

8. MĚŘENÍ IMPEDANCÍ REZONANČNÍ METODOU

Rezonanční frekvence RLC obvodu

Velikost impedance sérového nebo admitance paralelního zapojení indukčnosti L , kapacity C a odporu R jsme uvedli k návodu pro úlohu č. 6 (vztahy (11) a (20)). Pro sériové řazení těchto prvků bude vztah mezi proudem I a napětím U udávat výraz

$$U = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I \quad (1)$$

Pro paralelní obvod

$$I = \sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \cdot U \quad (2)$$

Udržíme-li na sériovém obvodu konstantní napětí U , poteče obvodem maximální proud I_r při úhlové frekvenci ω_r , pro kterou platí

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

Obdobně pro paralelní obvod bude platit, že při konstantním proudě protékajícím obvodem bude na prvcích obvodu maximální napětí U_r opět při úhlové frekvenci ω_r , vzhovující vytahu (3). Frekvenci $f_r = \omega_r / 2\pi$ nazýváme rezonanční frekvencí. V případě sérového obvodu dochází při frekvenci f_r k proudové rezonanci, v paralelním obvodu k napěťové rezonanci.

Redukovaná rezonanční křivka

Redukovanou rezonanční křivkou rozumíme závislost poměrné hodnoty proudu $I/I_r = y$ (pro sériový obvod) nebo napětí na obvodu $U/U_r = y$ (pro paralelní obvod) na rozdělení $\omega/\omega_r = x$. Hodnoty I_r a U_r , k nimž vztahujeme proud a napětí jsou maximální hodnoty těchto veličin při rezonanci.

Ze vztahu (1) plyne pro sériový obvod

$$, \quad \frac{U}{R} = I_r \quad (4)$$

ze vztahu (2) pro paralelní obvod

$$. \quad \frac{U_r}{R} = I \quad (5)$$

Podělíme-li vztah (1) výrazem (4), dostaneme po jednoduché úpravě

$$y^2 = \frac{R^2 \sqrt{\frac{C}{L}}}{R^2 \frac{C}{l} + \left(\omega \sqrt{LC} - \frac{1}{\omega \sqrt{LC}} \right)^2} \quad (6)$$

V posledním výrazu označíme

$$d = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (7a)$$

$$a \quad x = \omega \sqrt{LC} = \omega / \omega_r \quad (7b)$$

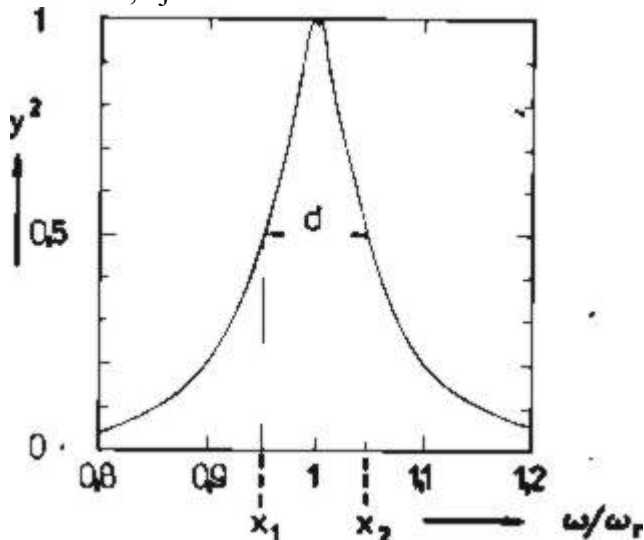
Vztah (6) pak můžeme převést na tvar

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}, \quad (8)$$

který popisuje redukovanou rezonanční křivku. Obdobně bychom ze vztahu (2) došli k výrazu (8) pro paralelní obvod. Veličina je v tomto případě rovna

$$d = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad)$$

Pro $d = 0,1$ je redukovaná rezonanční křivka zakreslena na obr. 1.



