

Šum a jeho potlačení

Spektroskopie (nejen)
ve sluneční fyzice
LS 2011/2012

Michal Švanda

Astronomický ústav MFF UK
Astronomický ústav AV ČR

- Náhodná veličina
- Aditivivní
 - $měření = signál + šum$
- Obvykle nekorelovaný se signálem
- Původ
 - **Přirozený** – realizace fyzikálních veličin oscilují kolem střední hodnoty
 - **Měřicí** – detektor nezaznamená fyzikální signál přesně
- Obvykle neznáme konkrétní realizaci náhodné veličiny, ale víme něco o její statistice
 - Střední hodnota=0
 - Rozdělení (od pixlu k pixlu) stejné
 - Sousední hodnoty nekorelované
 - Nemusí být pravda pro přirozený šum, jsou-li v úvahu vlnové efekty, vždy korelační délka \sim vlnová délka

Kovariance = míra lineární (!) dvou řad

$$\text{cov}(x, y) = E[(x - E x)(y - E y)]$$

Korelace = kovariance normalizovaná na rozptyly náhodných veličin

$$\text{corr}(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}$$

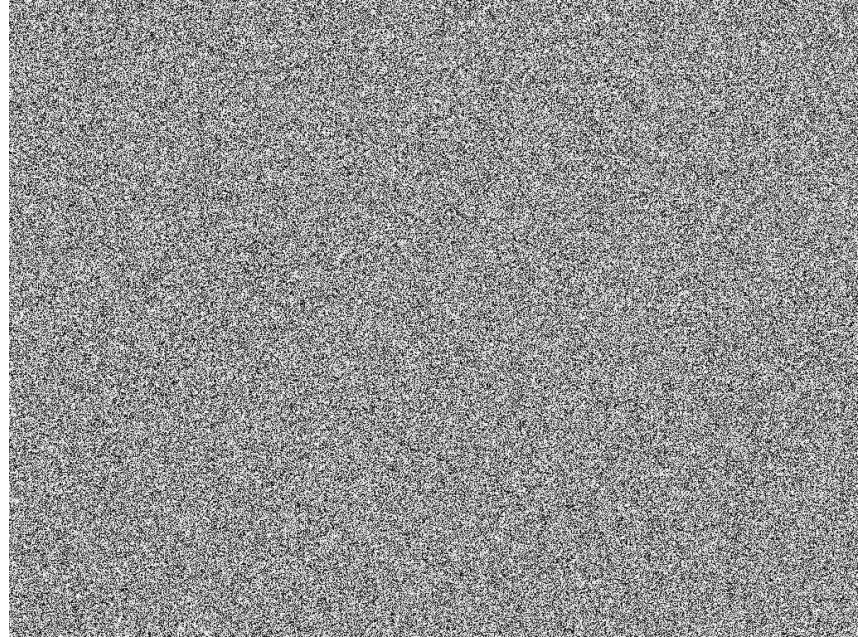
Korelační délka: vzdálenost, na níž je korelace dvou náhodných veličin nenulová

Poměr signál-šum (SNR, signal-to-noise ratio) – charakterizuje důležitost šumové složky, lépe se vyhodnocuje ve Fourierově doméně

$$SNR = \frac{|F|^2}{|N|^2}$$

• Bílý šum

- Amplitudové spektrum je konstanta
- Plně dekorelovaný
- Nejčastější model



Typy šumu: sůl a pepř

- Realizují se pouze tři hodnoty $(-a, 0, a)$
- Vyskytuje se, pokud dochází k rychlým změnám – např. při digitální expozici
- *Kosmiky* jsou typ *sůl*
- Odstranění – mediánovým filtrem



Typ šumu: fotonový šum (shot noise)

- Z diskrétní podstaty elektrického náboje – má poissonovské rozdělení, skutečný počet elektronů v dané realizaci emitovaných při dopadu fotonu fluktuuje
- Jako mince – 50 na 50 dosaženo pouze pokud se hází dost dlouho, jinak fluktuace
- Korelovaný se signálem jako \sqrt{N} , ale $SNR = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$ roste



Typy šumu: kvantizační šum

- Přítomen vždy
- Spojitý signál detekujeme a ukládáme pouze v diskrétních hodnotách
- Má zhruba rovnoměrné rozdělení, může záviset na signálu
- *Kvantizace je vždy nevratná ztráta*
- Často pomáhá nelineární kvantizace
 - Víím něco o



