

Interference a ohyb (difrakce)

Interference a difrakce jsou projevy vlnových vlastností světla. Při výkladu těchto jevů se setkáváme s pojmem *intenzita světla* I . Chápeme ji jako kvadrát intenzity elektrického pole světelné vlny \vec{E} vystředovaný za dobu podstatně delší, nežli je perioda kmitů elektromagnetického pole; tedy $I = \langle \vec{E}^2 \rangle$.

4.1 Základní podmínky pro vznik interference

Řešme případ, jak nalezneme intenzitu světa v libovolném bodě prostoru, kde se překrývají dva světelné svazky. Nejjednodušší případ představují rovinné monochromatické vlny se stejnou frekvencí ω . Zapišeme je ve tvaru

$$E_1 = A_1 e^{i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r})}, \quad E_2 = A_2 e^{i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r})},$$

kde $A_1 = a_1 e^{i\delta_1}$, $A_2 = a_2 e^{i\delta_2}$ jsou komplexní amplitudy a \vec{k}_1 , \vec{k}_2 značí vlnové vektory, pro jejichž velikosti platí $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$. Pro jednoduchost předpokládejme, že vektory \vec{E}_1 , \vec{E}_2 jsou rovnoběžné a odhlédneme tedy od vektorového charakteru polí. Výsledné kmity jsou dány superpozicí

$$E = E_1 + E_2 = e^{i\omega t} \left(A_1 e^{-i\vec{k}_1 \vec{r}} + A_2 e^{-i\vec{k}_2 \vec{r}} \right).$$

Zapišeme závorku v poslední rovnici jako

$$a e^{i\delta} = a_1 e^{i(\delta_1 - \vec{k}_1 \vec{r})} + a_2 e^{i(\delta_2 - \vec{k}_2 \vec{r})},$$

tj. a , δ jsou reálná amplituda a fáze výsledných kmitů. Vynásobením této rovnice výrazem komplexně sdruženým dostaneme

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \left[(\delta_2 - \delta_1) + \vec{K} \vec{r} \right] = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Zde $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ a $\varphi_i = (\delta_i - \vec{k}_i \vec{r})$. Pomocí intenzit pak zapišeme

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (4.1)$$

Jsou-li vlny ve fázi, tj. fázový rozdíl se udržuje stále konstantní a rovný sudému násobku π , čili

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\delta_2 - \delta_1) + \vec{K} \vec{r} = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad (4.2)$$

je dle (4.1) v daném bodě prostoru intenzita maximální:

$$I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2} \right)^2$$

(neboli v případě stejné intenzivních vln kdy $I_1 = I_2 = I_0$ je $I_{max} = 4I_0$). Jsou-li naopak vlny v daném bodě v protifázi, tj.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\delta_2 - \delta_1) + \vec{K} \vec{r} = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots \quad (4.3)$$

je intenzita minimální:

$$I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2} \right)^2$$

(neboli v případě stejné intenzivních vln $I_{min} = 0$).

Jestliže tedy jsou světelné svazky v pevných fázových relacích, tj. nejsou nezávislé, může být v určitých bodech prostoru intenzita světla větší či menší nežli *pouhý součet* intenzit $I_1 + I_2$; hovoříme o *koherentních svazcích* či odpovídajících *koherentních zdrojích* světla a popsání efektu nazýváme *interferencí světla*. Jsou-li zdroje světla nezávislé (nekoherentní), k interferenci nedochází.

To, co bylo řečeno pro dvě vlny, platí i pro případ více se překrývajících svazků; hovoříme pak o mnohapaprskové interferenci. Pochopitelně výskyt interferenčních maxim a minim ve vlnových polích není v rozporu se zákonem zachování energie – interference vede pouze k prostorovému přerozdělení energie do maxim a minim se zvýšenou resp. sníženou hustotou energie, zatímco celková zásoba zářivé energie v prostoru zůstává zachována.

4.2 Fázový a dráhový rozdíl

Uvažujeme interferenci dvou rovnoběžných svazků se stejnými vlnovými vektory $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$. Pak podle vztahu (4.2) fázový rozdíl $\varphi_2 - \varphi_1$ je dán počátečními fázemi vln, resp. jejich rozdílem

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \delta_2 - \delta_1.$$

Stejného efektu, jaký dává počáteční *fázový rozdíl* ($\delta_2 - \delta_1$), lze dosáhnout jistým *dráhovým rozdílem* mezi interferujícími svazky, neboť ve výrazu (uvažujeme šíření vln podél osy z) $e^{i\varphi} = e^{i(\delta - kz)}$ je matematicky ekvivalentní to, jestliže zvětšíme δ o jistou hodnotu či zmenšíme-li o tutéž hodnotu veličinu kz . Změně $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1$ je tedy ekvivalentní změna $\Delta(kz) = k \Delta z$, tedy jistý dráhový rozdíl mezi svazky Δz . Podmínky pro vznik interferenčních maxim (4.2) lze tedy psát

