

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Matyáš Řehák

**Asteroidální rodiny versus velké pozdní bombardování**

**Astronomický ústav UK**

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: astronomie a astrofyzika

Praha 2014

Děkuji vedoucímu své diplomové práce Mgr. Miroslavu Brožovi, Ph.D. za věnovaný čas a cenné rady. Dále děkuji své rodině za podporu během studia.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne .....

Matyáš Řehák

Název práce: Asteroidální rodiny versus velké pozdní bombardování

Autor: Matyáš Řehák

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Cílem práce je zjistit, zda by bylo možné pomocí rodin asteroidů v hlavním pásu prokázat nebo vyvrátit existenci velkého pozdního bombardování (LHB), které se ve sluneční soustavě odehrávalo přibližně před 4,1 až 3,8 miliardami let .

Nejprve jsme nově identifikovali rodiny v „netknutém“ pásu (relativně prázdná oblast, o které se předpokládá, že se během vývoje pásu asteroidů příliš neměnila) mezi 2,82 až 2,96 AU za použití dat z katalogů AstDyS, WISE a SDSS. V orbitálních datech jsme našli shluky těles (celkem 19) a vypočetli jejich statistickou významnost metodou Monte Carlo i analyticky. Hierarchickou shlukovací metodou jsme pak vybrali členy rodin 918 Itha, 709 Fringilla a 15477, aby polohou v prostoru vlastních elementů a svým taxonomickým typem reprezentovaly rozmanitý vzorek.

Provedli jsme simulace orbitálního vývoje pomocí numerického integrátoru Swift (Levison and Duncan (2013)). K porovnání rozdělení vlastních elementů simulovaných a pozorovaných rodin jsme použili jednak Kolmogorovův–Smirnovův test, jednak počty těles rozptýlených gravitačními rezonancemi, pomocí nichž jsme určili pravděpodobná stáří rodin: .....

Pomocí kódu Boulder (Morbidelli et al. (2009)) jsme simulovali také kolizní vývoj rodin. Počáteční kumulativní rozdělení velikostí jsme volili podle výsledků hydrodynamických simulací rozpadů těles (Durda et al. (2007)). Porovnáním simulovaných rozdělení s pozorovanými jsme získali nezávislé ověření stáří rodin.

Na základě provedených simulací [...LHB...]

Klíčová slova: sluneční soustava, rodiny asteroidů, velké pozdní bombardování

Title: Asteroid families versus the Late Heavy Bombardment

Author: Matyáš Řehák

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: The aim of this thesis is to determine whether it would be possible to confirm or disprove the existence of large heavy bombardment (LHB), which occurred in the solar system approximately 4.1 to 3.8 billions years ago, by means of asteroid families.

At first, we have newly identified families in „pristine” zone (relatively empty area, which have presumably not very changed during the asteroid belt evolution) between 2.83 and 2.96 AU, using data from catalogues AstDyS, WISE and SDSS. In the orbital data, we found clumps of bodies (total 19) and calculated their statistical significance by Monte—Carlo method and also analytically. Using the hierarchical clustering method we chose members of 918 Itha, 709 Fringilla and 15477 families in such a way, that they represent a varied sample in the proper elements space and according to their taxonomic type.

We performed simulations of the orbital evolution using numerical integrator Swift (Levison and Duncan (2013)). To compare the distribution of proper elements of the simulated and observed families, we used Kolmogorov—Smirnov test and also an amount of bodies, scattered by gravitational resonances, which we used to determine likely age of families:

.....  
Using Boulder code (Morbidelli et al. (2009)) we simulated also the collisional evolution of the families. We selected the initial cumulative distribution of sizes according to the results of hydrodynamic simulations of disruptions (Durda et al. (2007)). By comparing the simulated distributions with observed ones we obtained an independent verification of the families age.

Keywords: solar system, asteroid families, late heavy bombardment

# Obsah

Úvod a motivace	7
<b>1 Identifikace rodin planetek</b>	<b>11</b>
1.1 Metoda randombox	11
1.2 Hierarchická shlukovací metoda	15
1.3 Nalezené rodiny	16
<b>2 Fyzikální vlastnosti rodin</b>	<b>17</b>
2.1 Albeda asteroidů	17
2.2 Rozdělení velikostí rodin	21
2.3 Určení velikosti mateřského tělesa	24
2.3.1 Rodina Itha	25
2.3.2 Rodina Fringilla	26
2.3.3 Rodina 15477	27
<b>3 Simulace dynamického vývoje</b>	<b>29</b>
3.1 Integrátor Swift	29
3.2 Počáteční podmínky a parametry modelu	30
3.2.1 Nastavení pro rodinu Itha	32
3.2.2 Nastavení pro rodinu Fringilla	33
3.2.3 Nastavení pro rodinu 15477	33
3.3 Porovnání modelu a pozorování	34
3.3.1 Kolmogorovův–Smirnovův test	34
3.3.2 Orbitální vývoj rodin	35
3.3.3 Orbitální vývoj rodiny Itha	38
3.3.4 Vliv iniciální geometrie	45
3.3.5 Vliv velikosti mateřského tělesa	45
3.3.6 Orbitální vývoj rodiny Fringilla	46
3.3.7 Orbitální vývoj rodiny 15477	47
<b>4 Simulace kolizního vývoje</b>	<b>48</b>
4.1 Program Boulder	48
4.2 Parametry modelu	49
4.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí $\chi^2$	49
4.4 Kolizní vývoj rodiny Itha	49
4.5 Kolizní vývoj rodiny Fringilla	52

4.6 Kolizní vývoj rodiny 15477 . . . . .	54
<b>5 Diskuse velkého pozdního bombardování</b>	<b>56</b>
<b>Závěr</b>	<b>57</b>
<b>Literatura</b>	<b>58</b>
<b>Seznam zkratk</b>	<b>62</b>
<b>Příloha A</b>	<b>63</b>
<b>Příloha B</b>	<b>64</b>
<b>Příloha C</b>	<b>65</b>
<b>Příloha D</b>	<b>69</b>

# Úvod a motivace

*Planetky* (též nazývané asteroidy) jsou malými tělesy, opticky pozorovatelnými (tím se liší od prachu), nevykazujícími kometární aktivitu, která obíhají kolem Slunce. Jsou nejpočetnější skupinou těles ve sluneční soustavě. Většina známých planetek náleží do *hlavního pásu*, v oblasti mezi drahami Marsu a Jupiteru. Dalšími skupinami planetek jsou blízkozemní objekty křížící dráhu Země, Trojané (planetky obíhající v oblastech Lagrangeových bodů  $L_4$  a  $L_5$  planet, známy u Jupiteru a Neptunu), Kentauři (na drahách mezi Jupiterem a Neptunem) a transneptunické objekty (Plutina, Kubewana a objekty rozptýleného disku).

Hlavní pás asteroidů leží přibližně mezi 2,1 až 3,5 AU od Slunce. V této oblasti se nachází zhruba 95 % známých planetek. Pás může být rozdělen na několik užších Kirkwoodovými mezerami (Moons and Morbidelli, 1995), ve kterých jsou tělesa odstarňována gravitačními rezonancemi Jupiteru. Pás dělíme na následující oblasti:

- vnitřní pás (mezi sekulární rezonancí  $\nu_6$  a rezonancí středního pohybu s Jupiterem 3:1; tzn. od 2,1 do 2,5 AU),
- střední pás (mezi rezonancemi 3:1 a 5:2; mezi 2,5 až 2,823 AU),
- „netknutý“ pás (mezi rezonancemi 5:2 a 7:3; mezi 2,823 až 2,956 AU),
- vnější pás (mezi rezonancemi 7:3 a 2:1; mezi 2,956 až 3,28 AU) a
- oblast Cybele (za rezonancí 2:1; mezi 3,28 až 3,5 AU).

Hlavní pás je také ovivněn sekulárními rezonancemi, zejména se projevuje rezonance  $\nu_6$  (rezonance pericenter mezi astroidy a Staurnem) nebo  $\nu_{16}$ , která tvoří hranici na přibližně  $\sin i \approx 0,3$  a odděluje populace na nízkých a vysokých sklonech.

V této práci se zaměřujeme na „netknutý“ pás. Důvodem je, že se jedná o oblast, která je relativně méně populovaná (a obsahuje jen jednu velkou rodinu — Koronis), takže jeho struktura snad může připomínat hlavní pás před vznikem velkých rodin asteroidů (Brož et al., 2013).

*Rodinou asteroidů* nazýváme skupinu těles, která mají podobné dráhy, konkrétně vlastní velkou poloosu  $a_p$ , vlastní excentricitu  $e_p$  a vlastní sklon  $i_p$  (vlastní orbitální elementy jsou takové, ve kterých jsou vystředovány kvaziperiodické změny z působené perturbacemi ostatních těles a precesí, takže tyto elementy zůstávají dlouhodobě konstantní) Ostatní elementy se mohou lišit, protože v nich tělesa se na svých drahách, různě vzdálených od Slunce, mohou velmi vzdálit, protože dochází k precesi délky  $\Omega$  výstupného uzlu a  $\omega$  argumentu pericentra.



Tělesa v rodinách mívají podobné reflekní spektra a barevné indexy — jejich rozdělení bývá spojitě a mívají menší rozptyl než populace v pozadí. Na základě těchto vlastností se usuzuje, že všichni členové rodin mají stejný původ — jsou pozůstatky srážek mezi planetkami, rozpadů mateřských těles i projektilů, a následného orbitálního i kolizního vývoje, ovlivněného gravitačními perturbacemi planet i negravitačními jevy.

Prvním, kdo identifikoval některé z rodin (Eos, Koronis a Themis), byl japonský astronom Kijocugu Hirajama v roce 1918 (Hirayama, 1918). Podle něho se někdy místo termínu rodina asteroidů používá termín *Hirajamova rodina*. Také navrhl, že jsou pozůstatkem katastrofických rozpadů. Toto vysvětlení je všeobecně uznáváno.

V dnešní době jsou identifikovány desítky rodin (Zappalà et al., 1995; Nesvorný, 2012; Masiero et al. 2013; Brož et al., 2013) a jejich počet neustále narůstá — v práci Masiero et al. 2013 jich bylo identifikováno 76, v práci Brož et al. (2013) 91. Rodiny se obvykle pojmenovávají dle asteroidu, který má nejnižší katalogové číslo.

Vzájemné rychlosti planetek v hlavním pásu bývají výrazně vyšší než jejich únikové rychlosti, takže většina srážek má za následek rozpady asteroidů nebo alespoň vyvržení části materiálu. Další vývoj rodin je dán gravitačními a elektromagnetickými zrychleními, konkrétně gravitací Slunce, planet a Jarkovského/YORP jevem (Vokrouhlický, 1998; Rubincam, 2000; Čapek and Vokrouhlický, 2004; Bottke et al., 2006).

Vzhledem k rozdílným keplerovským rychlostem dochází velmi rychle k „rozbíhání“ poloh členů rodin, takže je není možné pozorovat přímo jako shluky těles. Mimoto tělesa vykazují rozdílné rychlosti precese argumentů pericentra i délek výstupných uzlů. Proto se pro identifikaci členů používá vlastních elementů a také, pokud jsou tato data k dispozici, i spekter a barev asteroidů.

