

Objektivní analýza meteorologických polí (NMET014)

Zbyněk Sokol

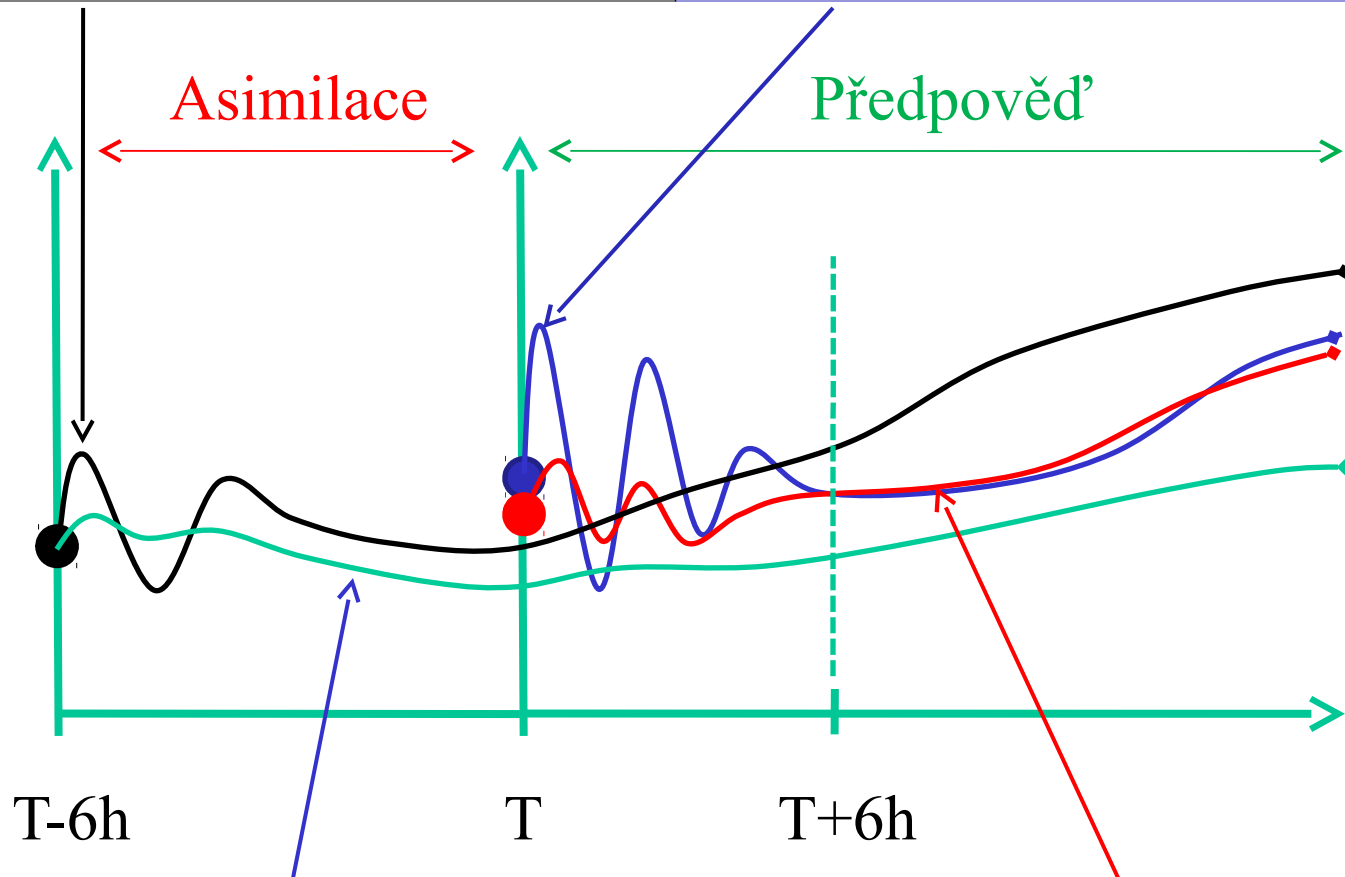
Email: sokol@ufa.cas.cz

Tel.: 272016037

Numerická předpověď počasí

Poč. podmínka v T-6h, bez inicializace

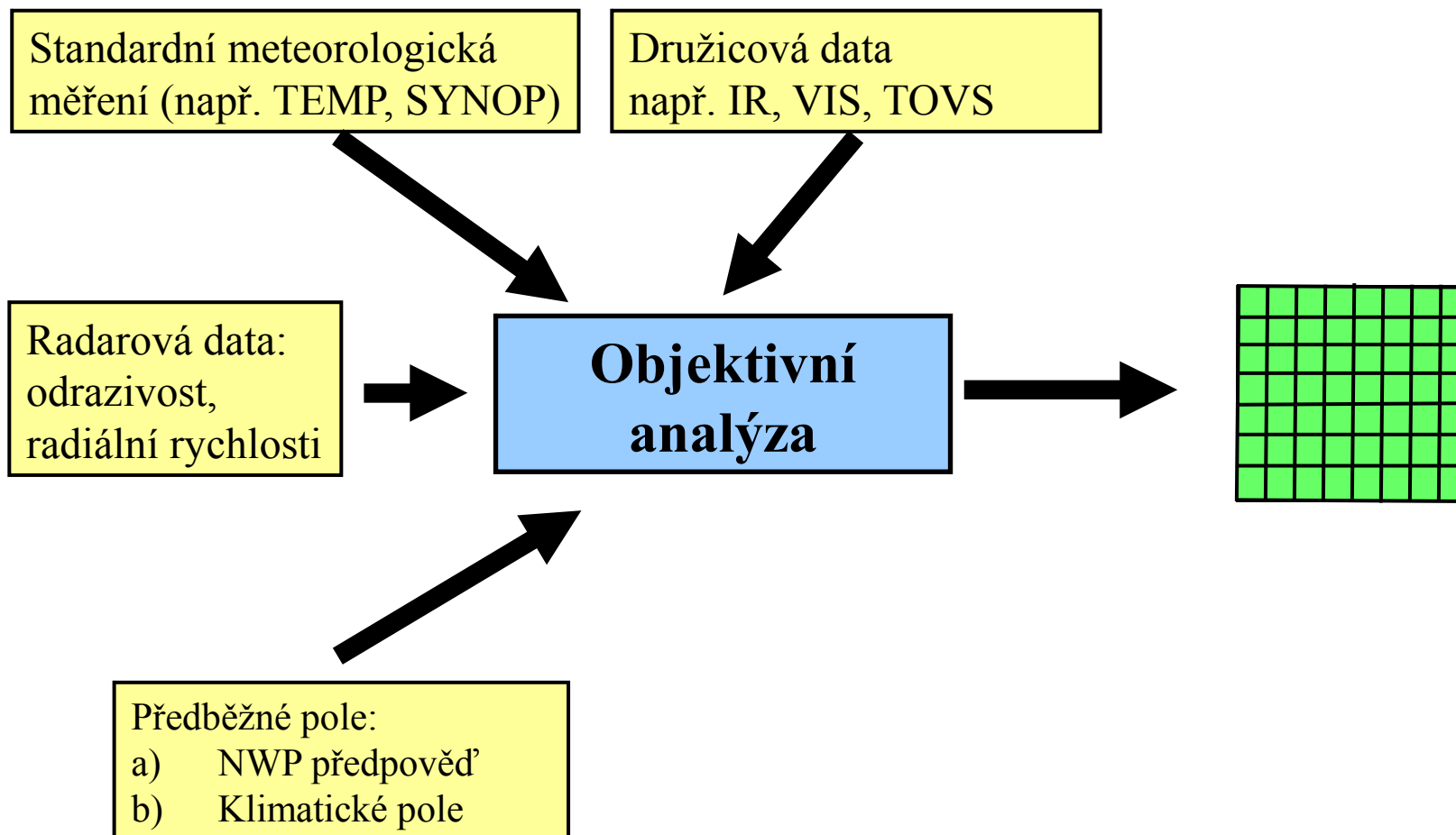
Poč. podmínka v T, bez inicializace



Předpověď s asimilací

Poč. podmínka v T s inicializací

Objektivní analýza



Co se rozumí pojmem objektivní analýza?

I. Objektivní analýza

1. Příjem dat (dekódování, ...)
2. Kontrola dat
3. Interpolace resp. extrapolace dat

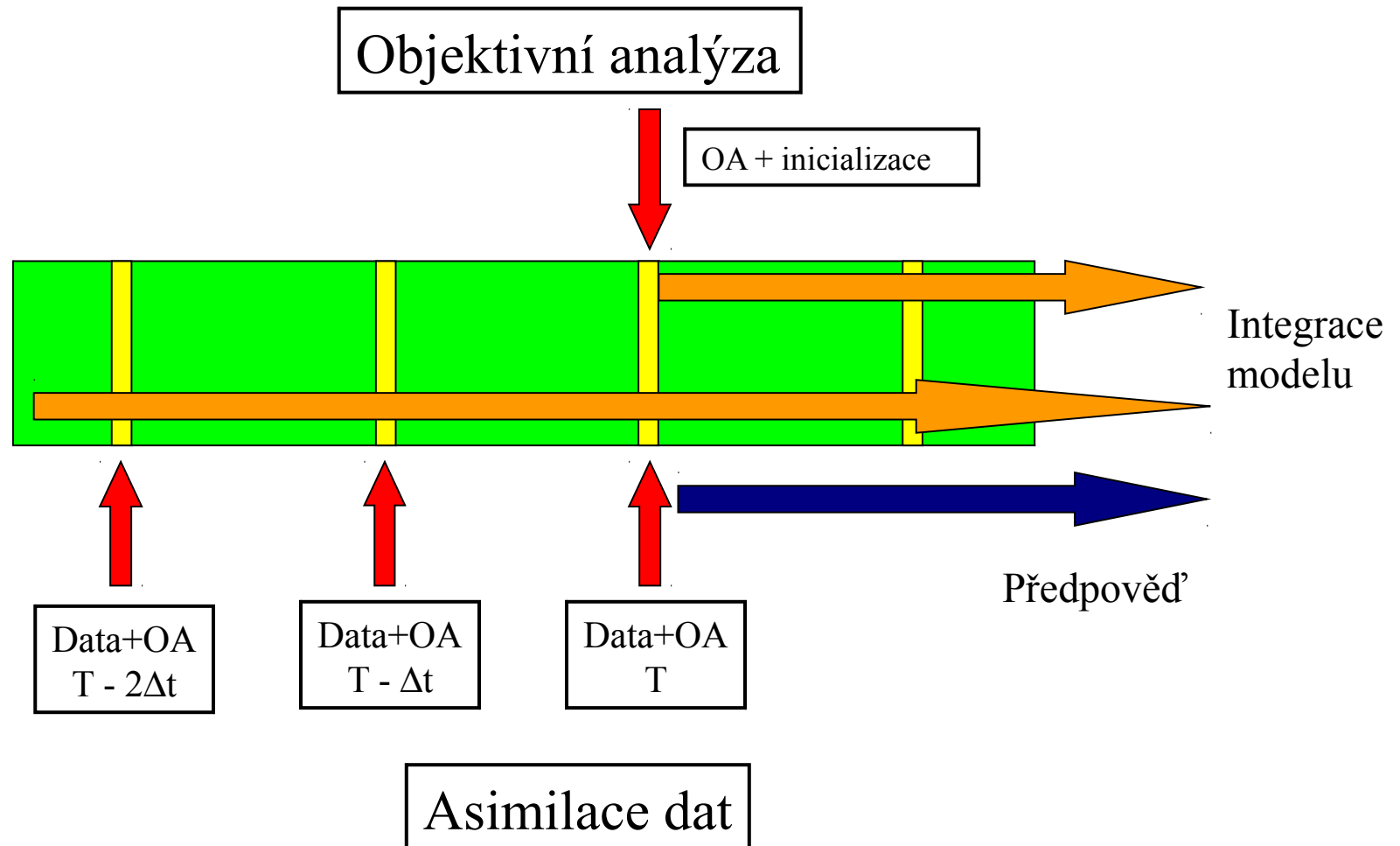
Výstup: hodnoty v uzlových
bodech

II. Objektivní analýza

Interpolace resp. extrapolace dat

Výstup: hodnoty v uzlových
bodech

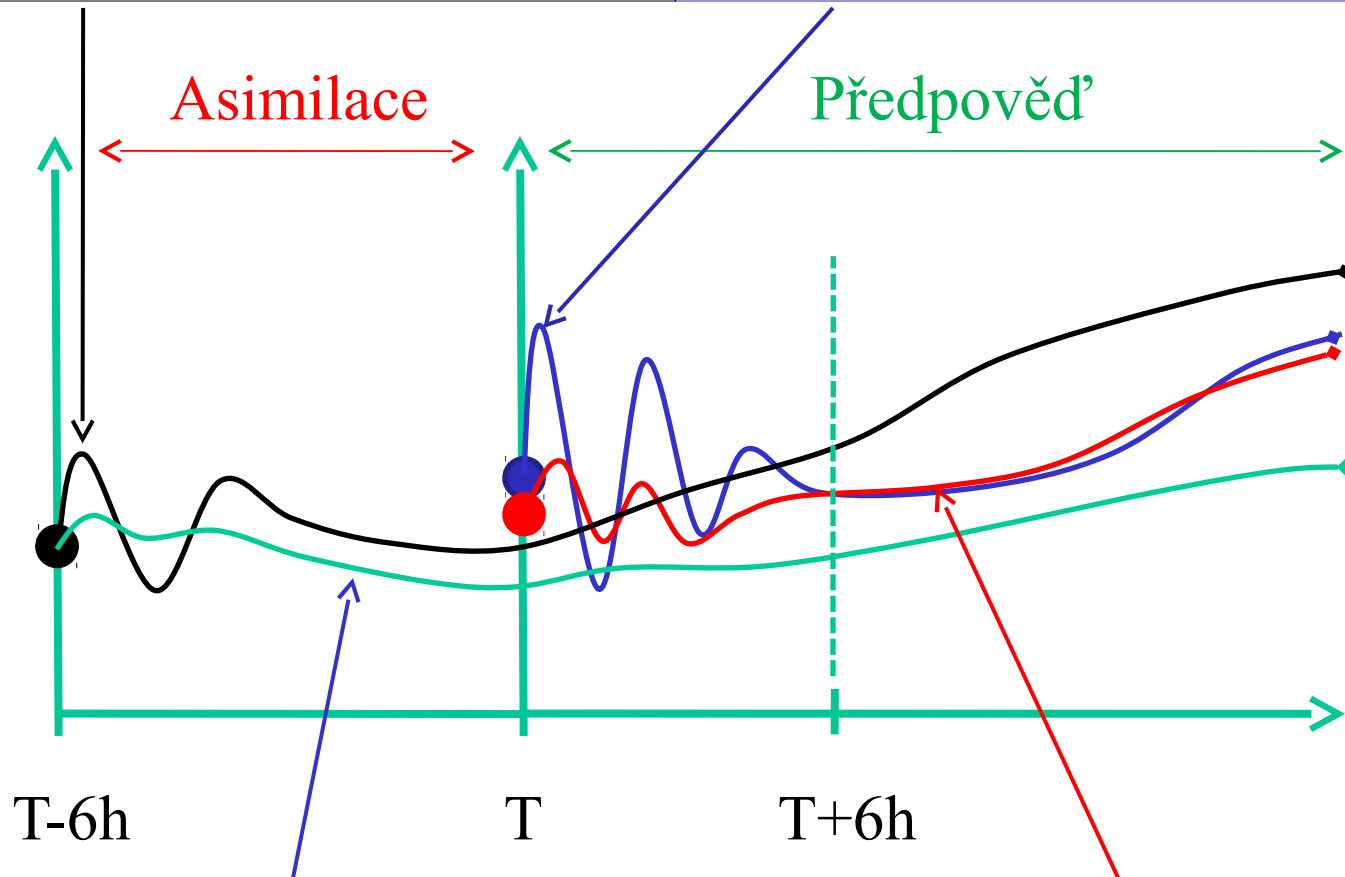
Objektivní analýza v. asimilace



Numerická předpověď počasí

Poč. podmínka v T-6h, bez inicializace

Poč. podmínka v T, bez inicializace



Předpověď s asimilací

Poč. podmínka v T s inicializací

Základní informace

➤ OA na omezené oblasti

- kartézské souřadnice x, y
- v případě globální OA se používají sférické souřadnice φ, λ