Míra útlumu

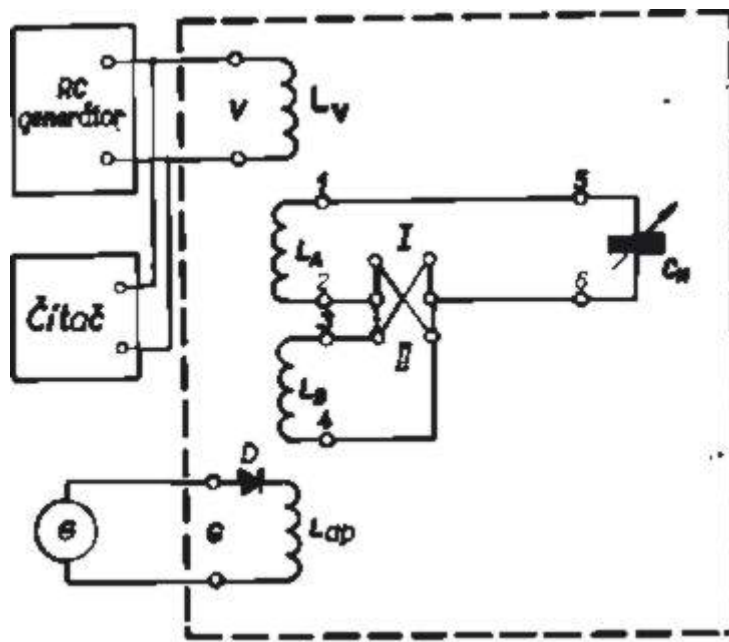
Veličina d vystupující ve vztahu (8) se nazývá mírou útlumu a charakterizuje „šířku“ rezonanční křivky. Řešením rovnice (8) (pro $y^2 = 0,5$) se můžeme přesvědčit, že rozdíl frekvencí x_1 a x_2 , pro které je $y^2 = 0,5$ je roven

$$d = |x_1 - x_2|$$

Stanovíme-li rezonanční frekvenci a míru útlumu, je možno ze vztahů (3) a (7a) nebo (9) určit velikost dvou ze tří prvků, jež tvoří rezonanční obvod. Velikost třetího musí být pochopitelně známa.

Změření míry útlumu však v praxi může narážet na určité obtíže. Ve frekvenčním oboru $10^5 - 10^8$ Hz, ve kterém se rezonanční metoda nejčastěji používá, je typická hodnota míry útlumu obvodu sestaveného z cívky a kondenzátoru řádově $d \approx 10^{-2}$. Chceme-li změřit míru útlumu s přesností na procenta, musí být přesnost nastavení a čtení frekvence řádově 0,01 % nebo lepší a stabilita generátoru řádu 10^{-5} . To je na hranici možností běžných generátorů. Kromě toho je tento postup zdlouhavý, protože vyžaduje tři operace. Nastavit hodnotu dvou frekvencí a po odečtení hodnot proudu (napětí) a rezonanční frekvence nalézt hodnoty dvou frekvencí, při nichž je proud (napětí) rovno $1/\sqrt{2}$ – tému dílu hodnoty v rezonanci. Pro stanovení impedance se proto používá výhodnější postup, popsáný v [1].

Experimentální uspořádání



Principiální schéma modelu Q-metru se kterým měříme naši úlohu, je zakresleno na obr. 2. Rezonanční obvod je tvořen v případě zakresleném na obrázku cívkami L_A a L_B a kondenzátorem C_N . Toto zařízení slouží k měření vzájemné indukčnosti M . Komutátorem můžeme měnit vzájemnou orientaci vinutí cívek. Kdybychom měřili indukčnost jedné z cívek, jsou svorky určené pro připojení druhé cívky zkratovány. V našem případě je generátor a měřicí přístroj indikující rezonanci vázán indukčně cívkami L_v a L_{ap} . Frekvenci generátoru měříme přesně čítačem. Cívka L_v je otočná a jejím vychýlením můžeme měnit vazbu mezi generátorem a rezonančním obvodem. Napětí indukované v cívce L_{ap} je úměrné proudu tekoucímu rezonančním obvodem. Toto napětí můžeme měřit buď přímo (např. o milivoltmetrem), nebo po usměrnění galvanometrem připojeným na svorky G. Druhý případ je uveden na obr.2. Snažím se vybrat diodu s kvadratickou charakteristikou, pak je výchylka galvanometru přibližně úměrná čtverci proudu rezonančním obvodem. Měříme-li napětí na

cívce L_{ap} milivoltmetrem, není dioda zapojena a údaj voltmetru je úměrný proudu v rezonančním obvodu.