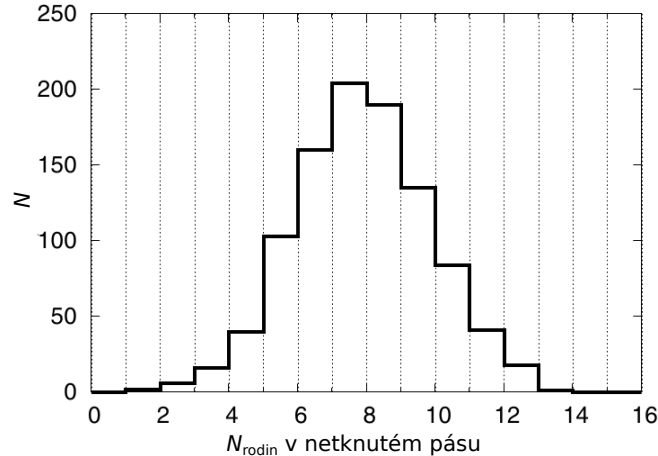
Počet členů rodiny není možné určit zcela přesně. Jedním z důvodů je observační nedostatečnost — příliš malé planetky ( $D \lesssim 1$  km) většinou nejsou dosud objeveny. Dalším důvodem je skutečnost, že okraje rodiny nebývají zřetelně ohraničeny a rodina se slévá s *pozadím* (pozadím nazýváme všechna tělesa, jež nejsou členem žádné rodiny). Také některá z těles formálně náležejících do rodiny mohou být jen náhodně přimísenými asteroidy.

Ke srážkám asteroidů dochází po celou dobu vývoje sluneční soustavy, my se chceme zabývat zejména těmi, které mohly probíhat během *Pozdního velkého bombardování*. To je obdobím před přibližně 4,1 až 3,8 miliardami let, kdy se na Měsíci i jiných tělesech sluneční soustavy vytvořilo velké množství impaktních kráterů (Hartmann et al., 2000). Hlavním důkazem pro existenci této události je radiometrické datování vzorků z Měsíce (Cohen et al., 2000) a lunárních meteoritů (Hartmann et al., 2007). Mimoto jsou pozorovány projevy této události jak na terestrických planetách, tak na měsících obřích planet (Barr and Canup, 2010).

Protože velké pozdní bombardování nebylo pouze dozvukem primordiální akrece (Weidenschilling, 2000; Bottke et al., 2007), hledá se jiná příčina. Jedním z možných vysvětlení je vznik dynamické nestability planetárního systému, která způsobila přesun transneptunických projektilů z vnější části sluneční soustavy, zvaný model z Nice (Gomes et al. 2005; Morbidelli et al., 2007; Morbidelli et al., 2010; Nesvorný, 2011; Bottke et al., 2012).

Následkem tohoto bombardování by podle Brož et al. (2013) mělo v hlavním pásu vzniknout velké množství asteroidálních rodin s mateřským tělesem větším než 100 km (obrázek 2). Dosud tam však byla prokázána jen jedna, a to Koronis. To je důvodem,

proč se snažíme nově identifikovat další rodiny, přičemž využíváme nejnovější observační data z přehlídek SDSS (Parker et al., 2008) a WISE (Masiero et al. (2011)). U vybraných rodin vícero metodami zjišťujeme jejich stáří, a tedy zda mohly vzniknout při velkém pozdním bombardování.



Obrázek 2: Histogram očekávaného počtu velkých rodin (Velikosti mateřských těles  $D_{\text{PB}} > 100$  km) v „netknutém” pásu vzniklých při velkém pozdním bombardování (Brož et al. 2013). V práci byl použit model orbitální nestability obřích planet, která měla za následek přesun transneptunických těles do vnitřní části sluneční soustavy. Na základě rozdělení velikostí těchto projektilů z práce Gomes et al. (2005) bylo kolizními modely zjišťováno, kolik rodin mohlo vzniknout srážkami s těmito projektily. Tento histogram vznikl tak, že se v modelu nechalo rozpadnout náhodných 100 těles hlavního pásu s průměrem  $D > 100$  km a zjišťoval se výsledný počet vzniklých rodin v „netknutém” pásu. Toto se opakovalo 1000×. Cílem bylo odhadnout maximální počet rozpadů během velkého pozdního bombardování. Je vidět, že nejčastěji v „netknutém” pásu vzniklo 8 takovýchto rodin.

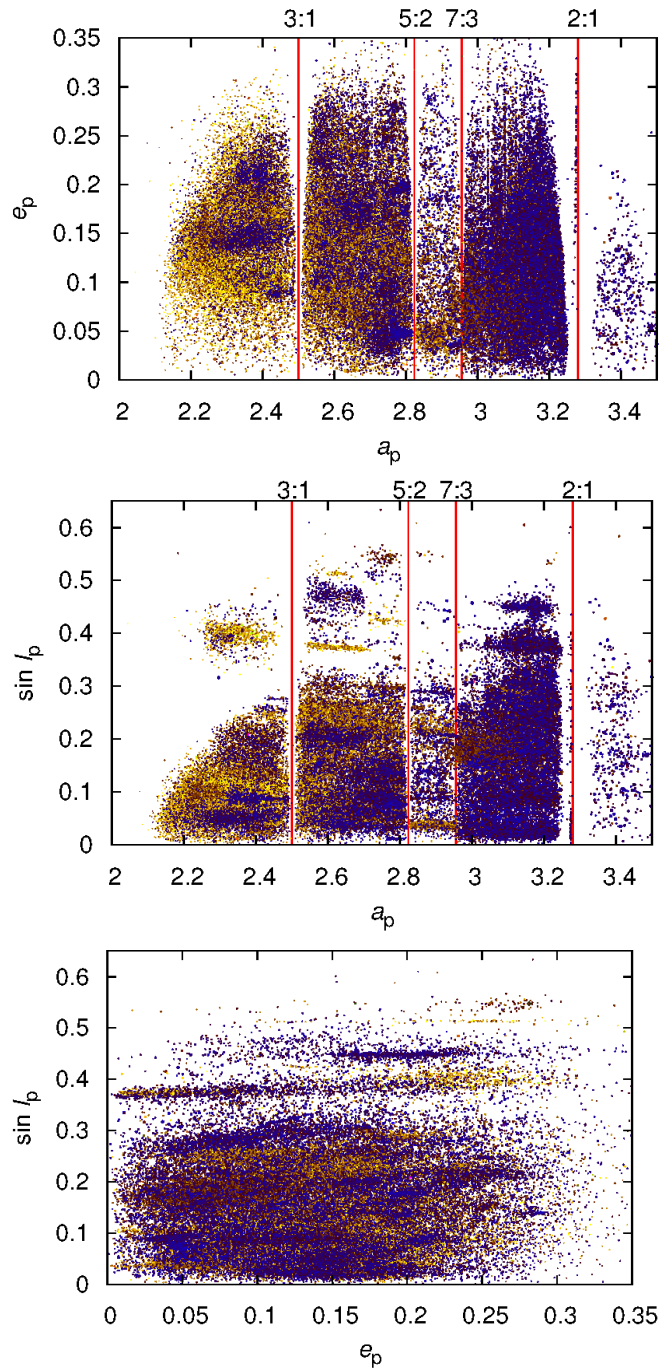
Struktura této práce je následující: v první kapitole je popsán způsob, kterým jsme hledali rodiny asteroidů v „netknutém” pásu. Nejprve jsme použili metodu nazvanou „randombox a potom jsme hierarchickou shlukovací metodou vybrali členy zvolených tří reprezentativních rodin.

Ve druhé kapitole jsme se věnovali fyzikálním vlastnostem rodin. Využili jsme přitom hodnoty albeda z katalogu WISE Masiero et al. (2011) pro vyřazení přimísených těles, která nepatří do rodin. Sestrojili jsme rozdělení velikostí členů rodiny, které je užitečné pro srovnání pozorovaných rodin a hydrodynamických modelů (Durda et al., 2007).

Ve třetí kapitole jsme provedli simulace orbitálního vývoje vybraných rodin integrátorem Swift (Levison and Duncan, 2013). Pro porovnání vlastních elementů simulovaných a pozorovaných rodin jsme využili Kolmogorova–Smirnova testu.

Čtvrtá kapitola je věnována koliznímu vývoji rodin. K jeho modelování jsme použili kód Boulder (Morbidelli et al., 2009). Vypočtená rozdělení velikostí těles jsme s pozorovanými srovnávali pomocí zavedené metriky.

V páté kapitole se diskutují výsledky této práce v souvislosti s modelováním velkým pozdním bombardováním (Brož et al., 2013).



Obrázek 1: Planetky hlavního pásu v diagramech zobrazujících vlastní velkou poloosu  $a_p$ , vlastní excentricitu  $e_p$  a vlastní sklon  $\sin i_p$ :  $(a_p, e_p)$ ,  $(a_p, \sin i_p)$  a  $(e_p, \sin i_p)$ . Barevně jsou vyznačena tělesa s různým albedem (viz obrázek 2.1). Hodnoty použitých elementů jsou převzaty z databáze AstDyS (Knežević and Milani, 2012), albed z WISE (Masiero et al., 2011). Zřetelně viditelné jsou nejvýznamnější rodiny asteroidů a Kirkwoodovy mezery, příslušející gravitačním rezonancím středního pohybu s Jupiterem 4:1, 3:1, 5:2, 7:3 a 2:1. „Netknutý“ pás, který zkoumáme v této práci, leží mezi rezonancemi 5:2 a 7:3.

# Kapitola 1

## Identifikace rodin planetek

Nejprve jsme identifikovat rodiny asteroidů v „*netknutém*“ pásu. K tomu jsme použili nejprve metodu „*randombox*“, která počítá statistickou významnost shluků těles v prostoru vlastních orbitálních elementů. Hierarchickou shlukovací metodou jsme pak vybrali členy některých rodin, aby svou polohou v prostoru vlastních elementů a svým taxonomickým typem reprezentovaly rozmanitý vzorek.

### 1.1 Metoda *randombox*

V „*netknutém*“ pásu hlavního pásu asteroidů (rozsah vlastních velkých poloos  $a_p = 2,823$  až  $2,956$  AU) jsme hledali možné nové rodiny metodou nazvanou *randombox*. Tato metoda funguje následujícím způsobem:

1. zvolíme kvádr ve trojrozměrném prostoru vlastních elementů. Velikost se volí empiricky podle předpokládané velikosti hledaných rodin,
2. vygenerují se tři kvádry vedle sebe (obrázek 1.2) a spočte počet pozorovaných těles v každém z nich,
3. vygeneruje se náhodné rozdělení těles v těchto třech kvádrech, aby celkový počet těles byl stejný jako pozorovaný. Takovýto rozdělení se vytvoří velké množství (například 10 000),
4. určí se v kolika případech je počet náhodně generovaných těles v prostředním kvádru větší než pozorovaných,
5. Takto se pokryje celá prohledávaná oblast.

