

Difrakce (ohyb)

Difrakcí rozumíme takovou odchylku od přímočarého šíření světla, která nemůže být vysvětlena jako důsledek odrazu či lomu (či změnou směru paprsků v prostředí se spojitě se měnícím indexem lomu). Pod pojmem difrakce není pojímán ani rozptyl světla, způsobený drobnými částicemi cizího prostředí či mikroskopickými nehomogenitami indexu lomu. S difrakcí se setkáváme vždy při šíření prostorově ohraničeného svazku světla; difrakční jevy jsou nejvýrazněji a snadno pozorovatelné tehdy, když světlo prochází otvory či překážkami, jejichž velikost je řádově srovnatelná s vlnovou délkou světla. Často se rozlišuje Fresnelova difrakce a Fraunhoferova difrakce světla. Pokusíme se demonstrovat experimentální rozdíl mezi Fresnelovou a Fraunhoferovou difrakcí na příkladu difrakce na pravoúhlé štěrbině.

Fresnelova difrakce

Rozdělení intenzity světla v rovině pozorování v konečné vzdálenosti u za štěrbinou o šířce b (obr. 4,5a) se nejjednodušeji řeší pomocí tzv. Fresnelových zón. Konstruuji se tak, že z bodu pozorování P tvoříme koaxiální válcové povrchy s osou kolmou k rovině obrázku a s poloměry postupně $u, u + \lambda/2, u + 2(\lambda/2), \dots$. Rovinu štěrbinu tyto válcové plochy protínají v přímkách rovnoběžných s okraji štěrbinu – obr. 4,5b; to jsou hranice jednotlivých zón¹. Výsledná amplituda v libovolném bodě P (obr. 4,5 je nakreslen pro speciální případ, kdy bod P je umístěn symetricky k okrajům štěrbinu) se určuje jako superpozice vlnění od těch Fresnelových zón, které nejsou zakryty okraji štěrbinu.

Celková šíře m Fresnelových zón je určena vztahem

$$z_m = \sqrt{um\lambda},$$

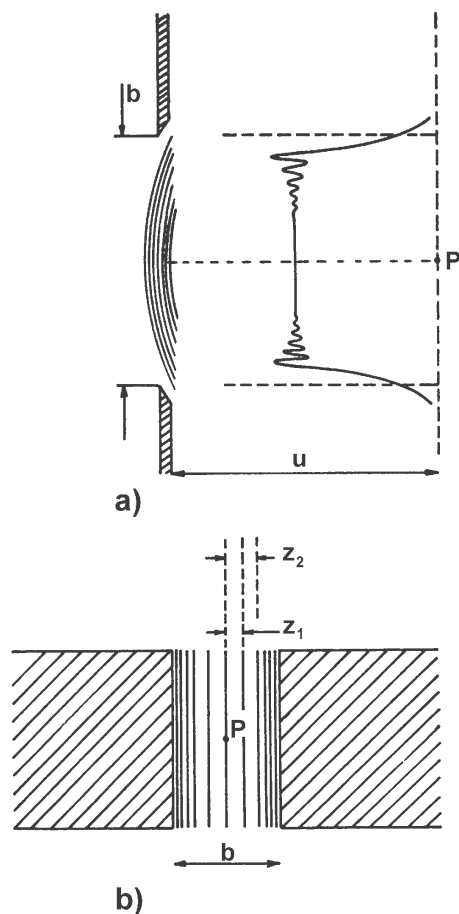
kde λ je vlnová délka světla.

Rozdělení intenzity světla v rovině pozorování se kvalitativně mění v závislosti na parametru $p = \sqrt{u\lambda}/b$, tj. na poměru šířky první Fresnelovy zóny $\sqrt{u\lambda}$ ku šířce štěrbinu b . Je-li $p \ll 1$, tj. $b \gg \sqrt{u\lambda}$, pak je rozdělení intenzity za štěrbinou možno získat v hrubých rysech pomocí geometrické optiky a ohybové jevy se projeví jen v úzkých oblastech na hranici světla a stínu. Tam vznikají difrakční obrazce pocházející z ohybu na hraně, které se při změně šířky štěrbinu pohybují prakticky nezávisle. Samotné rozdělení intenzity při ohybu na jedné hraně lze získat z Fresnelových zón např. pomocí Cornuovy spirály [I-1][I-2][I-5] a je znázorněno na obr. 4,6. Přesný matematický popis není jednoduchý. Při zmenšování šířky štěrbinu se oba systémy difrakčních proužků (od obou krajů štěrbinu) k sobě přibližují a postupně lze přejít k limitě Fraunhoferovy difrakce.

