

Refraktometry založené na odchylce paprsku při průchodu hranolem (vychylovací metody)

Fraunhoferova metoda

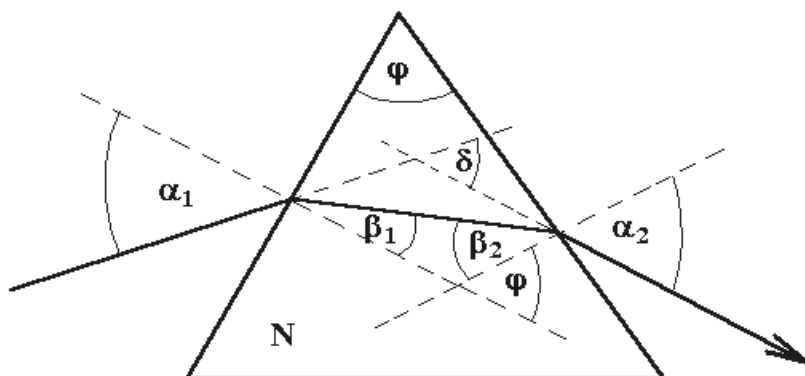
Další metodou, kterou lze měřit index lomu, je metoda Fraunhoferova. Spočívá na lomu světla v hranolu, zhotoveném z látky, jejíž index lomu chceme měřit. Alespoň dvě z bočních stěn hranolu musí být přesně rovinné a musí být opracovány s optickou kvalitou. Úhel φ , který spolu tyto dvě stěny svírají, nazýváme *lámavým úhlem*, jejich průsečnici pak *lámavou hranou*. Lámavý úhel musí být zvolen tak, aby byl menší než je dvojnásobek mezního úhlu. Chod paprsků hranolem je znázorněn na obr. 1,5. Hranol je umístěn ve vzduchu, jehož index lomu pokládáme roven jedné.

Z obr. 1,5 přímo vidíme platnost vztahu

$$\beta_1 + \beta_2 = \varphi. \quad (1.6)$$

Hranol odchýlí dopadající paprsek o úhel δ (nazývaný deviací paprsku), pro který zřejmě platí vztah (uvažujeme paprsky v rovině kolmé k lámavé hraně hranolu)

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi. \quad (1.7)$$



Obr. 1,5 Chod paprsků hranolem

Pro index lomu N materiálu hranolu platí současně vztahy

$$\sin \alpha_1 = N \sin \beta_1 ; \quad \sin \alpha_2 = N \sin \beta_2. \quad (1.8)$$

Při stanovení indexu lomu nastavujeme hranol do polohy minimální deviace (kdy je δ minimální). Z rovnice (1.7) vidíme, že deviace závisí na úhlu dopadu paprsku α_1 , tj. $\delta = \delta(\alpha_1)$. Pro extrém δ platí (viz (1.7))

$$0 = \frac{d\delta(\alpha_1)}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$$

takže

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -1. \quad (1.9)$$

Diferencováním rovnice (1.6) dostaneme

$$\frac{d\beta_1}{d\beta_2} = -1. \quad (1.10)$$

Diferencováním a následujícím vydělením rovnic (1.8) dostaneme

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \frac{d\beta_1}{d\beta_2}$$

což s uvážením (1.9) a (1.10) dává

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \beta_1} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2}. \quad (1.11)$$

Použitím zákonů lomu (1.8) můžeme (1.11) přepsat ve tvaru

$$\frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2} \sin^2 \alpha_1}} = \frac{\cos \alpha_2}{\sqrt{1 - \frac{1}{N^2} \sin^2 \alpha_2}}. \quad (1.12)$$

Tato rovnice (1.12) však může být obecně splněna právě tehdy, jestliže je splněna podmínka

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \quad \text{a tedy současně} \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta \quad (1.13)$$

kdy paprsek procházející hranolem dopadá kolmo na rovinu půlicí jeho lámavý úhel. Potom rovnice (1.6) a (1.7) přecházejí na

$$2\beta = \varphi \quad (1.6a)$$

a na

$$\delta_{min} = 2\alpha - \varphi. \quad (1.7a)$$

Dosadíme-li do jedné z rovnic (1.8) (s přihlédnutím k (1.13)) vztahy (1.6a) resp. (1.7a), dostaneme vztah mezi indexem lomu a minimální deviací