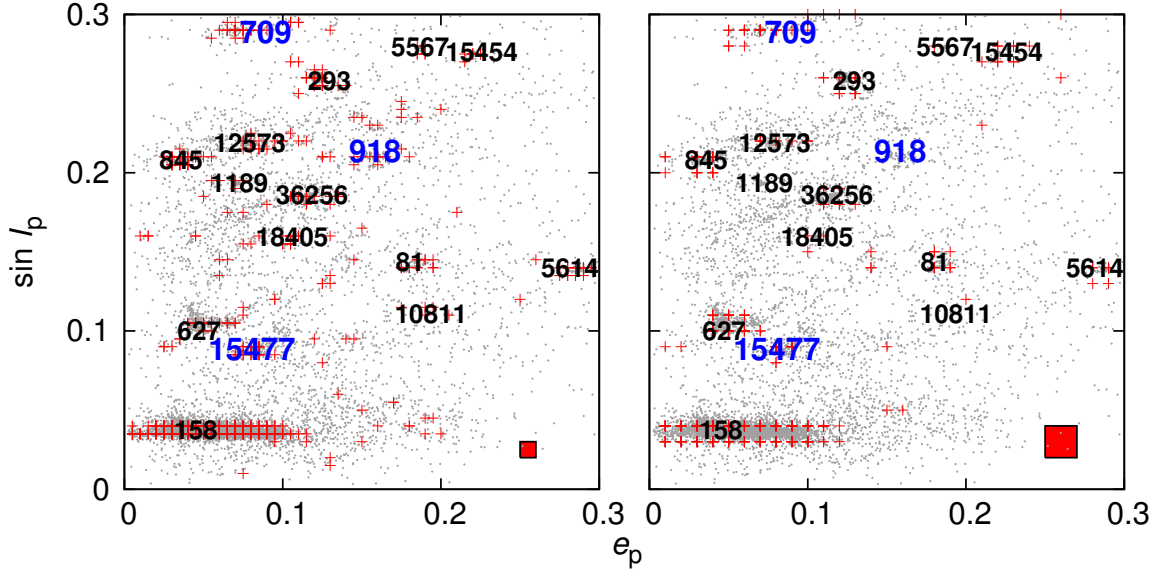
Jako oblast s významnou koncentrací těles se označí taková, která vykazuje z celkového množství náhodných pokusů jen velmi malý počet případů (volíme obvykle nejvýše 1), kdy je počet náhodně rozdělených těles větší než počet pozorovaných.

Tímto způsobem se nám v „*netknutém*“ pásu podařilo identifikovat 19 rodin (viz tabulka ..... a obrázek 1.3) většina z nich je vyznačena také na obrázku 1.1.

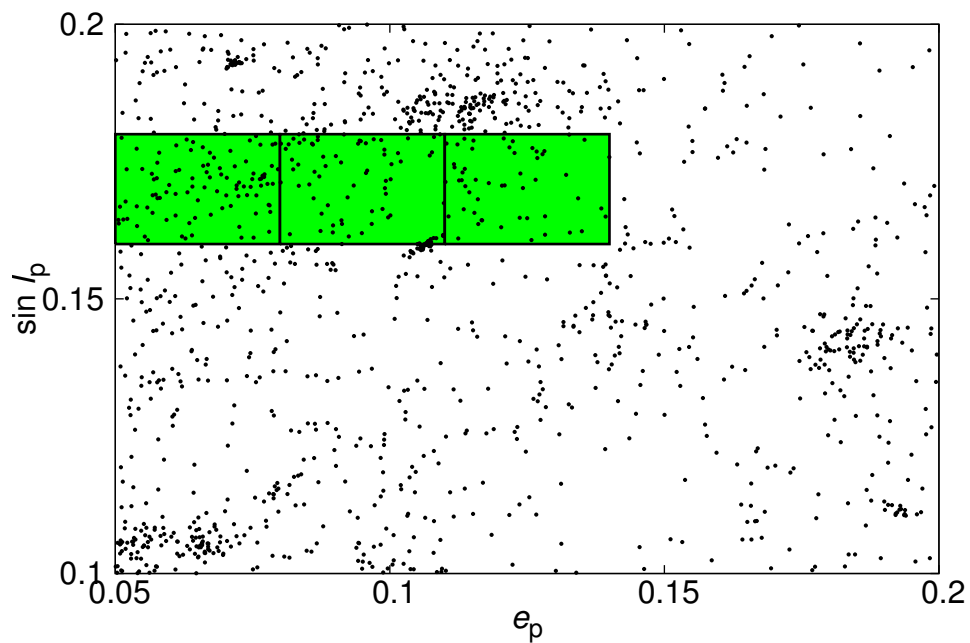
Pro určení pravděpodobnosti  $p$ , že je shluk náhodný, můžeme použít také použit analytický vzorec (ref??????):

$$p = \frac{\sum_{k=n_2}^n C(n, k) V'(n_{\text{box}} - 1, n - k)}{V'(n_{\text{box}}, n)} = \frac{\sum_{k=n_2}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} (n_{\text{box}} - 1)^{n-k}}{n_{\text{box}}^n}, \quad (1.1)$$

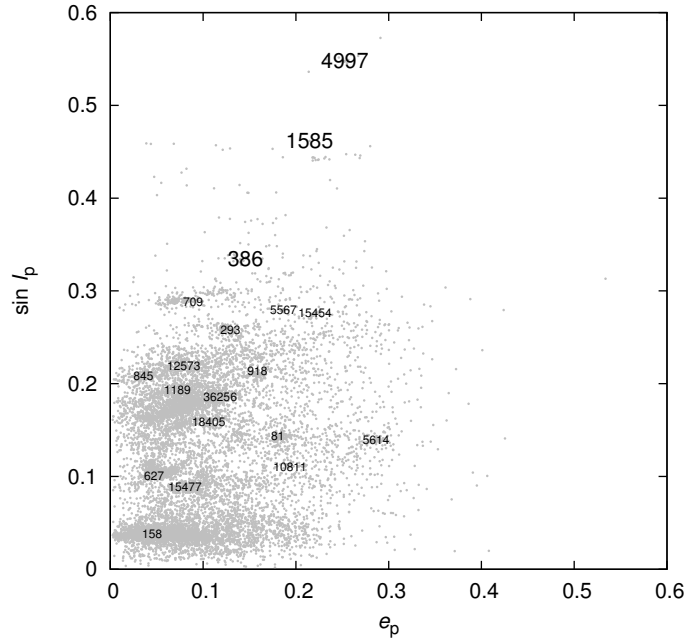
kde  $n$  je celkový počet těles,  $n_1, n_2, n_3$  počet těles v jednotlivých kvádrech,  $n_{\text{box}}$  značí počet kvádrů (používáme 3),  $C(n, k)$  jsou kombinace bez opakování a  $V'(n, k)$  variace s opakováním.



Obrázek 1.1: Na diagramu vlastní excentricita  $e_p$  a vlastní sklon  $\sin i_p$  jsou body vyznačena tělesa ležící v „netknutém“ pásu, u kterých známe vlastní elementy. Pro přehlednost je zobrazen jen výřez, ve kterém se nicméně nachází většina těles. Číslem jsou označeny již dříve známé rodiny. Zvýrazněny jsou rodiny 709 Fringilla, 918 Itha a 15477, kterým se v této práci budeme více věnovat. Křížky značí polohu boxu, který splňuje podmínku, že nejvýše v jednom případě z daného počtu pokusů je počet náhodně generovaných těles větší než pozorovaných. První obrázek je sestaven pro velikost boxu  $a_p : e_p : i_p$  rovnou 0,03 AU : 0,01 : 0,01° a 100 000 pokusů. Druhý obrázek znázorňuje výsledek pro velikost 0,04 AU : 0,02 : 0,02° a 200 000 pokusů. V prvních dolních rozích je vyznačena velikost použitého boxu.



Obrázek 1.2: Obrázek ilustruje, jakým způsobem jsou při použití metody „randombox” procházeny kvádry v prostoru vlastních dráhových elementů: vytvoří se tři kvádry vedle sebe a spočte počet pozorovaných těles v každém z nich, potom se vygeneruje náhodné rozdělení těles v těchto třech kvádrech, aby celkový počet těles byl stejný jako pozorovaný. Takto se pokryje celá prohledávaná oblast.



Obrázek 1.3: Obdoba obrázku 1.1, ovšem se větším rozsahem vlastních elementů. Kandidáti na nové rodiny objevení metodou „randombox” jsou vyznačeny velkým číslem, dříve známé rodiny malým.

Tabulka 1.1: Tabulka vlastních orbitálních elementů a absolutních hvězdných velikostí asteroidů, které mají nejvyšší číslo z každé rodiny. Použitá data jsou z databáze AstDyS (Knežević and Milani, 2012). Nově nalezené rodiny jsou vyznačeny tučně.

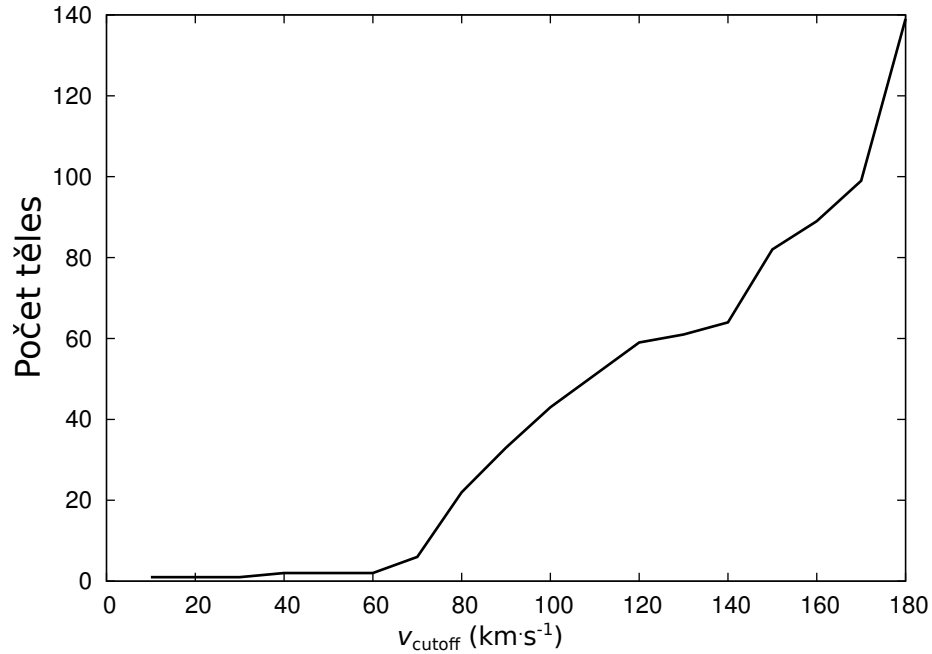
Označení	$a_p$ [AU]	$e_p$	$\sin i_p$	$H$ [mag]
81 Terpsichore	2,8540696	0,1805125	0,1431997	8,48
158 Koronis	2,8687750	0,0452243	0,0375398	9,13
293 Brasilia	2,8617610	0,1295553	0,2577889	10,09
<b>386 Siegena</b>	2,8962335	0,1457052	0,3349164	7,58
627 Charis	2,8997387	0,0472878	0,1000041	9,75
709 Fringilla	2,9143480	0,0892798	0,2883089	9,09
845 Naëma	2,9395575	0,0359464	0,2078778	10,12
918 Itha	2,8656990	0,1584854	0,2133716	10,48
1189 Terentia	2,9316848	0,0725774	0,1930591	9,86
<b>1585 Union</b>	2,9305023	0,2148878	0,4616585	10,18
<b>4997 Ksana</b>	2,8688639	0,2529661	0,5477475	12,58
5567 Durisen	2,9428028	0,1868977	0,2794050	11,29
5614 Yakovlev	2,8706719	0,2866009	0,1394573	13,37
10811 Lau	2,9291446	0,1936578	0,1106253	12,40
12573 -	2,9398675	0,0792338	0,2187689	13,04
15454 -	2,8684337	0,2207885	0,2760416	12,71
15477 -	2,8502387	0,0806469	0,0883773	13,24
18405 -	2,8477566	0,1059961	0,1589754	12,87
36256 -	2,9391870	0,1185637	0,1858930	12,25

