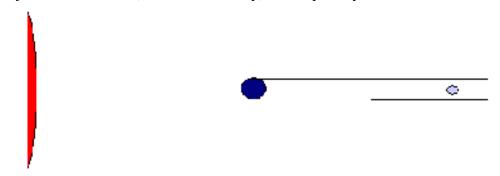
# Ako ďaleko je mesiac?

Pavol Pruchnerovič

Mesiac je jediným prirodzeným satelitom našej zeme, a preto od nepamäti priťahuje pozornosť nielen astronómov, ale aj obyčajných ľudí. Zmerať vzdialenosť Mesiaca od Zeme sa pokúšali učenci už v staroveku a pravdepodobne aj skôr. Jedna z najznámejších starovekých metód pochádza od antického učenca Aristarchusa, ktorý okolo roku 270 pred naším letopočtom vyrátal vzdialenosť mesiaca pomocou metódy ktorá využíva zatmenie mesiaca.

V dobe keď žil Aristarchus sa už vedelo, že Zem je guľatá a astronómovia vtedy verili, že Zem je centrom vesmíru a okolo nej obieha Slnko, Mesiac a všetky vesmírne telesá. Je preto prirodzené, že Aristarchus sa domnieval, že Mesiac obieha Zem po kruhovej dráhe. Nech R je polomer kruhovej dráhy a T je čas, za ktorý Mesiac obehne raz okolo Zeme, čo je pravdaže 1 mesiac. Počas toho jedného mesiaca vzdialenosť, ktorú prekoná mesiac sa dá jednoducho vyrátať pomocou vzorca na výpočet obvodu kruhu  $2\pi R$ .

Na to, aby sme sa pokúsili zopakovať Aristarchusov výpočet, musíme taktiež využiť poznatky, ktoré nám ponúka jedinečné nebeské predstavenie a to zatmenie Mesiaca. Ako iste vieme, zatmenie Mesiaca nastáva vtedy, keď mesiac pretne tieň Zeme a na krátku dobu sa ocitne na priamke tvorenej Slnkom a Zemou, pričom samozrejme Mesiac je od Slnka ďalej ako Zem. Polomer Zeme si označíme r, potom šírka tiena je približne 2r. Nech t je čas, za ktorý stred Mesiaca sa pohybuje v zemskom tieni, čo sú asi 3 hodiny, ako už pred vyše 2200 rokmi zmeral Aristarchus.



## Úloha:

Zopakujte slávny výpočet antického astronóma s pomocou poznatkov, ktoré mal Aristachus k dispozícií.(Keďže polomer Zeme bol vyrátaný až o pár rokov neskôr, výsledná vzdialenosť je v násobku zemských polomerov).

#### Postup:

Aristachus vedel, že Mesiac obehne okolo zeme za čas T a dráha, ktorú Mesiac pri tom vykoná je  $2\pi R$  kde R je polomer kruhovej dráhy mesiaca a teda vzdialenost mesiaca od zeme. Taktiež poznal z pozorovania zatmenia mesiaca čas t, za ktorý mesiac pretne zemský tien (veľkosť zemskeho tiena 2r).

#### Riešenie:

Keďže Mesiac sa pohybuje konštantnou rýchlosťou a jeden oblet zeme sa uskutoční za čas T a ďalej mesiac prejde tienom zeme za čas t potom :

$$\frac{2\pi R}{2r} = \frac{T}{t}$$

Výsledok teda je:

$$R/r \sim 60$$

60 zemských polomerov je priemerná vzdialenosť Zeme a Mesiaca akceptovaná dodnes.

Keďže sme napodobňovali Aristachusov postup, častokrát sme využívali nepresné a skreslené údaje, čo hneď napravíme. Napríklad perióda mesačnej orbity bola zaokruhlená na jeden mesiac. Čas, ktorý ubehne od jednoho splnu k dalšiemu je 29.53 dňa avšak perióda mesačnej orbity je kratšia o 2.21 dní.

