, že změříme hodnotu odporu zvětšenou o odpor přívodů.

Odstranit tuto systematickou chybu lze tehdy, použijeme-li čtyřbodového zapojení měřeného rezistoru. Seznámení se s tímto čtyřbodovým zapojením, které se používá i u jiných úloh (viz např. úloha Hallův jev), je hlavním cílem této úlohy.

Čtyřbodové zapojení rezistoru

Při čtyřbodovém zapojení musí být rezistor (nebo jiný prvek) opatřen čtyřmi kontakty (svorkami). Vnější kontakty a , a' nazývané proudové, se připojí sériově do obvodu se zdrojem napětí. Mezi vnitřními kontakty b , b' měříme napětí. Schematicky je čtyřbodové zapojení rezistoru R zakresleno na obr.1. V tomto uspořádání změříme odpor mezi napětíovými kontakty b , b' , odpor přívodů k proudovým kontaktům ani jejich přechodový odpor se neuplatní. Pokud je odpor voltmetru podstatně větší než odpor R , což je podmínka, kterou pro malé odpory R není obtížné splnit, teče voltmetrem zanedbatelný proud vůči proudu odporem R a odpory přívodů k voltmetru a kontaktů b , b' se neuplatní.

V zapojení na obr.1 bychom měřili odpor přímou metodou. Chceme-li ve čtyřbodovém zapojení měřit odpor můstkovou metodou, musíme použít dvojité (Thomsonův) můstek, který popíšeme dále. Místo přímého měření napětí na měřeném odporu se toto napětí porovnává s napětím na odporovém normálu, kterým protéká stejný proud jako měřeným odporem.



Obr. 1

Wheatstoneův můstek

Můstkové metody jsou jedny z nejpresnějších a proto i nejpoužívanějších měřicích metod. Jednoduchý můstkový obvod, složený ze čtyř odporů (Wheatstoneův můstek) je zakreslen na obr. 2.

Teče-li indikátorem G nulový proud, tj. $I_5=0$, platí rovnice

$$I_1 = I_3, \quad I_2 = I_4, \quad I_1 R_1 = I_2 R_2, \quad I_3 R_3 = I_4 R_4 \quad (1)$$

Ze série rovnic (1) plyne vztah platný pro můstek v rovnováze.

$$R_1/R_2 = R_3/R_4 \quad (2)$$

Vztah (2) umožňuje určit pomocí tří známých odporů, např. R_2, R_3, R_4 , čtvrtý neznámý odpor R_1 . Odpor R_6 na obr. 2 slouží k nastavení velikosti proudu můstkem a tím i k regulaci citlivosti.

Měrné můstky jsou sestaveny z dekadových odporů. U laboratorního Thomsonova-Wheatstoneova můstku je jeden z odporů, např. R_2 , tvořen pětimístným dekadovým odporem. Jako odpory R_3 nebo R_4 můžeme zařadit libovolnou z hodnot 1, 10, 100 a 1000 Ω . Poměr R_3/R_4 můžeme tedy měnit po dekadických hodnotách od 10^{-n} do 10^n , přičemž $n = 0, 1, 2, 3$.

$$R_1 = 10^{\pm n} R_2 \quad (3)$$

Největší citlivosti můstku dosáhneme, jsou-li ve všech větvích zařazeny stejné hodnoty odporů. Je-li indikátor schopen zaznamenat změny řádu 10^{-5} proudu tekoucího větvemi můstku, můžeme měřit na 5 platných míst. Při měření odporů menších než 1 Ω se však nepříznivě uplatňuje vliv spojovacích vodičů. U této úlohy chceme při měření malých odporů Wheatstoneovým můstkem demonstrovat vliv odporu přívodů na přesnost měření. Relativní systematická chyba bude tím větší, čím menší odpor měříme.

Thomsonův můstek

Při měření malých odporů získáme správné výsledky, použijeme-li Thomsonův můstek, jehož schéma je zakresleno na obr. 3.

