Interpolace přízemního větru - “mass consistent models”

Cíl: Sestrojení pole větru se zahrnutím vlivu orografie

Postup:

1. Prostá interpolace větru
    - Korekční metoda (Barnesova)
    - Interpolace “zkušeným meteorologem”
    - Oprava vertikálního profilu větru podle rovnic mezní vrstvy
2. Oprava větru podle rovnice kontinuity

Interpolace větru - MATHEW

- x, y, z - souřadný systém
- bloková orografie “steep mountain”

Minimalizace funkcionálu $I(u,v,w,\lambda)$:

ui, vi, wi - interpolovaný vítr

λ - Lagrangeův multiplikátor

$\varphi = (u, v, w)$

$$I(u, v, w, \lambda) = \int \left[\alpha_1^2 (u - u_i)^2 + \alpha_1^2 (v - v_i)^2 + \alpha_2^2 (w - w_i)^2 + \lambda \nabla . \right] dV$$

$$I(u,v,w,\lambda) = \int [\alpha_1^2 (u - u_i)^2 + \alpha_1^2 (v - v_i)^2 + \alpha_2^2 (w - w_i)^2 + \lambda \nabla . \mathbf{v}] dV \rightarrow \min$$

$$\mathbf{v} = [u, v, w]$$

$$\delta I = 0$$

$$u = u_i + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x}$$

$$v = v_i + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y}$$

$$w = w_i + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \nabla . \varphi_i$$

Okrajové podmínky:

$$\lambda (u - u_i) = 0$$

$$\lambda (v - v_i) = 0$$

$$\lambda (w - w_i) = 0$$

Interpolace větru – souřadnice sledující terén

uo - interpolovaný vítr z měření

u - hledaný vítr (*u,v,w*)

- Rovnice kontinuity $\nabla . \mathbf{u} = 0$

  hledáme u ve tvaru: $\mathbf{u} = \mathbf{u}^{o} + \mathbf{c}$

$$\left.\begin{array}{l} \nabla . \mathbf{u} = 0 \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}^{o} + \mathbf{c} \end{array}\right\} \quad \nabla . \mathbf{c} = \nabla (\mathbf{u} - \mathbf{u}^{o}) = -\nabla . \mathbf{u}^{o}$$

- Podmínka pro vorticitu (stejná vorticita jako pro interpolovaný vítr):

$$\left.\begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{u}^{o} \\ \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times (\mathbf{u}^{o} + \mathbf{c}) = \nabla \times \mathbf{u}^{o} \end{array}\right\} \quad \nabla \times \mathbf{c} = 0$$

Rovnice: $\nabla . c = -\nabla . u^{o}$

$\nabla \times c = 0$

Řešení: $c = \nabla \lambda$

(*) $\nabla^{2} \lambda = -\nabla u^{o}$

(*) je ekvivalentní s úlohou:

$$J(u) = \int [0.5(u - u^{o})^{2} + \lambda . \nabla u] dV \rightarrow \min$$

Řešení: $\nabla^2\lambda = -\nabla u^o$

x’, y’, z’ - souřadný systém, (terrain following coordinates)

$x' = x$ $y' = y$

$$z' = \frac{H - z}{H - h(x, y)}$$

Rovnice v transformovaných souřadnicích:

$$\lambda_{xx} + \lambda_{yy} + \left(\frac{1 + z^2(h_x^2 + h_y^2)}{(H-h)^2}\right)\lambda_{zz} + z\left\{\frac{h_{xx} + h_{yy}}{H-h} + 2\left[\left(\frac{h_x}{H-h}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{H-h}\right)^2\right]\right\}\lambda_z +$$

$$\frac{2z}{(H-h)}\left(h_x\lambda_{xz} + h_y\lambda_{yz}\right) =$$

$$-\left(u_x^o + v_y^o + w_z^o - \frac{u^o h_x}{(H-h)} - \frac{v^o h_y}{(H-h)}\right)$$

(u^o, v^o, w^o) složky

Okrajová podmínka:

- nahoře a po stranách (protékání) $\lambda = 0$
- dole (neprotékání) $\frac{h_x}{(H-h)}\lambda_x + \frac{h_y}{(H-h)}\lambda_y + \frac{1 + h_x^2 + h_y^2}{(H-h)}\lambda_z = 0$