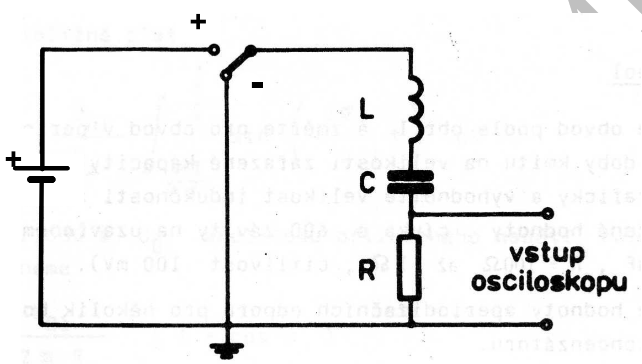
18. PŘECHODOVÉ JEVY V SÉRIOVÉM RLC OBVODU

Tlumené kmity

Diferenciální rovnice tvaru:

$$a.\frac{d^2x}{dt^2} + b.\frac{dx}{dt} + c.x = 0 \tag{1}$$

popisuje chování systému vykonávajícího tlumené kmity, pokud a, b, c jsou konstanty, t čas a x proměnná. S touto rovnicí jste se již seznámili v mechanice i v elektřině. Rovnice tohoto typu popisuje i pohyb většiny analogových měřicích přístrojů, jimiž měříme např. elektrické nebo magnetické veličiny. Jedná se o důležitou rovnici matematické fyziky, která je aplikovatelná na řadu fyzikálních problémů. Proto je zařazena do těchto praktik úloha, v níž se seznámíte s časovým průběhem proudu v sériovém RLC obvodu po zapnutí nebo vypnutí stejnosměrného zdroje. Obvod, s nímž měření provádíme, je zakreslen na obr. 1.



Obr. 1

Podle II. Kirchhofova zákona je součet napětí na jednotlivých prvcích obvodu roven přivedenému napětí

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int I\mathrm{d}t + RI = \varepsilon \ . \tag{2}$$

Derivujeme-li tuto rovnici podle času t, získáme rovnici

$$L\frac{\mathrm{d}^2I}{\mathrm{d}^2t} + R\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + \frac{I}{C} = \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} \ . \tag{3}$$

Pokud napětí přivedené k obvodu se změní v čase $t = 0$ z nulové hodnoty na napětí zdroje $\boldsymbol{\varepsilon}$ (nebo opačné), bude mít rovnice pro $t \neq 0$ formálně shodný tvar s rovnicí (1). Podle vztahu mezi R, L a C získáváme následující řešení:

a) Je-li $1/LC > R^2/(2L)^2$ 1, při němž průběh proudu $I(t)$ v obvodu popisuje vztah

$$I(t) = (\varepsilon/BL)\exp(-At)\sin Bt \ , \tag{4}$$

kde $A = R/2L$, $B^2 = 1/LC - A^2$. Při zapnutí nebo vypnutí se mění pouze polarita proudu, průběh zůstává stejný.

b) Je-li $A^2 = (R/2L)^2 = 1/LC$, mluvíme o mezně aperiodickém vztahu. S časem se nemění směr proudu, pouze jeho velikost podle vztahu $I(t) = (\varepsilon/L)t\exp(-At)$

c) Je-li $A^2 = (R/2L)^2 > 1/LC$, mluvíme o aperiodickém vztahu. Proud dosáhne rychleji svého maxima a naopak pomaleji klesá k nulové hodnotě. Popisuje jej vztah

$$I(t) = (\varepsilon/BL)\exp(-At)\sinh(Bt). \tag{5}$$

Při periodickém řešení odpovídá veličina B kruhové frekvenci kmitů. Pro periodu T kmitů platí

$$T = 2\pi\Big/\sqrt{1/LC - (R/2L)^2} \ . \tag{6}$$

Pokud je $(R/L)^2 << 1/LC$, je doba kmitu T prakticky konstantní a přibližně rovná periodě netlumených kmitů. Zvětšuje-li se tlumení, hodnota R se blíží hodnotě *aperiodizačního odporu* R_{ap}, perioda se prodlužuje a v mezně aperiodickém stavu by teoreticky vzrostla nade všechny meze. Hodnota aperiodizačního odporu je rovna

$$R_{ap} = 2\sqrt{L/C} \ . \tag{7}$$

V aperiodickém stavu proud dosáhne maxima a pak se monotónně zmenšuje a nepřekmitne přes nulovou hodnotu. Dobu, při níž proud dosáhne maxima, určíme jako dobu, při níž má funkce (5) extrém. Platí tedy, že

$$T_{\max} = \frac{\ln\dfrac{A-B}{A+B}}{2.B} \ . \tag{8}$$

Při periodickém ději můžeme z hodnot dvou po sobě následujících amplitud určit *logaritmický dekrement D*, pro který platí

$$D = \ln\frac{I(t)}{I(t+T)} = \ln\frac{\exp(-A.t)}{\exp(-A(t+T))} = AT \tag{9}$$

Veličina $\lambda = \exp D$ se nazývá útlum.

Pokud by v obvodu nebyla zařazena buď indukčnost L nebo kapacita C, mění se proud v obvodu s časem úměrně funkci $\exp(-t/\tau)$. Veličina τ se nazývá *relaxační doba* a je rovna $\tau = RC$ pro obvod RC a $\tau = L/R$ pro obvod s indukčností.

Pokyny pro měření

Obvod zapojíme podle obr. 1. Napětí v sériovém *RLC* obvodu snímáme z odporu *R*, takže proud obvodem je $I = U/R$. Je nutno si uvědomit, že zmenšujeme-li odpor *R* (snižujeme tlumení v obvodu), bude se zmenšovat i napětí *U* a úměrně budeme muset zvětšovat citlivost „osciloskopu“.

Literatura:

[1] Sedlák B., Štoll I.: Elektřina a magnetizmus, Academia, Praha 2002

[2] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989