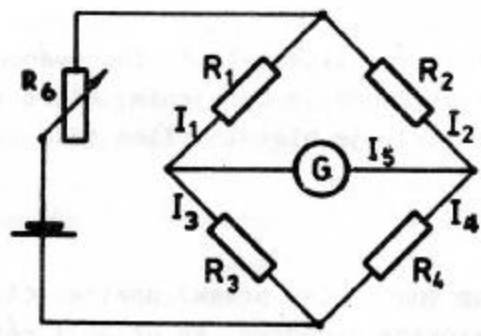
Je-li můstek vyrován, je mezi body, ve kterých je připojen indikátor G, nulový rozdíl potenciálů. Odpory p, q pak teče stejný proud i . Napětí na odporu P musí být rovno napětí na odporech R_N a p a proto platí

$$IP = I_0 R_N + ip \quad (4)$$

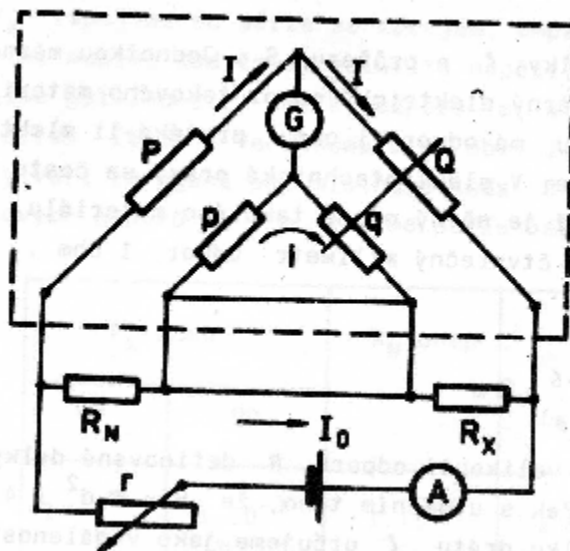
Pro druhou polovinu můstku obdobně

$$IQ = I_0 R_X + iq \quad (5)$$

Z posledních dvou rovnic můžeme získat vztah



Obr. 2: Wheatstoneův můstek



Obr. 3: Thomsonův můstek

$$\frac{R_N}{R_X} = \frac{I - \frac{pI}{P} P}{I - \frac{qI}{Q} Q} \quad (6)$$

Zvolí-li se odpory P, p, Q, q tak, aby platilo

$$p/P = q/Q, \quad (7)$$

zjednoduší se rovnice (6) na tvar

$$R_X = \frac{Q}{P} R_N. \quad (8)$$

Celý můstkový obvod se skládá ze dvou částí. Odpory P, p, Q, q jsou součástí komerčně vyráběného můstku. Na schématu na obr. 3 jsou tyto obvody zakresleny uvnitř čárkovaně vyznačeného obdélníku. Výrobce je zajištěno splnění podmínky (7).

Můstek je určen pro měření odporů menších než 1Ω . Přesné měření vyžaduje čtyřbodové zapojení měřeného odporu R_X odporového normálu R_N . Jsou-li odpory R_N a R_X menší než 1Ω lze dosáhnout toho, že odpory P, p, Q, q budou alespoň tisíckrát větší než R_N či R_X , což znamená, že proudy i a I budou nejméně tisíckrát menší než I_0 . Spád napětí na přívodních vodičích k můstku a na svorkách neovlivní proto podstatněji výsledek měření.