## 1.2 Hierarchická shlukovací metoda

Hierarchickou shlukovací metodu (angl. Hierarchical Clustering Method, zkráceně HCM) (Zappalà et al., 1995) používáme jako další metodu pro hledání členů rodin. Při použití této metody se nejprve v prostoru vlastních orbitálních elementů ( $a_p$ ,  $e_p$ ,  $\sin i_p$ ) zvolí metrika (s rozměrem rychlosti):

$$v = na_p \sqrt{C_a \left( \frac{\Delta a_p}{\bar{a}_p} \right)^2 + C_e (\Delta e_p)^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2}, \quad (1.2)$$

kde  $n$  je střední pohyb,  $\bar{a}_p$  označuje průměrnou vlastní velkou poloosu dvou těles a  $\Delta a_p$  jejich rozdíl, obdobně pro  $\Delta e_p$  a  $\Delta \sin i_p$ ,  $C_a$ ,  $C_e$  a  $C_i$  jsou váhovací faktory, používáme  $C_a = \frac{5}{2}$ ,  $C_e = 2$  a  $C_i = 2$ . Poté se vybere jedna planetka jako první, a hledají se všechny, jejichž  $v$ , tedy vzájemná vzdálenost od dosud identifikovaných členů rodiny, je menší než jistá hraniční hodnota  $v_{\text{cutoff}}$ . Tu je potřeba vhodně zvolit; k tomu je užitečné vykreslit si závislost počtu těles  $N$  na  $v_{\text{cutoff}}$  pro nalezená tělesa (obrázek 1.4).



Obrázek 1.4: Příklad použití hierarchické shlukovací metody (HCM) — počet členů rodiny pro různé hodnoty  $v_{\text{cutoff}}$  pro rodinu Itha. Hodnota  $v_{\text{cutoff}}$  je vzdáleností tělesa v prostoru vlastních elementů od ostatních dosud identifikovaných těles. Od  $v_{\text{cutoff}} = 170 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  je zřetelný prudký nárůst počtu těles, tedy možné zahrnutí velkého množství těles z pozadí.

Z výše uvedeného je zřejmé, že spolehlivost určení, zda dané asteroidy patří do rodiny, je dána zejména volbou  $v_{\text{cutoff}}$ , jejíž hodnotu často může být obtížné odhadnout. Metodu také nelze použít v případě dvou rodin, které se překrývají. K posouzení toho, zda nějaké těleso není pouze náhodně přimíšeno, je také možno srovnávat jejich barvy a spektra.



### 1.3 Nalezené rodiny

Metodou „randombox” byly nově identifikovány shluky znázorněné v obrázku 1.3. Je důležité zdůraznit, že tyto nalezené shluky jsou pouhými kandidáty na rodiny a je vhodné použít další metodu pro nalezení členů rodin. K tomu jsme použili metodu HCM.

Dalším krokem bylo zobrazení vzdálenosti  $v$  v závislosti na počtu těles a následně určení vhodného  $v_{\text{cutoff}}$  na základě tvaru rozdělení. To je třeba vhodně zvolit, obvykle se pro určitou hodnotu  $v$  začne počet těles rychle zvyšovat, protože je nalezeno velké množství těles okolního pozadí, toto  $v_{\text{cutoff}}$  pak zvolíme.

Z nalezených rodin jsme vybrali 3 takové, že svým spektrálním typem a polohou v prostoru vlastních elementů reprezentují rozmanitý vzorek. Jedná se o následující: 709 Fringilla, 918 Itha a 15477. Jejich fyzikální vlastnosti jsou shrnuty v tabulce 1.2. Obsahuje počet členů nalezených hierarchickou shlukovací metodou, jejich geometrické albedo (průměr hodnot albeda u těles, kde jej známe; v případě rodiny 15477 jen odhad), taxonomický typ, průměr mateřského tělesa (určen ze součtu objemů známých členů, což vzhledem k tomu, že neznáme předpokládaná menší tělesa, není příliš spolehlivá metoda, dále v práci použijeme i jiné metody), poměr objemů největšího zbytku k mateřskému tělesu a  $q_1$  a  $q_2$  sklony rozdělení velikostí těles.

Hodnota albeda  $p_v = 0,15$ , kterou jsme použili pro určení velikosti členů, byla zvolena ještě před zveřejněním dat WISE. Na základě těchto novějších dat (obrázek 2.7) je zřejmé, že není správná a vhodnější by byla hodnota  $p_v = 0,1$ .

Tabulka 1.2: Určené fyzikální parametry rodin asteroidů, kterým se budeme věnovat.  $N$  značí počet těles nalezených HCM,  $v_{\text{cutoff}}$  zvolenou maximální vzdálenost v metrice 1.2,  $p_v$  geometrické albedo (průměr hodnot u těles, kde je známo; v případě rodiny 15477 odhad), tax. označuje taxonomický typ,  $D_{\text{PB}}$  průměr mateřského tělesa (určen ze součtu objemů známých členů), LR/PB poměr objemů největšího zbytku k mateřskému tělesu a  $q_1$  a  $q_2$  sklony rozdělení velikostí těles pro menší a větší tělesa (hranice je určována jednotlivě pro každou rodinu), v případě rodiny 15477 hraje roli observační nedostatečnost, protože se jedná o rodinu složenou z relativně malých těles, není sklon v oblasti menších těles ( $< 5$  km) znám. Převzato z Brož et al. (2013).

Označení	$N$	$v_{\text{cutoff}}$ [m/s]	$p_v$	tax.	$D_{\text{PB}}$ [km]	LR/PB	$q_1$	$q_2$
719 Fringilla	60	140	0,047	X	38	0,931	-6,2	-1,7
918 Itha	63	140	0,23	S	99	0,157	-2,7	-1,5
15477	144	110	0,15	S	19	0,067	?	-5,1

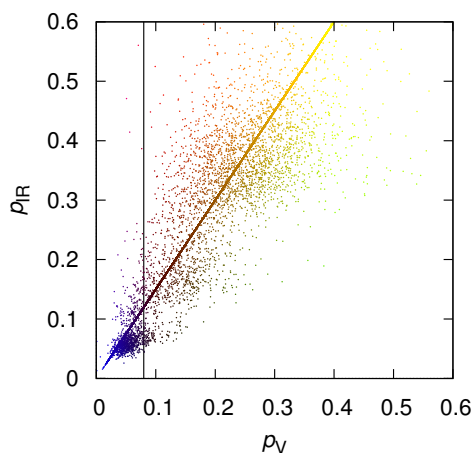
# Kapitola 2

## Fyzikální vlastnosti rodin

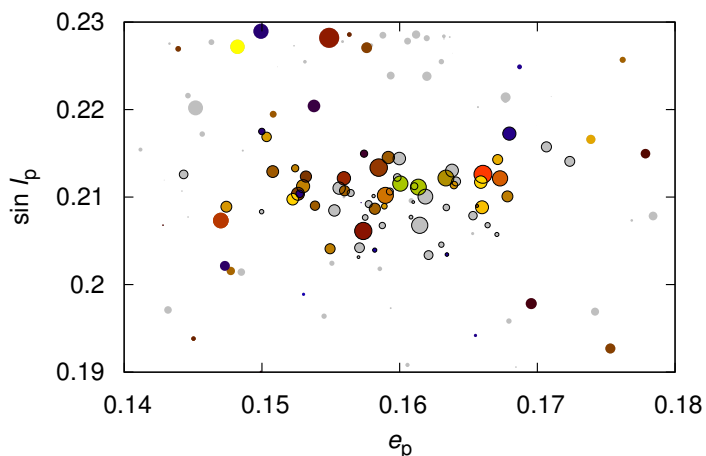
V této kapitole se budeme nejprve věnovat fyzikálním vlastnostem vybraných rodin v „netknutém“ pásu. Znalost albed využijeme pro vyřazení některých těles ze shluku těles podezřelých z toho, že jsou členy rodiny. Vyřadíme taková, jejichž albedo se příliš liší od ostatních, k tomu to účelu volíme určitou hodnotu albeda ve viditelném oboru. Rozdělení velikostí a jejich srovnání s výsledky hydrodynamických modelů rozpadu těles je pak důležité pro nastavení počátečních podmínek našich orbitálních kolizních modelů (viz kapitola 3 a 4).

### 2.1 Albeda asteroidů

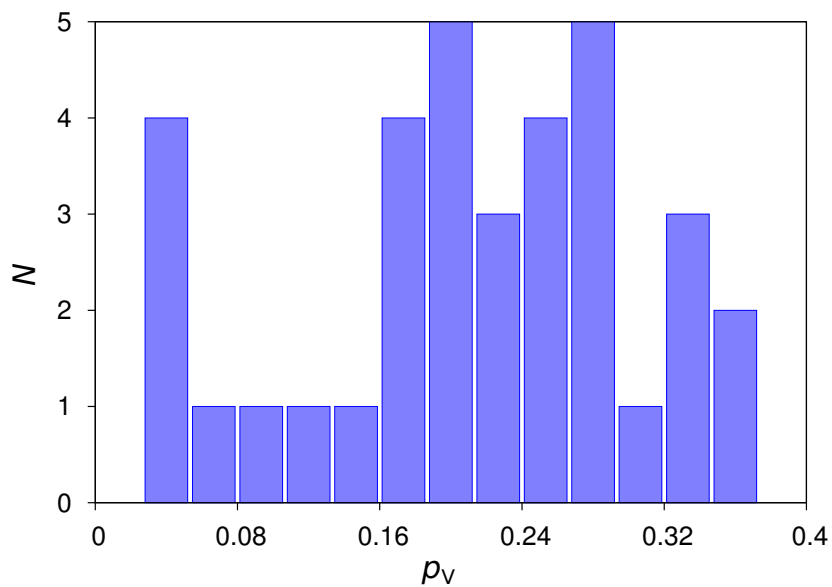
V databázi družice WISE (Masiero et al. 2011) je každému asteroidu přiřazeno geometrické albedo v infračerveném ( $p_{\text{IR}}$ ) a viditelném ( $p_{\text{V}}$ ) oboru a jejich nejistoty. Tato data jsou užitečná zejména pro výběr těles, která patří do rodiny, protože předpokládáme, že mateřská tělesa nebyla diferencována, takže asteroidy s příliš odlišným albedem nemohou patřit do jedné rodiny. Nevýhodou je, že katalog obsahuje menší počet těles než katalog AstDyS (Knežević and Milani, 2012) a AstOrb (Bowell, 2009). Na obrázcích 2.2, 2.4 a 2.6 jsou znázorněna albeda členů zkoumaných rodin v prostoru vlastní excentricity a vlastního sklonu ( $e_p, \sin i_p$ ). Obrázky 2.3, 2.5 a 2.7 jsou histogramy rozložení geometrického albeda  $p_{\text{V}}$  těles rodin.