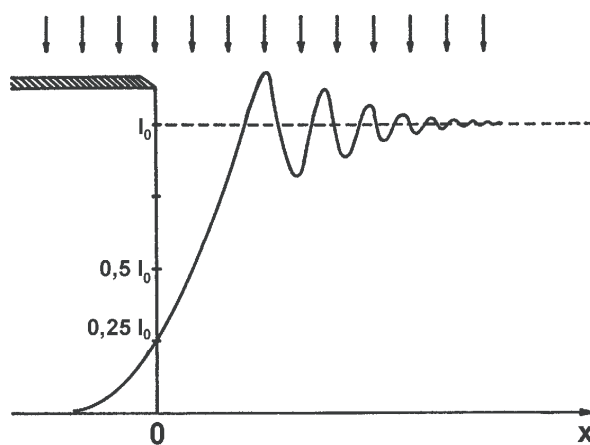
Fraunhoferova difrakce

Difrakční obrazec i jeho teoretický popis se podstatně zjednoduší, je-li šířka štěrbinu mnohem menší nežli šířka první Fresnelovy zóny, tj. když $b \ll \sqrt{u\lambda}$. Tato pod-

¹Pojem Fresnelovy zóny (pásma) se častěji používá pro případ difrakce na kruhovém otvoru, kdy zóny mají tvar kulových pásků vytnutých na sférické vlnoploše vymezené průměrem otvoru. V této kapitole pro maximální zjednodušení výkladu uvažujeme místo kruhového otvoru štěrbinu a v její rovině prakticky rovinnou vlnoplochu. Popisované zóny se pak někdy nazývají Schusterovy zóny, my se však přidržíme rozšířenějšího názvu Fresnelovy zóny (fyzikální princip zavedení a významu obou typů zón je totožný).



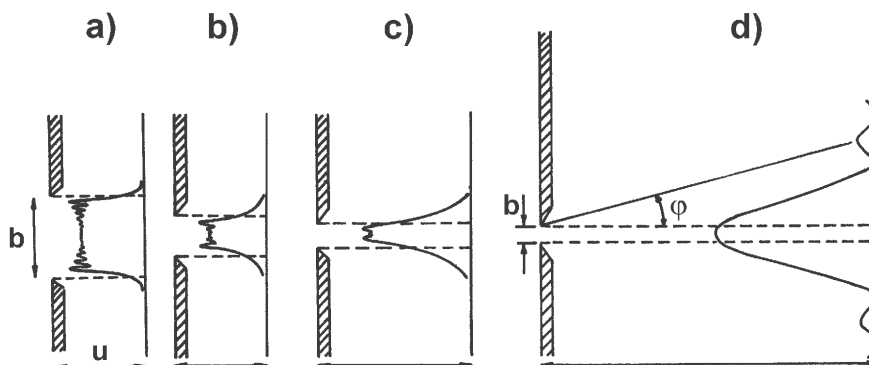
Obr. 4,5 Fresnelova difrakce na štěrbině



Obr. 4,6 Difrakční obrazec Fresnelova ohybu na hraně

mínka se nejlépe vyplní při hodně veliké vzdálenosti u od štěrbině k rovině pozorování (stínítku). Difrakce pozorovaná za těchto podmínek se nazývá difrakcí Fraunhoferovou. Ekvivalentně se někdy formulují podmínky pro Fraunhoferovu difrakci pomocí t.zv. *Fresnelova čísla* $N_F = b^2/\lambda u$. Musí platit $N_F \ll 1$. Postupný přechod od Fresnelovy difrakce k Fraunhoferově difrakci je schematicky ukázán na obr.

4,7. V zásadě lze pozorovat Fresnelovu i Fraunhoferovu difrakci v témže experimentálním uspořádání. Avšak při dostupných laboratorních rozměrech experimentu ($u \approx 0,5 - 1\text{m}$) vzniká Fraunhoferova difrakce pouze při velmi úzkých štěrbinách.