➤ OA 2D

- x, y – souřadnice

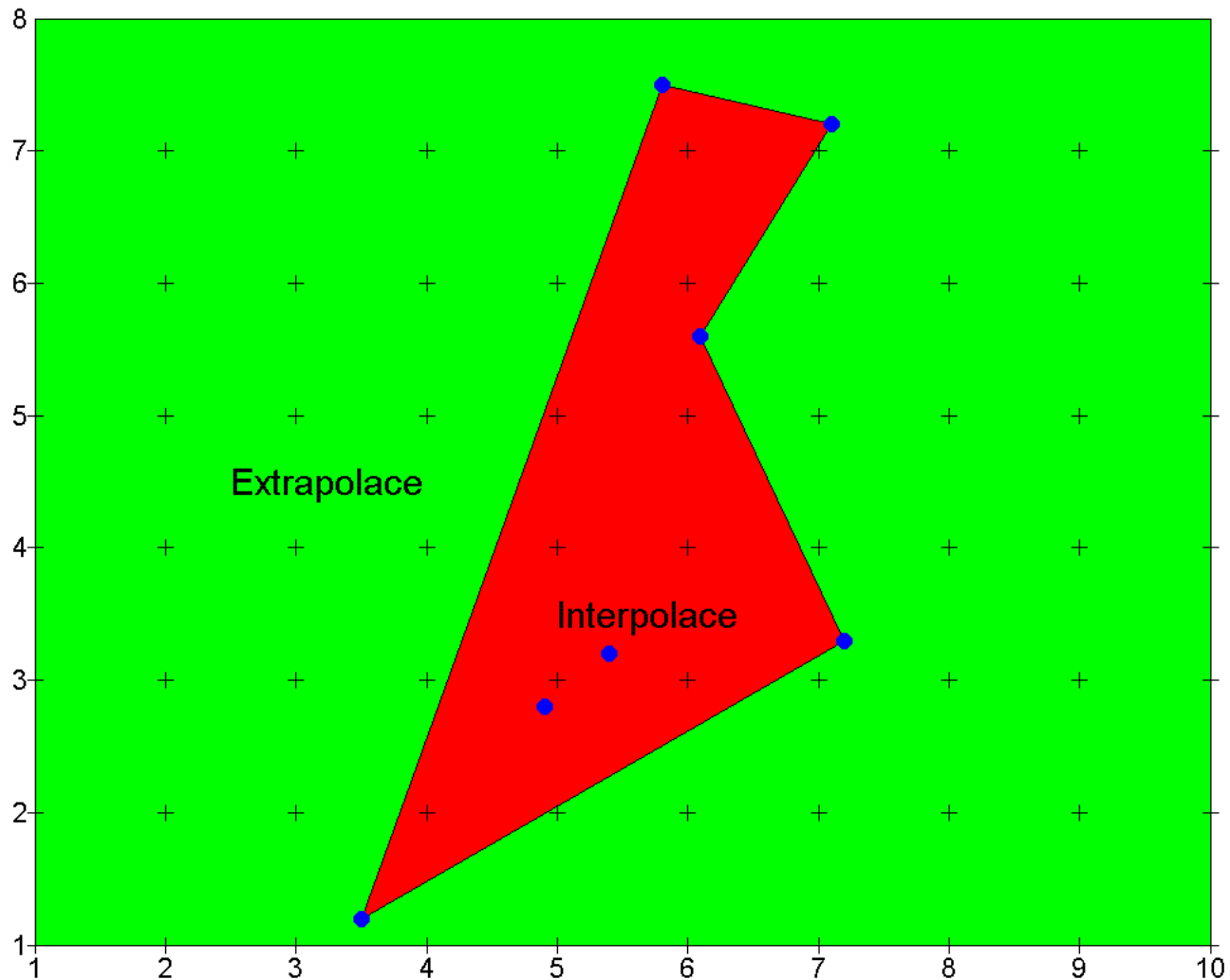
➤ OA 3D

- x, y, p
- x, y, σ

➤ OA 4D

- T – čas

Interpolate, extrapolate



Přehled typů metod OA

- **Matematické metody interpolace**
 - Globální interpolace
 - Lokální interpolace
- **Korekční metody**
 - “švédská metoda”
 - Cresmanova metoda
 - Barnesovo schéma
- **Optimální (statistická) interpolace**
- **Variační metoda: 3D-VAR, metoda využívající Bayesův vztah**

Přehled typů metod asimilace

- **Optimální interpolace**
- **3D-VAR**
- **Nudging**
- **Kalmánův filtr**
- **4D-VAR**

Historický přehled

První pokusy po II. sv. válce

I. Aproximace polynomem

- Panofsky (1949)
 - první pokus
 - polynomiální rozvoj v malé oblasti obsahující naměřená data a uzly, tj. aproximace polynomem
 - metoda nejmenších čtverců a hladkost interpolace závisí na počtu koeficientů
 - váha přiřazena měřením (subjektivně), vyjadřují spolehlivost údaje
 - geostrofický vztah pro stanovení vazby mezi geopotenciální výškou a větrem
 - výsledné pole nebylo hladké a vykazovalo singularity

➤ Gilchristem a Cressmanem (1954)

- polynomiální interpolace
- zavedli strategii tzv. oblasti vlivu (pro každý uzel je definována oblast, z níž se použijí vstupní data při interpolaci)
- geostrofický vztah je využit při konstrukci polynomu
- kontrola dat
- předběžné pole

II. Korekční metoda

- Bergthorssonem a Doosem (1955)
metoda postupných korekcí
- Cressmanem (1959)
od 1960 operativně zaveden v americké
meteorologické službě
- Barnes (1964, 1978)
zavedl závislost váhové funkce na iteraci
- Brathseth (1986)

III. Optimální (statistická) interpolace

- Eliassen 1954, Gandin 1963
 - jednoduchý statistický model
 - poskytuje metodiku pro prostorovou a časovou interpolaci dat s různou spolehlivostí
 - zohledňuje různou prostorovou hustotou a vzájemnou vazbou

IV. Variační metody

- Metoda využívající Bayesův vztah
 - Bayesův vztah pro výpočet aposteriorní pravděpodobnosti
 - obecná maximalizace pravděpodobnosti minimalizace funkcionálu
 - práce Lorence

- Sasaki (1958)
 - mass-consistent (rovnice kontinuity) modely – analýza přízemního větru s velkým rozlišením
 - Masuda 1984, Mossiopoulos 1986, McGinley, Achtemeier 1986b

Matematické metody – globální interpolace

Polynom m-tého stupně:

$$\Psi(x, y) = \sum_{i,j=0}^{i+j=m} a_{ij} x^i y^j$$

$$\Psi(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y$$

$$\Psi(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2$$

$$\Psi(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{03}y^3$$

Aproximace metodou nejmenších čtverců s váhami

$$F(a_{ij}) = 0.5 \sum_{k=1}^n w_k (\Psi(x_k, y_k) - d_k)^2 \quad 0.5 \sum_{k=1}^n w_k \left(\sum_{i,j=0}^{i+j=m} a_{ij} x_k^i y_k^j - d_k \right)^2 \rightarrow \min$$

a_{ij} – koeficienty

d_k – naměřené hodnoty, $k=1, \dots, n$

Řešení vede na soustavu lineárních rovnic:

$$\frac{\partial F}{\partial a_{rs}}(a_{..}) = \sum_{k=1}^n w_k \left(\sum_{i,j=0}^{i+j=m} a_{ij} x_k^i y_k^j - d_{ij} \right) x_k^r y_k^s = 0$$

$$\sum_{k=1}^n w_k \left(\sum_{i,j=0}^{i+j=m} a_{ij} x_k^{i+r} y_k^{j+s} \right) = \sum_{k=1}^n w_k d_k x_k^r y_k^s$$

$$r, s = 0, \dots, m, \quad r + s = m$$

Matlab

Globální interpolace: výhody, nevýhody

Výhody

- Jednoduchá realizace
- Lze použít pro interpolaci (za určitých podmínek)

Nevýhody

- Formální interpolace
- Vztah mezi m (stupeň polynomu) a n (počet dat)
 - malé m – malá variabilita
 - $m \sim n$ - těsná vazba, velký šum
- Numerická nestabilita pro velká m
- Extrapolace může vést k velkým chybám

Matematické metody – lokální interpolace

Princip

- Pro každý uzlový bod se vyvíjí vlastní regresní model
- Při vývoji modelu se naměřené hodnoty z určitého okolí
- Polynom je nízkého stupně

$$\Psi(x, y) = \sum_{i,j=0}^{i+j=m} a_{ij} x^i y^j$$

m – stupeň polynomu

a_{ij} – koeficienty

Lokální interpolace: výhody, nevýhody

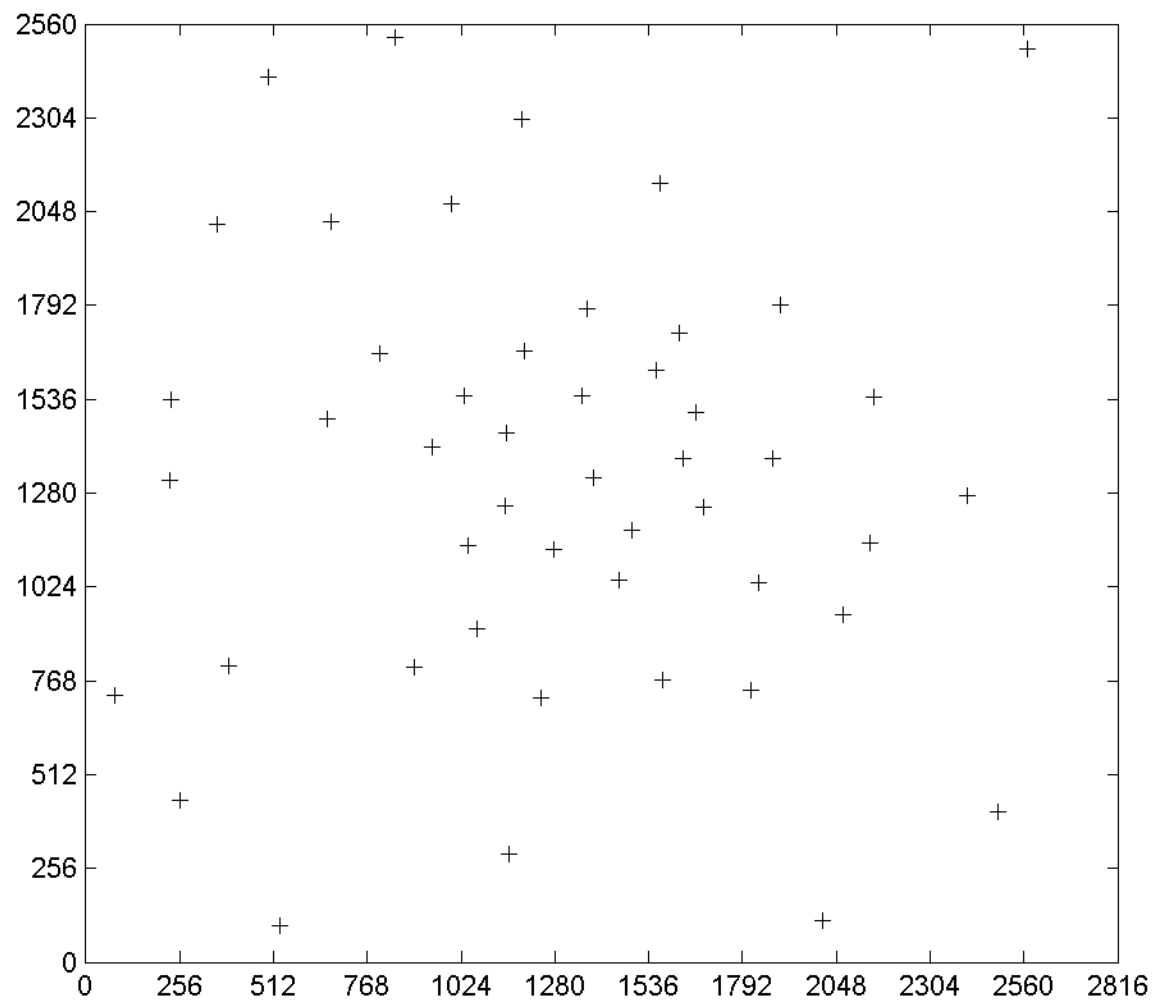
Výhody

- Lze popsat pole, pokud je dost naměřených dat a lze se vyhnout extrapolaci
- Nejsou problémy s numerickou stabilitou (zpravidla)
- Vztah mezi m a n určuje chování OA
- Vztah mezi m a n se určuje empiricky

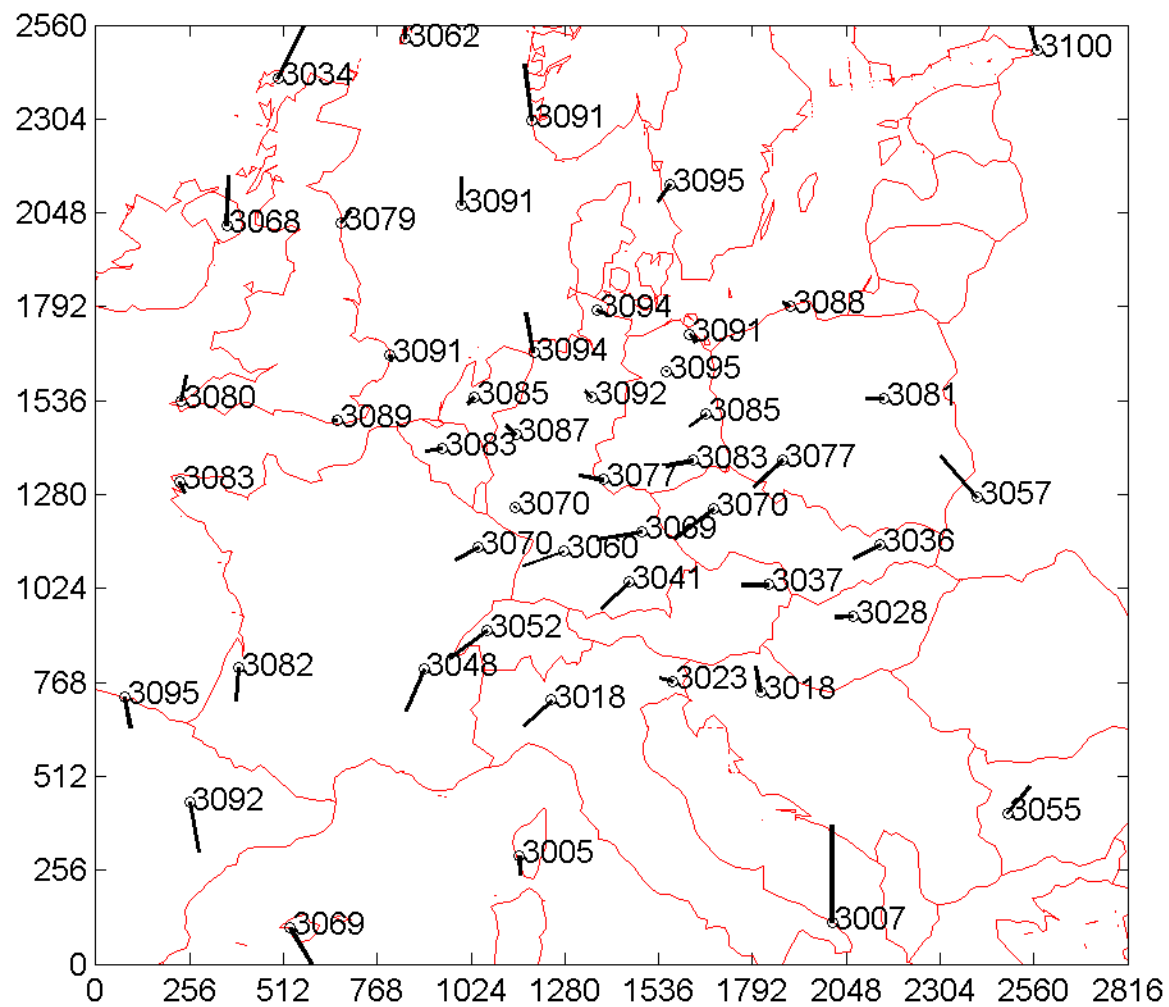
Nevýhody

- Formální interpolace
- Extrapolace může vést k velkým chybám
- Výpočet může být časově náročný

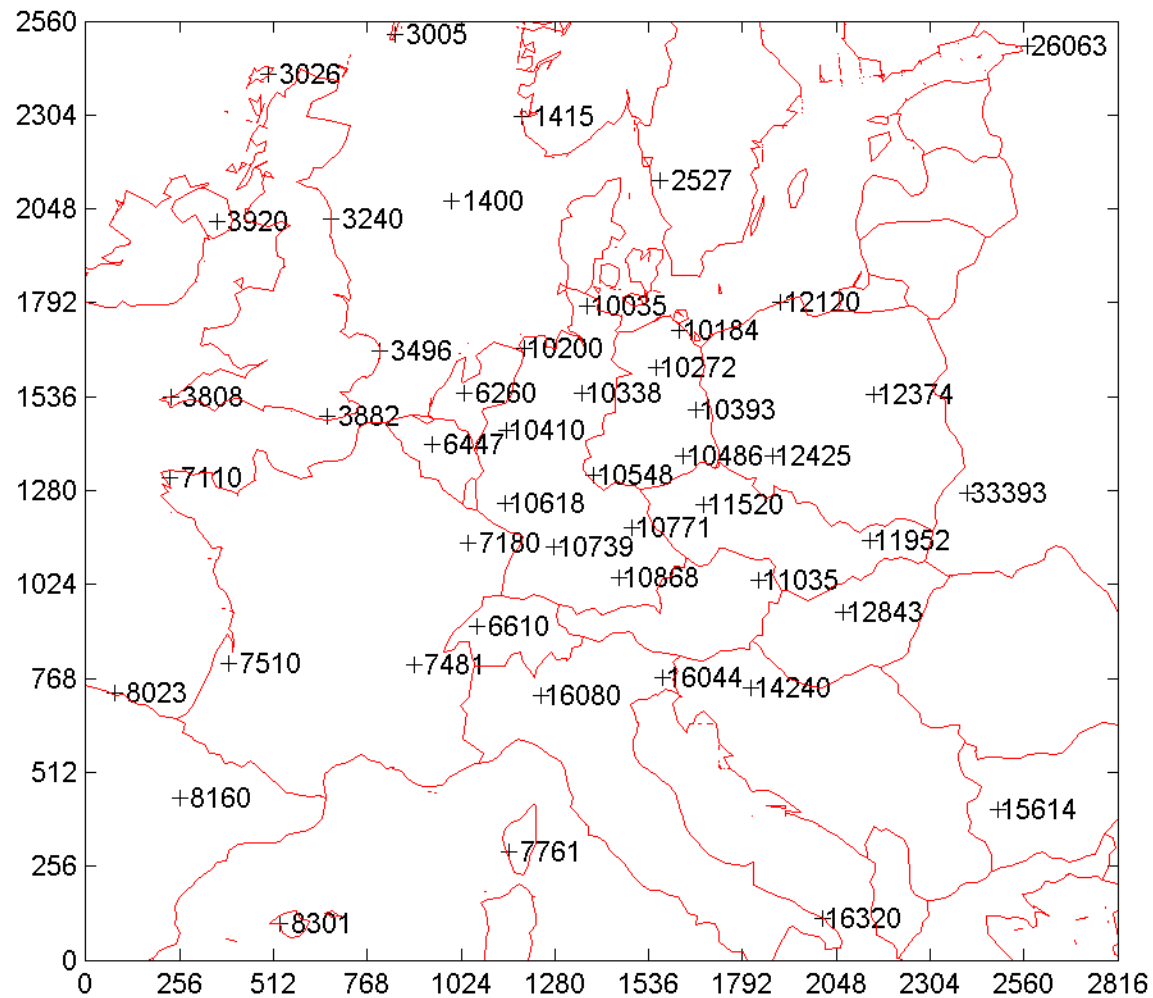
Rozložení stanic, oblast 23x21, h = 128 km



