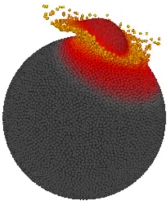
Hydrodynamické a N-částicové simulace srážek asteroidů

Pavel Ševeček, Miroslav Brož

Astronomický ústav, Univerzita Karlova v Praze

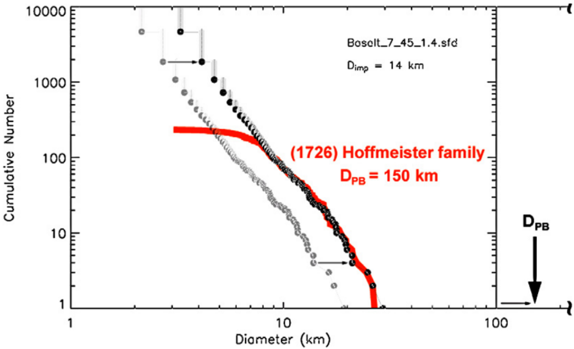


Dynamika hlavního pásu

- srážky asteroidů hrají důležitou roli v evoluci hlavního pásu
- rozpad asteroidu $\longrightarrow$ asteroidální rodina
- observační data:
  - rozdělení velikostí (SFD)
  - rychlostní pole, ...
- hmotnost mateřského tělesa $\neq$ součet hmotností členů
  observační neúplnost
- SFD se mění s časem (kolizní evoluce, Jarkovského drift)
  pro studium rozpadu potřebujeme mladé rodiny $< 10\,\mathrm{Myr}$
- laboratorní experimenty není možné porovnat $\longrightarrow$
  numerické modely
- výsledky numerických modelů: určení velikosti mateřského tělesa, parametrické relace do Monte Carlo modelů evoluce hlavního pásu, ...

Určení velikosti mateřského tělesa

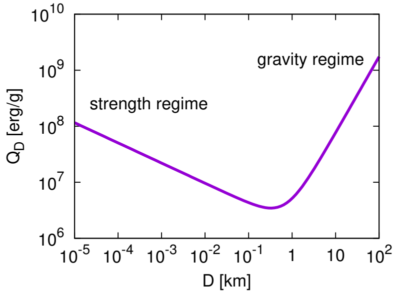
- Durda et al. (2007) — sada simulací se 100 km tělesy
- nejlepší fit pozorovaného SFD
- uvážení observační neúplnosti
- posun SFD $\longrightarrow$ předpoklad lineárního škálování



Durda et al. (2007)

Rozdíl mezi 1 km a 100 km mateřskými tělesy

- škálování zákon $\longrightarrow$ 1 km tělesa jsou méně pevná
- stejné $Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}}$ $\longrightarrow$ relativně menší projektily



- pro malé rodiny lze škálovat výsledky 1 km tělesa nahoru a 100 km tělesa dolů

Numerický model vzniku asteroidálních rodin

- složitá fyzika — nelineární stavová rovnice, šíření prasklin v tělese, self-gravitace, ...
- potřebný časový krok: Courantovo kriterium

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c_\mathrm{s}} \simeq 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

- čas potřebný na reakumulaci ~ 10 dnů
- celkový čas simulace: 10^9 kroků $\sim 10^5$ dnů

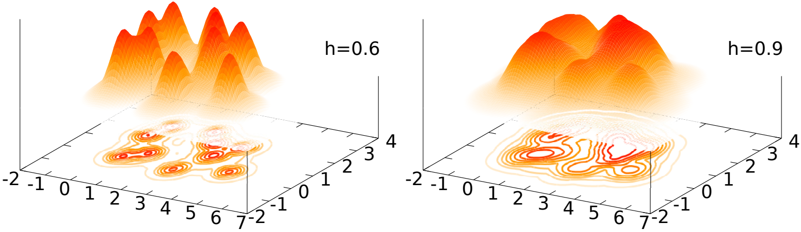
$\longrightarrow$ hybridní řešení – SPH + N-částicový integrátor

$$t_\mathrm{fragmentace} \equiv \frac{D_\mathrm{pb}}{c_\mathrm{s}} \ll t_\mathrm{reakumulace} \equiv \sqrt{\frac{1}{G\rho}}$$

Metoda shlazených částic (SPH)

- hustota dána shlazením bodových částic

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} m_i W(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i, h)$$



- gradient veličiny $\nabla A(\boldsymbol{r})$:

$$\nabla A(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{\rho_i} A_i \nabla W(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i, h)$$