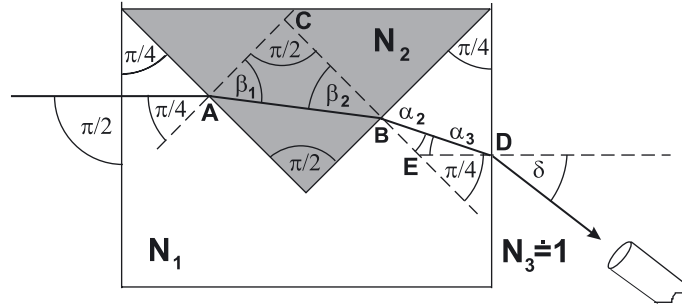
$$N = \frac{\sin((\delta_{min} + \varphi)/2)}{\sin(\varphi/2)}. \quad (1.14)$$

Změřením φ a δ_{min} zjistíme tedy z tohoto vztahu index lomu N materiálu, z něhož je hranol zhotoven. Stejně metody lze použít i k měření indexu lomu kapalin. V tom případě musí být kapalina nalita do kyvety ve tvaru hranolu, jejíž stěny jsou dostatečně přesně planparalelní, aby neovlivnily výslednou odchylku paprsku. Experimentální postup si vyzkoušíte v úloze 1.3 Měření indexu lomu Fraunhoferovou metodou.

Měření indexu lomu kapaliny pomocí V-hranolu

Jiné uspořádání vychylovací metody vhodné pro měření indexu lomu kapalin je založeno na využití V-hranolu (obr. 1,6).

Je to nádoba (kyveta) ze skla o indexu lomu N_1 větším, než je index lomu kapaliny, zhotovená tak, že měřená kapalina (jejíž index lomu N_2 chceme zjistit) v ní



Obr. 1,6 Princip měření indexu lomu pomocí V-hranolu

vytváří trojboký hranol s lámavým úhlem $\frac{\pi}{2}$. Rovnoběžný svazek paprsků dopadá kolmo na přední stěnu nádoby. Na první lámavou plochu pak dopadá pod úhlem $\frac{\pi}{4}$, takže zákon lomu má tvar

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta_1}. \quad (1.15)$$

Z trojúhelníku ABC současně vidíme, že

$$\beta_1 + \beta_2 = \frac{\pi}{2}. \quad (1.16)$$

Můžeme tedy psát:

$$\sin \beta_1 = \cos \beta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_2}. \quad (1.17)$$

Na druhé lámavé ploše (bod B) má Snellův zákon tvar

$$\frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (1.18)$$

přičemž z trojúhelníku BDE je zřejmý vztah mezi úhlem α_2 a úhlem α_3 dopadu na zadní stěnu nádoby:

$$\alpha_2 + \alpha_3 = \frac{\pi}{4}. \quad (1.19)$$

Můžeme tedy vztah (1.18) přepsat ve tvaru

$$\begin{aligned} \sin \beta_2 &= \frac{N_1}{N_2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha_3\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{N_1}{N_2} (\cos \alpha_3 - \sin \alpha_3) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{N_1}{N_2} \left(\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_3} - \sin \alpha_3 \right). \end{aligned} \quad (1.18a)$$

Při výstupu paprsku z nádoby do vakua (vzduchu) splňují úhly dopadu a lomu zákon lomu

$$\frac{\sin \alpha_3}{\sin \delta} = \frac{1}{N_1}, \quad (1.20)$$

kde z obr. 1,6 je zřejmé, že δ je deviace paprsku po průchodu V-hranolem. Dosazením (1.20) do (1.18a) obdržíme

$$\sin \beta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{N_2} \left(\sqrt{N_1^2 - \sin^2 \delta} - \sin \delta \right). \quad (1.21)$$

Umocníme-li nyní (1.21) na druhou a dosadíme-li do získaného výrazu z (1.17) a posléze z (1.15), dostaneme po algebraických úpravách vztah mezi hledaným indexem lomu kapaliny N_2 , známým indexem lom skla N_1 V-hranolu a změřenou deviací paprsku δ :

$$N_2 = \sqrt{N_1^2 - \sin^2 \delta} \sqrt{N_1^2 - \sin^2 \delta}. \quad (1.22)$$

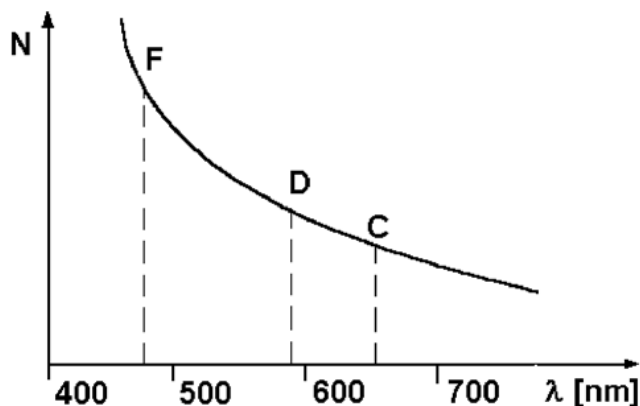
Tato metoda se studuje v úloze 1.2 Měření indexu lomu pevných látek a kapalin Pulfrichovým refraktometrem.

