

Fourierova transformace

- ve spektroskopii velmi praktická

- pozorování je konvoluce \rightarrow násobení ve F prostoru

FT: reprezentace funkce v periodické bázě

$$f(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{2\pi i x \sigma} dx$$

inverzní
$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{-2\pi i x \sigma} d\sigma$$

ne vždy existuje! ve fyzice ale skoro vždy ano.

pro $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

pro $F(x) = F_R(x) + i F_I(x)$

$$\Rightarrow f(\sigma) = \int F_R(x) \cos 2\pi x \sigma dx + i \int F_I(x) \cos 2\pi x \sigma dx + \\ + i \int F_R(x) \sin 2\pi x \sigma dx + \int F_I(x) \sin 2\pi x \sigma dx$$

pro $f(\sigma) = f_R(\sigma) + i f_I(\sigma)$

$$f_R(\sigma) = \int F_R(x) \cos 2\pi x \sigma dx - \int F_I(x) \sin 2\pi x \sigma dx$$

$$f_I(\sigma) = \int F_I(x) \cos 2\pi x \sigma dx + \int F_R(x) \sin 2\pi x \sigma dx$$

pro $F(x) = F_R(x)$... fyzikální signál

$$f(\sigma) = \int F_R \cos 2\pi x \sigma dx + i \int F_R \sin 2\pi x \sigma dx$$

$f(\sigma)$ stále komplexní

pro $F(x) = F_R(x); F_I(x) = F_R(-x)$

$$f(\sigma) = \int F_R(x) \cos 2\pi x \sigma dx$$

Fourierův obrát - v polárních koordínátách

$$f(\sigma) = |f(\sigma)| e^{i\psi}$$

$$|f(\sigma)| = \sqrt{f_R^2(\sigma) + f_I^2(\sigma)}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{f_I(\sigma)}{f_R(\sigma)}$$

Pozn.: amplitudní spektrum - popis funkce
 Fázorí spektrum - kde jsou obrázky

Pozn.: $\sigma=0 \Rightarrow$ totální integrál

$$f(0) = \int F(x) e^{2\pi i x \cdot 0} dx = \int F(x) dx$$

a opačně $F(0)$.

Příklady:

①

$$B(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } -\frac{W}{2} > x > \frac{W}{2} \\ 1 & \text{for } -\frac{W}{2} \leq x \leq \frac{W}{2} \end{cases} \quad \text{box car}$$

$$b(\sigma) = \int B(x) e^{2\pi i x \sigma} dx = \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} e^{2\pi i x \sigma} dx =$$

$$= \left(\frac{e^{2\pi i x \sigma}}{2\pi i \sigma} \right) \Big|_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} = \frac{1}{2\pi i \sigma} \left(e^{\frac{2\pi i W \sigma}{2}} - e^{-\frac{2\pi i W \sigma}{2}} \right) =$$

$$= W \frac{\sin \pi W \sigma}{\pi W \sigma} = \boxed{W \operatorname{sinc} \pi W \sigma}$$