Přenos šumu mezi doménami

Na tabuli

- Průměrování v čase
 - Dochází k degradaci, pokud se objekt mění v periodou kratší nebo srovnatelnou s průměrovacím oknem
- Průměrování v prostoru
 - Degradaci – zhlazování hran
 - Ekvivalent low-pass filtru
 - Varianta – průměrování podle hran – v blízkosti hran se mění maska, aby byla rovnoběžně s hranou
 - Varianta – průměrování ve směru minimálního rozptylu
- Mediánový filtr
 - Nekonvoluční
- Zvětšení signálu!

Obrazové rekonstrukce s šumem I

$$I(x) = (I_0 * S)(x) + N(x)$$

• I měříme, I_0 chceme, N je náhodná veličina (tu teď zanedbáme), S

- známe: provedeme dekonvoluci
- známe třídu: *spectral domain analysis* – S se odhadne (např. ze spekter sekvence obrazů s tím, že víme, co máme asi tak čekat) a problém se převede na předchozí případ
- neznáme – slepé dekonvoluce

$$I(x) = (I_0 * S)(x) + N(x) \rightarrow i(\sigma) = i_0(\sigma) s(\sigma) + n(\sigma)$$

$$i_0(\sigma) = \frac{i(\sigma)}{s(\sigma)} - \frac{n(\sigma)}{s(\sigma)}$$

- Šum je zesílen, zejména v oblasti, kde SNR je malé
- Typicky vysokofrekvenční oblast

Obrazové rekonstrukce se šumem II

Aby se zabránilo rekonstrukci šumu – měřený signál se filtruje

$$i_F(\sigma) = i(\sigma) f(\sigma)$$

Optimální filtr moc neboří obraz, ale potlačuje rekonstrukční šum

$$i_0(\sigma) = i(\sigma) \frac{1}{s(\sigma)} \frac{|i_0(\sigma) s(\sigma)|^2}{|i_0(\sigma) s(\sigma)|^2 + |n|^2} = i(\sigma) f_R(\sigma)$$

$$f_R = \frac{1}{s(\sigma)} \frac{|s(\sigma)|^2}{|s(\sigma)|^2 + \left| \frac{n(\sigma)}{i_0(\sigma)} \right|^2}, \left| \frac{n(\sigma)}{i_0(\sigma)} \right|^2 \approx SNR \quad \text{Wienerův filtr}$$

SNR se aproximuje konstantou (funguje, pokud šumu není moc, hodnota konstanty se určí iterativně a subjektivně), lineární funkcí frekvence (obvykle účinný pouze pro vyšší frekvence, hodnota hraniční frekvence a sklon $SNR(\sigma)$ musí být určeny empiricky).