Měrný odpor

Měrný odpor je definován vztahem

$$\rho = \frac{RS}{l}, \quad (9)$$

v němž R je odpor homogenního vodiče délky l a průřezu S . Jednotkou měrného odporu je ohmmetr ($1 \Omega \cdot m$). Ohmmetr je měrný elektrický odpor takového materiálu, z něhož zhotovená krychle o hraně 1 m má odpor 1Ω , protéká-li elektrický proud mezi protilehlými stěnami krychle. V elektrotechnické praxi se často používá dočasná jednotka $1 \Omega \cdot \text{mm}^2 \text{ m}^{-1}$, což je měrný odpor takového materiálu, který má při délce 1 m a průřezu 1 mm^2 odpor 1Ω . Platí převodní vztah $1 \Omega \cdot \text{mm}^2 \text{ m}^{-1} = 10^{-6} \Omega \cdot m$.

Abychom určili měrný odpor, musíme kromě velikosti odporu R definované délky drátu, změřit ještě jeho průměr d . Pak s uvažováním toho, že $S = \pi d^2/4$ vypočítáme z rovnice (9) měrný odpor. Délku drátu l určujeme jako vzdálenost mezi ryskami u napětových svorek držáku vzorku. Velmi pečlivě na několika místech měříme průměr drátu. Stanovení této veličiny je zpravidla zatíženo největší chybou. Tato chyba se zdůrazní tím, že měrný odpor závisí na druhé mocnině d .

Postup při měření s Wheatstoneovým můstkem

Zapojení můstku, se kterým měříme, je uvedeno na štítku přístroje. Od principiálního zapojení znázorněného na obr. 2 se liší zařazením dvoupolohového spínače, kterým zároveň

připojujeme zdroj a indikátor a kromě toho jím můžeme měnit velikost proudu zařazeného do série s indikátorem. Tím se mění citlivost můstku.

Ve schématech jsou jinak pojmenovány odpory, platí $R_1=X$, $R_2=R$, $R_3=a$, $R_4=b$, takže

$$X = R \frac{a}{b} . \quad (10)$$

Odpor R nastavujeme na pětímístné dekádě, hodnoty odporů a a b nastavujeme v dekadických násobcích kolíkovým přepínačem.

Před započítím měření zasuneme kolík do zdířky označené W a nastavíme hodnotu poměru $a:b$ tak, abychom mohli využít všech míst na dekádě R . Dále připojíme galvanometr na svorky G, akumulátor na svorky B a ke svorkám X připojíme měřený odpor. Most pak vyrovnáme změnou velikosti odporu R nejprve při poloze "hrubě" přepínače. Po předběžném vyrovnání pak nastavíme rovnováhu při poloze "jemně" přepínače. Wheatstoneův můstek v dané úpravě je určen pro měření odporů v rozsahu 10^0 až $10^7 \Omega$, maximálně na pět platných míst.

Postup při měření s Thomsonovým můstkem

Na Thomsonovo zapojení upravíme můstek tím, že kuželový kolík zapojíme na svorku T. Na svorky R_N připojíme napěťové (vnitřní) svorky normálu, na svorky R_X napěťové svorky z držáku měřených drátů. Proudové svorky odporu R_N a R_X zapojíme do série se zdrojem, ampérmetrem a regulačním odporem. Při zapojování musíme dodržovat polaritu napětí vyznačenou na můstku. Na svorky G připojíme galvanometr. Kolíky odporů a , b zasunujeme vždy do souhlasně označených zdířek ($a=b$). Ve schématu na obr. 3 reprezentují odpory P a p , odpory Q , q vytváří zdvojená pětímístná dekáda R . Velikost odporového normálu R_N a poměrových odporů a , b volíme podle následující tabulky.

$R_X [\Omega]$		$R_N [\Omega]$	$R_P [\Omega]$ ($a=b$)	Vzorec pro výsledný odpor	Poznámka
od	do				
1	10^{-1}	10^{-1}	1000	$R_X = R_N \frac{R}{R_P}$	
10^{-1}	10^{-2}	10^{-2}	1000		
10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}	1000		
10^{-3}	10^{-4}	10^{-4}	1000		
10^{-4}	10^{-5}	10^{-4}	1000	$R_X = R_N \frac{R_P}{R}$	Nutno připojit měřený odpor na R_N a odporový normál na R_X
10^{-5}	10^{-6}	10^{-4}	100		

Ve vnějším obvodu nastavíme vhodný proud tekoucí odpory R_N a R_X tak, aby se měřené odpory znatelně neohřívaly. Při měření postupujeme pak stejně jako u Wheatstoneova můstku.