Obr. 4,7 Přechod od Fresnelovy k Fraunhoferově difrakci

Provedme rozbor experimentálního uspořádání vzdáleností štěrbin a stínítka. Tak např. při $u = 50\text{ cm}$ a použité vlnové délce zdroje $\lambda = 633\text{ nm}$ dostáváme $b \ll \sqrt{u\lambda} \approx$

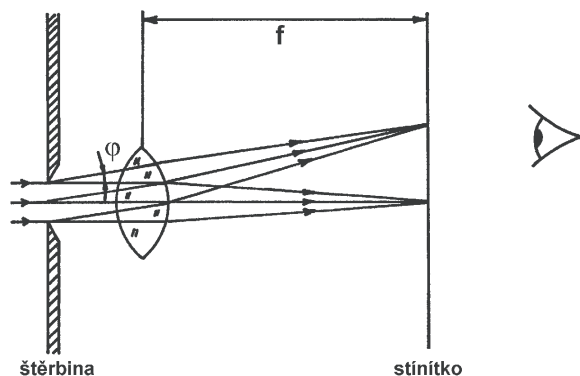
$0,6\text{ mm}$, tj. požadovaná hodnota b pro Fraunhoferovu difrakci je $b \lesssim 0,06\text{ mm}$. Tak úzké štěrbin jsou těžko dostupné a obtížně se s nimi pracuje. Proto se ke studiu Fraunhoferovy difrakce používá uspořádání, kdy na štěrbinu dopadá prakticky rovinná vlna a difrakční obrazec se tvoří v nekonečnu (v tom případě rozměr první Fresnelovy zóny $z_1 \rightarrow \infty$). V experimentu je pak třeba použít spojnou čočku (obr. 4,8).

Principiální rozdíl mezi Fresnelovou a Fraunhoferovou difrakcí v našem příkladu tedy spočívá v tom, že u Fresnelovy difrakce je vzdálenost u bodu pozorování P od štěrbin dostatečně malá, zatímco při $u \rightarrow \infty$ jde o Fraunhoferovu difrakci. V obou případech jsme předpokládali, že na rovinu štěrbin dopadá rovinná vlna, tedy zdroj je umístěn v nekonečnu. Poznamenejme, že v literatuře se difrakční jevy klasifikují obvykle tak, že pod Fresnelovou difrakcí se rozumí difrakční jevy, kdy *obě* vzdálenosti - vzdálenost zdroje od štěrbin i štěrbin od stínítka - jsou konečné. Nicméně pro Fresnelovu difrakci postačuje skutečně postulovat existenci *jediné* zakřivené vlnoplochy v rovině štěrbin. Bližší diskuzi je možno nalézt např. v [I-2].

Konkrétní uspořádání pro studium difrakčních jevů je podrobně popsáno v úloze 4.5 Studium ohybových jevů v laserovém svazku. Uvedeme zde proto již jen základní vztah pro Fraunhoferovu difrakci, který popisuje jednoduchým analytickým výrazem rozdělení intenzity světla difraktovaného na štěrbině v závislosti na úhlu difrakce φ (odvození viz např. [I-1][I-2][I-5]):

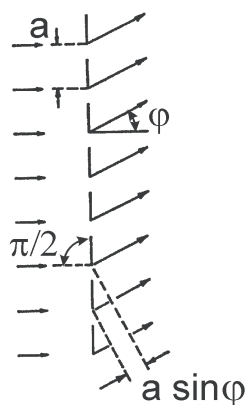
$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (4.13)$$

Jeho bližší rozbor a schematický průběh této funkce jsou uvedeny v návodu k úloze 4.5 Studium ohybových jevů v laserovém svazku.



Obr. 4,8 Fraunhoferova difrakce na šterbině

Difrakční mřížka



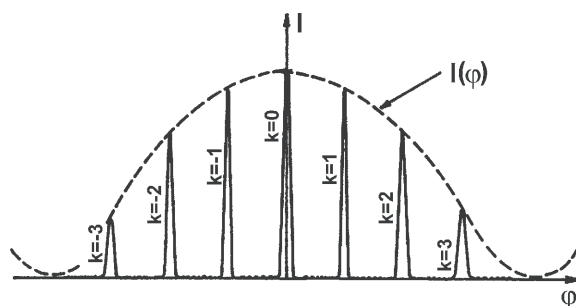
Obr. 4,9 Schéma difrakční mřížky

Difrakční mřížka je jeden z nejužívanějších disperzních (světlo rozkládajících dle vlnové délky) elementů v monochromátorech, resp. spektrografech. Jde o skleněnou (či kovovou) desku s řadou paralelních vrypů. Základními parametry mřížky jsou tzv. mřížková konstanta a a celkový počet vrypů N . Mřížka se užívá v podmínkách Fraunhoferovy difrakce, kdy na mřížku dopadá rovinná vlna (obr. 4,9). Přesná teorie mřížky bere v úvahu jak interferenci vln, vystupujících z různých šterbin (vrypů), tak i difrakci na každém z vrypů. První podmínka vede k následující *mřížkové rovnici*