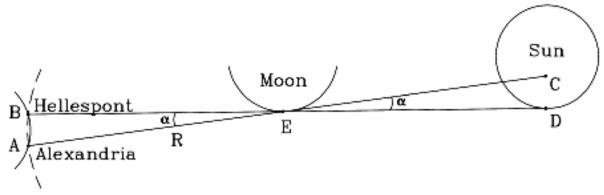
### Prečo je tomu tak?

Nový mesiac nastane, keď Mesiac v svojom pohybe po oblohe predbehne Slnko. Avšak v čase, keď nastane nový mesiac, poloha Slnka na oblohe sa zmení. Ak Slnko potrebuje 1 rok a teda 12 mesiacov na zavŕšenie svojej dráhy po oblohe, potom za 1 mesiac ubehne 1/12 svojej dráhy po oblohe. Mesiac musí preto urobiť [1+(1/12)] obehu, aby dobehol Slnko, a preto lunárny mesiac, teda doba od splnu do splnu je 1/12 mesiaca (2,27 dňa) dlhšia ako doba, za ktorú Mesiac obehne Zem čo je 27.32 dní.

Dalšiu nepresnosť sme spravili, keď sme šírku zemského tieňa zaokrúhlili na 2r. Zemský tieň by bol skoro presne 2r v prípade, že Slnko by bolo bodovým zdrojom svetla a v prípade že by bolo Slnko ešte nekonečne ďaleko, šírka zemského tieňa by bola presne 2r. V skutočnosti pri pohľade na oblohu Slnko sa nám javí ako disk, ktorého priemer je asi pol stupňa. Preto zemský tieň nemá podobu valca, ale skôr zužujúceho sa kužeľa. Vo vzdialenosti rovnej priemernej vzdialenosti Zeme od Slnka je preto zemský tien o 25% užšií ako 2r.

# Hipparchus a metóda pomocou zatmenia slnka.

Hipparchus bol taktiež antický astronóm ktorý použil úplne zatmenie Slnka (pravdepodobne v roku 129 pre naším letopočtom) na zmeranie vzdialenosti Zem-Mesiac. Zatmenie bolo úplné v Helesponte v Dardanelách, ale ďalej na juhu v Alexandrii v Egypte zakryté boli iba 4/5 Slnka. Hipparchus, vedel že počas zatmenia Slnka Mesiac a Slnko sú v tom istom bode na oblohe. Domnieval sa, že mesiac sa dostane medzi Zem a Slnko. Hipparchus taktiež veril, že Slnko je omnoho vzdialenejším objektom ako Mesiac, kedže už storočie predtým Aristarchus zo Samosu zistil tento fakt z pozorovania mesiaca. Hipparchus predpokladal, že vrchol zatmenia nastane v obidvoch lokáciach v rovnakom čase.



Počas úplného zatmenia Slnka Mesiac len zčasti pokrýva Slnko. Samo Slnko je tak vzdialeným objektom, že z ľubovoľného miesta na Zemi pokrýva tú istú časť oblohy so šírkou asi pol stupňa. Hipparchus sa zameral na bod E, ktorý si zvolil na hrane mesačného disku, ktorý počas zatmenia pozorovaného z Hellespontu (bod B) prekrýval bod D nachadzajúci sa na hrane slnečného disku. Avšak pre pozorovateľa z Egypskej Alexandrie v tom istom čase bod E premietnutý po priamke na slnečný disk (bod C) sa javil jako bod vzdialený 1/5 priemeru slnka od okraja slnečného disku, čo je spôsobené tým že zatmenie v Alexandrií nebolo úplné.

Uhol α je teda 0.1 stupňa, čo je veľkosť pod jakou môžeme pozorovať 1/5 slnečného priemeru.