Disperze

Index lomu látky závisí na vlnové délce světla λ , $N = N(\lambda)$. Typická závislost $N(\lambda)$ v oblasti propustnosti látky je ukázána na obr. 1,7. Tuto závislost neboli disperzi indexu lomu lze aproximovat různými výrazy; velmi přesný je např. Sellmeierův vztah

$$N^2 = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2 \quad (1.22a)$$

kde konstanty A, B, C, D jsou pro daný materiál tabelovány. Poznamenejme, že zde se jedná o tzv. „normální“ disperzi, kdy N je monotonně klesající funkcí λ . „Anomální“ disperze s opačným průběhem funkční závislosti $N(\lambda)$ se pozoruje v oboru vlnových délek, kde dochází v látce k absorpci světla.



Obr. 1,7 Závislost indexu lomu na vlnové délce

Běžně se dá použít méně přesné aproximace

$$N = N_0 + \frac{a}{\lambda + \lambda_0}, \quad (1.22b)$$

kde vystačíme se třemi konstantami N_0, a, λ_0 . Pro jejich stanovení postačuje změřit index lomu pro tři různé vlnové délky. K proměřování disperzních křivek ve viditelné oblasti spektra se obvykle používá spektrálních čar různých prvků, u nichž historickým vývojem vzniklo značení v tabulce 1. V současné době se k témuž účelu používá ještě některých běžně dostupných čar spojitě pracujících plynových laserů,

které jsou taktéž uvedeny v tabulce 1. Pro hrubou fyzikální charakteristiku vlastností disperzních látek není vždy zapotřebí detailně proměřovat či aproximacemi (1.22a) nebo (1.22b) konstruovat disperzní křivku v celém viditelném oboru, nýbrž stačí použít některou z následujících definitoricky zavedených veličin:

a) střední disperze

$$\Delta = n_F - n_C \tag{1.22c}$$

b) relativní disperze

$$\delta = \frac{\Delta}{n_D - 1} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \tag{1.22d}$$

c) Abbeovo číslo

$$\gamma = \frac{1}{\delta} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \tag{1.22e}$$

Zde n_F , n_C , n_D jsou indexy lomu odpovídající příslušným čarám v tabulce 1. Pro technické účely se někdy zavádí více středních disperzí: $n_F - n_C$; $n_F - n_d$; $n_F - n_e$; $n_g - n_F$; $n_d - n_C$ a odpovídající relativní disperze jsou pak definovány jako podíl těchto výrazů veličinou $n_F - n_C$. Z obr. 1,7 a uvedených definic vyplývá, že materiály se „silnou disperzí“, tj. vysokou hodnotou $|\overline{dN/d\lambda}|$, mají velkou hodnotu Δ resp. δ . U roztoků látek můžeme očekávat, že s rostoucí koncentrací se Δ i δ budou zvyšovat. U dvojhranolového refraktometru, sloužícího k měření indexu lomu kapalin, lze Δ stanovit i z měření prováděného při bílém světle (se spojeným spektrem) pomocí speciálních kompenzačních hranolů. S touto technikou se setkáte v úloze 1.1 Měření indexu lomu refraktometry.

Tabulka 1. Významné spektrální čáry různých prvků

Označení čáry	Vlnová délka (nm)	Spektrální lampa (prvek)	Laser	Barva
A'	768.2	K	–	tmavočervená
C	656.3	H $_{\alpha}$	–	červená
–	647.1	–	Kr $^{+}$	červená
–	632.8	–	HeNe	červená
D	589.3	Na	–	žlutá
d	587.6	He	–	žlutá
e	546.1	Hg	–	zelená
–	514.5	–	Ar $^{+}$	zelená
–	488.0	–	Ar $^{+}$	modrozelená
F	486.1	H $_{\beta}$	–	modrozelená
g	435.8	Hg	–	modrá
G'	434.0	H $_{\gamma}$	–	modrofialová
h	404.7	Hg	–	fialová