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta z = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad (4.4)$$

čili

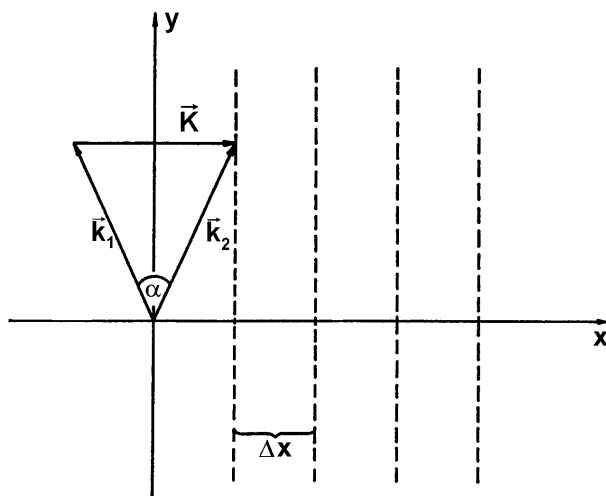
$$\Delta z = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$$

Podobně pro vznik interferenčních minim dostaneme ze vztahu (4.3):

$$\Delta z = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \quad (4.5)$$

Vznik interferenčních maxim tedy očekáváme v případě, kdy fázový rozdíl mezi interferenčními svazky je roven sudému násobku π či dráhový rozdíl je roven celistvému násobku vlnové délky λ ; interferenční minima vznikají při fázovém rozdílu rovnému lichému násobku π či dráhovém rozdílu rovnému lichému násobku $\lambda/2$. Tato elementární fakta slouží jako základ k pochopení úloh 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry, 4.2 Měření indexu lomu Jaminovým interferometrem a 4.3 Jednoduché aplikace interferenčních jevů.

4.3 Interference ve sbíhavých svazcích



Obr. 4,1 Interferenční pole dvou sbíhavých svazků

Nechť \vec{k}_1 a \vec{k}_2 leží v rovině x, y a nejsou kolinéární (obr. 4,1). Vektor $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ je pak ve zvolené souřadné soustavě kolmý k bisektrise úhlu α svíraného oběma svazky. Povrchy konstantních fázových rozdílů $\varphi_2 - \varphi_1 = konst$ tvoří pak dle (4.2) systém paralelních rovin kolmých k vektoru \vec{K} , neboť $\vec{K}\vec{r} = \vec{K}(\vec{x} + \vec{y}) = \vec{K}\vec{x}$; tyto roviny jsou znázorněny čárkovaně na obr. 4,1. Podle výše řečeného bude intenzita výsledného vlnění podél těchto rovin konstantní. Vzdálenost Δx mezi dvěma sousedními rovinami s maximální (či minimální) intenzitou lze nalézt z podmínek pro výskyt maxima u jedné takové roviny určené souřadnicí x_1

$$\varphi_2 - \varphi_1 = Kx_1 + (\delta_2 - \delta_1) = 2m\pi$$

a roviny sousední

$$\varphi_2 - \varphi_1 = K(x_1 + \Delta x) + (\delta_2 - \delta_1) = 2(m+1)\pi.$$

Odečtením obou rovnic získáme hledanou vzdálenost

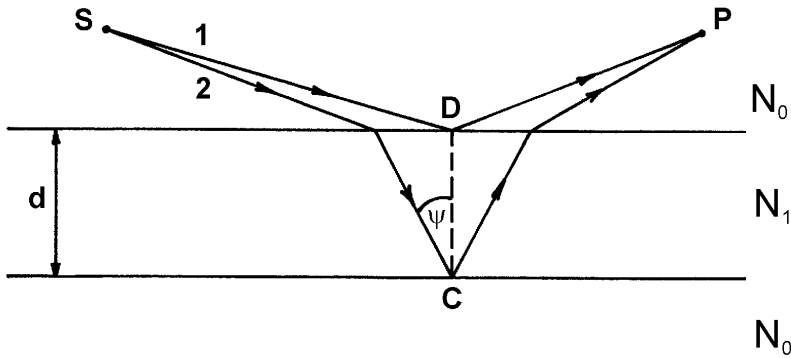
$$\Delta x \cdot K = 2\pi \quad \text{neboli} \quad \Delta x = \frac{2\pi}{K}.$$

Protože $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \frac{2\pi}{\lambda}$, je $K = 2k \sin(\alpha/2)$ a tedy

$$\Delta x = \frac{2\pi}{K} = \frac{\pi}{k \sin(\alpha/2)} = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)}. \quad (4.6)$$

Jestliže tedy vložíme do interferenčního pole na obr. 4,1 stínítko kolmo k ose y objeví se na něm systém světlých a temných proužků (kolmých na rovinu xy) s prostorovou periodou určenou vztahem (4.6). Vytvoření tohoto interferenčního pole je nezbytné k realizaci úlohy 4.6 Laserová dopplerovská anemometrie.