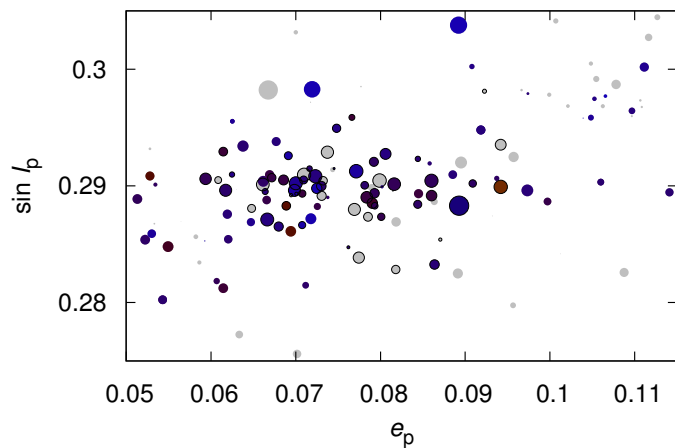
Obrázek 2.1: Barevné schéma, pomocí kterého jsme pro účely obrázků 2.6 až 2.6 asteroidům z databáze WISE přiřadili barvu odpovídající albedům v infračerveném a viditelném oboru. Výrazná šikmá čára je způsobena tím, že u mnoha těles nejsou tato albeda známa nezávisle. Černou svislou čarou je vyznačena hodnota  $p_V = 0,08$ , kterou oddělujeme rodiny s nízkým a vysokým albedem ve viditelném oboru.



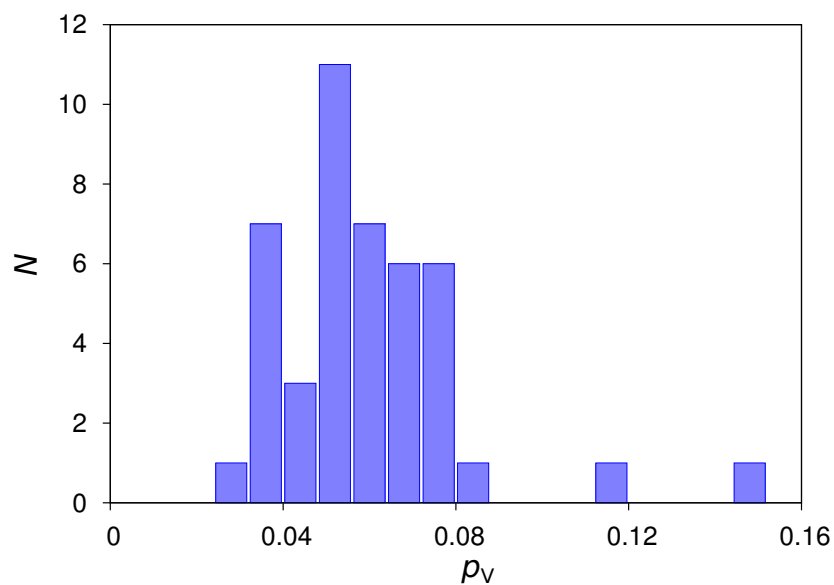
Obrázek 2.2: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ( $e_p, \sin i_p$ ) pro oblast rodiny Itha. Asteroidy jsou vyznačeny kruhy, jejichž velikost je úměrná absolutní hvězdné velikosti  $H$  (čím jasnější těleso, tím je kruh větší). Barva odpovídá albedu v infračerveném a viditelném oboru, jak je znázorněno na obrázku 2.1. Šedá tělesa jsou asteroidy, které katalog WISE neobsahuje a jsou obsaženy jen v databázi AstDyS (Knežević and Milani). Černě obtažená tělesa jsou členy rodiny Itha nalezeni hierarchickou shlukovací metodou (kapitola 1.2).



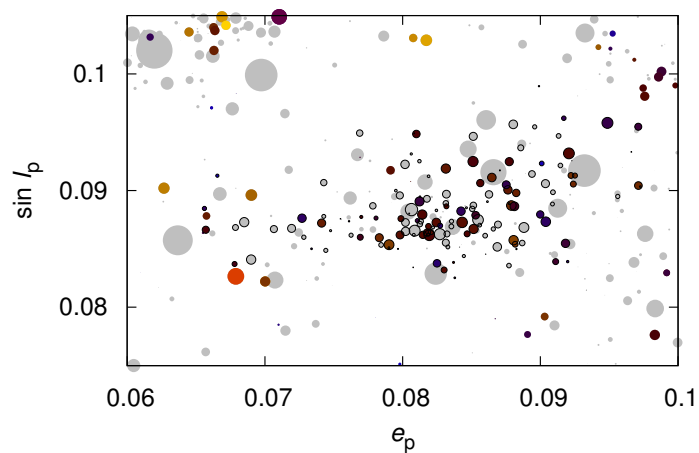
Obrázek 2.3: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny Itha z dat družice WISE. Z histogramu je zřetelné, že členové rodiny mají geometrické albedo  $p_V \in [0,8; 0,36]$ . Tělesa s nižším albedem mohou být přimísená.



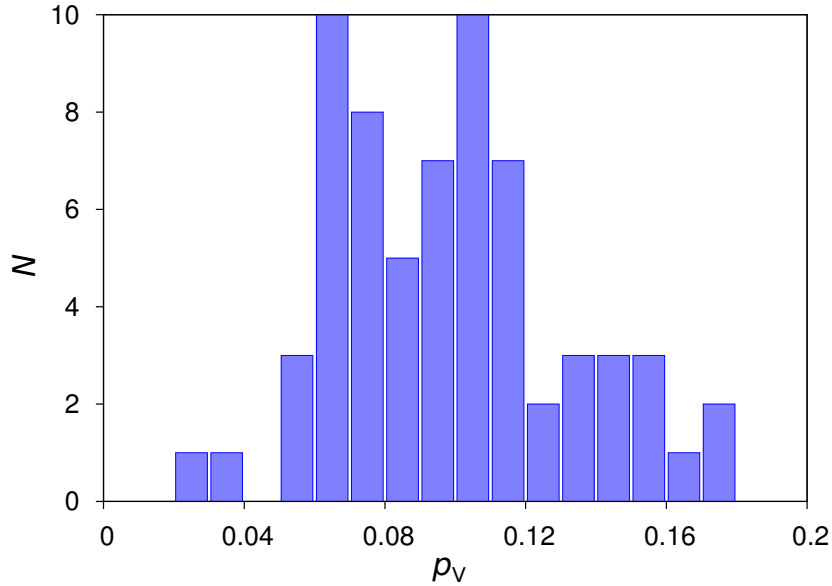
Obrázek 2.4: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ( $e_p, \sin i_p$ ) pro oblast rodiny Fringilla. Symboly a barvy jsou tytéž jako na obrázku 2.6.



Obrázek 2.5: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny Fringilla. Z histogramu je patrné, že členové rodiny mají geometrické albedo  $p_V \in [0,2; 0,8]$ .



Obrázek 2.6: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ( $e_p, \sin i_p$ ) pro rodinu 15477. Symboly a barvy jsou tytéž jako na obrázku 2.6. Rodina je složena z malých těles, u mnoha z nich není známo albedo.



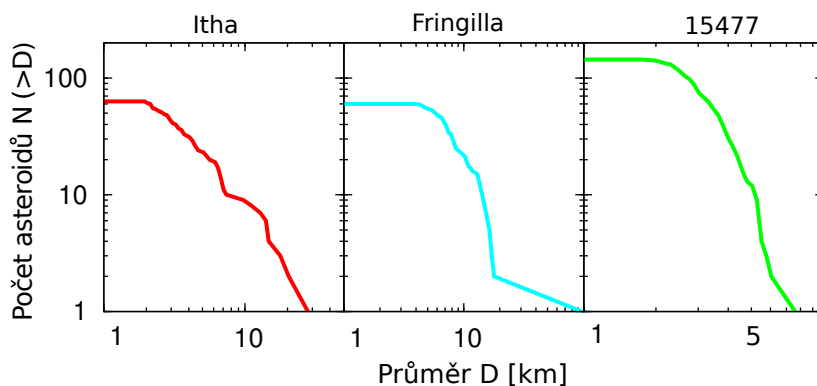
Obrázek 2.7: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny 15477. Z histogramu známých albed je zřetelné, že členové rodiny mají geometrické albedo  $p_V \in [0,05; 0,18]$ . Pro většinu těles ovšem albedo známo není.

## 2.2 Rozdělení velikostí rodin

Na základě dat z družice WISE (Masiero et al. 2011) jsme určili průměrnou a mediánovou hodnotu geometrického albeda  $p_V$  členů rodin. V případě rodiny Itha byly obě hodnoty  $p_V = 0,23$ , pro rodinu Fringilla  $p_V = 0,047$  a u rodiny 15477 byla zvolena hodnota 0,15, protože u více než poloviny členů není albedo známo. Poté jsme podle (Bowell et al., 1989) spočetli průměry  $D$  jednotlivých těles rodin:

$$D = 10^{0,5(6,259 - \log p_V - 0,4H)}, \quad (2.1)$$

kde  $H$  je absolutní hvězdná velikost. Z průměrů členů rodiny jsme vytvořili kumulativní rozdělení velikostí (obrázek 2.8). Tato pozorované rozdělení jsme poté porovnávali s rozděleními z modelů Durda et al. 2007, abychom určili velikost mateřského tělesa a její nejistotu.



Obrázek 2.8: Pozorovaná kumulativní rozdělení velikosti vybraných rodin. Rozměry těles byly vypočteny z průměrného albeda členů rodiny a jejich absolutní hvězdné velikosti.

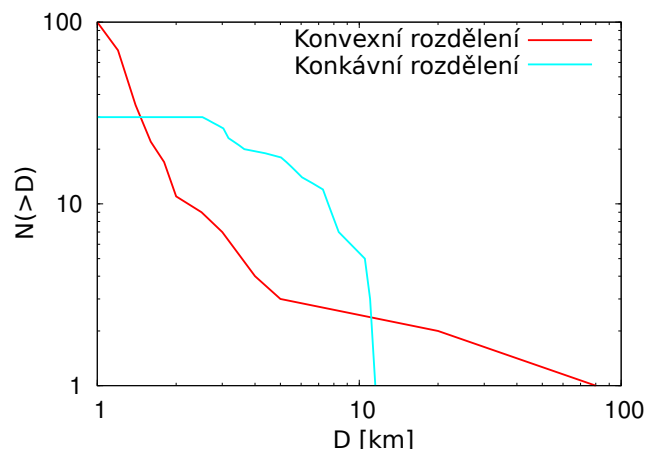
V práci Durda et al. (2007) byly publikovány výsledky hydrodynamických modelů (SPH) srážek asteroidů, konkrétně závislosti kumulativního počtu fragmentů na jejich velikosti. V jejich hydrodynamickém modelu byl předpokládán asteroid (terč) o průměru 100 km, do kterého narážely bazaltové projektily různého průměru, v různých úhlech a různou rychlostí. Výsledná kumulativní rozdělení velikostí ( $N(>D)$ ) je poté možné srovnávat s pozorovanými rozděleními známých rodin asteroidů, odhadnout tak velikost  $D_{PB}$  jejich mateřského tělesa, případně i další vlastnosti rodiny.