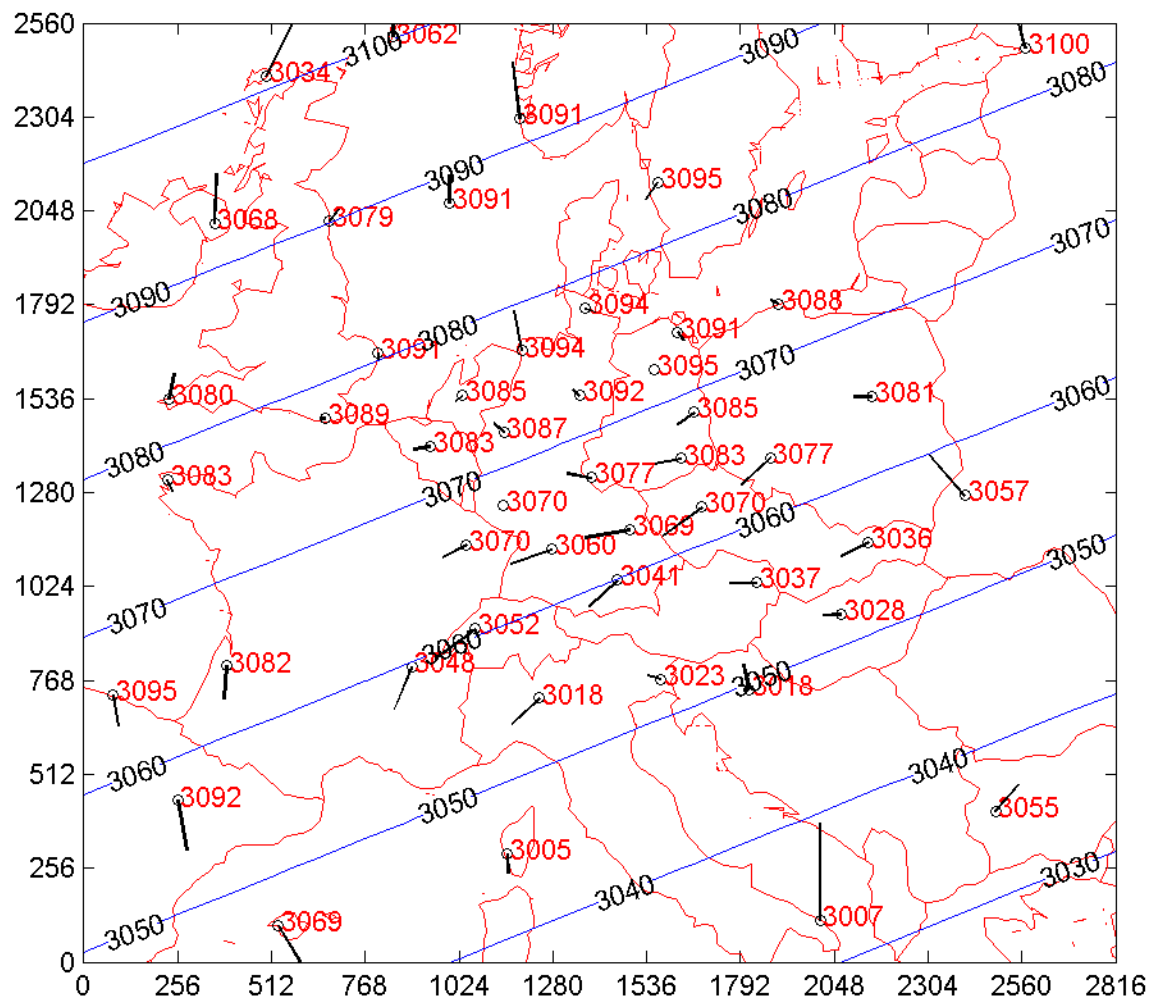
13.5.1996: z, u, v, 23x21 uzlů, h = 128 km



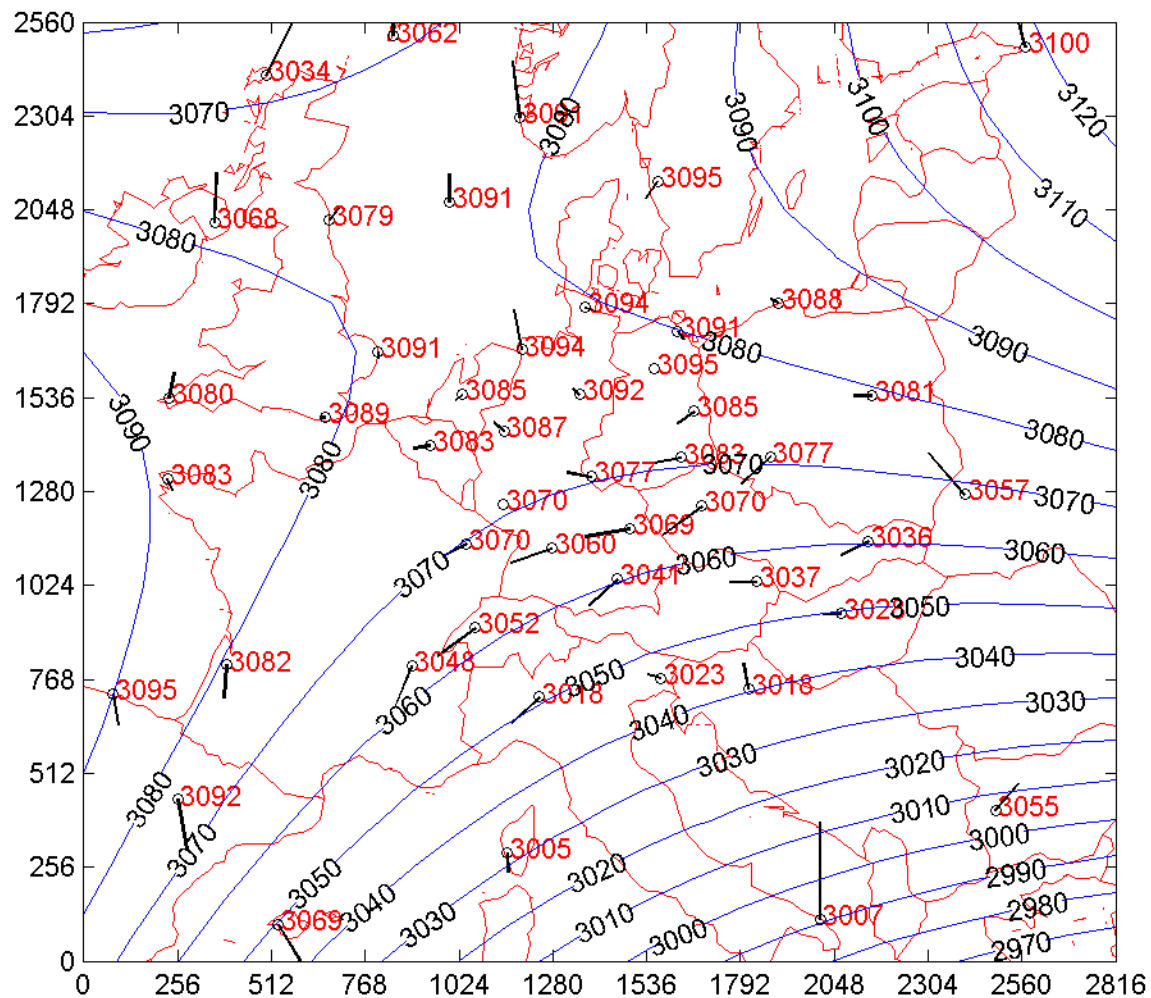
Stanice



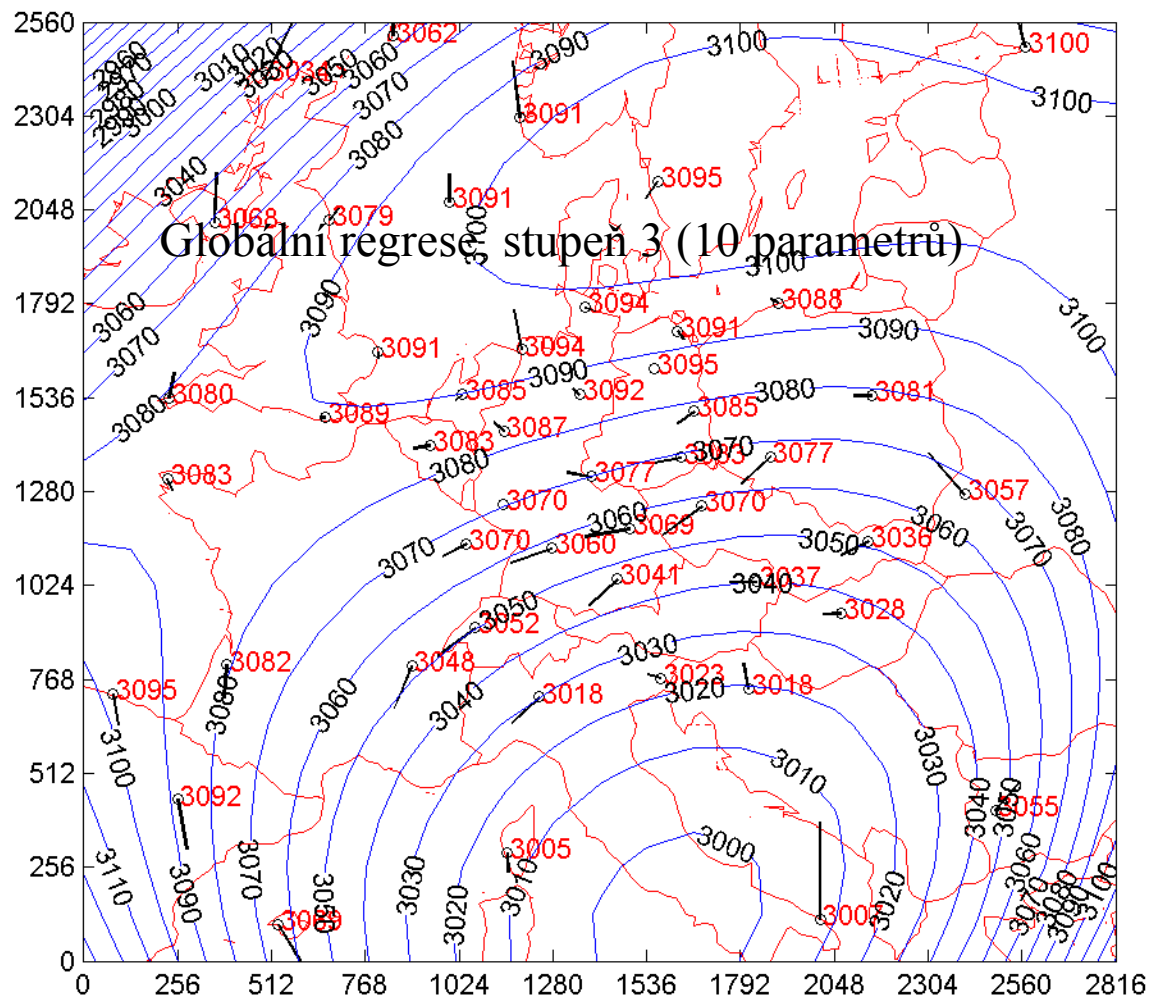
Globální regrese, stupeň 1 (3 parametry)



Globální regrese, stupeň 2 (6 parametrů)

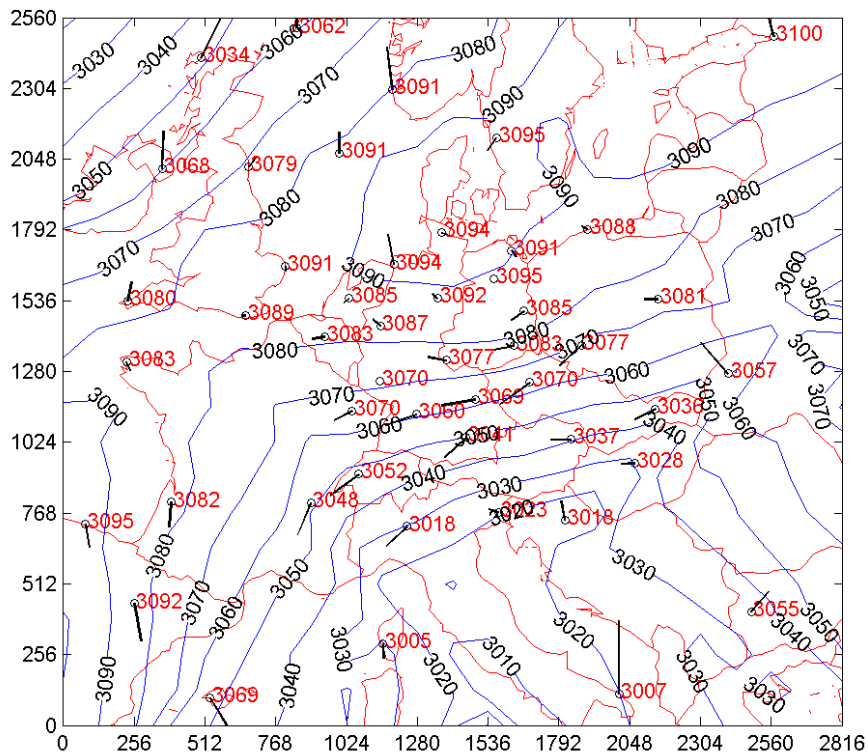


Globální regrese, stupeň 3 (10 parametrů)

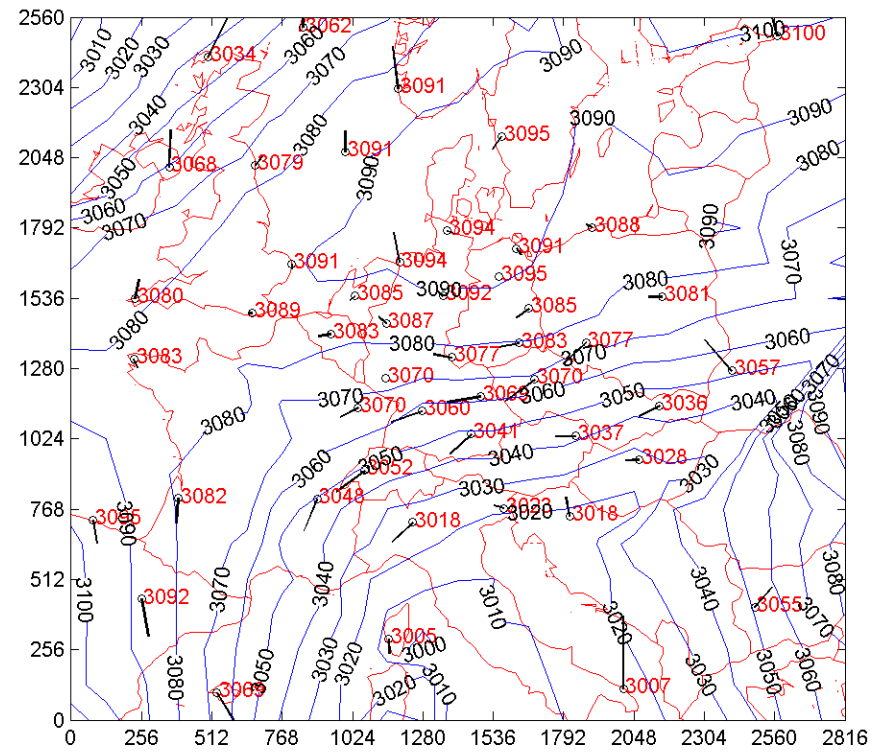


Lokální regrese, stupeň 1 (3 parametry)