Obvyklý přístup: pokus a omyl

Mřížky

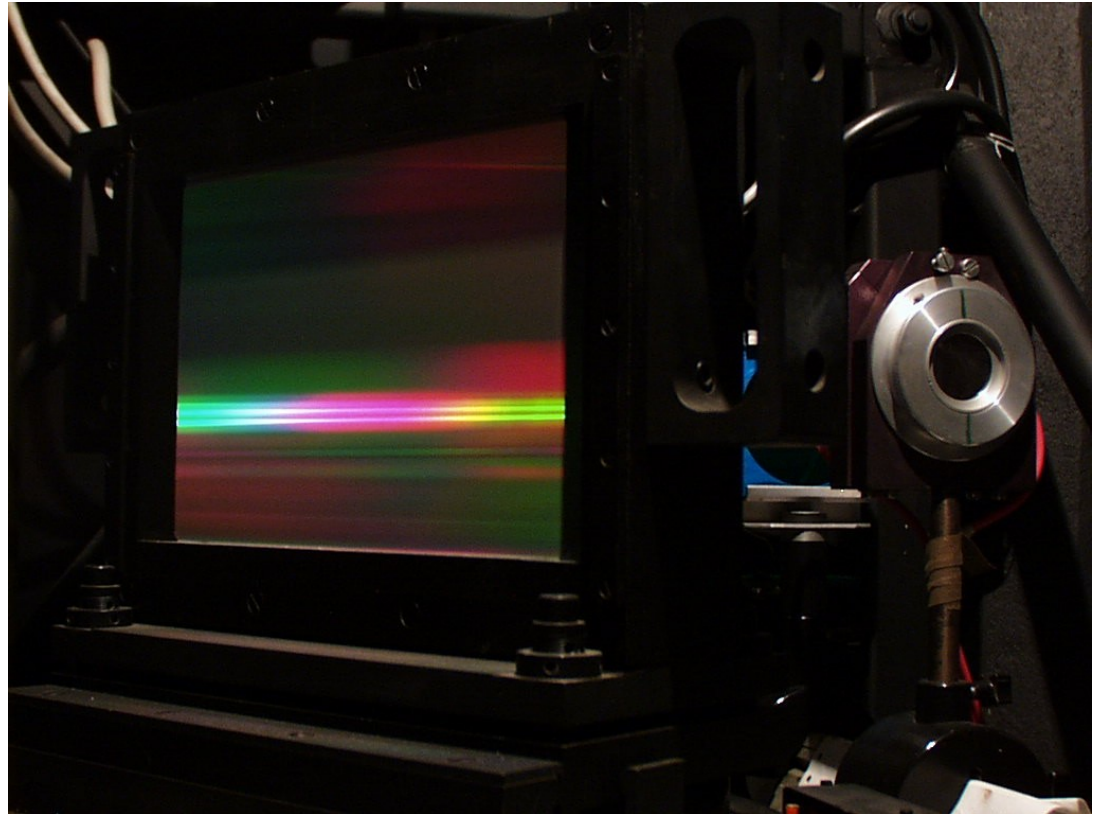
Spektroskopie (nejen)
ve sluneční fyzice
LS 2011/2012