Bylo vypočteno 150 rozdělení pro projektily o průměrech 10 až 46 km, pro úhly dopadu  $15^\circ$  až  $75^\circ$  a vzájemnou rychlost 2,5 až 7 km/s. Děje je možno orientačně rozdělit podle typu srážky na:

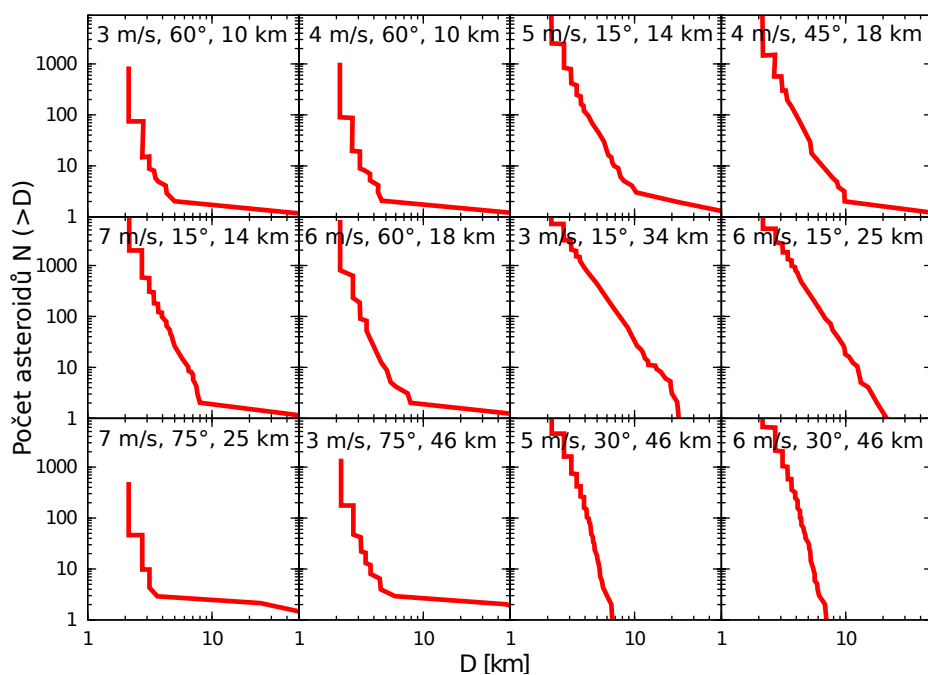
1. kráterování (z mateřského tělesa se oddělí méně než polovina materiálu);
2. katastrofické impakty (unikne polovina materiálu);
3. superkatastrofické impakty (unikne více než polovina).

Toto je v rozdělení  $N(>D)$  možno rozpoznat zejména dvěma základními způsoby:

1. podle poměru velikostí největšího a druhého největšího tělesa;
2. rozdělení rodiny vzniklé kráterováním je spíše konvexní a výsledkem katastrofického rozpadu je rozdělení konkávní (obrázek 2.9).



Obrázek 2.9: Příklad konvexního a konkávního tvaru kumulativního rozdělení velikostí rodin asteroidů.



Obrázek 2.10: Výběr některých kumulativních rozdělení  $N(> D)$  velikostí asteroidů z práce Durda et al., 2007. Celkem bylo v práci provedeno 150 simulací pro projektily o průměrech 10 až 46 km, pro úhly dopadu  $15^\circ$  až  $75^\circ$  a vzájemnou rychlost 2,5 až 7 km/s. Ve výběru jsou různé kombinace vzájemné rychlosti při srážce, úhlů dopadu a rozměru projektilu. Všechny jsou vypočteny pro průměr mateřského tělesa  $D_{PB} = 100$  km. Jednotlivá rozdělení jsou seřazena vzestupně podle specifické energie srážky. Je zřetelně vidět, že při nízkých energiích dochází ke kráterování, kdežto při vysokých ke katastrofickým rozpadům.

Rodina vzniklá kráterováním vykazuje konvexní rozdělení, skládá se z velkého největšího zbytku, o relativně velkém průměru v porovnání s ostatními členy, a ostatní tělesa jsou výrazně menší. Naproti tomu v rodině vzniklé katastrofickým rozpadem je několik srovnatelně rozměrných velkých objektů. Jak je možné očekávat, ke katastrofickým roz-



padům dochází s větším projektilem  $D_{\text{proj}}$ , při vyšších rychlostech  $v_{\text{coll}}$  a při menších dopadových úhlech  $i_{\text{coll}}$ .

Na tvar pozorovaného rozdělení velikostí však mají vliv i další jevy — zejména dlouhodobý orbitální vývoj má za následek odstranění menších těles vlivem Jarkovského/YORP jevu, orbitálních rezonancí a blízkých přiblížení k planetám. Projevuje se také observační nedostatečnost — menší, tedy méně jasná tělesa, nejsou doposud pozorovatelná. Podstatný vliv má také kolizní vývoj.

## 2.3 Určení velikosti mateřského tělesa

Postup byl následující: syntetické rozdělení z práce Durda et al. (2007) se v grafu průměr versus kumulativní počet těles škálovalo posouváním ve velikostech, až se dosáhlo co nejlepší shody sklonu a velikosti zejména dvou největších těles. Důležité také je, aby žádné těleso ze syntetického rozdělení neleželo pod pozorovaným. Na sklon rozdělení u malých těles nebyl kladen žádný důraz, protože ta mohou být podstatně ovlivněna orbitálním vývojem a observační nedostatečností.

Existuje možnost chybného přiřazení některého z asteroidů pozadí do rodiny. To má při srovnávání rozdělení vliv zejména u největších těles. Proto jsme srovnali i rozdělení s vynecháním různého počtu některých největších členů. Ukázalo se však, že toto nemělo na výběr odpovídajícího modelového rozdělení podstatný vliv.

Pro srovnání je nejdůležitější poměr velikostí dvou největších těles a sklon rozdělení, hlavně v oblasti největších těles — v tomto by se rozdělení syntetická a pozorovaná měla lišit co nejméně. Proto jsme definovali vhodnou metriku pseudo- $\chi^2$ , která v zadaném rozsahu velikostí těles porovnávala pozorovaná a syntetická rozdělení. Metrika je předepsaná vztahem:

$$\chi_{\text{pseudo}}^2 = \sum_i^N \frac{(x(\text{syn})_i - x(\text{obs})_i)^2}{\sigma_i^2}, \quad (2.2)$$

kde  $x(\text{syn})_i$  označuje syntetická data (výsledky hydrodynamických modelů),  $x_i(\text{obs})$  pozorovaná data a  $\sigma_i^2$  „nejistotu“. Tuto „nejistotu“ však neznáme, je nutno ji volit, čímž se náš postup liší od běžného  $\chi^2$ .

Rozdělení pozorovaných rodin se od modelů liší tím, že je mnohem plošší v oblasti malých těles ( $D < 5$  až 10 km), což je způsobeno zejména observační nedostatečností i tím, že během vývoje rodiny docházelo k dalším sekundárním srážkám a rozpadům, a odstraňování těles během orbitálního vývoje vlivem Jarkovského/YORP jevu, orbitálních rezonancí a blízkých přiblížení k planetám.

Použili jsme také jednoduché nezávislé postupy, jak určit dolní hranici rozměru mateřských těles. Nejjednodušší je součet průměru dvou největších těles, to je minimální průměr mateřského tělesa, aby se tam obě vešla. Dalším možným způsobem je sečíst objemy všech členů rodiny (předpokládáme kulový tvar) a spočítat průměr tělesa takového objemu. Tímto způsobem jsme určili minimální průměr mateřských těles zkoumaných rodin následovně:

1. Itha: součet dvou největších  $D_{\text{PB}} > 48$  km, z objemu členů  $D_{\text{PB}} > 38$  km,
2. Fringilla:  $D_{\text{PB}} > 114$  km, z objemu členů  $D_{\text{PB}} > 99$  km,

3. 15477:  $D_{PB} > 13,6$  km, z objemu členů  $D_{PB} > 18,7$  km.

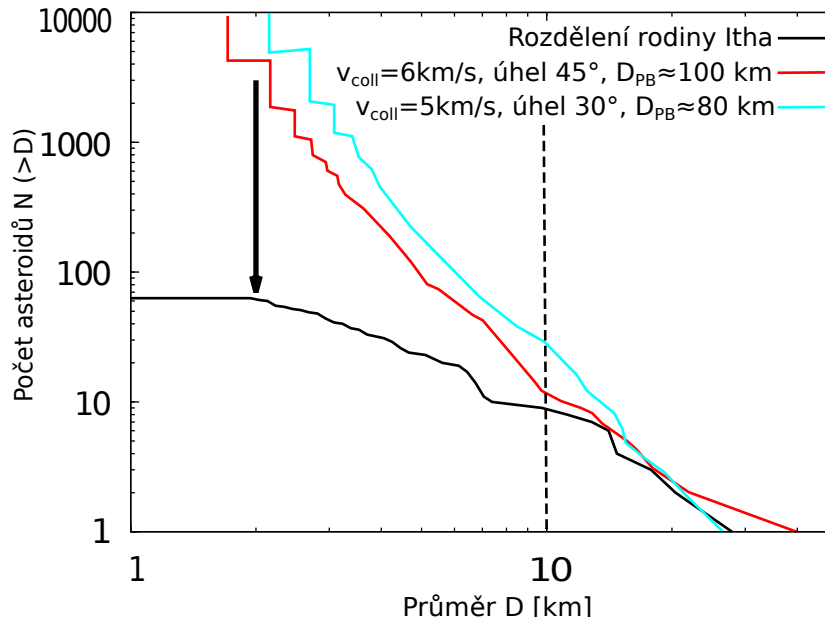
Existují i další způsoby určení velikosti mateřského tělesa, například geometrická metoda (Tanga et al., 1999), která zjišťuje vztah mezi tvarem rozdělení velikostí, rozměrem mateřského tělesa a největšího zbytku čistě geometricky — pokládá tělesa vedle sebe tak, aby se nepřirývaly ani nepřesehovaly mateřské těleso.

### 2.3.1 Rodina Itha

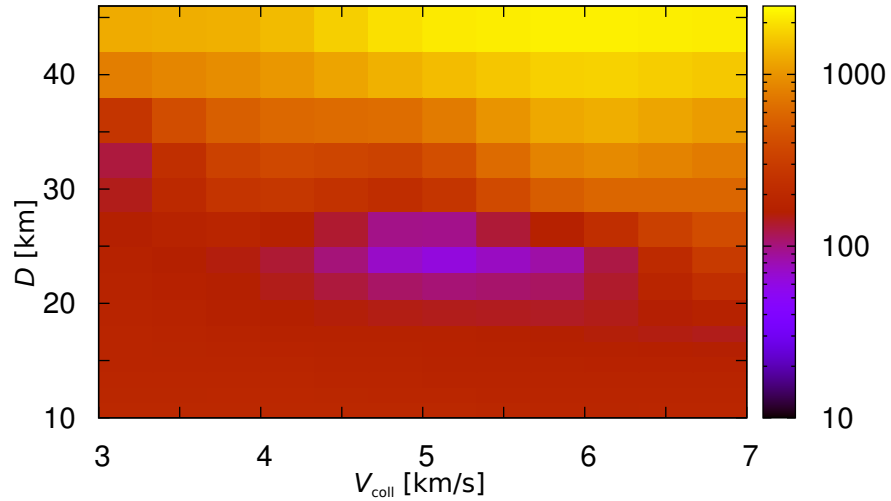
Pozorovaným datům nejlépe odpovídají pro tělesa  $D > 10$  km (pro menší se velmi liší) následující dva modely (obrázek 2.13):

- rychlost srážky 6 km/s, úhel 45°, rozměr mateřského tělesa 100 km,
- rychlost srážky 5 km/s, úhel 30°, rozměr mateřského tělesa 80 km.