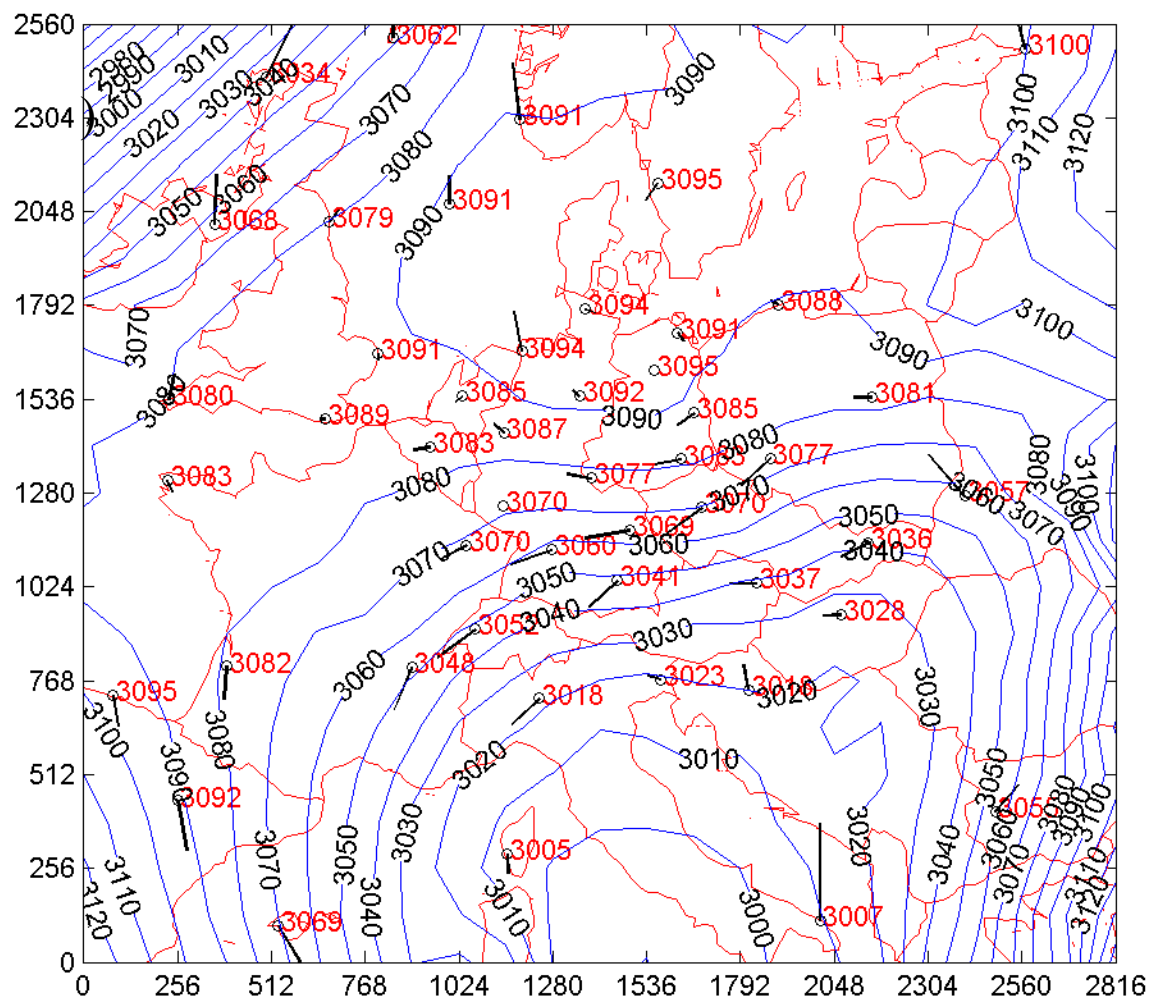
Počet stanic, $N_{\max} = 9$



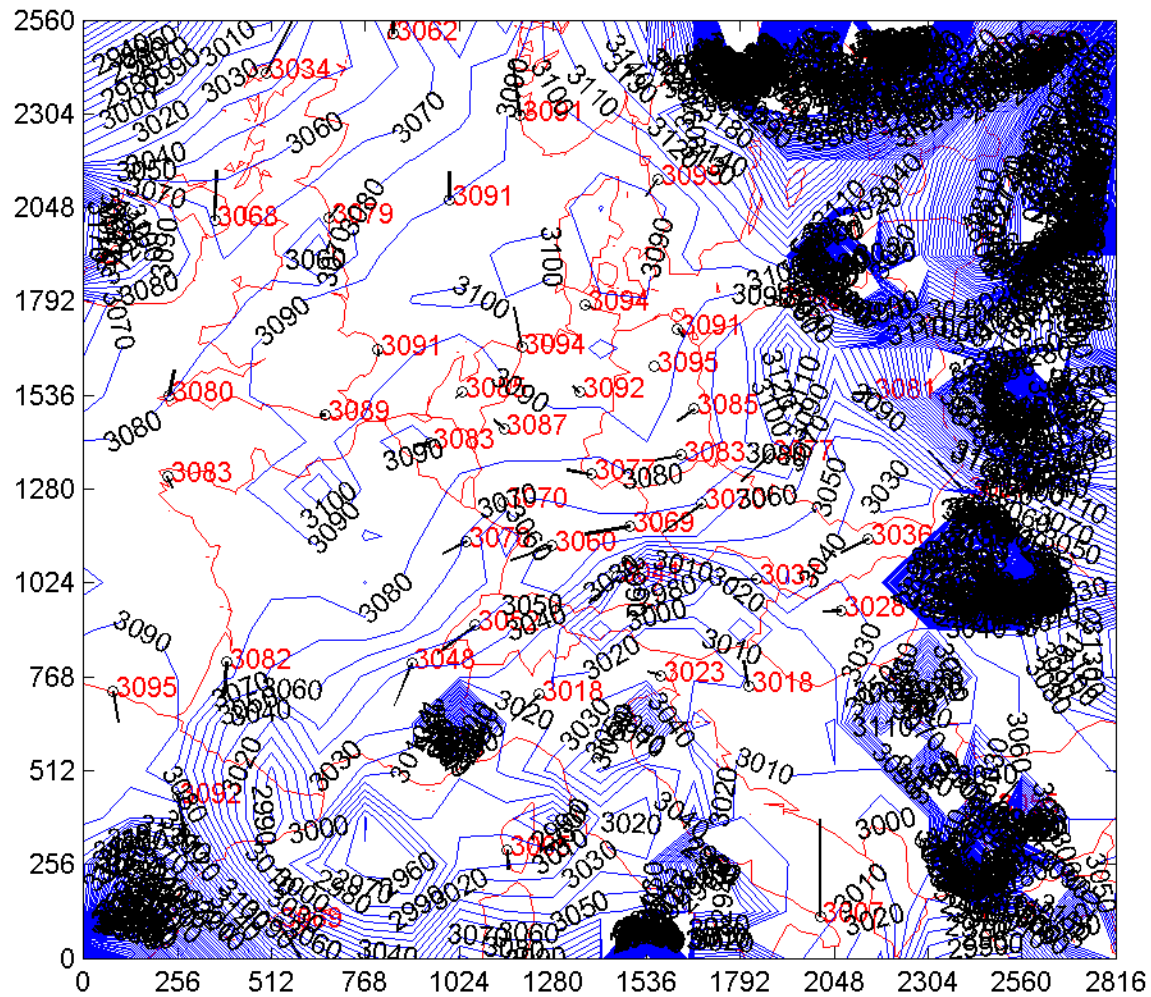
Počet stanic, $N_{\max} = 5$



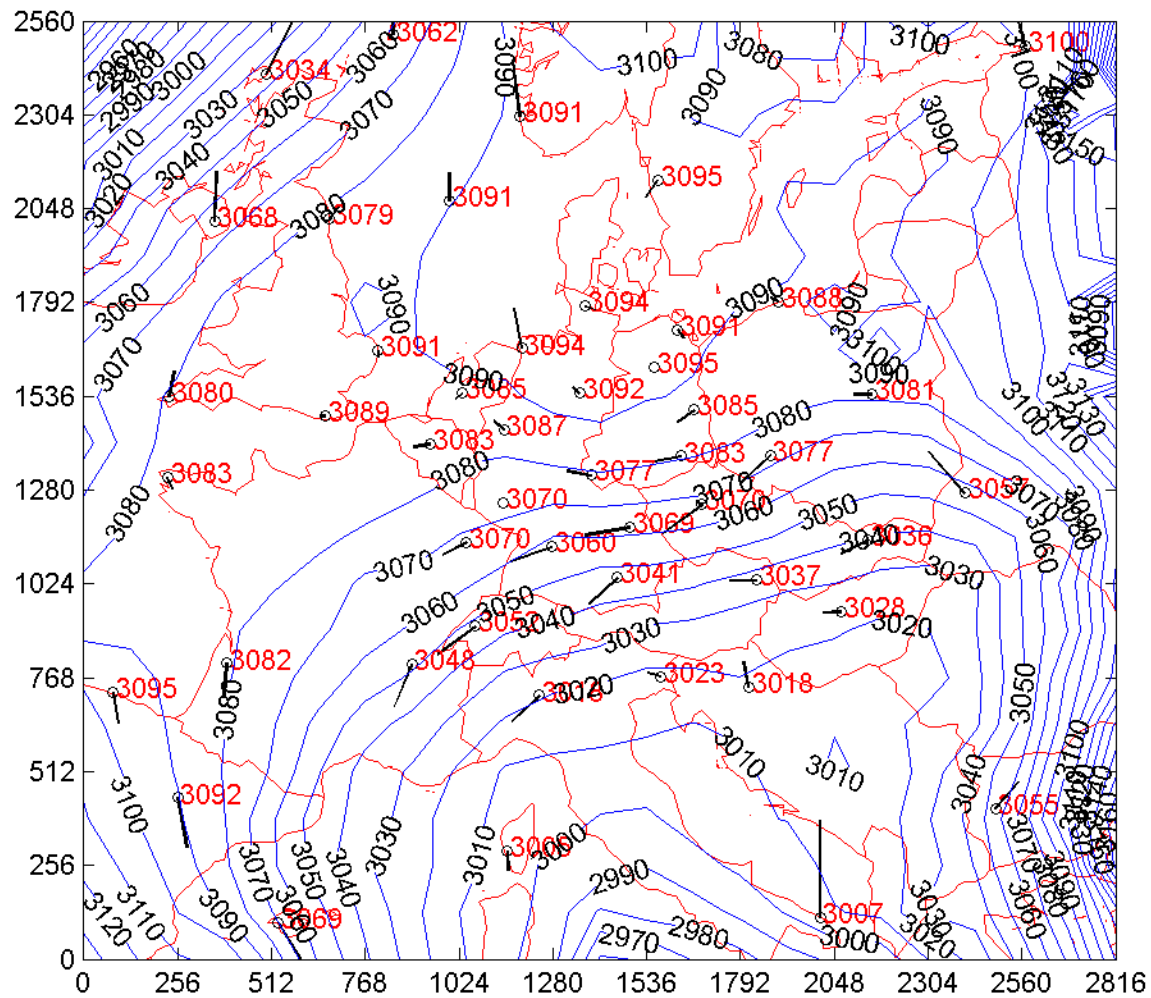
Lokální regrese, stupeň 2 (6 parametrů, $N_{\max} = 9$)



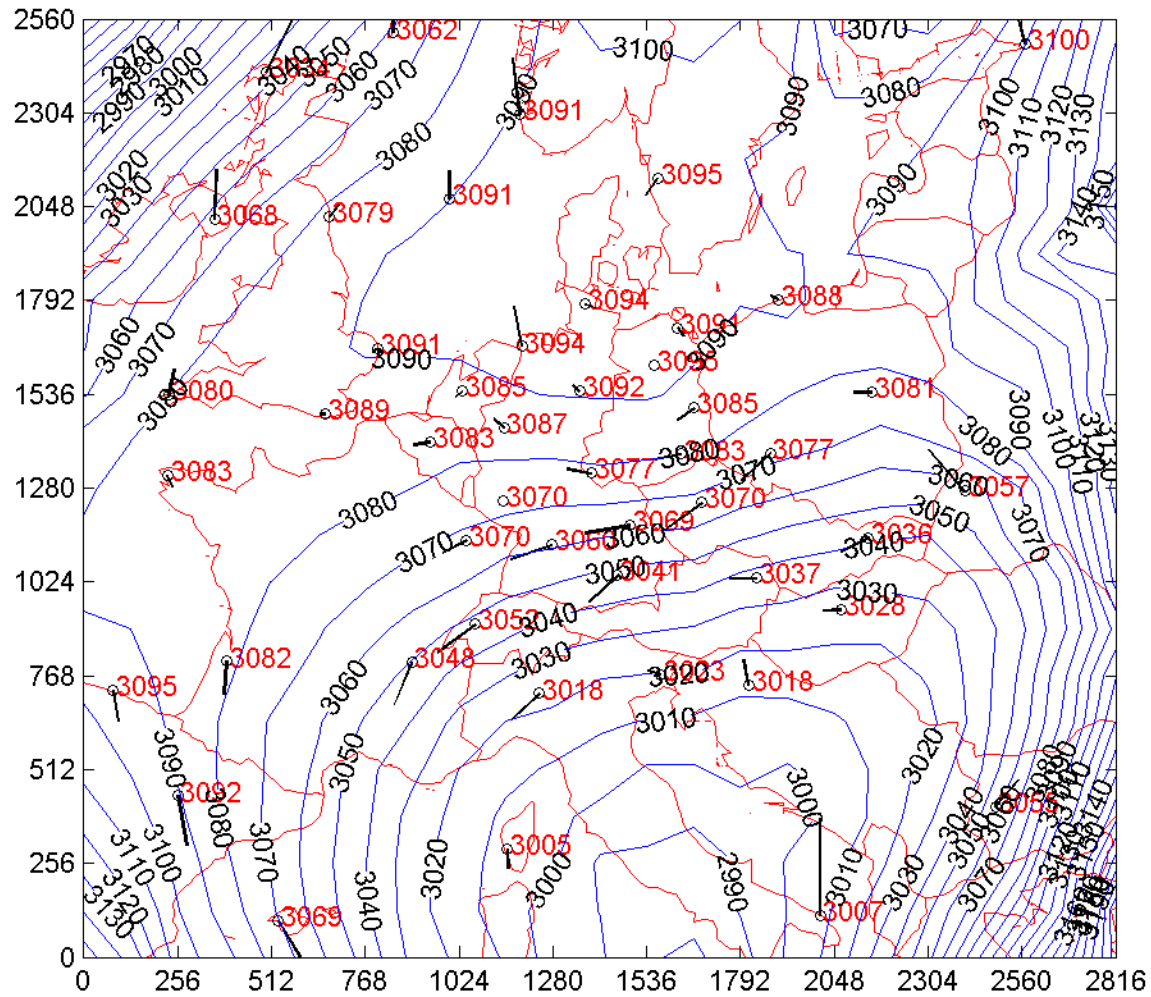
Lokální regrese, stupeň 3 (10 parametrů, Nmax = 10)



Lokální regrese, stupeň 3 (10 parametrů, Nmax = 15)



Lokální regrese, stupeň 3 (10 parametrů, Nmax = 20)



Označení

2D objektivní analýza

k, l - indexy pro označení uzlů sítě

i, j - indexy pro označení měření

B - naměřená data B_k

A - výsledek objektivní analýzy

P - předběžné pole

T - skutečnost

Korekční metoda – základní algoritmus

0) Je dáno:

- $P (k = 1, \dots, Nu)$... předběžné pole
- $B (i=1, \dots, n)$... naměřené hodnoty
- parametry: počet iterací S_{max} ; $\alpha_1, \dots, \alpha_{S_{max}}$
- $s = 0$
- $A(s) = P$

1) Vypočtou se hodnoty $PB_j(s)$, $j = 1, \dots, n$ pole v místech měření B_k z $A(s)$,
 $k=1, \dots, Nu$.

$$P \longrightarrow PB(B)$$

2) Vypočte se nový odhad pole ($k=1, \dots, Nu$) :

$$A_k^{(s+1)} = A_k^{(s)} + \sum_{j=1}^n w_{k,j}^{(s)} (B_j - PB_j^{(s)}) / \sum_{j=1}^n w_{k,j}^{(s)}$$

$$w_{k,j}^{(1)} = \exp(-\alpha_1 r_{k,j}^2)$$

$$r_{k,j}^2 = (x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2$$

3) $s := s + 1$ je-li $s < S_{max}$, pak GOTO 1) jinak

$A = A(s)$ STOP

Korekční metoda –

Eliptická váhová funkce v závislosti na poli větru

Výpočet „vzdálenosti“ d:

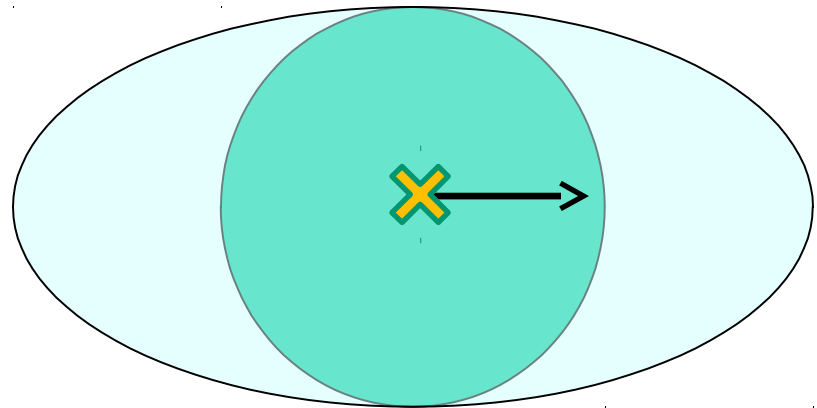
$$\mathbf{V}_k = (u_k, v_k)$$

$$x' = [(x_{ij} - x_k)u_k + (y_{ij} - y_k)v_k] / |\mathbf{V}_k|$$

$$y' = [(x_{ij} - x_k)v_k - (y_{ij} - y_k)u_k] / |\mathbf{V}_k|$$

$$b = \left(\frac{1}{|\mathbf{V}_k|} \right)$$

$$d^2 = \left(\frac{x'^2}{b^2} + y'^2 \right)$$



Korekční metoda – oprava na nesymetrii

Oprava:

(x'_j, y'_j) – souřadnice měření

(x_k, y_k) – souřadnice uzlového bodu

(x_s, y_s) – souřadnice těžiště měření

R – poloměr vlivu

$$x_s = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x'_j$$

$$y_s = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y'_j$$

$$\gamma_k = 0.4 \frac{\left(1 + \cos\left(\pi \sqrt{0.5(x_k - x_s)^2 + 0.5(y_k - y_s)^2 / R}\right)\right)}{2} + 0.6$$

$$A_k^{(s+1)} = A_k^{(s)} + \gamma_k \sum_{j=1}^n w_k^{(s)} (B_j - PB_j^{(s)}) / \sum_{j=1}^n w_{k,j}^{(s)}$$

$\gamma_k = 1$... symetricky rozložená měření

$\gamma_k = 0.6$... minimum

Korekční metoda-“švédská metoda“

Korekce:

k ... uzel

i ... měření

$$A_k = P_k + w_{ki} (B_i - P_i)$$

$$A_k = P_k + \frac{\sum_{i=1}^m E_{B_i}^{-2} w_{ki} (B_i - P_i)}{\sum_{i=1}^m E_{B_i}^{-2} w_{ki} + E_P^{-2}}$$

B - naměřená data B_k

A - výsledek objektivní analýzy

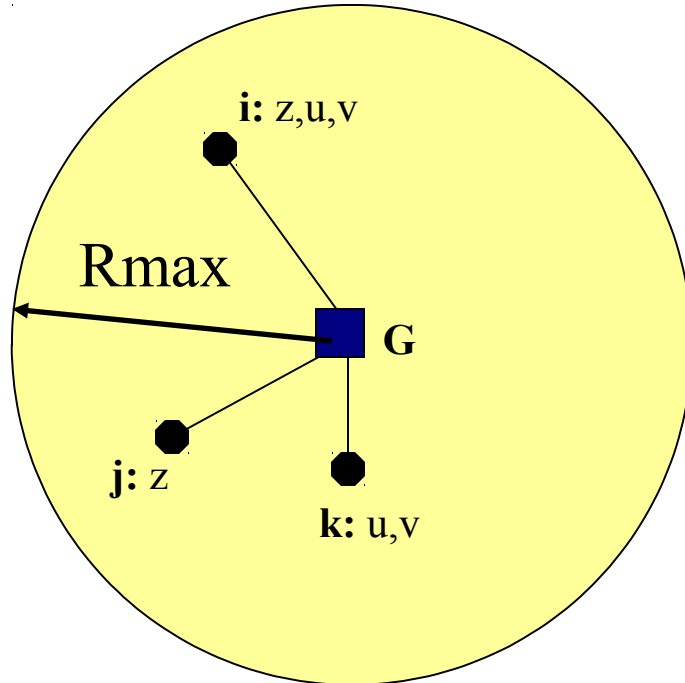
P - předběžné pole

w_{ki} – váha, funkce vzdálenosti k a i

EB – střední kvadratická chyba měření

EP – střední kvadratická chyba předpovědi

Cressmanova korekční metoda



R_{max} – poloměr vlivu

G – uzlový bod

i, j, k – měření

$$u = \frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$v = \frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$z(G) = z(i) + \frac{\partial z}{\partial x}(i)(G - i)_x + \frac{\partial z}{\partial y}(i)(G - i)_y + \dots$$

$$z(G) = z(i) + \frac{f}{g} v(i)(G - i)_x - \frac{f}{g} u(i)(G - i)_y$$

$$z, u, v \dots di = (Z - PG)$$

$$z \dots dj = (Bj(z) - Pj(z))$$

$$u, v \dots dk = (Z - PG)$$

$$Z = B_i(z) + \frac{f}{g} v(i)(G - i)_x - \frac{f}{g} u(i)(G - i)_y$$

$$Z = P_i(z) + \frac{f}{g} v(i)(G - i)_x - \frac{f}{g} u(i)(G - i)_y$$

Iterační krok Cressmanovy metody: (počet opakování 4-6)

Korekce:

$$d = \frac{\alpha_1 \sum_i w_i d_i + \alpha_2 \sum_j w_j d_j + \alpha_3 \sum_k w_k d_k}{\alpha_1 \sum_i w_i + \alpha_2 \sum_j w_j + \alpha_3 \sum_k w_k}$$

Váha:

$$w_i = \frac{R_{\max}^2 - r_i^2}{R_{\max}^2 + r_i^2}$$

$$R_{\max} > r_i$$

$$w_i = 0$$

$$R_{\max} \leq r_i$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$ váhy naměřených dat

$r_i \dots$ vzdálenost: uzel-místo měření

Barnesova korekční metoda

1. Iterační krok:

$$P_k = \frac{\sum_{i=1}^m w_{ki} B_i}{\sum_{i=1}^m w_{ki}}$$

$$w_{ki} = \exp\left(-\frac{r_{ki}^2}{2L^2}\right)$$

2. Iterační krok:

$$A_k = P_k + \frac{\sum_{i=1}^m w_{ki} (B_i - P_i)}{\sum_{i=1}^m w_{ki}}$$

$$w_{ki} = \exp\left(-\frac{r_{ki}^2}{2\gamma L^2}\right)$$

L ... průměrná vzdálenost mezi měřeními

γ ... parametr z intervalu $(0,1)$

P_i se vypočte interpolací z pole P_k

Filtreační vlastnosti Barnesovy korekční metody

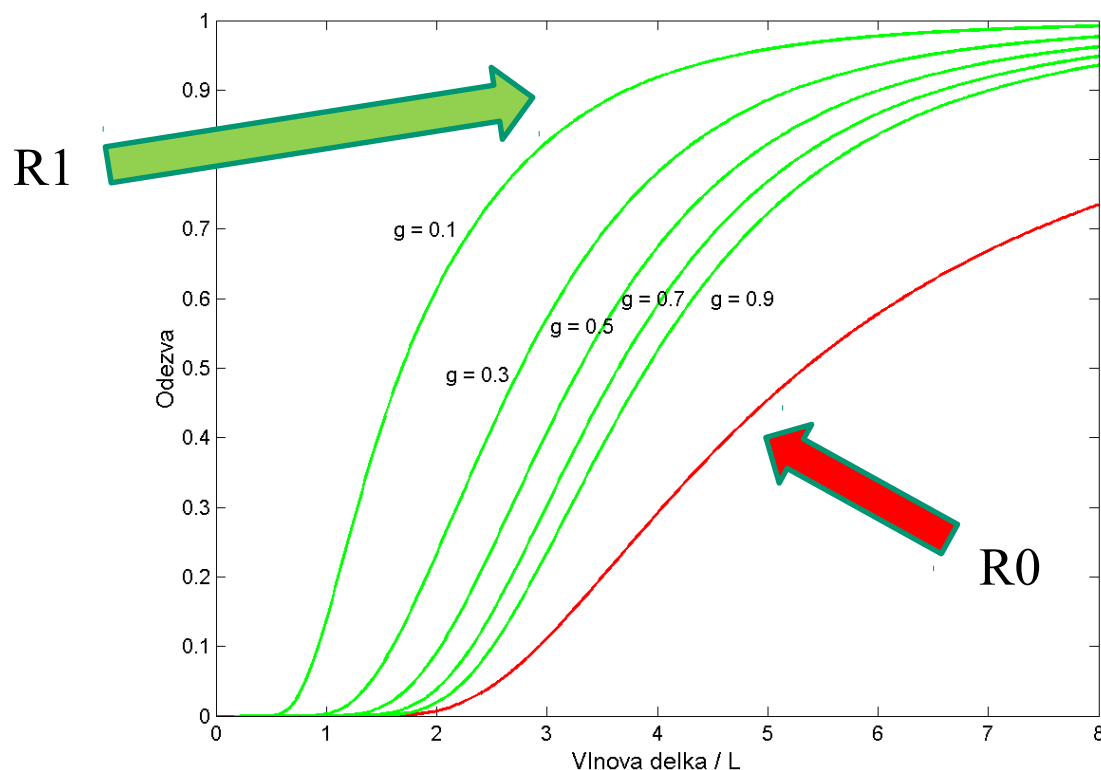
1. Iterační krok:

$$R_0 = \exp\left(\frac{2\pi^2 L^2}{\lambda^2}\right)$$

λ ... vlnová délka

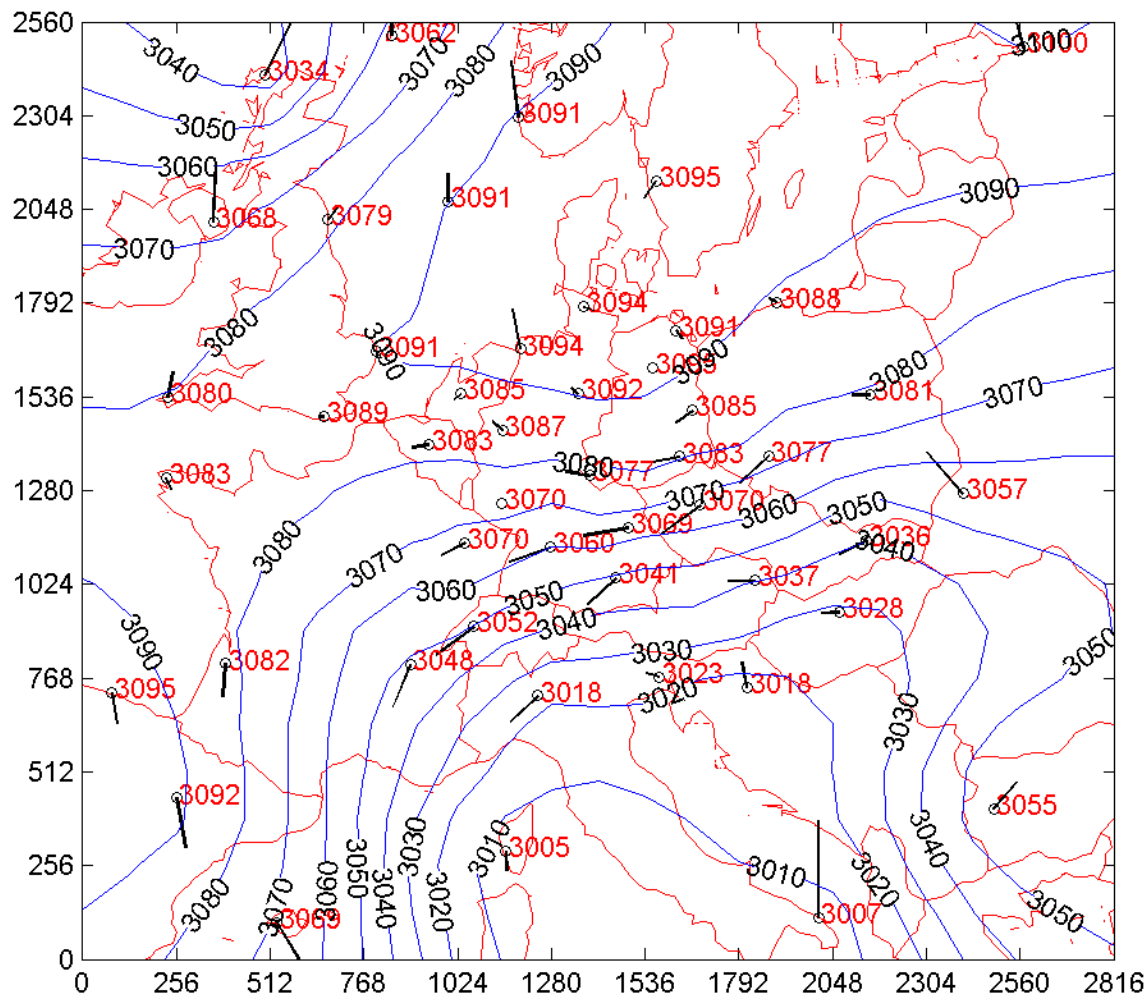
2. Iterační krok:

$$R_1 = R_0 \left(1 + R^{\gamma-1} - R^\gamma\right)$$



R je změna jednotkové amplitudy

Korekční metoda



Parametry:

iter = 3

R = 500

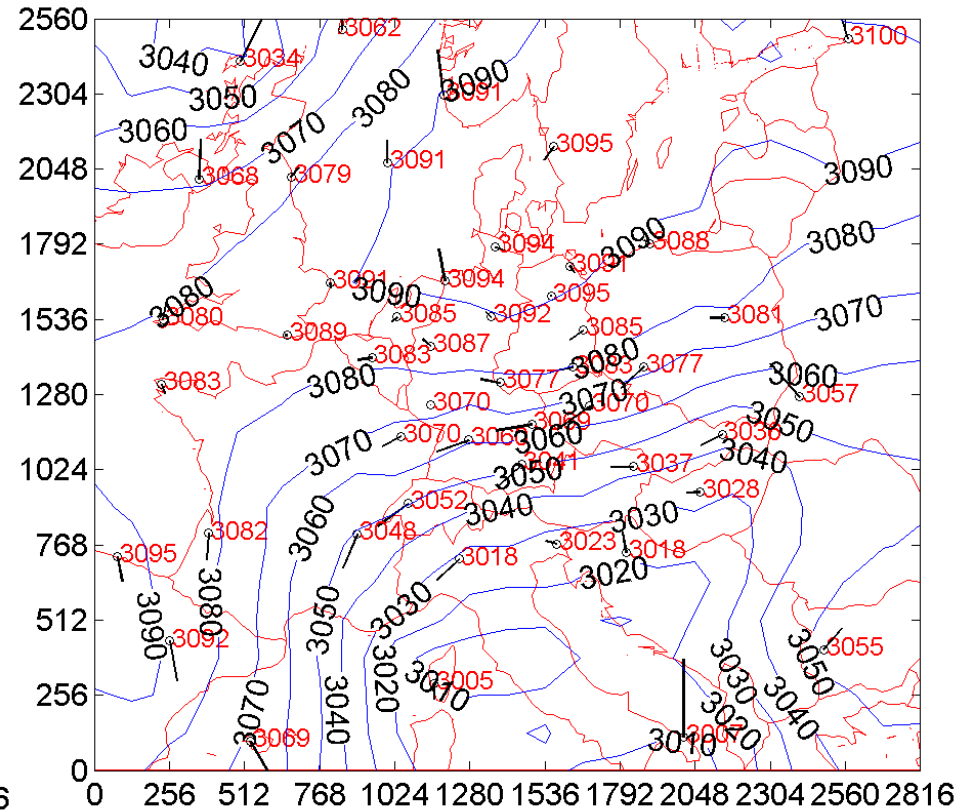
alfa = 1/R

alfa := 2*alfa

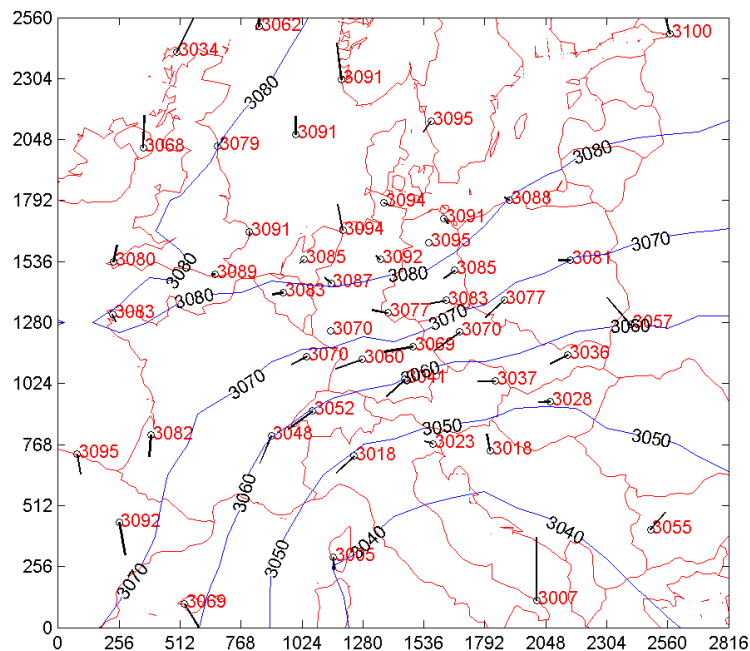
$$w_{k,j}^{(l)} = \exp(-\alpha_s r_{k,j}^2)$$

Parametry: $R=500$, $\alpha=1/R$, $\alpha=2\alpha$, iter=3, (homog.)