Michal Švanda

Astronomický ústav MFF UK
Astronomický ústav AV ČR

Spektroskopická mřížka

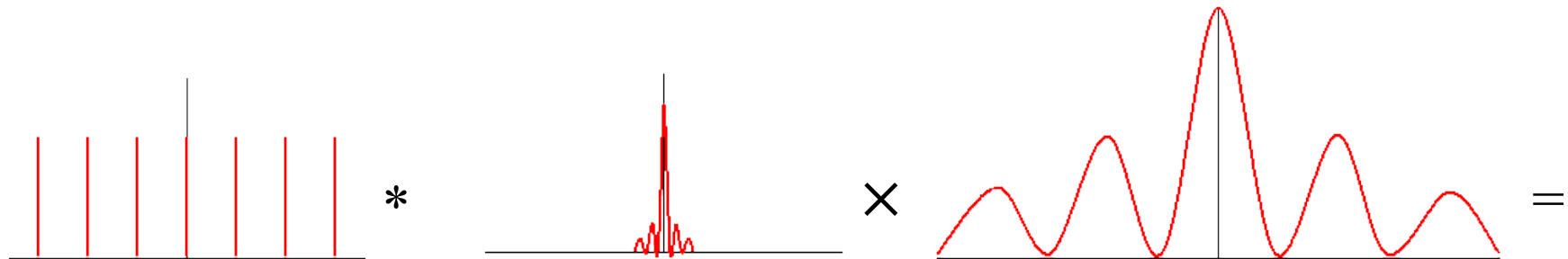
- Difrakční element



$$\sin \alpha + \sin \beta = \frac{n\lambda}{d}$$

Difrakce na mřížce

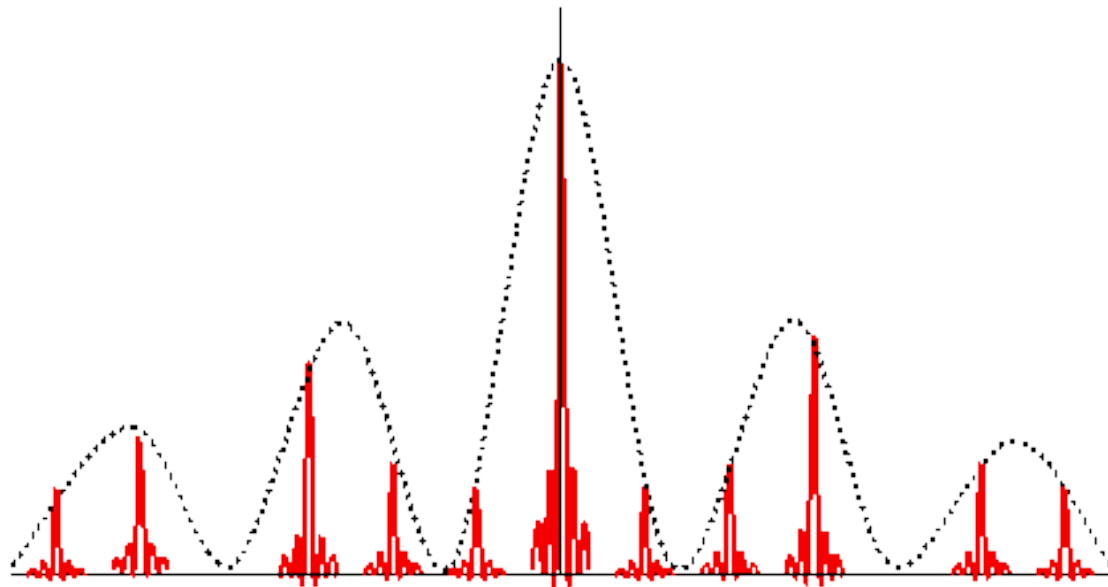
$$G(x) = B_1(x) * III(x) B_2(x) \rightarrow g(\sigma) = iii(\sigma) * b_2(\sigma) b_1(\sigma)$$



