II. Studium harmonických kmitů mechanického oscilátoru

Harmonický kmit

Nejjednodušším lineárním kmitavým pohybem je *harmonický kmit*. Harmonický kmit vzniká působením síly F, která je úměrná okamžité výchylce y tělesa z rovnovážné polohy a má opačný směr (směřuje do rovnovážné polohy)

$$F = -ky \ , \tag{1}$$

k je konstanta úměrnosti; $k > 0$.

Pro okamžitou výchylku z rovnovážné polohy v čase t platí

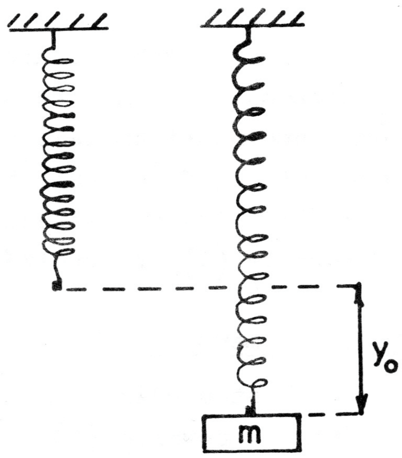
$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi) \ , \tag{2}$$

kde y_m je amplituda výchylky, ω je úhlová frekvence a φ je počáteční fáze.

Úhlová frekvence souvisí s dobou kmitu T dle vztahu

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \ . \tag{3}$$

Příkladem harmonického oscilátoru je závaží hmotnosti m svisle kmitající v tíhovém poli zavěšené na šroubové pružině (obr.1).



Obr. 1

Tuhost pružiny

Síla potřebná k deformaci pružiny F_D je u lineární pružiny úměrná výchylce

$$F_D = ky \ . \tag{4}$$

Konstantu k nazýváme *tuhost pružiny*.

Zavěsíme-li na pružinu těleso hmotnosti m, bude na něj podle principu akce a reakce působit pružina silou $-F_D$. Výslednou sílu působící na těleso dostaneme jako součet tíhové síly tělesa $G = mg$ a síly $-F_D$. Rovnovážný stav nastane, když výsledná síla

$$G - F_D = 0 \ , \tag{5}$$

tj. pro takové prodloužení pružiny y_0, pro které platí

$$y_0 = \frac{G}{k} \ . \tag{6}$$

Mezi výslednou silou a okamžitou výchylkou pružiny z rovnovážné polohy platí potom vztah

$$G - F_D = -k(y - y_0) \ . \tag{7}$$

Rovnice (7) je analogická s rovnicí (1).

Vychýlíme-li těleso zavěšené na pružině z rovnovážné polohy y_0, bude vykonávat harmonické kmity s frekvencí

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \ . \tag{8}$$

Při přesných měřeních by bylo třeba vzít v úvahu i vlastní hmotnost pružiny. Většinou však je hmotnost pružiny vzhledem k hmotnosti kmitajícího závaží zanedbatelně malá. Pro tělesa kmitající na pružině jsou veličiny v rovnici (8) snadno měřitelné. Jejich změřením pak můžeme ověřit, do jaké míry je rovnice (8) pro určité uspořádání splněna.

Statická metoda

Tuhost pružiny *statickou metodou* vypočítáme z rovnice (6). Musíme k tomu změřit protažení y_0 pružiny způsobené závažím známé hmotnosti. Při měření je třeba zjistit obor zatížení pružiny, ve kterém jsou splněny podmínky pro harmonický pohyb, tj. ve kterém je splněna rovnice (4). Protažení pružiny měříme *katetometrem*.

Dynamická metoda

Tuhost pružiny *dynamickou metodou* určíme z doby kmitu tělesa hmotnosti m na základě rovnice (3) a (8). Dobu kmitu měříme stopkami a pro zvýšení přesnosti měříme dobu většího počtu kmitů.

Závislost ω na $\sqrt{k/m}$

Ověření platnosti vztahu (8) lze provést tak, že pro danou pružinu určíme tuhost statickou metodou a ze vztahu (8) vypočítáme ω. Takto vypočítaná hodnota úhlové frekvence se porovná s hodnotou získanou na základě rovnice (3), tj. z měření doby kmitu závaží hmotnosti m .

Tíhové zrychlení

Z doby kmitu tělesa lze určit místní tíhové zrychlení g. Těleso zavěsíme na pružinu a zjistíme prodloužení pružiny y_0. Potom těleso na pružině ve svislém směru rozkmitáme, změříme dobu kmitu a z (3) vypočítáme ω. Z rovnice (6) a (8) dostaneme výraz pro určení tíhového zrychlení

$$g = \omega^2 y_0 \ . \tag{9}$$

Práce s katetometrem:

Podstatnou součástí katetometru je svislá stupnice, podle které se pohybuje dalekohled s vodorovnou optickou osou. Před měřením je potřeba pomocí stavěcích šroubů podstavce přístroje nastavit správně svislou polohu. Dále je třeba stavěcím šroubem dalekohledu nastavit vodorovnou polohu osy dalekohledu. Nastavení provádíme podle libel, které jsou připojeny k podstavci a k dalekohledu katetometru. Potom nastavíme dalekohled tak, aby přibližně směřoval na měřený předmět, zaostříme jej a nastavíme nitkový kříž na měřený předmět přesně. Vertikálním posuvem dalekohledu měříme hledané výškové odlehlosti. Posuv dalekohledu lze odečíst s přesností 0,1 mm. Aby však hledaná délka byla skutečně s touto přesností změřena, je zapotřebí naprosto pevného podstavce. Pro otřesy podlahy v laboratoři nebude přesnost měření katetometrem lepší než 1 mm.

Literatura:

[1] Brož J. a kol: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1967, st. 2.6.1, čl. 2.6.1.1

[2] Brož J. a kol: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983, st. 2.5.1, čl. 2.5.1.1

[3] Horák, Z., Krupka F.: Fyzika, SNTL, Praha 1981, kap. 2.2.4