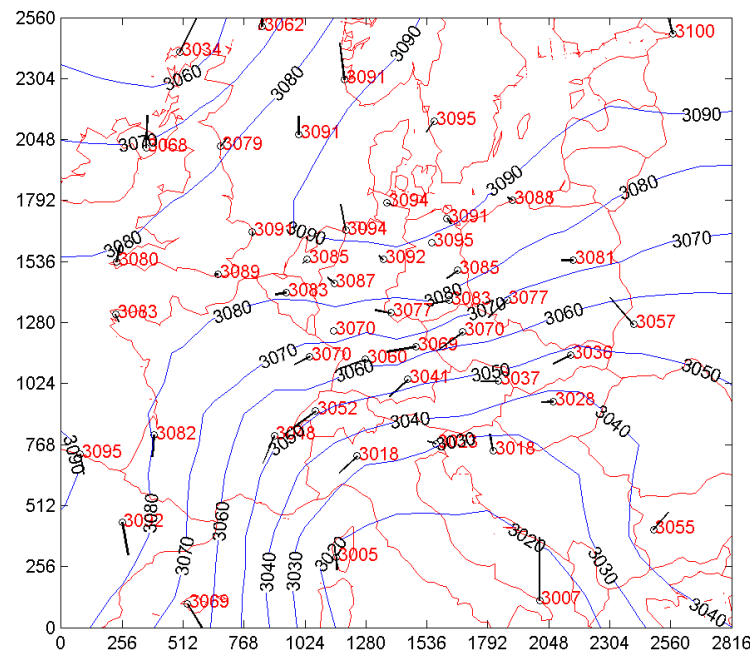
Parametry: $R=500$, $\alpha=1/R$, $\alpha=2\alpha$, iter=3, (homog.)



iter = 1

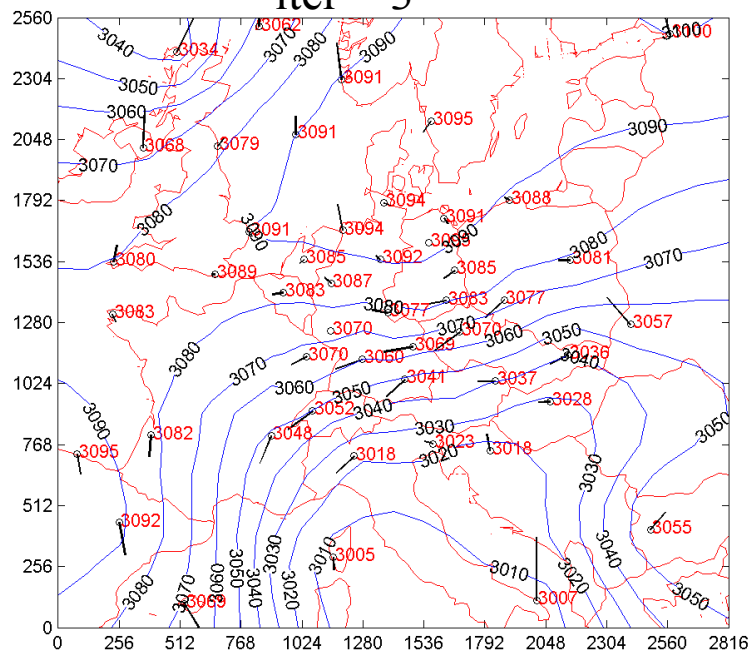


iter = 2

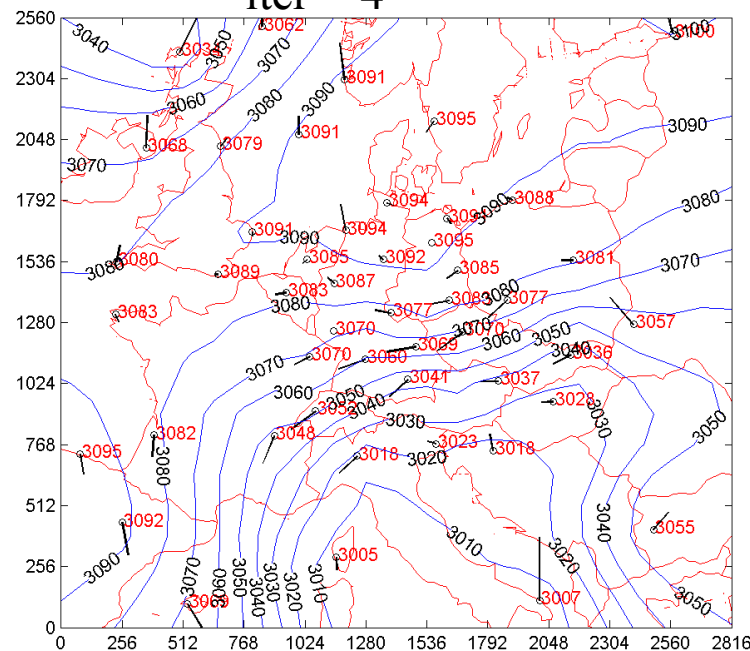


Parametry:
 $R = 500$
 $\alpha = 1/R$
 $\alpha = 2 * \alpha$

iter = 3



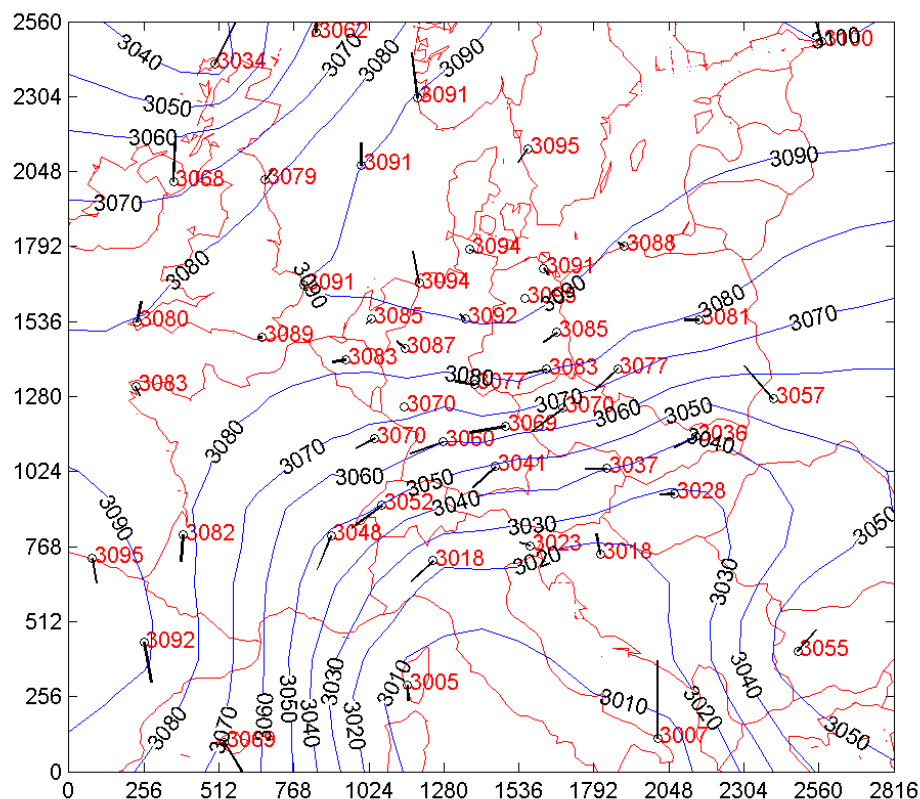
iter = 4



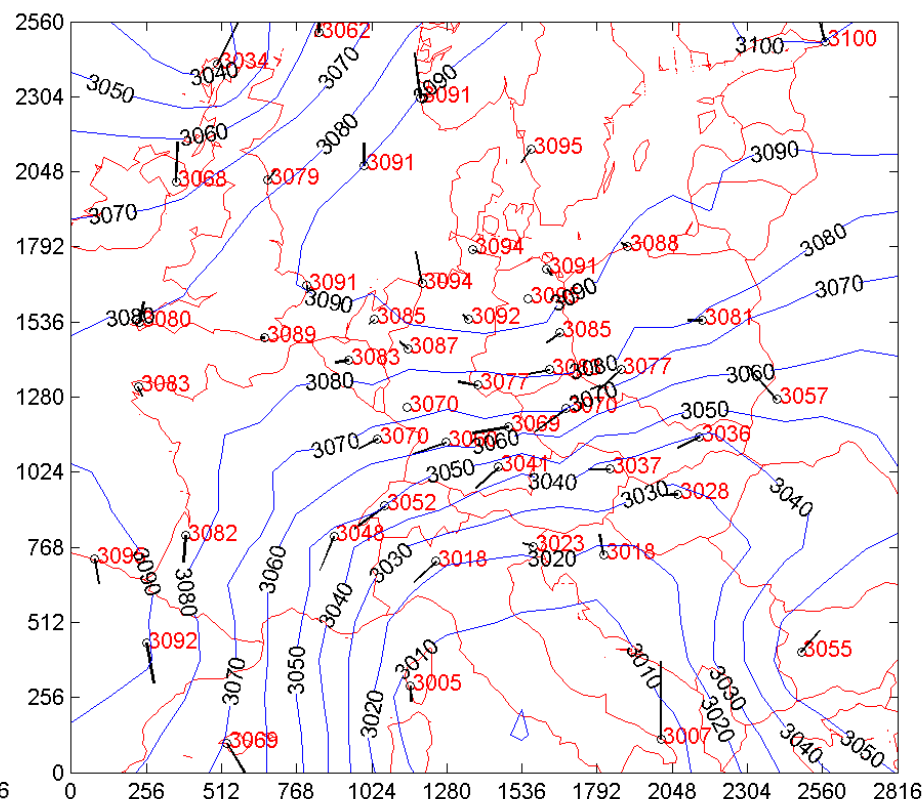
Vliv počtu použitých okolních stanic na výsledek korekční metody

Parametry: $R=500$, $\alpha=1/R$, $\alpha=2\alpha$, $\text{iter}=3$, (homog.)

20 sousedů



10 sousedů

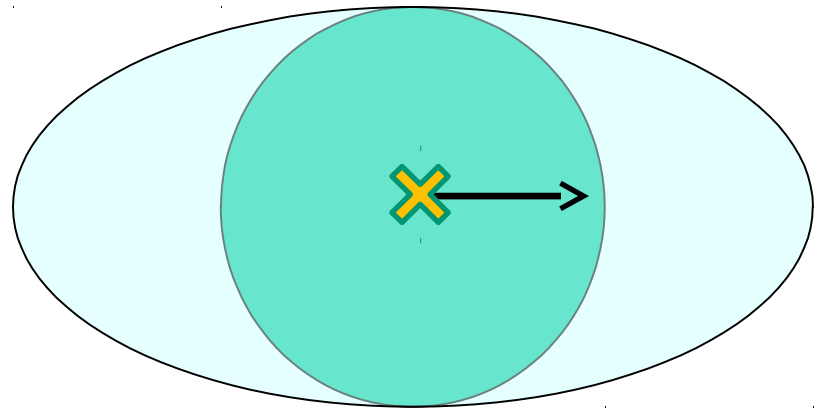


Vliv nehomogenní váhové funkce na výsledek korekční metody

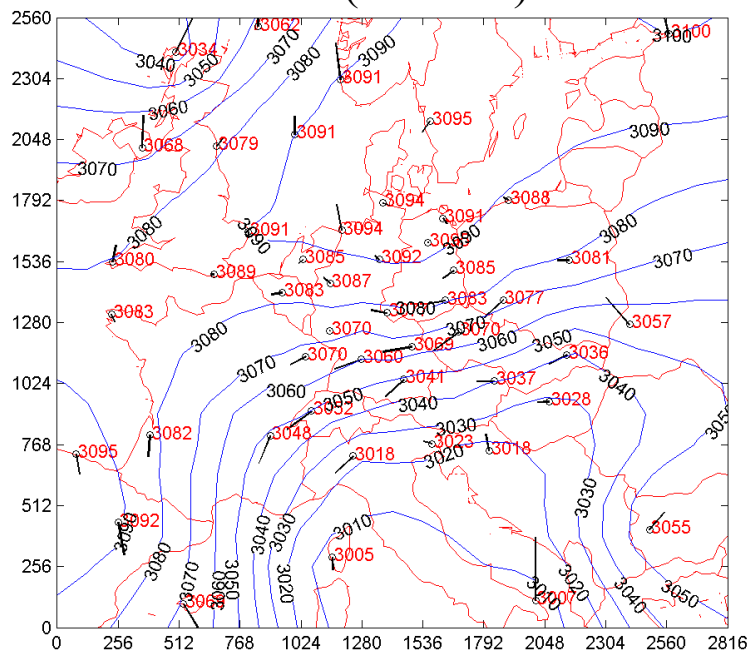
Parametry: $R=500$, $\alpha=1/R$, $\alpha=2\alpha$, $\text{iter}=3$,
 β – parametr nesymetrie

$$b = \left(\frac{1}{\beta} |V_k| \right)$$

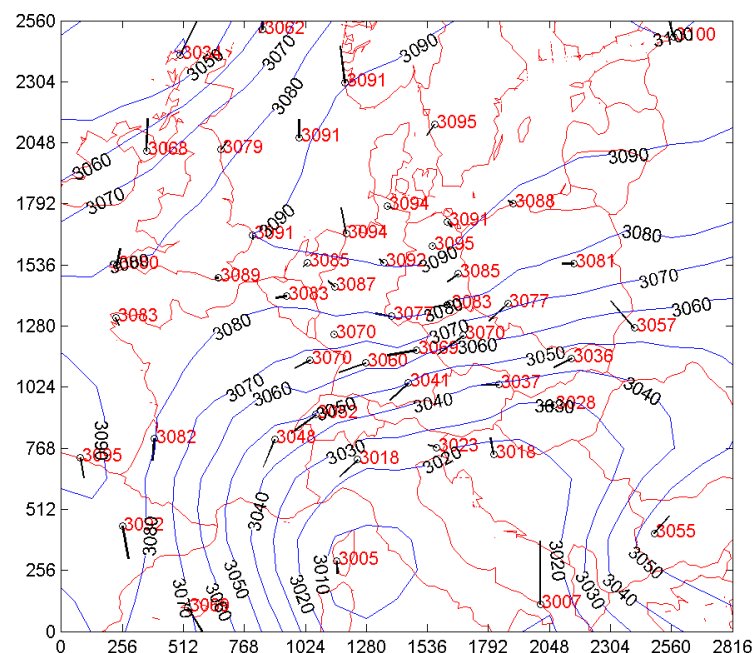
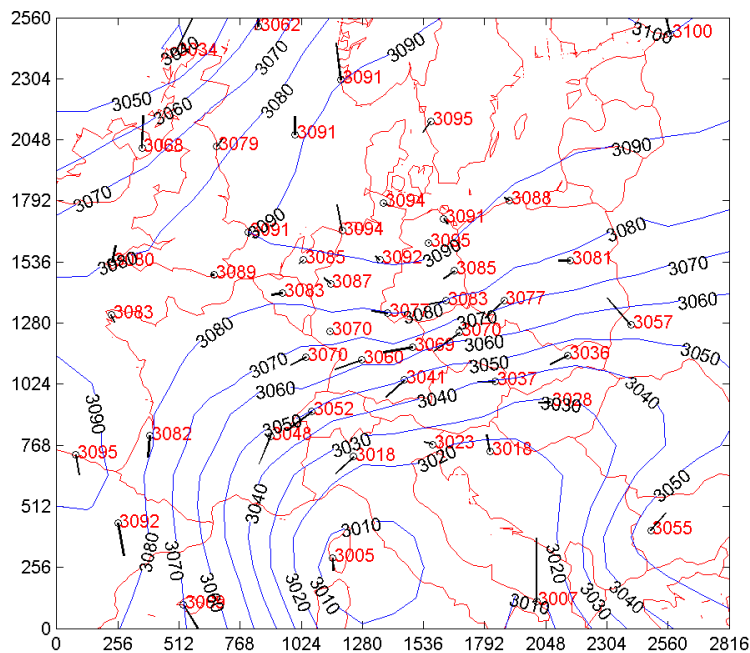
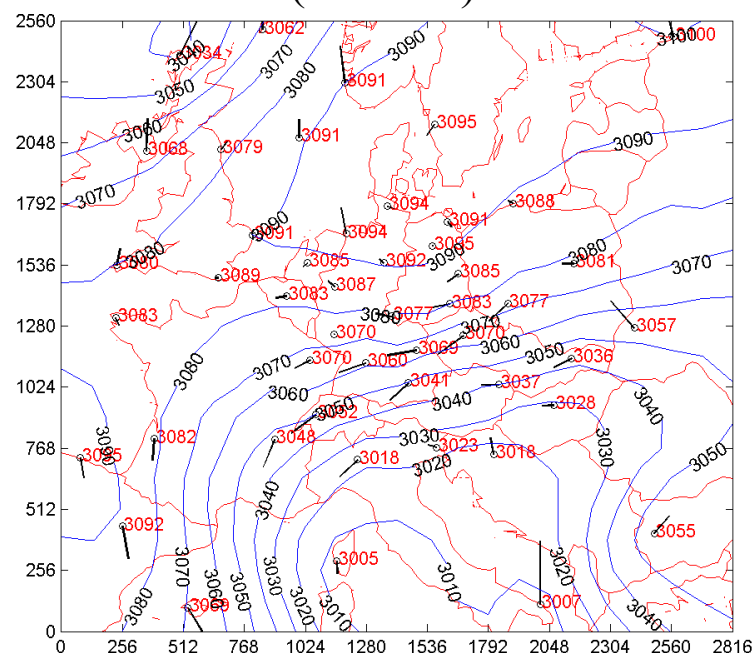
$$d^2 = \left(\frac{x'^2}{b^2} + y'^2 \right)$$



Beta=0.0 (0.4 dole)

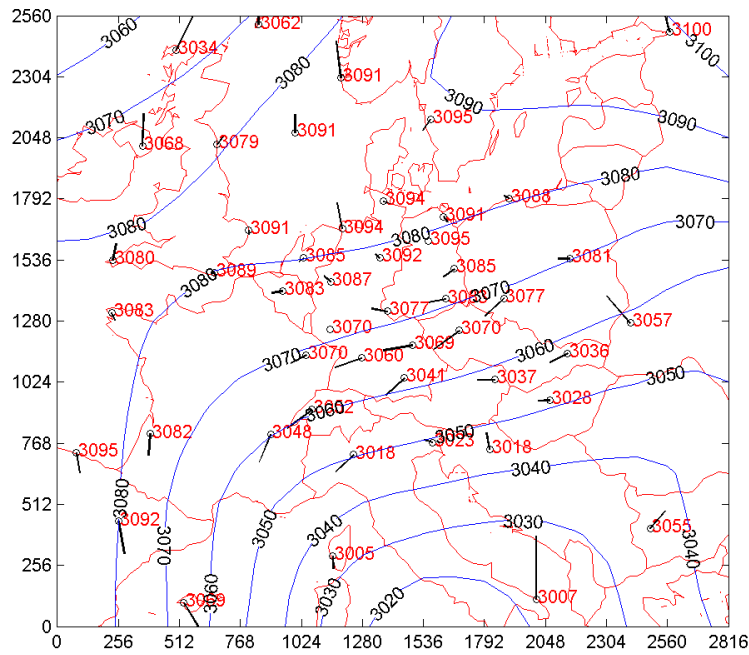


Beta=0.2 (0.6 dole)