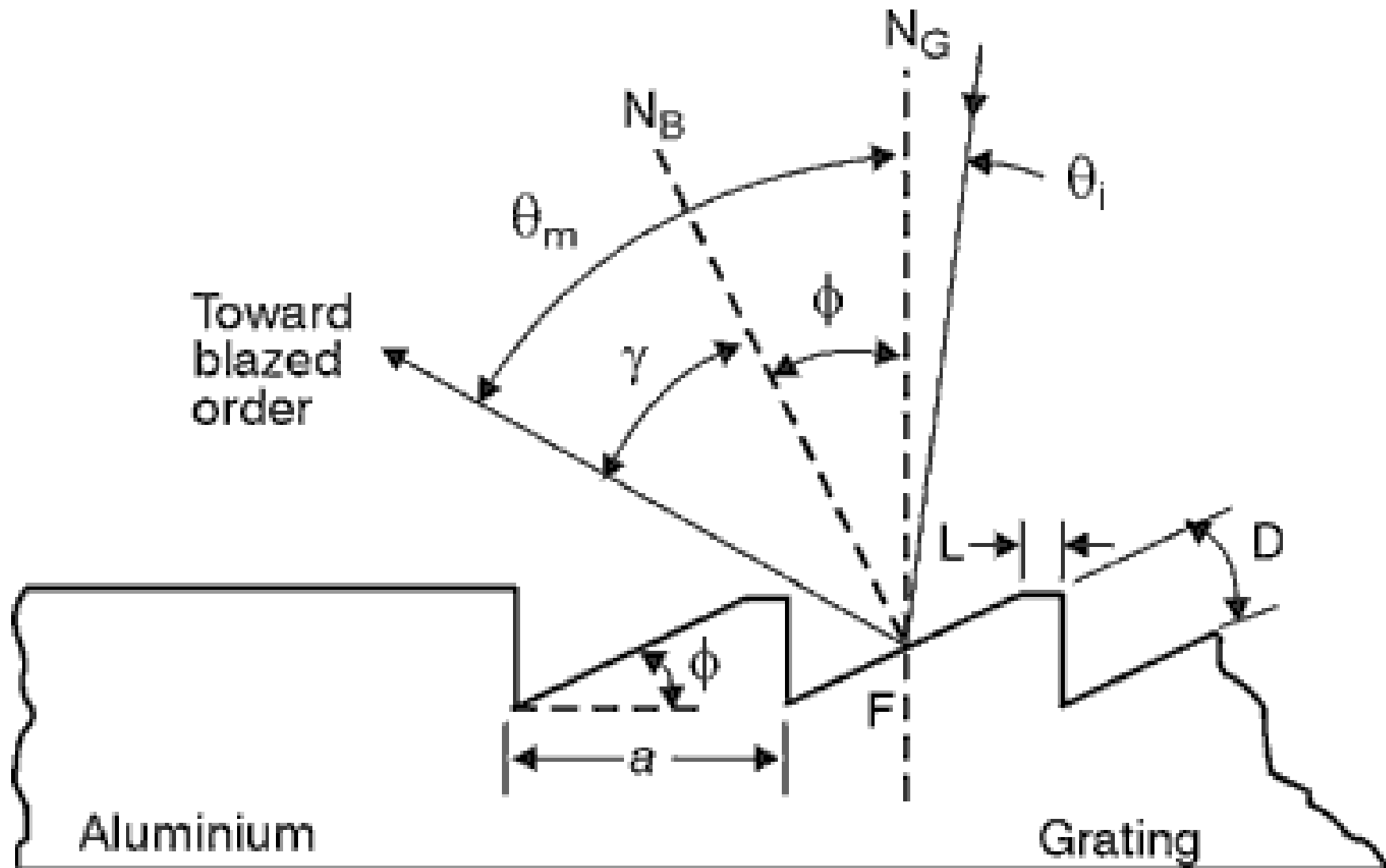
vrypy

rozsah mřížky

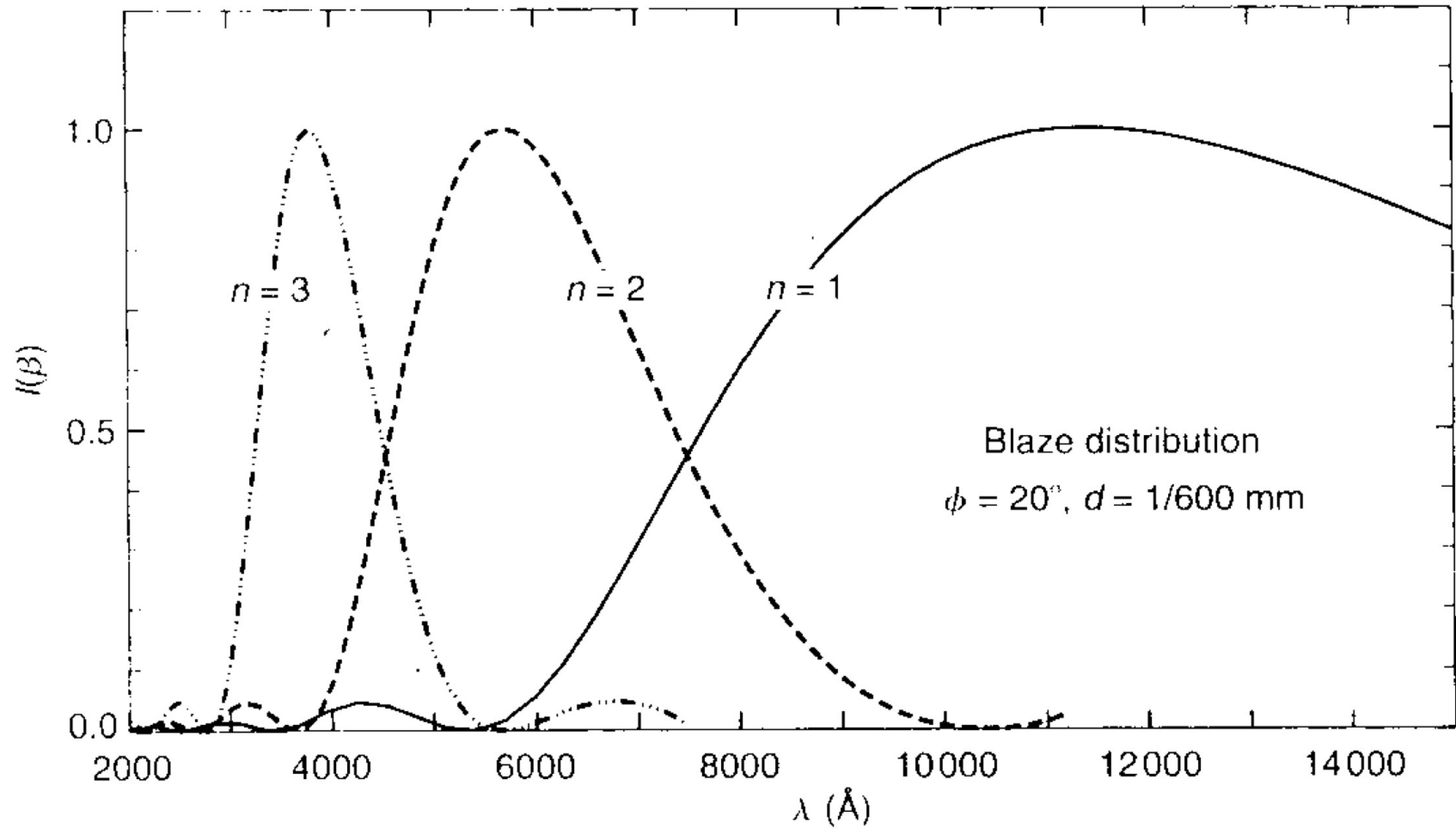
jeden vryp



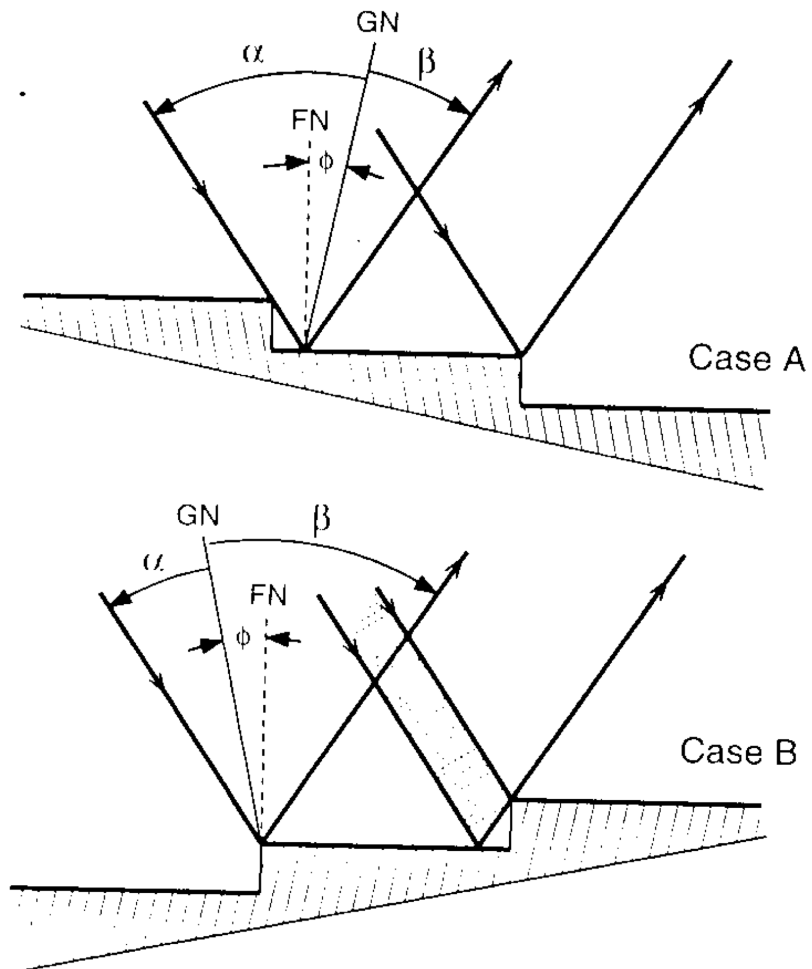
Blazovaná mřížka



Efektivita blazu



- Blazované mřížky – jednotlivé facety si mohou stínit
 - Ztráta světla
 - Zvyšuje úroveň rozptýleného světla (odstíněné světlo se odráží od facetů a rozptýlí dále do spektrografu)



- Periodická chyba při rýpání („mřížka na mřížce“)

$$G(x) \rightarrow G'(x) = G(x)H(x) \rightarrow G'(\sigma) = g(\sigma) * h(\sigma)$$

$h(x)$ lze zkonstruovat podobně jako rovnici pro mřížku, tedy odchylku duchu od skutečného obrazu lze napsat jako