$$a \sin \varphi_k = k \lambda \quad (k \text{ celé číslo}). \quad (4.14)$$

Mřížková rovnice stanoví ty úhly difrakce φ_k , do nichž je intenzita difraktovaného světla maximální pro danou vlnovou délku λ (v podstatě jde o důsledek vztahu (4.4)). Je zřejmé, že tyto úhly jsou různé pro různé vlnové délky, což podmiňuje funkci mřížky jako disperzního elementu. Číslo k se nazývá řád spektra (postupně s rostoucím úhlem φ se může celý spektrální motiv několikrát opakovat). Mřížková rovnice neříká nic o intenzitě spekter různých řádů. Toto rozdělení intenzit získáme, uvažíme-li i druhou podmínku - difrakci na každém z vrypů. Úhlová závislost ohybového jevu na šterbině $I(\varphi)$, určená vztahem (4.13), pak vystupuje jako modulační

funkce či „obálka“ spekter různých řádů; detaily lze nalézt v doporučené literatuře [I-1][I-2][I-5]. Schematicky je to znázorněno na obr. 4,10 pro monochromatické světlo $\lambda = \text{konst.}$



Obr. 4,10 Úhlové rozdělení intenzity světla při ohybu na mřížce

Seznámení a experimentální práci s difrakční mřížkou v úloze 4.4 Mřížkový spektrometr nám tedy usnadní, uvědomíme-li si dobře následující fakta:

1. Fialové paprsky (krátkovlnný konec viditelného spektra) se na mřížce odklánějí od přímého směru méně nežli paprsky červené (dlouhovlnný konec viditelného spektra).
2. Maxima intenzit řádu $k = 0$ pro všechny vlnové délky splývají při $\varphi_0 = 0$. Tedy při osvětlení bílým světlem je toto maximum nultého řádu nezbarvené, na rozdíl od všech spekter řádu $k \neq 0$.
3. Spektra prvního, druhého a dalších řádů jsou rozložena symetricky na obě strany od maxima nultého řádu. Body 1) – 3) vyplývají přímo ze vztahu (4.14).
4. Intenzita spekter klesá s rostoucím řádem spektra (viz obr. 4,10).

Důležité charakteristiky mřížky jako jsou *úhlová disperze*, *rozlišovací schopnost* a *disperzní oblast* jsou diskutovány v kontextu s návodem k úloze 4.4 Mřížkový spektrometr. non-txt-u303

Optické spektrometry jsou přístroje, které dovolují vizuální pozorování a kvantitativní proměření spektra zkoumaného světla. Jejich podstatnou částí je zařízení, které zkoumané světlo rozkládá, tzv. disperzní soustava. V našem případě je ve spektrometru jako disperzní soustavy použito rovinné mřížky na průchod (kap. 4, odst. 4.9). Dopadá-li svazek rovnoběžných paprsků o určité vlnové délce kolmo na rovinnou mřížku s mřížkovou konstantou a , dochází na každé ze štěrbin, z nichž se mřížka skládá, k ohybu světla. V důsledku interference světla z různých štěrbin se však světlo za mřížkou nešíří na všechny strany, ale jeho intenzita nabývá ostrého hlavního maxima v určitých směrech kolmých ke vrypům mřížky a svírajících úhly φ_k s kolmicí k rovině mřížky. Pro úhly φ_k platí

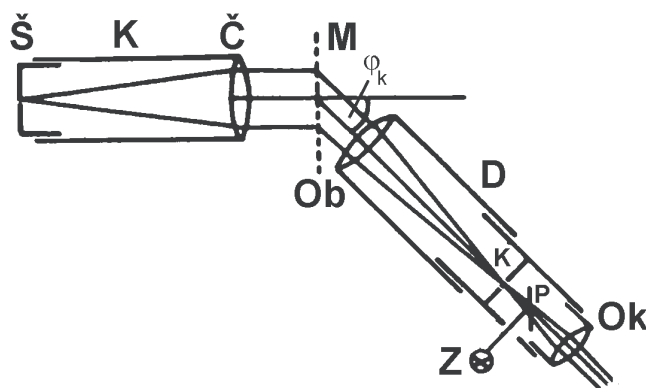
$$\sin \varphi_k = \frac{k\lambda}{a}, \quad (1)$$

kde k je celé číslo.

Obsahuje-li dopadající světlo více složek s různými vlnovými délkami, vychází z mřížky pod úhly φ_k pro určité k úplné úhlově rozložené spektrum tohoto světla. Hodnotu $|k|$ nazýváme řádem spektra.