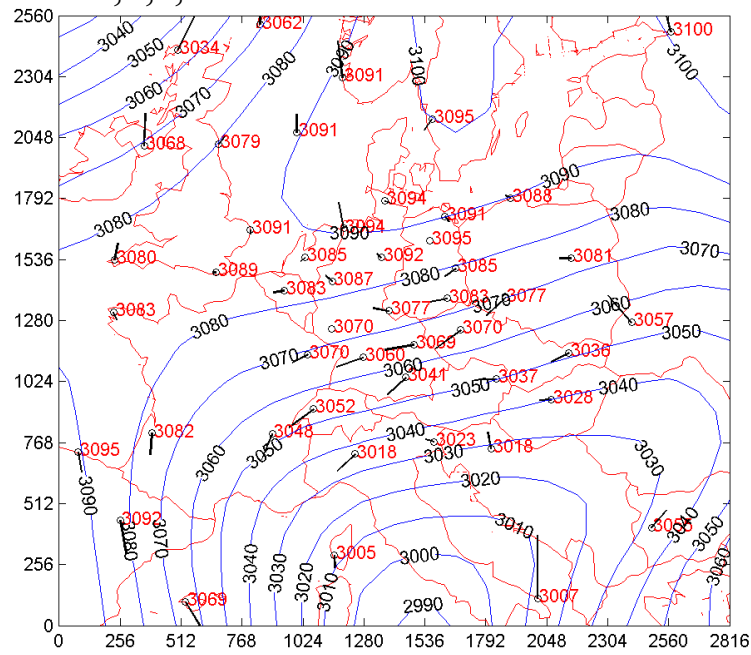


Cressmanova korekční metoda – příklady aplikace

Z, itercase: 1

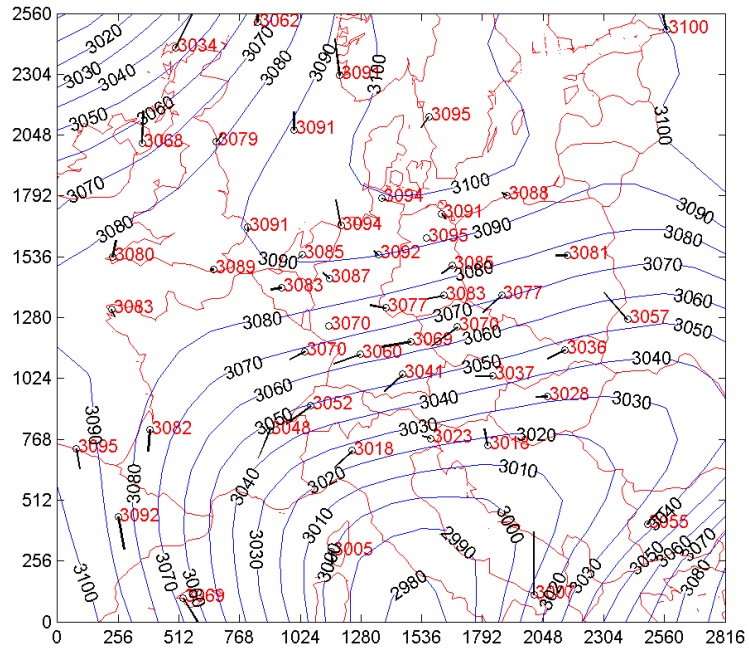


Z,u,v, itercase: 1

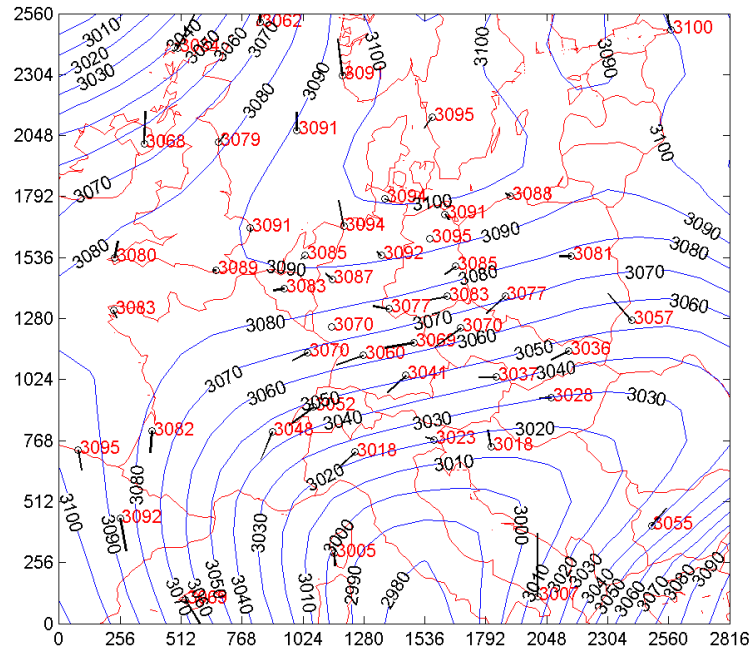


Cressman
 $R=1000$
 $\alpha(z)=1$
 $\alpha(z,u,v)=0.5$
 $\alpha(u,v)=0.2$

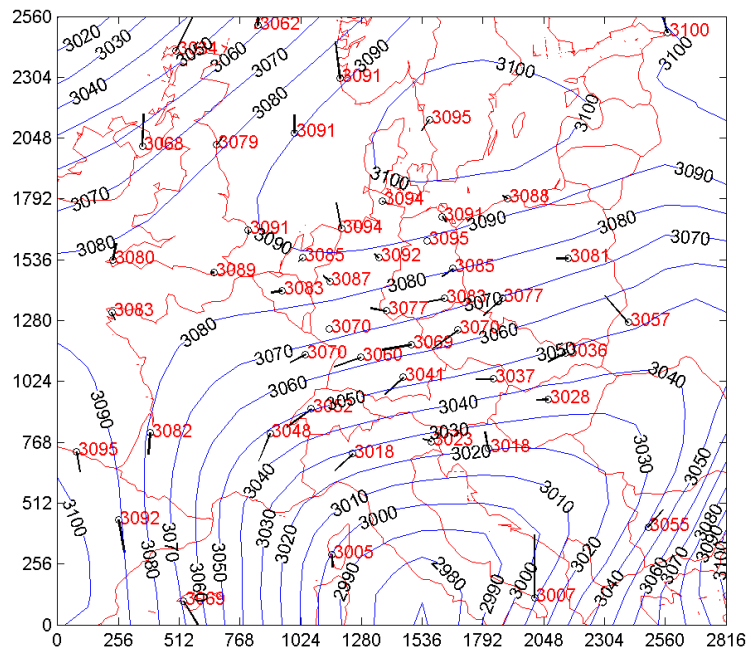
Z,u,v, itercase: 3



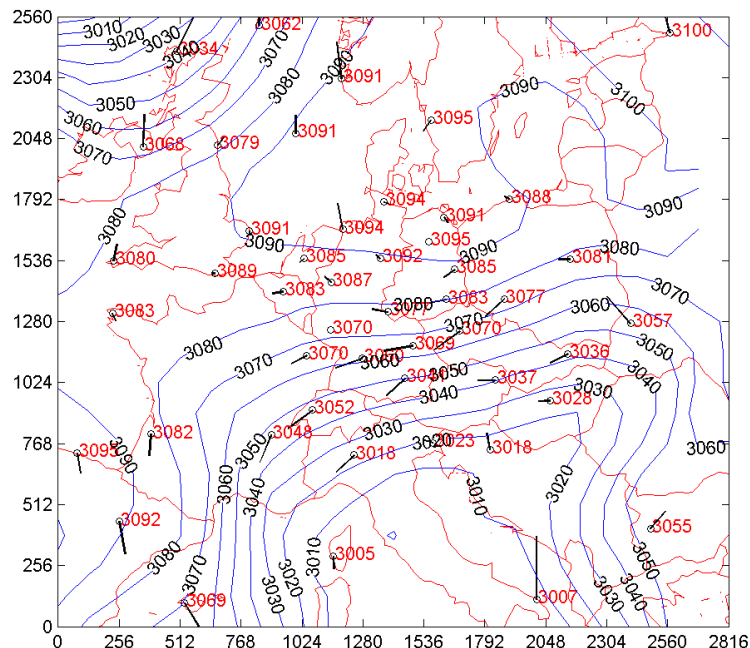
Z,u,v, itercase: 5



Z , iter=5, R=1000



Z , iter=5, R=600



Cressman

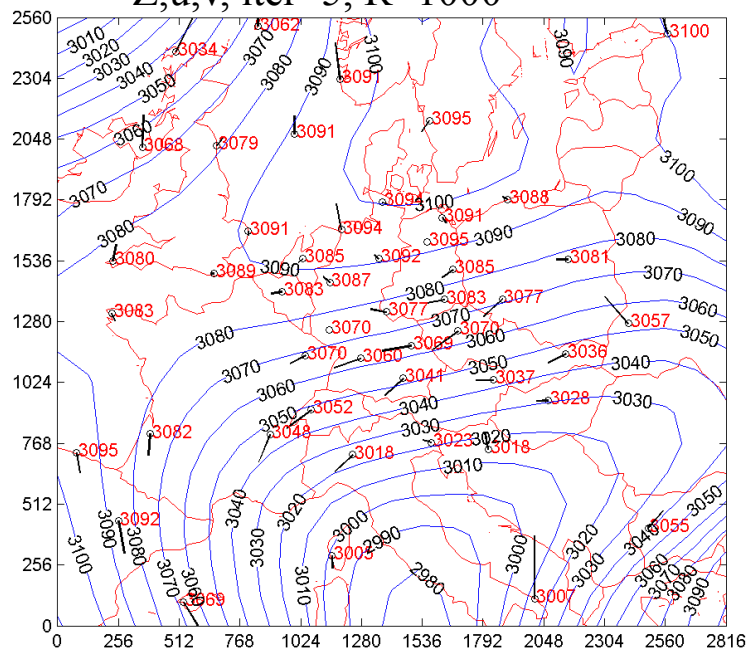
R=600

$\alpha(z)=1$

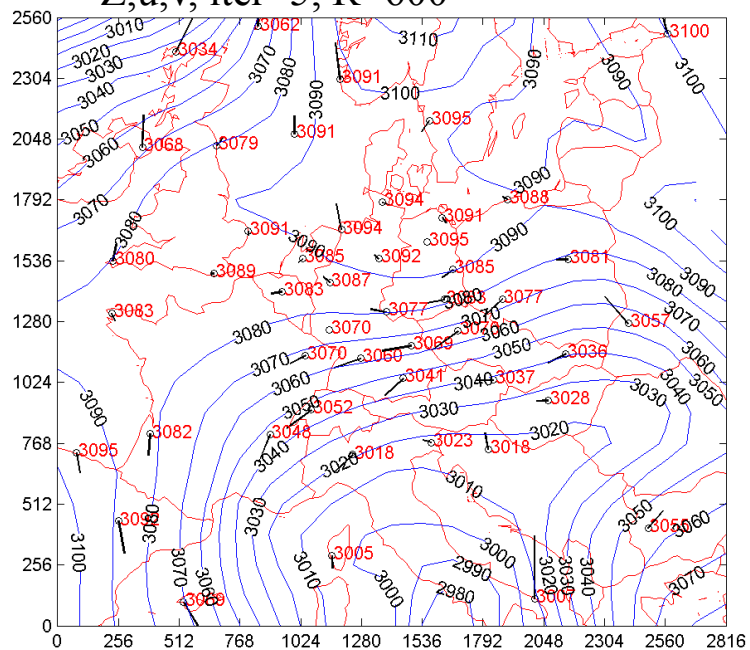
$\alpha(z,u,v)=0.5$

$\alpha(u,v)=0.2$

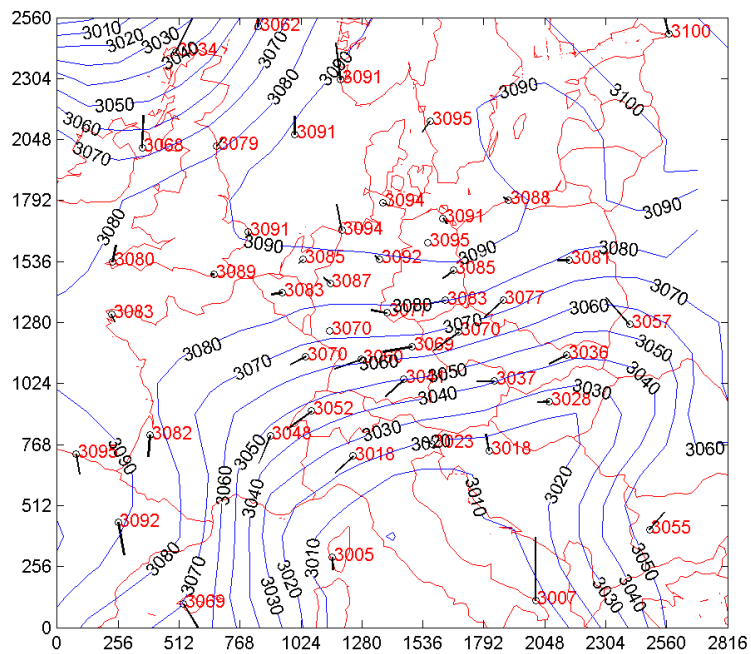
Z,u,v , iter=5, R=1000



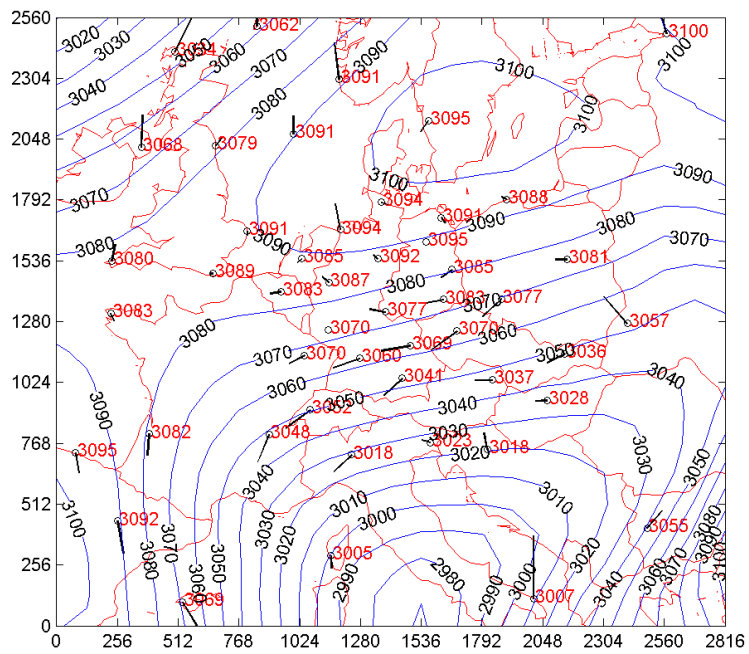
Z,u,v , iter=5, R=600



R=600

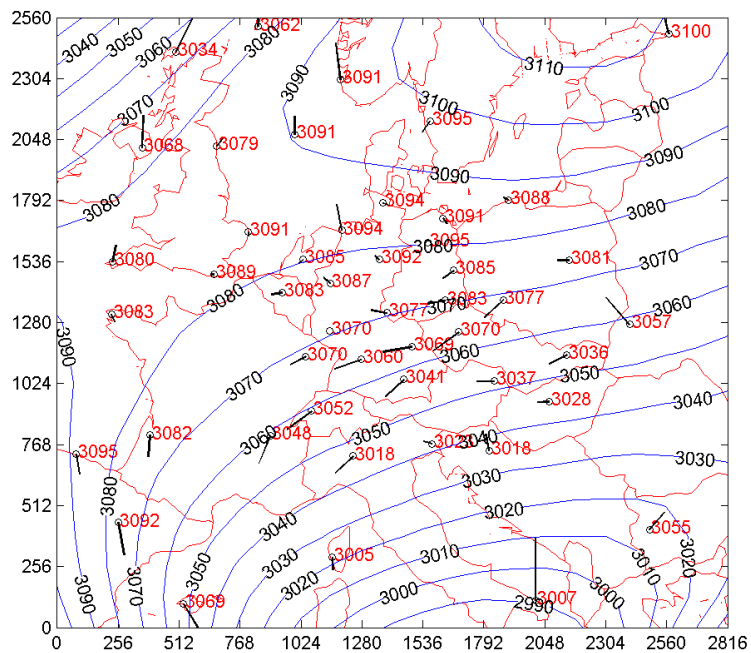


R=1000

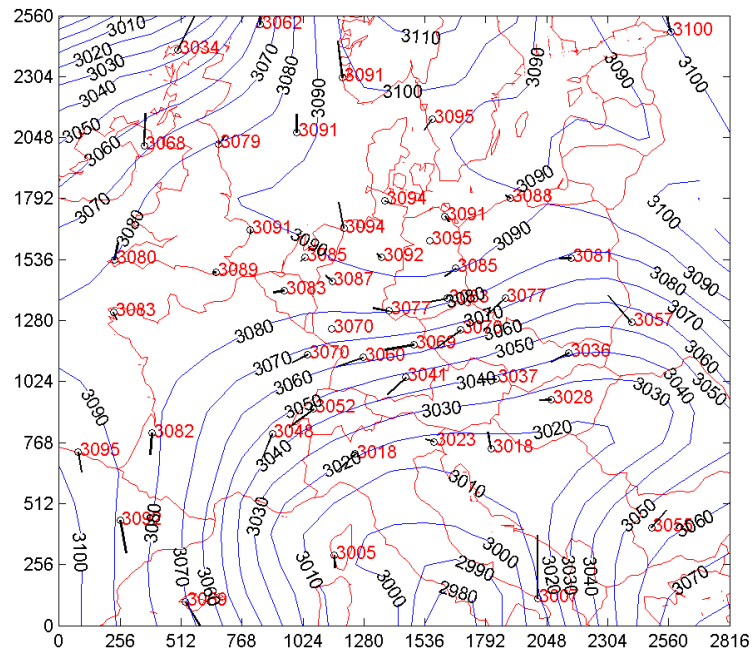