V následující práci nepreferujeme žádné z nich a používáme obě. Na obrázku 2.12 jsou znázorněny hodnoty pseudo- $\chi^2$  pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky při konstantním úhlu srážky  $i_{coll} = 30^\circ$ .



Obrázek 2.11: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ( $D > 10$  km) shodující s pozorovaným rozdělením rodiny Itha. Pro menší tělesa se rozdělení značně liší, což je způsobeno orbitálním vývojem pozorované rodiny a observační nedostatečností. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km, druhé pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km. Syntetická rozdělení jsou převzata z hydrodynamických simulací Durda et al. (2007).



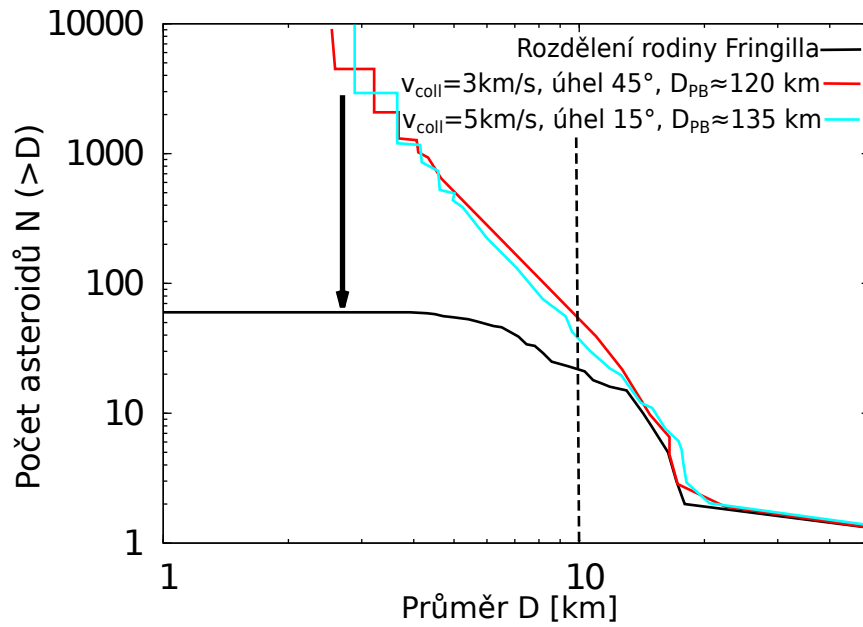
Obrázek 2.12: Závislost pseudo- $\chi^2$  pro srovnání syntetické rodiny (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny Itha na velikosti projektilu  $D$  a rychlosti srážky  $v_{\text{coll}}$ . Úhel srážky je ponechán konstantní  $i_{\text{coll}} = 30^\circ$

### 2.3.2 Rodina Fringilla

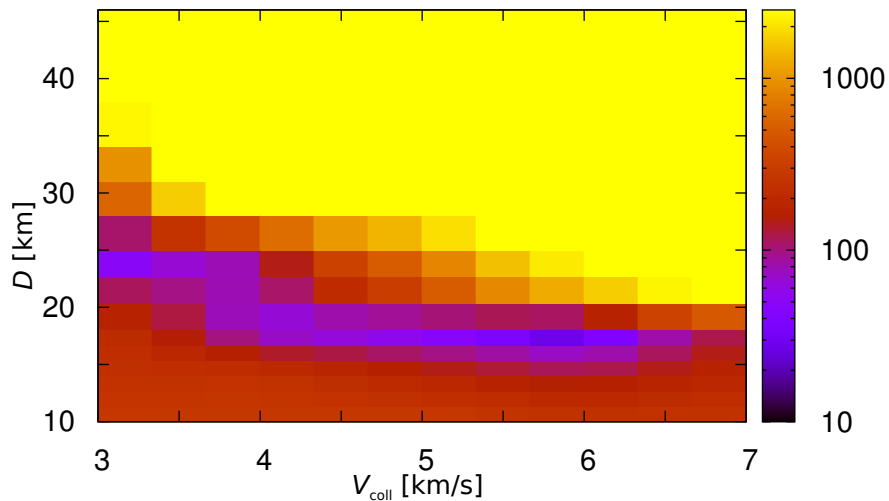
Následující dva modely nejlépe odpovídají pro tělesa a  $D > 10$  km pozorovaným datům (obrázek 2.13):

- rychlost srážky 3 km/s, úhel  $45^\circ$ , rozměr mateřského tělesa 120 km,
- rychlost srážky 5 km/s, úhel  $15^\circ$ , rozměr mateřského tělesa 135 km.

Opět nepreferujeme ani jedno a používáme obě. Obrázek 2.14 znázorňuje hodnoty pseudo- $\chi^2$  pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky při zachování konstantního úhlu srážky  $i_{\text{coll}} = 30^\circ$ .



Obrázek 2.13: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ( $D > 10$  km) shodující s pozorovaným rozdělením. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 3 km/s, úhel  $45^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 120 km, druhé pro rychlost srážky 5 km/s, úhel  $15^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 135 km. Více viz obrázek 2.13.



Obrázek 2.14: Závislost pseudo  $-\chi^2$  pro srovnání syntetické rodiny (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny 15477 na velikosti projektilu  $D$  a rychlosti srážky  $v_{\text{coll}}$ . Úhel srážky je ponechán konstantní  $i_{\text{coll}} = 30^\circ$

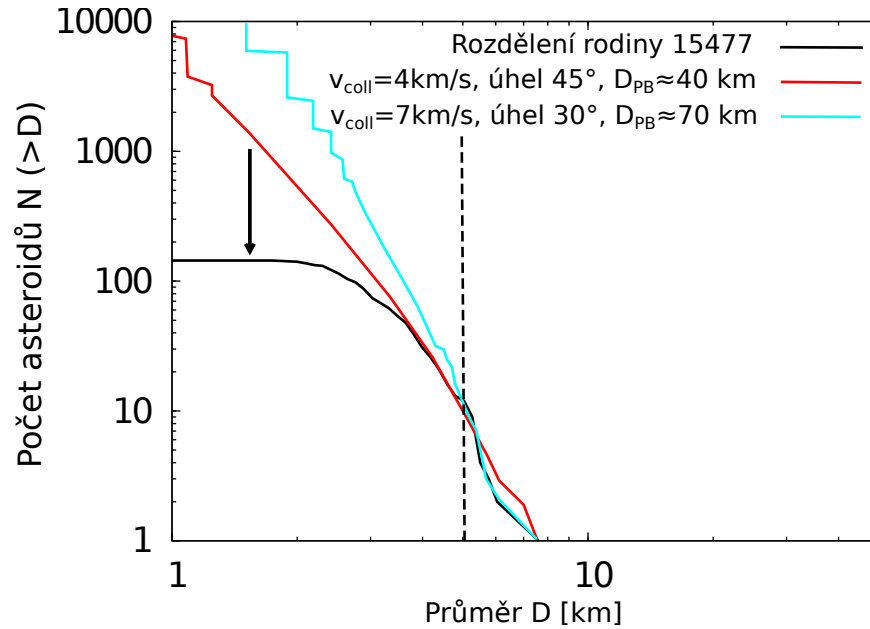
### 2.3.3 Rodina 15477

Pozorovaným datům pro tělesa a  $D > 5$  km nejlépe odpovídají následující dva modely (obrázek 2.15) :

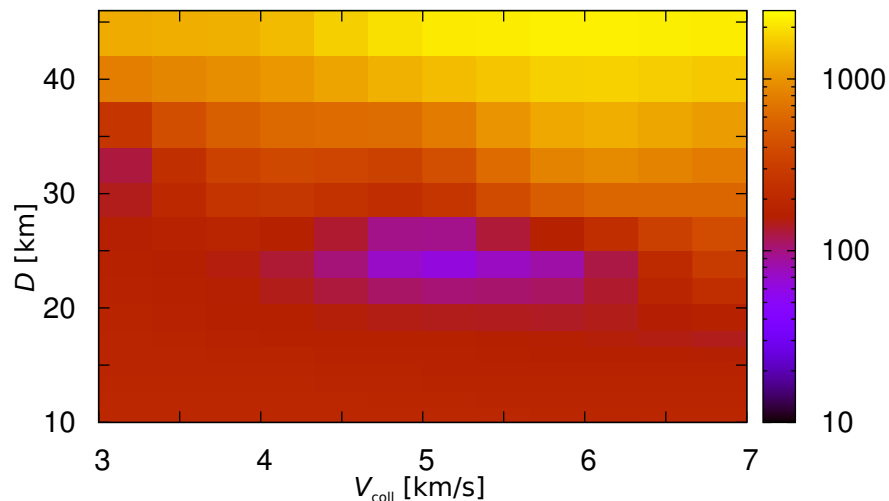
- rychlost srážky 4 km/s, úhel  $45^\circ$ , rozměr mateřského tělesa 40 km,

- rychlost srážky 7 km/s, úhel 30°, rozměr mateřského tělesa 70 km.

Proto budeme nadále používat oba. Na obrázku 2.16 jsou hodnoty pseudo  $-\chi^2$  pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky při zachování konstantního úhlu srážky  $i_{\text{coll}} = 30^\circ$ .



Obrázek 2.15: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ( $D > 5\text{ km}$ ) shodující s pozorovaným rozdělením. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 4 km/s, úhel  $45^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 40 km, druhé pro rychlost srážky 7 km/s, úhel  $30^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 70 km. Více viz obrázek 2.11.



Obrázek 2.16: Závislost pseudo  $-\chi^2$  pro srovnání syntetické rodiny (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny Itha na velikosti projektilu  $D$  a rychlosti srážky  $v_{\text{coll}}$ . Úhel srážky je ponechán konstantní  $i_{\text{coll}} = 30^\circ$

# Kapitola 3

## Simulace dynamického vývoje

Pro určení stáří rodin jsme provedli několik simulací dlouhodobého dynamického vývoje. Nejprve jsme pomocí integrátoru Swift simulovali dynamický vývoj vybraných rodin po dobu 4 Gyr a poté jsme porovnávali vývoj vlastních orbitálních elementů (velké poloosy, excentricity a sklonu) syntetických rodin s rodinami pozorovanými. Pro kvantitativní srovnání jsme použili Kolmogorovův–Smirnovův test.

### 3.1 Integrátor Swift

Numerický symplektický integrátor Swift byl vytvořen pro integraci pohybu testovacích částic pod vlivem gravitačně interagujících těles — Slunce a planet (Levison and Duncan, 1994, Levison and Duncan, 2013). Je možno využít čtyři různé způsoby integrace. První z nich je symplektická integrace se smíšenými proměnnými (MVS). Ta rozděluje Hamiltonián pohybu simulované částice na dvě části:

$$H = H_{\text{Kepler}} + H_{\text{perturbace}}, \quad (3.1)$$

tj. na část odpovídající keplerovskému pohybu a na část popisující vzájemné perturbace. Podmínkou ovšem je, aby  $H_{\text{perturbace}}$  bylo vůči  $H_{\text{Kepler}}$  malé, což nebývá splněno při blízkých vzájemných přiblíženích k perturbujícím tělesům.

To řeší regularizovaná symplektická integrace se smíšenými proměnnými (RMVS). Použitý algoritmus v tomto případě nahradí keplerovskou část pohybu kolem Slunce pohybem kolem odpovídající planety.

Třetí metodou je TU4 algoritmus čtvrtého řádu, také využívající separace Hamiltoniánu (Gladman et al., 1991).