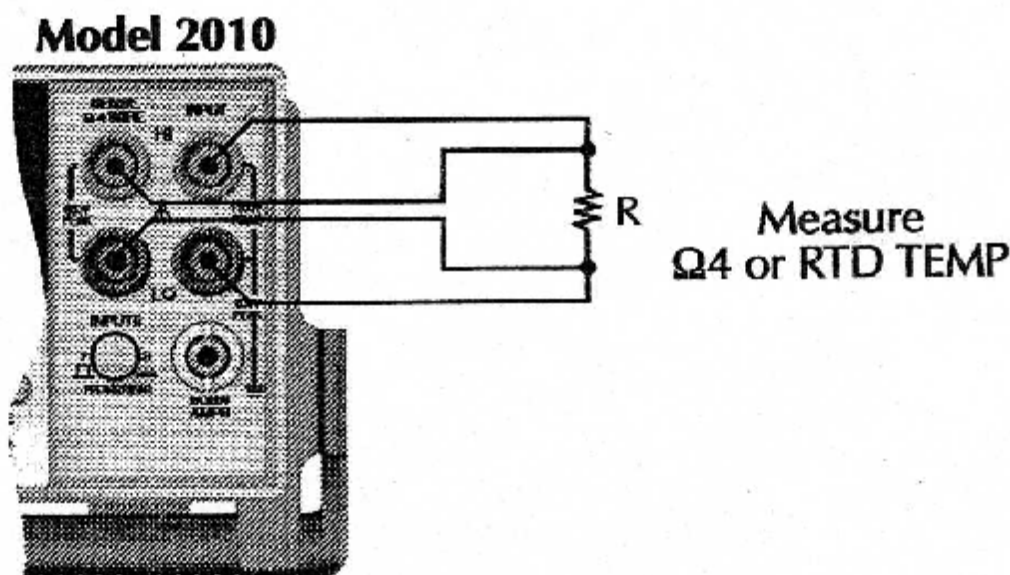
Možnost měření na Thomsonově mostě je 1Ω až $10^{-6} \Omega$ za pomoci odporových normálů pro

vyšší proudová zatížení, jako např. R_N/I 0,1 - 0,01 - 0,001 - 0,0001 Ω . Se sníženou přesností lze měřit i menší odpory až asi do $10^{-8} \Omega$; při použití odporového normálu 0,00001 Ω až do $10^{-9} \Omega$. Propojení odporového normálu s měřeným odporem je pak nutno provést pomocí měděného pásku. Ohmický odpor spojky nemá při přesnějších měřeních překročit součet hodnot odporu měřeného a použitého normálu. Na připojení potenciálů odporu k mostu je nutno používat co nejkratších přívodů.

V případě, že měříme menší hodnotu odporu, než je hodnota odporového normálu, je vhodné připojit měřený odpor na svorky R_N a odporový normál na R_X . Zároveň s touto změnou nutno upravit i výsledný vzorec pro výpočet, a to tak, že pro R_X menší než R_N až $R_X = R_N$ platí $R_X = R_N \cdot R/R_p$, Svorky B a X zůstávají prázdné, nezapojené.

Měření pomocí multimetru KEITHLEY 2010

Při měření odporu ve čtyřbodovém zapojení pomocí multimetru KEITHLEY 2010 použijeme vstupní svorku podle obr. 4.



Obr. 4: Multimetr KEITHLEY 2010

Literatura

- [1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983, čl.4.3.5.5
- [2] Brož J., Roskovec V., Valouch M. . Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980
- [3] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989