4.4 Interference na tenkých vrstvách



Obr. 4,2 Interference dvou svazků na tenké vrstvě

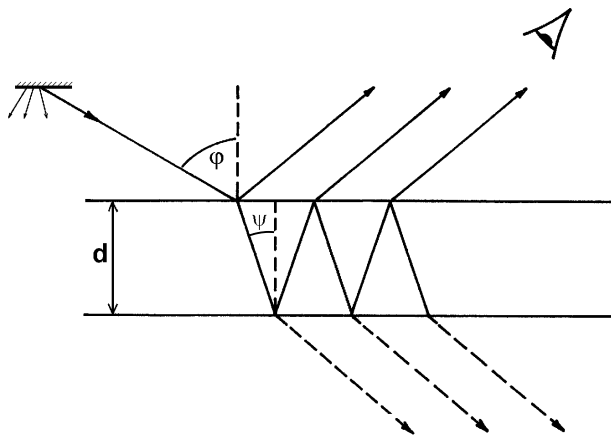
Velmi častý případ interference nastává při osvětlení tenké vrstvy, ohraničené近平alelními rovinami a obsahující prostředí o indexu lomu N_1 . Navzájem spolu interferují vlny z jednoho a téhož bodového zdroje S odražené na předním a zadním povrchu vrstvy o tloušťce d (obr. 4,2). Výraz pro dráhový rozdíl Δ mezi interferujícími paprsky 1,2 lze snadno odvodit (např. [I-1][I-3]) pomocí elementární geometrie; vychází $\Delta = 2N_1d \cos \psi$.

S uvážením eventuálního dodatečného fázového rozdílu π (tedy dráhového rozdílu $\lambda/2$) při odrazu na jednom z povrchů jest

$$\Delta = 2N_1d \cos \psi + \lambda/2. \quad (4.7)$$

Tento vztah platí i pro vrstvy s proměnnou tloušťkou. Jestliže přitom paprsky dopadají na vrstvu téměř kolmo ($\cos \psi \approx 1$ se mění velmi málo) nebo vrstvu pozorujeme z takové vzdálenosti, že úhel ψ se po celé ploše vrstvy příliš nemění, pak dráhový rozdíl Δ závisí pouze na tloušťce vrstvy, d v místě dopadu paprsků. Geometrické místo bodů na povrchu vrstvy, sledující konstantní tloušťku d , je pak zároveň geometrickým místem konstantního fázového rozdílu. Tato místa, charakterizovaná podmínkou $d = konst$, se nazývají *proužky stejné tloušťky*. Jsou lokalizovány na vrstvě a vidíme je okem akomodovaným na vrstvu, resp. je můžeme pozorovat lupou nebo mikroskopem. Jsou-li oba povrchy vrstvy rovinné a nerovnoběžné, tvoří proužky stejné tloušťky

přímky rovnoběžné s průsečnicí povrchů - to je případ klínovité vrstvy a s podobným efektem se setkáváme při realizaci úlohy 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry. V případě nerovinných povrchů dostávají proužky stejné tloušťky obecně zakřivený tvar, s čímž se setkáváme při studiu úlohy 4.3 Jednoduché aplikace interferenčních jevů. Poněkud jiným způsobem se realizují tzv. *kroužky stejného sklonu*. Jde o případ přesně planoparalelní vrstvy osvětlené divergentním světelným svazkem či plošným zdrojem (obr. 4,3). Při konstantní tloušťce d závisí dráhový rozdíl (4.7) pouze na úhlu ψ resp. φ . Je zřejmé, že místa konstantního dráhového (fázového) rozdílu jsou charakterizována konstantní hodnotou $\cos \psi$ a tvoří soustředné kružnice. Takto vznikající světlé a temné kroužky se nazývají kroužky stejného sklonu a, jak vyplývá z obr. 4,3, jsou lokalizovány v nekonečnu a tedy je pozorujeme okem (či dalekohledem) zaostřeným na nekonečno.