Hydrodynamické rovnice v SPH diskretizaci

- pohybová rovnice

$$m_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_i}{\mathrm{d}t} = -\sum_j m_i m_j \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_i}{\rho_i^2} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla W(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{r}_j, h)$$

- energetická rovnice

$$\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t} = \frac{P_i}{\rho_i^2} \sum_j m_j (\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j) \cdot \nabla W(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j, h) + \frac{1}{\rho_i} \boldsymbol{S}_i : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i$$

- konstituční rovnice – Hookův zákon

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}t} = 2\mu \left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i - \frac{\mathbf{1}}{3} \operatorname{Tr} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i \right)$$

SPH simulace impaktu

Výhody a nevýhody metody SPH

+ lagrangeovský popis přirozený pro fragmentaci
+ celková hybnost a energie systému se zachovává
+ snadná implementace složitější fyziky
– problém rozlišení rázových vln
  $\longrightarrow$ umělá viskozita

$$\Pi = -\alpha\rho\ell c_s \nabla\cdot\boldsymbol{v} + \beta\rho\ell^2(\nabla\cdot\boldsymbol{v})^2$$

– numerické nestability

Umělá viskozita

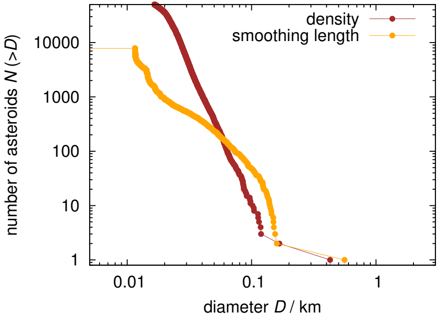
$\alpha = 0$

$\alpha = 4.5$

Předání N-částicovému integrátoru

- je třeba převést SPH částice na koule
- shlazovací délka $h \xrightarrow{?}$ poloměr koule R
- Durda et al. (2007) – $R \equiv h/3$
- Nesvorný et al. (2006) – konstantní hustota $\rho = 2700\,\mathrm{kg/m^3}$
- Michel et al. (2002) – R podle místní hustoty:

$$R \equiv \left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$$



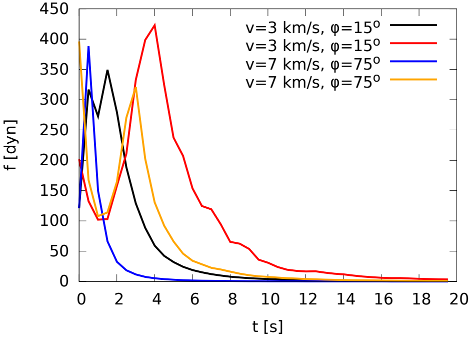
N-částicový integrátor

- kód `pkdgrav` (Richardson et al. 2000)
- stromová struktura – gravitační momenty vzdálených buněk namísto interakce každé dvojice částic
- srážky částic – dokonalé spojování $\longrightarrow$ ztráta informace o tvaru
- reakumulace $\longrightarrow$ rozdělení velikostí, rychlostní pole

N-částicový integrátor

Doba fragmentace

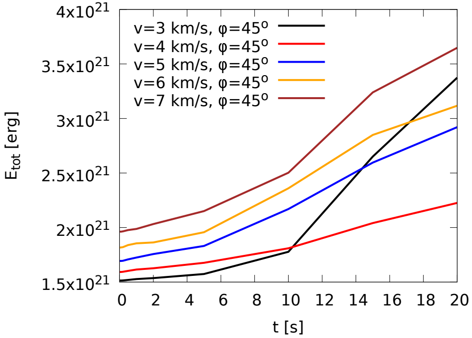
- Rázová vlna musí projít asteroidem ($\sim 1\,$s)
- Tlak musí klesnout k nule ($\sim 20\,$s)
- Průměrné síly v tělese:



- ale ...

Problémy s fragmentací

- za 20 s se i při nízkoenergetickém impaktu terč zcela rozpadne
- neodpovídá škálovacímu zákonu!
- nezachovává se celková energie



Pokračování

- vyřešit divergenci energie při fragmentaci
- tahová nestabilita? Řeší se:
  - přidáním umělého tlaku
  - průměrováním rychlostí sousedních částic

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v}_i \quad \longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v}_i + \sum_j \frac{m_j}{\overline{\rho}}(v_j - v_i)W(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)$$

- spočíst sadu simulací pro $D_{\mathrm{pb}} = 1\,\mathrm{km}$
- nalézt parametrické relace pro výpočet největšího zbytku M_{lr} a sklonu SFD q