### Úloha:

Použite poznatky a postup Hipparchusa na zmeranie vzdialenosti Zeme a Mesiaca. (Atlas zeme bude iste užitočná pomôcka.) Hint: 9°

### Postup:

Hipparchusov postup merania vzdialenosti Zeme a Mesiaca nie je nič iné, ako jednoduchá geomerická úloha. Predstavme si dve nesústredné prekrývajúce sa kružnice ako vidno na obrázku, kde väčšia kružnica má stred bod E, nachadzajúci sa na Mesiaci a polomer má vzdialenosť Zem-Mesiac. Menšia kružnica predstavuje obvod Zeme, teda má polomer r . Body A a B sa nachadzajú na obidvoch kružniciach. Zatial čo na väčšej z nich je vzdialenosť AB rovná 0.1°, na kružnici znázorňujúcej obvod Zeme, je tato hodnota už 9°.

#### Riešenie:

Takže pre mesačnú kružnicu a body AB platí:

$$AB = \left(\frac{2\pi R}{360}\right) * 0.1$$

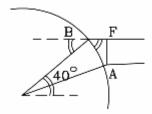
A pre zemskú kružnicu platí vzťah:

$$AB = \left(\frac{2\pi R}{360}\right) * 9$$

Kedže AB je ta istá vzdialenosť potom  $(2\pi R/360)\cdot 0.1 = (2\pi r/360)\cdot 9$  a z toho:

$$R/r = 90$$

Výsledok je 90 polomerov Zeme, čo je asi o 50 percent viac ako je správna hodnota. Dôvodom tohoto skreslenia je fakt, že vo výpočte automaticky prepokladáme, že Mesiac je priamo oproti spojnici AB.



V skutočnosti, ako vidno na obrázku, čast zemského povrchu ktorý vykrojí  $\alpha$  je AF a nie AB. AF je menšia vzdialenosť ako AB. Keď to zoberieme do úvahy výsledná vzdialenosť bude o čosi kratšia. Pravdaže, nevieme kde presne sa nachádzalo Slnko počas onoho zatmenia roku 129p.n.l, ale muselo to byť na ekliptike, čo znamena vnútri 23.5° nebeského rovníka. Prepokladajme, že bolo presne na nebeskom rovníku, južne od obidvoch miest pozorovania, možeme odhadnúť odchylku. Zemepisná šírka Hellespont je 40° a ako vidno na obrazku to je tiež uhol smerom Mesiaca a zenitom.

Takže: 
$$AF = AB \cos 40^\circ = 0.766 AB$$

a tak zopakujeme Hipparchusov výpočet s opravenou hodnotou

$$AF = (2\pi R/360) \cdot 0.1$$

$$AF = 0.766 AB = 0.766 \cdot (2\pi r/360) \cdot 9$$

až dostaneme

$$R/r = 90 \cdot 0.766 = 69$$

Výsledok 69 zemských polomerov je už presnejší. Dnes už vieme, že priemerná vzdialenosť Zem-Mesiac je 60 zemských polomerov a kolíše v rozpätí niekoľkých polomerov, kvôli povahe dráhy Mesiaca, ktorá nie je kruhová ale eliptická. Ako si v nasledujúcom odstavci ukážeme, táto metóda nie je veľmi presná z viacerých dôvodov.

Bez možnosti presného merania času, táto metóda takmer v každom prípade nadhodnotí výsledky. Zem rotuje, a tak miesto dopadu mesačného tieňa putuje po zemskom povrchu, a tak mesačný tieň zasiahne množstvo miest v rozličných časoch. Takže Hellespont je len jedno z mnoha miest, kde zatmenie bolo úplné. Taktiež Alexandria je len jedným z mnoha miest s pozorovaným 4/5 zatmením slnka. Ľubovoľne zvolené miesto B z prvej skupiny a A z druhej by vyústilo v dlhšiu vzdialenosť AB a následne omnoho vačšiu (a nesprávnu) vzdialenosť Zeme a Mesiaca. Taktiež fakt, že Alexandria je presne južným smerom od Hellespontu nám negarantuje, že časy vrcholného zatmenia sú rovnaké, ale len že nie sú príliš odlišné.