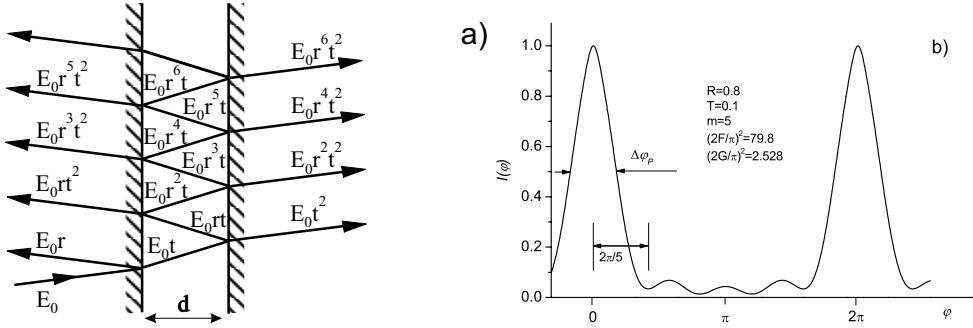


Obr. 4,3 Vznik kroužků stejného sklonu

4.5 Interference mnoha svazků

Na obr. 4,3 je naznačeno, že za vhodných podmínek může ve vrstvě docházet k interferenci mnoha svazků: dopadající paprsek podstupuje ve vrstvě mnohonásobné odrazy, při každém z nich se však částečně lomí, t.zn. částečně vystupuje ven z vrstvy. Na odraz i na průchod tak vzniká množina rovnoběžných paprsků s monotonně klesající intenzitou (s konstantním fázovým rozdílem mezi dvěma sousedními paprsky), které spolu navzájem interferují. Tato interference více svazků je základem funkce řady interferometrů (Fabryho-Perotův interferometr, Lummerova-Gehrckeova deska), které se používají zejména jako spektrální analyzátoři s velmi vysokým rozlišením, viz též odd. 6.5.2. Proto zde naznačíme základní princip těchto přístrojů.

Budeme uvažovat konkrétní případ interference na planoparalelní vzduchové vrstvě mezi dvěma pokovenými (silně reflektujícími) skleněnými deskami - Fabryho-Perotův interferometr. Interference na takovéto vrstvě je detailněji ukázána na obr. 4,4a. Budiž



Obr. 4,4 a) Interference mnoha svazků na vzduchové vrstvě. b) Průběh intenzity výsledného interferenčního obrazce

r koeficient odrazu pro amplitudu vlny a budiž t koeficient amplitudové propustnosti na polopropustném kovovém zrcadle (t tedy zahrnuje ztráty absorpcí světla v kovovém filmu). Pro jednoduchost uvažujeme r i t reálné, tj. zanedbáme dodatečnou změnu fáze při odrazu na kovovém filmu. Paprsek dopadá s amplitudou E_0 , částečně se odráží s amplitudou rE_0 a částečně prochází s amplitudou tE_0 , odráží se na druhém rozhraní s amplitudou rtE_0 a částečně prochází vpřed s amplitudou t^2E_0 . Dále dozrá druhý odraz s amplitudou r^2tE_0 a vychází s amplitudou $r^2t^2E_0$ atd. Přitom každé dva sousední svazky mají dle (4.7) fázový rozdíl $\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta = 2dk\cos\psi$ (sudý počet odrazů ruší dodatečný fázový rozdíl π , předpokládáme interferenci na vzduchové vrstvě a tedy $N_1 = 1$).

S respektováním fáze a amplitudy dostaneme výslednou amplitudu procházející vlny sečtením příspěvků všech paprsků, jejichž počet budiž m :

$$E = E_0(t^2 + r^2t^2e^{i\varphi} + r^4t^2e^{i2\varphi} + \dots + r^{2(m-1)}t^2e^{i(m-1)\varphi}).$$

To je však geometrická řada o koeficientu $r^2e^{i\varphi}$, jejíž součet jest

$$E = E_0 \frac{(t^2 - r^{2m}e^{im\varphi})}{(1 - r^2e^{i\varphi})}.$$

Intenzita prošlého světla I , úměrná výrazu EE^* , bude tedy rovna

$$I = |E_0|^2 \frac{(t^2 - r^{2m}e^{im\varphi})(t^2 - r^{2m}e^{-im\varphi})}{(1 - r^2e^{i\varphi})(1 - r^2e^{-i\varphi})} = I_0 \frac{[(T - R^m \cos m\varphi)^2 + (R^m \sin m\varphi)^2]}{[1 + R^2 - 2R \cos \varphi]}, \quad (4.8)$$