Dalšími součástmi spektrometru jsou (viz obr. 4.4–1) kolimátor K a dalekohled D . Kolimátor vytváří rovnoběžný svazek paprsků a je tvořen čočkou \check{C} a úzkou štěrbinou \check{S} umístěnou v ohniskové rovině čočky \check{C} . Štěrba je rovnoběžná s vrypy mřížky a rovnoměrně osvětlena (často přes kondensor) zdrojem zkoumaného světla. Spektra vytvořena mřížkou M pozorujeme otáčivým dalekohledem D . Otáčením dalekohledu lze jeho nitkový kříž nastavit na vybranou čáru spektra a na děleném kruhu odečíst úhel otočení dalekohledu. Abychom vyloučili vliv nepřesně určené nulové polohy, odečítáme polohy čáry ψ_1, ψ_2 ve spektrech téhož řádu na obou stranách (symetricky k ose kolimátoru) a úhel φ_k vypočteme jako

$$\varphi_k = |\psi_1 - \psi_2|/2.$$



Obr. 4.4–1 Schéma mřížkového spektrometru

Při zpracování výsledků využijeme vztah (1) dvěma způsoby. Z měření se sodíkovým světlem známé vlnové délky ($\lambda_{D1} = 589,0$ nm, $\lambda_{D2} = 589,6$ nm; čára D uvedená v tabulce 1, kap. 1, odst.1.4 je aritmetickým průměrem těchto čar) určíme užitím vztahu (1) mřížkovou konstantu. V dalším pak používáme této hodnoty a ze vztahu (1) určíme vlnové délky spektrálních čar.

Vedle mřížkové konstanty a mřížky charakterizujeme ještě mřížku její rozlišovací schopností, úhlovou disperzí a disperzní oblastí. Jako *rozlišovací schopnost* se u spektrálních přístrojů obvykle zavádí číslo

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (2)$$

kde $\delta\lambda$ je nejmenší rozdíl vlnových délek $\lambda, \lambda + \delta\lambda$ dvou blízkých čar, které lze přístrojem ještě rozlišit. Dosažení vysoké rozlišovací schopnosti spektrometru předpokládá kvalitní optiku přístroje, dostatečně velké zvětšení dalekohledu a použití úzké štěrby. Jsou-li tyto předpoklady splněny, je horní dosažitelná mez rozlišovací schopnosti R_m dána vlnovým charakterem světla. U mřížky je tato mez, podobně jako u jiných přístrojů, založených na interferenci více svazků, rovna

$$R_m = mk, \quad (3)$$

kde k je řád spektra a m počet interferujících svazků. Je-li celá plocha mřížky osvětlena paprsky z kolimátoru, je počet svazků m roven celkovému počtu vrypů mřížky N :

$$N = \frac{s}{a}, \quad (4)$$

kde s je šířka mřížky. Osvětlují-li však paprsky z kolimátoru jen část celkové plochy mřížky, je třeba do vztahu (3) dosadit

$$m = 0.82 \frac{D}{a}, \quad (5)$$

kde D je průměr výstupní pupily kolimátoru.

Úhlová disperze D_a disperzní soustavy se definuje vztahem

$$D_a = \frac{d\varphi_k}{d\lambda}, \quad (6)$$

kde $d\varphi_k$ je rozdíl úhlů, pod kterými vycházejí ze soustavy paprsky dvou blízkých vlnových délek $\lambda, \lambda + \delta\lambda$. Diferenciací vztahu (1) dostáváme

$$D_a = \frac{k}{a \cos \varphi_k}. \quad (7)$$

Vstupují-li do mřížkového spektrometru paprsky značně rozdílných vlnových délek, dochází k vzájemnému překrývání spekter různých řádů. Největší interval vlnových délek (λ_1, λ_2) ($\lambda_2 > \lambda_1$), který lze ještě zobrazit ve spektru k -tého řádu, aniž by se překrýval se sousedními spektry, se nazývá *disperzní oblast*. Ze vztahu (1) lze odvodit, že disperzní oblast spektra k -tého řádu je určena podmínkou

$$k \lambda_2 = (k + 1) \lambda_1, \quad (8)$$

pak se totiž spektrum k -tého řádu právě začne překrývat se spektrem řádu $(k + 1)$ -ho. (Formálně je tato definice shodná s definicí dispersní oblasti u mnohasvazkových interferometrů používaných v úlohách 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry a 6.2 Zeemanův jev).

Disperzní oblast v prvním řádu překrývá celou viditelnou oblast (400–800 nm), ve vyšších řádech však již může dojít k překrývání spekter. Přesvědčete se.