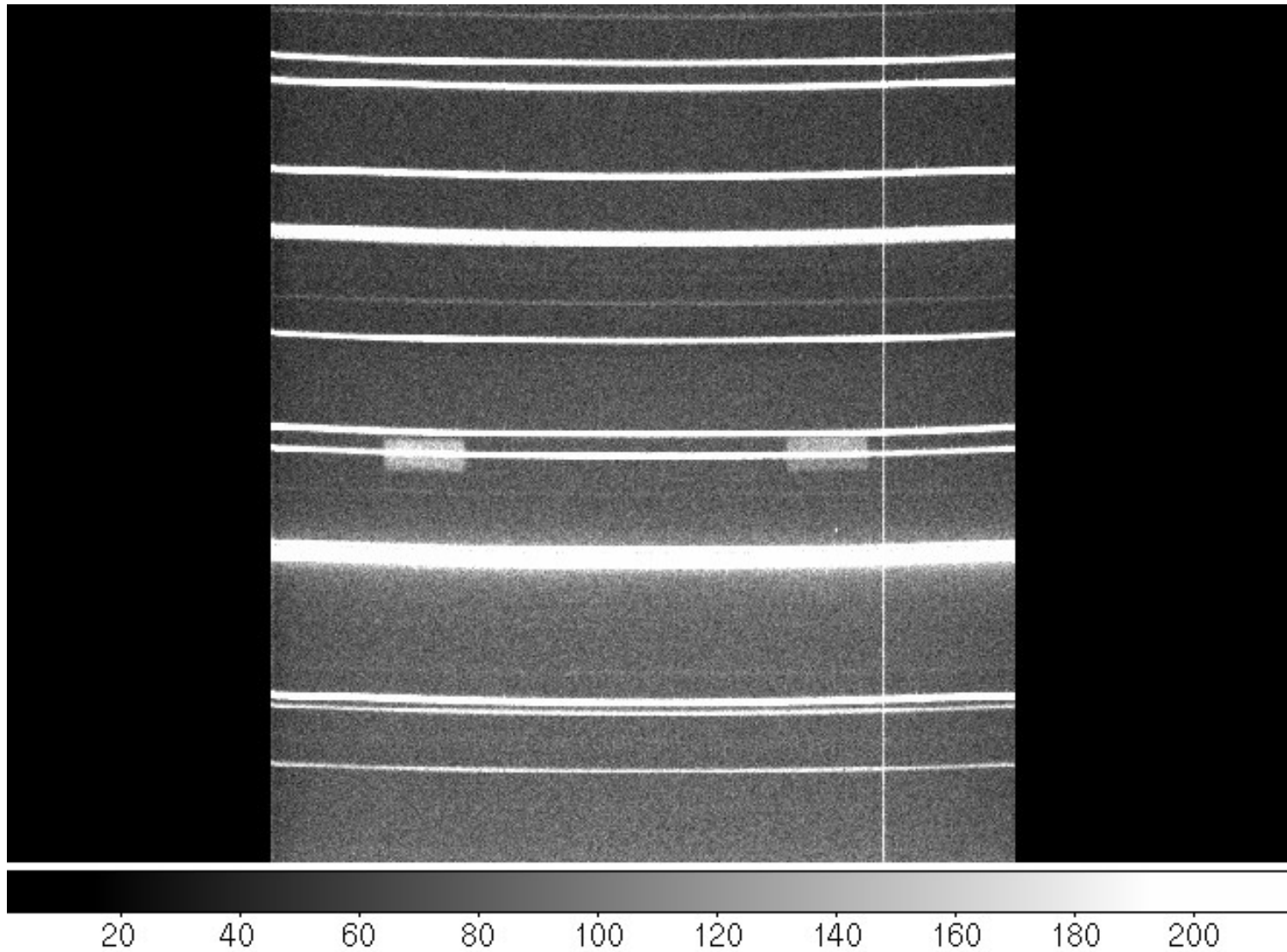
$$\Delta \theta_g = \frac{m \lambda_g}{D}$$

tedy pro vlnovou délku, v níž se duch zobrazí platí (vůči obrazu)

$$\Delta \lambda_g = \frac{d}{n} \Delta \theta_g = \frac{d}{n} \frac{m}{D} \lambda_g$$

Duchové mohou být velmi daleko od rodičovského obrazu, klidně nanometry, jejich “barva” je však stejná jako “barva” rodiče. Pokud při výrobě je periodických chyb více, interferenční obraz může duchy zobrazit velmi daleko od rodiče – Lymanovy duchy.

Duchy na mřížce



Monochromatické světlo 600 nm