Cressman z

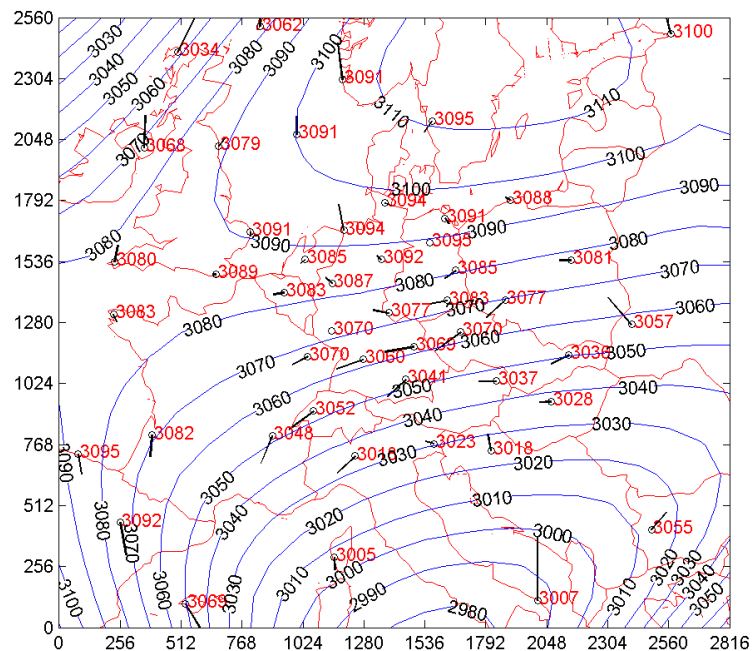
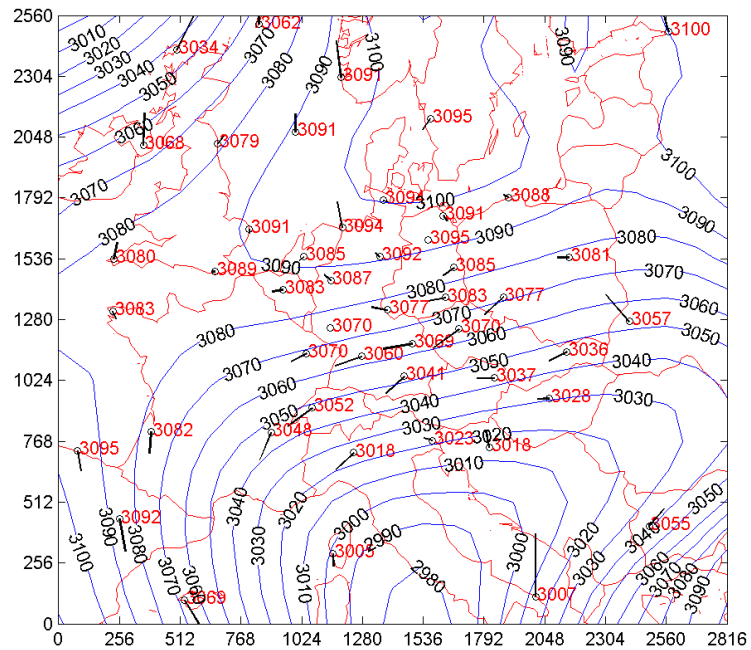
R=1500



R=600

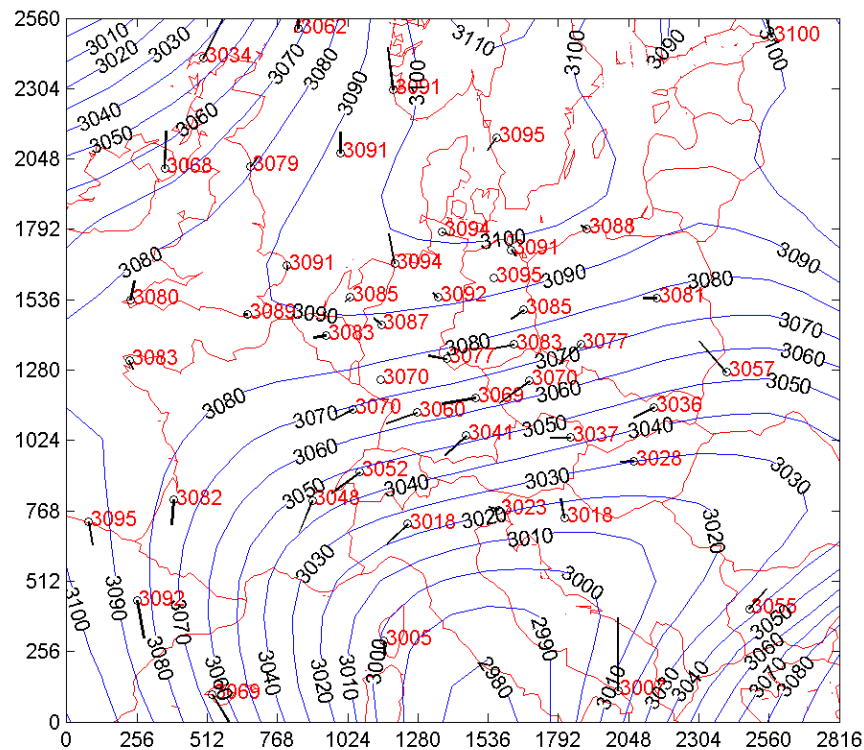
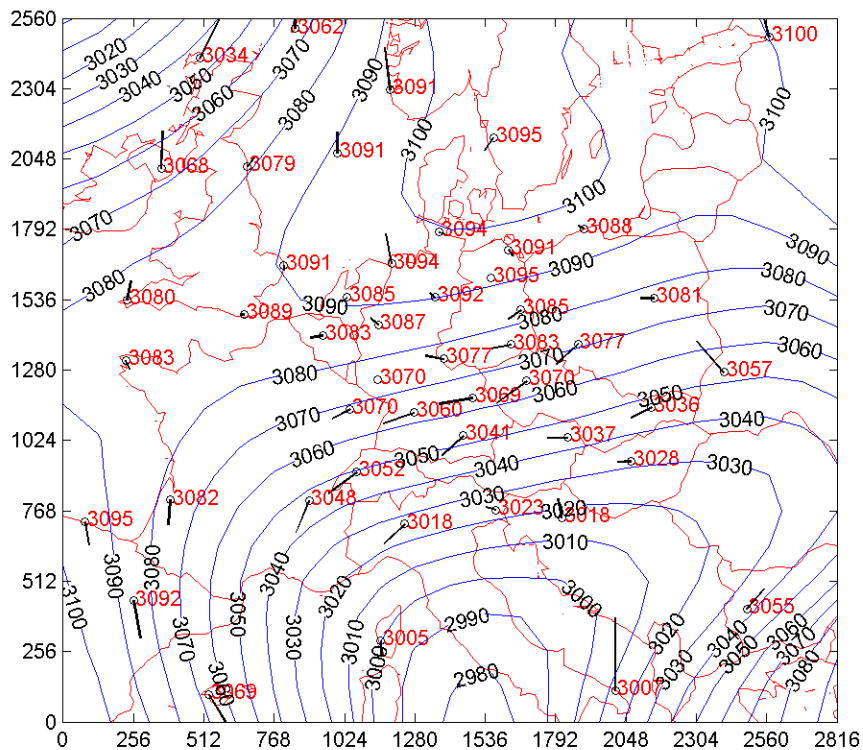


R=1000

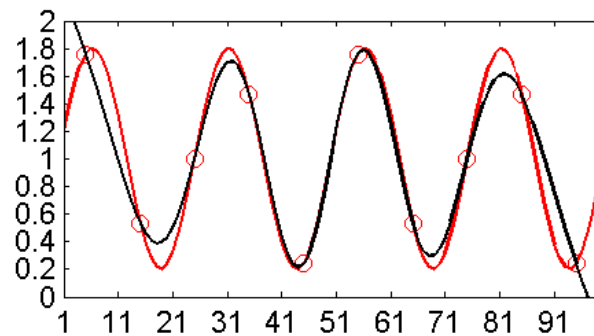
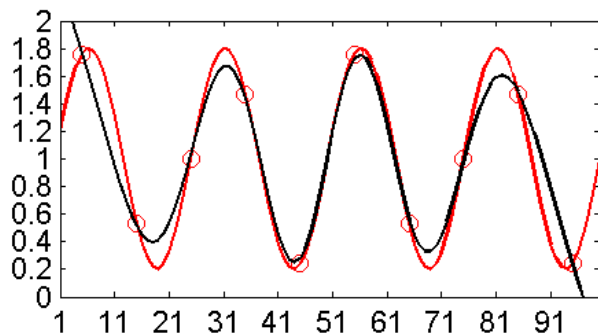
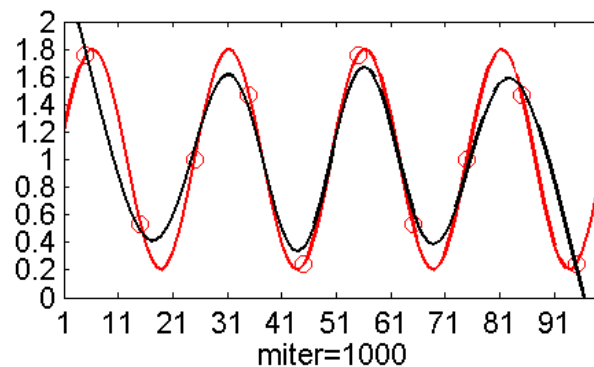
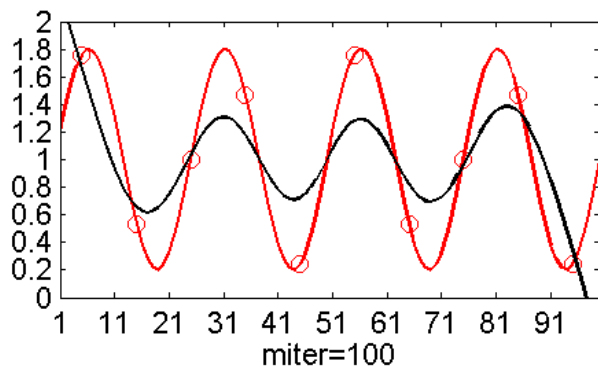
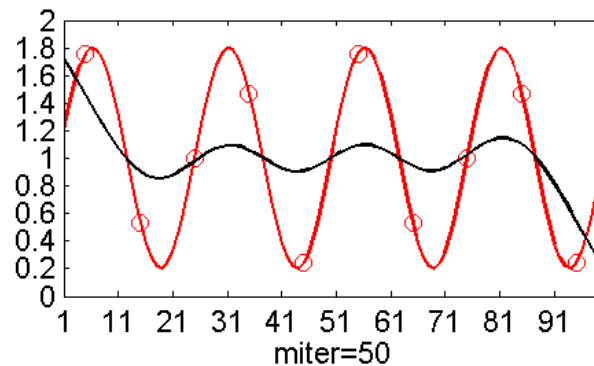
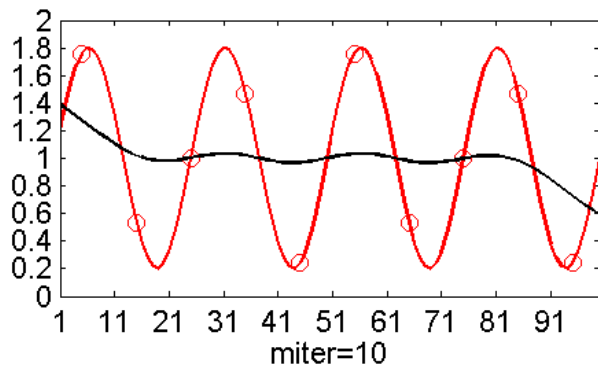


Cressman z,u,v

R=1500

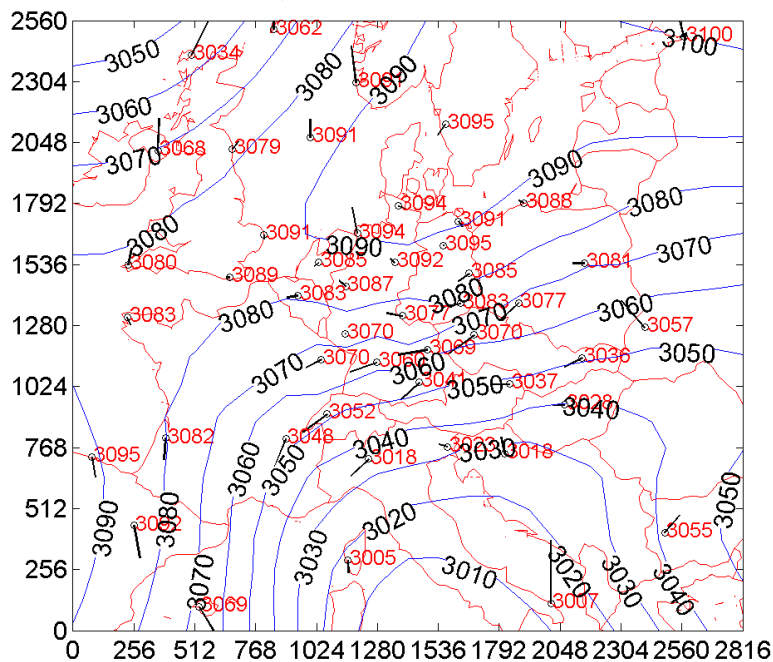


Konvergence korekční metody $R=10$, $\alpha=1$

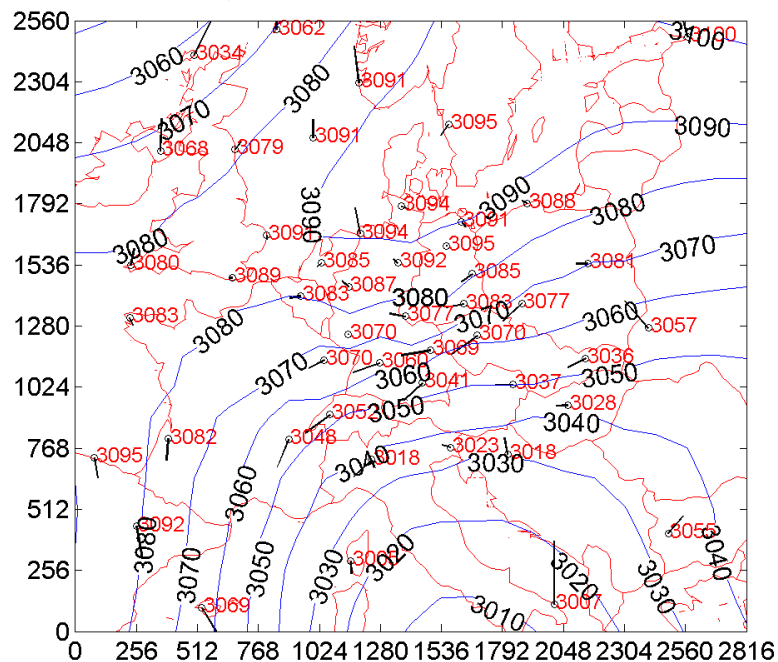


Barnesova korekční metoda – příklady aplikace

$R=600, \lambda=0.3$

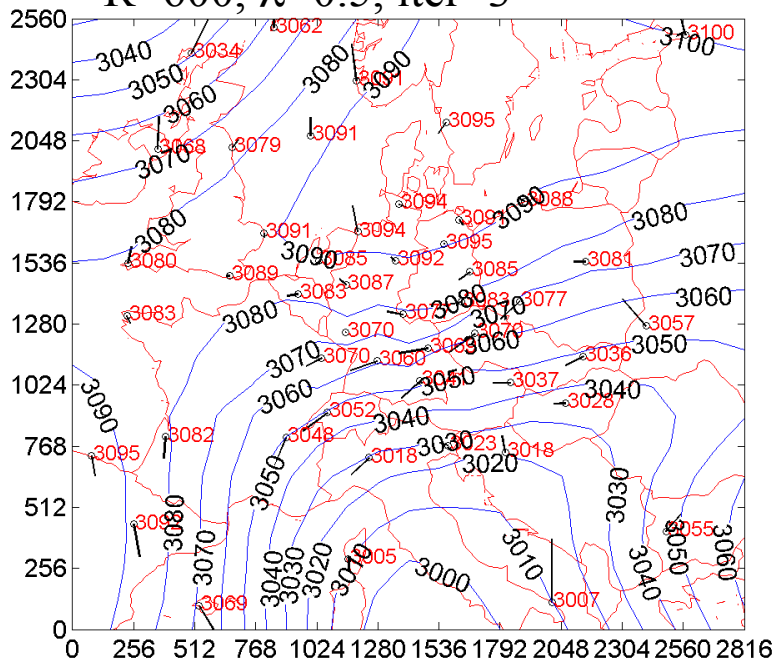


$R=600, \lambda=0.5$



Barnes

$R=600, \lambda=0.5, \text{iter}=3$



$R=600, \lambda=0.7$