Měření vzájemné indukčnosti

Toto měření lze převést na měření indukčnosti. Zapojíme-li dvě cívky o indukčnostech L_A a L_B do série, bude jejich celková indukčnost rovna

$$L_{v1,2} = L_A + L_B \pm 2.M \quad (16)$$

Kladné nebo záporné znaménko platí pro souhlasný nebo nesouhlasný směr vinutí. Pro oba případy změříme celkovou indukčnost nalezením rezonanční frekvence a výpočtem podle vztahu (3). Získáme hodnoty L_1 a L_2 a z nich vypočteme vzájemnou indukčnost M ze vztahu

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad (17)$$

Měření rezonanční křivky

Alespoň pro jedno zapojení cívek L_A a L_B (tedy buď pro L_1 nebo L_2) proměříme rezonanční křivku. Po nalezení rezonanční frekvence odečteme maximální výchylku měřicího přístroje a pro předem zvolené výchylky odečítáme postupně na obou stranách od rezonance hodnoty frekvencí, které jim přísluší. Rezananční křivku vynášíme vždy jako redukovanou, Před vynesením křivky je třeba uvážit, byla-li chyba měřicího přístroje úměrná proudu v rezonančním obvodu, nebo jeho kvadrátu. Ze zakreslené křivky odečteme její šířku. Při kvadratickém výnosu určujeme šířku, při lineárním ve výšce $1/\sqrt{2}$ (0,707). Vydělením nalezení šířky, odečtené v hertzech, rezonanční frekvencí získáme míru útlumu. Pokud jsme vynášeli na vodorovnou osu relativní rozladění, udává šířka křivky přímo míru útlumu. Z nalezené míry útlumu vypočítáme podle vztahu (7a) ekvivalentní sériový odpor obvodu. Doporučená hodnota kapacity, při níž provádíme předchozí měření, je $C_N = 600$ pF.

Měření parazitní kapacity cívek

Na rozdíl od ideální indukčnosti mají reálné cívky nenulovou, tzv. vlastní (parazitní) kapacitu. Součástí naší úlohy je měření této vlastní kapacity. Při zjišťování indukčnosti L cívky měříme rezonanční frekvenci ω_r paralelního zapojení indukčnosti a kalibrační kapacity C_N Q-metru, jež je podle vztahu (3) rovna $\omega_r = (L \cdot C_N)^{-1/2}$. Znalost rezonančního kmitočtu ω_r a kapacity C_N nám v ideálním případě dovoluje stanovit neznámou indukčnost L . Přítomnost vlastní kapacity C_0 modifikuje výraz (3) tak, že $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot (C_N + C_0)}}$. Z toho plyne, že

musíme stanovit rezonanční kmitočet pro dvě hodnoty kapacity C_N . Velikost vlastní kapacity můžeme zjistit následujícím postupem. Po připojení cívky na svorky L_x nastavíme na kondenzátoru Q-metru C_N kapacitu $C_{N1} = 400$ pF. a změnou kmitočtu vyhledáme rezonanční frekvenci f_1 . Po odečtení hodnoty f_1 zvýšíme frekvenci na dvojnásobek $f_2 = 2 \cdot f_1$. Rezonanci nyní nastavíme změnou kapacity na hodnotu C_N , kterou odečteme. Vlastní kapacitu C_0 vypočítáme ze vztahu

$$C_0 = \frac{C_1 - 4 \cdot C_2}{3} .$$

Pro jednovrstvou cívku, kterou měříme v praktiku, je vlastní kapacita velmi malá.

Literatura

- [1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983
odst. 4.4.4 , čl. 4.4.6.4, 4.4.7.4, 4.4.8.2
- [2] Sedlák B., Štoll I., : Elektřina a magnetismus, Akademia, 2002,