kde jsme zavedli $|E_0|^2 = I_0$, intenzitní reflektivitu $R = r^2$ a intenzitní propustnost $T = t^2$. Po malých úpravách a zavedení funkce polovičního úhlu přejde (4.8) na

$$I(\varphi) = I_0 \frac{(T - R^m)^2 + 4TR^m \sin^2(m\varphi/2)}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\varphi/2)}, \quad (4.9)$$

což upravíme na tvar

$$I(\varphi) = I'_0 \frac{1 + (2G/\pi)^2 \sin^2(m\varphi/2)}{1 + (2F/\pi)^2 \sin^2(\varphi/2)}, \quad (4.10)$$

kde $I'_0 = I_0(T - R^m)^2/(1 - R)^2$, $G = \pi(TR^m)^{1/2}/(T - R^m)$ a $F = \pi R^{1/2}/(1 - R)$.

V prakticky důležitých případech je R blízké jedničce, T je relativně velmi malé ($T \approx 0,05$) a $m = 30 - 40$; obvykle pak $F^2 \gg G^2$. Jmenovatel ve (4.10) dosahuje všude velmi vysoké hodnoty s výjimkou okolí těch hodnot φ , kdy $\sin(\varphi/2) = 0$ ($\varphi=0, 2\pi, 4\pi, \dots$). Funkce $I(\varphi)$ má tedy v těchto bodech ostrá maxima a mezi nimi velmi malou hodnotu s namodulovanou „jemnou strukturou“ pocházející z čitatele v rovnici (4.10).

Obr. 4,4b ukazuje funkci $I(\varphi)$ pro konkrétní názorný příklad: $R=0,8$, $T=0,1$, $m=5$, $I'_0=1$. Pro rozlišovací schopnost interferometrů má nyní principiální důležitost šířka $\Delta\varphi_P$ hlavních maxim funkce $I(\varphi)$. Z obr. 4,4b i z elementárního rozboru výrazu (4.10) je vidět, že první lokální minimum je od hlavního maxima vzdáleno o $2\pi/5$, obecně o $2\pi/m$. Vzhledem ke tvaru hlavního maxima je zřejmé, že tato veličina je velmi dobrou aproximací *pološířky* $\Delta\varphi_P$ hlavního maxima (t.j. plné šířky v polovině výšky); tedy $\Delta\varphi_P \approx 2\pi/m$. Vyjádřeno pomocí vlnové délky máme

$$\Delta\lambda_P = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi_P = \frac{\lambda}{m}. \quad (4.11)$$

To tedy znamená, že ostrost interferenčních kroužků (proužků) se zvyšuje s rostoucím počtem interferujících paprsků. Tím se tedy zvyšuje i rozlišovací schopnost, neboť při ostrých interferenčních kroužcích je možno dobře rozlišit jejich dubletní (či složitější) strukturu, pocházející z více složek dané spektrální čáry. Přístroje pracující na tomto principu se používají v úloze 4.1 Měření vlnových délek světla interferometry a 6.2 Zeemanův jev.

Poznamenejme, že pološířku $\Delta\lambda_P$ přirozeně nelze zmenšovat do nekonečna (platnost vztahu (4.11) nelze extrapolovat k hodnotám $m \rightarrow \infty$ a ani technicky není možné zajistit interferenci nekonečně mnoha svazků). V teoretickém limitním případě $m \rightarrow \infty$ musí být $R \rightarrow 1$, kdy F dosáhne velmi vysokých hodnot a zároveň bude platit $G \approx 0$. Ze vztahu (4.10) lze pak snadno ukázat, že pro dolní limit pološířky platí $\Delta\lambda_P^{min} = \lambda/F$. Tato hodnota tedy již nezávisí na m , ale je určena pouze faktorem F , který se nazývá *jemností*.

Z obr. 4,4b můžeme získat představu ještě o dalších dvou parametrech charakterizujících interferometr. Především je zřejmé, že celý motiv se periodicky opakuje s periodou 2π . Pokud se hlavní maximum v daném interferenčním řádu pro vlnovou délku např. λ_1 bude překrývat s maximem pro blízkou vlnovou délku λ_2 v sousedním řádu, udává rozdíl těchto vlnových délek tzv. *disperzní oblast* interferometru $\Delta\lambda_D$. Obr. 4,4b pak říká, že do disperzní oblasti lze „naskládat“ právě m maxim (obrazů spektrálních čar) s vlnovými délkami $\lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$, aniž by došlo k jejich překryvu a splynutí dle Rayleighova kritéria. To znamená, že *minimální rozdíl vlnových délek* dvou právě rozlišitelných čar je

$$\delta\lambda = \Delta\lambda_D/m. \quad (4.12)$$