Poslední metodou je Bulirschova–Stoerova metoda integrace diferenciálních rovnic (Stoer and Bulirsch, 2002).

Námi použitá verze je modifikovaná, oproti původní obsahuje navíc:

1. digitální filtry pro výpočet vlastních elementů (Šidlichovský and Nesvorný, 1996a),
2. dochází ke kolizní reorientaci rotačních os (Farinella et al., 1998),
3. je zahrnuto Jarkovského zrychlení (Vokrouhlický, 1998; Vokrouhlický and Farinella, 1999)

4. a YORP efekt (Čapek and Vokrouhlický, 2004).

## 3.2 Počáteční podmínky a parametry modelu

Nyní detailně popíšeme počáteční podmínky našeho modelu a jeho parametry. Obsahem kapitoly jsou nejen námi zadané hodnoty, nýbrž i popis souborů, kde se nastavují, čímž se tato kapitola může trochu podobat „manuálu“.

### Počáteční podmínky

Počáteční podmínky se nastavují v souborech `D.dat`, `pl.in`, `tp.in`, `makein.sh` a `spin.in`.

`D.dat` je soubor obsahující rozměr každé testovací částice.

Soubor `pl.in` obsahuje počáteční podmínky pro Slunce a čtyři obří planety: hmotnost a heliocentrické kartézské souřadnice poloh a rychlostí. Použitá jednotka pro délku je AU, pro čas den, gravitační konstanta je rovna jedné.

Obdobný soubor `tp.in` obsahuje polohy a rychlosti pro zvolený počet testovacích částic.

V souboru `makein.sh` se nastavuje geometrie po rozpadu (pravá anomálie  $f$  a argument pericentra  $\omega$ ).

V souboru `spin.in` je obsažen počet testovacích částic a pro každou v řádku tři kartézské souřadnice orientace rotačních os (použito izotropní rozdělení) a úhlová rychlost (Maxwellovské rozdělení, rozsah  $(1,45 \cdot 10^{-4}; 8,8 \cdot 10^{-4}) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

### Parametry modelu

Soubory, `param.in`, `collision.in`, `genveld.in`, `filter.in`, `proper.in`, `yarko.in` a `yorp.in` obsahují parametry modelu.

Nastavení souboru `param.in` a jeho obsah je v příloze A, jeho obsahem je zejména nastavení časového kroku integrace a volba ukládání výstupů.

Soubor `collision.in` obsahuje charakteristickou dobu  $\tau$  pro reorientaci rotačních os srážkami (Farinella et al. (1998)):

$$\tau_{\text{reor}} = B \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\beta_1} \left( \frac{D}{D_0} \right)^{\beta_2}, \quad (3.2)$$

kde  $\omega$  označuje úhlovou frekvenci rotace tělesa a  $D$  jeho průměr. Nastavení parametrů vztahu 3.2 je v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Obsah souboru `collision.in`

obsah souboru	vysvětlení
1.0d3	časový krok reorientace v [yr]
84.5e3	$B$
0.83333	$\beta_1$
1.33333	$\beta_2$
2.0d0	$D_0$
3.4906585d-4	$\omega_0$ odpovídající periodě 5 hodin
1.0d10	časový krok rozpadu v [yr]
16.79d6	střední doba mezi rozpady v [yr]
1 1 1 1	škálování Hillových sfér plaet
2.5 9	rozsah period po reorientaci v hodinách
-1 -1	rozsah středních velkých poloos pro vyřazování částic
T	výpis souboru reorient.out
T	výpis souboru disrupt.out

Soubor `genveld.in` (tabulka 3.2) obsahuje nastavení pro vytvoření rozdělení rychlostí po rozpadu  $dN(v)dv$ , které je v nekonečnu následující (Milani et al., 1994):

$$dN(v)dv = Cv(v^2 + v_{esc}^2)^{-(\alpha+1)/2}dv, \quad (3.3)$$

kde  $C$  označuje normalizační konstantu,  $v_{esc}$  únikovou rychlost z mateřského tělesa (dané jeho velikostí a hustotou) a  $\alpha$  je volný parametr.

Tabulka 3.2: Obsah souboru `genveld.in`

obsah souboru	vysvětlení
70	rychlost tělesa o velikosti $D_5$ [m/s]
5	nominální rozměr tělesa $D_5$ [km]
0	minimální rychlost po rozpadu [m/s]
250	maximální rychlost po rozpadu [m/s]
100	Poloměr mateřského tělesa [km]
2500	hustota tělesa [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
-1	číslo pro inicializaci generátoru pseudonáhodných čísel
D.dat	soubor obsahující rozměry těles

Soubor `filter.in` obsahuje nastavení digitálního filtru pro výpočet vlastních elementů. Použitý filtr je založen na Kaiserově okně (Quinn et al., 1991):



Tabulka 3.3: Obsah souboru `filter.in`

obsah souboru	vysvětlení
4	počet filtrů
AAAB	sekvence filtrů (označení podle Quinn et al., 1991)
10 10 5 3	decimální faktory
80 0.024d0 10.0d0	nastavení filtru A (označení podle Quinn et al., 1991)
80 0.10d0 20.0d0	nastavení filtru B (označení podle Quinn et al., 1991)
365.25d0	
bin.filter.dat	výstupní soubor
T	zápis oskulačních elementů ve formátu real*8
F	zápis středních elementů ve formátu real*4
F	zápis středních elementů ve formátu real*8

V souboru `proper.in` je detailní nastavení FMFT (Frequency Modified Fourier Transform) filtru (Šidlichovský and Nesvorný, 1996b).

Soubor `yarko.in` obsahuje počet testovacích částic a pro každou z nich následující údaje:  $R$  značí poloměr částice v km,  $\rho_b$  hustotu v  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_s$  hustotu povrchové vrstvy v  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $K$  tepelnou vodivost v  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $c$  tepelnou kapacitu v  $\text{J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $A$  Bondovo albedo a  $\varepsilon$  infračervenou emisivitu.

Soubor `yorp.in` (tabulka 3.4) obsahuje parametry těles pro výpočet působení YORP efektu. Používá soubory `*.y`, které obsahují vypočtené momenty na různé gaussovské sféry způsobené YORP efektem (Čapek and Vokrouhlický, 2004).

Tabulka 3.4: Obsah souboru `yorp.in`

obsah souboru	vysvětlení
630	počet částic (podle počtu těles v souboru <code>D_astorbifexists.dat</code> )
1.0d3	časový krok integrátoru YORP [yr]
1.0d5	časový krok pro výstup [yr]
200	počet gaussovských sfér
7	počet údajů v každém souboru <code>*.y</code>
30.0	krok ve sklonu osy [°]
2.5	referenční hodnota velké poloosy [AU]
1.0d3	referenční poloměr [m]
2500.d0	referenční hustota [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
2.9088821d-4	úhlová rychlost odpovídající periodě 6 hodin [rad/s]
0.33d0	škálovací faktor YORP momentu (Hanus et al., 2013)
<code>../fg_functions_K1e-3/</code>	adresář se soubory <code>*.y</code> , přiřazení gaussovských sfér testovacím částicím

### 3.2.1 Nastavení pro rodinu Itha

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, že se každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny vynásobila padesáti.

V souboru `makein.sh` jsme nastavili geometrii po rozpadu následujícím způsobem: pravá anomálie  $f = 90^\circ$  a argument pericentra  $\omega = 0^\circ$ .

Nastavení souboru `yarko.in` bylo následující: hustota těles  $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hustota povrchové vrstvy  $1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , tepelná vodivost  $0,001 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , tepelná kapacita  $680 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ , Bondovo albedo 0,1 infračervená emisivita 0,9.

### 3.2.2 Nastavení pro rodinu Fringilla

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, že se každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny vynásobila deseti.

Geometrii pro rozpadu jsme v souboru `makein.sh` nastavili následovně: pravá anomálie  $f = 0^\circ$  a argument pericentra  $\omega = 30^\circ$ .

Soubor `yarko.in` jsme nastavili následujícím způsobem: hustota těles  $1300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hustota povrchové vrstvy  $1300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , tepelná vodivost  $0,01 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , tepelná kapacita  $680 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ , Bondovo albedo 0,02 infračervená emisivita 0,95.

### 3.2.3 Nastavení pro rodinu 15477

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, aby odpovídalo rozdělení syntetickým rozdělením z kapitoly 2.3. Celkový počet částic je 580.

Geometrii pro rozpadu jsme v souboru `makein.sh` nastavili následujícím způsobem: pravá anomálie  $f = 90^\circ$  a argument pericentra  $\omega = 90^\circ$ .

Nastavení souboru `yarko.in` bylo následující: hustota těles  $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hustota povrchové vrstvy  $1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , tepelná vodivost  $0,001 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , tepelná kapacita  $680 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ , Bondovo albedo 0,1 infračervená emisivita 0,9.

## 3.3 Porovnání modelu a pozorování

Poté, co jsme provedli simulace orbitálního vývoje, bylo nutné vlastní orbitální elementy syntetických i pozorovaných rodin kvantitativně porovnat. K tomu jsme použili Kolmogorovův–Smirnovův (KS) test (Press et al., 1993).

### 3.3.1 Kolmogorovův–Smirnovův test

Tento statistický test se používá k posouzení, zda dva soubory dat mohou pocházet ze stejného statistického rozdělení. Tato rozdělení musejí být funkcí jedné nezávislé proměnné. Dvě normalizované kumulativní distribuční funkce se vždy shodují v krajních bodech. To, co je odlišuje, je chování mezi těmito body. KS test hledá největší vzdálenost mezi dvěma kumulativními distribučními funkcemi:

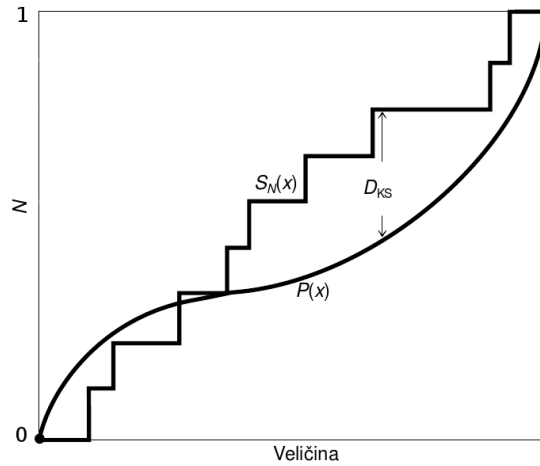
$$D_{\text{KS}} = \max |S_{N_1}(x) - S_{N_2}(x)|, \quad (3.4)$$

kde  $D_{\text{KS}}$  označuje Kolmogorovu–Smirnovu statistiku a  $S_{N_1}(x)$  a  $S_{N_2}(x)$  jsou dvě kumulativní distribuční funkce.

Nulová hypotéza říká, že oba vzorky pocházejí ze stejného rozdělení. Je možné také vypočítat pravděpodobnost, s jakou je možné potvrdit, že hodnota  $D_{\text{KS}}$  není náhodná (Press et al., 1993).

Tento test jsme aplikovali kumulativní rozdělení vlastních elementů pozorovaných rodin a rodin simulovaných, a to zvláště pro vlastní velkou poloosu, excentricitu a sklon.

Existuje také dvourozměrný Kolmogorovův–Smirnovův test (Press et al., 1993), ve kterém se porovnávají dvě dvourozměrná rozdělení. To je v našem případě srovnání syntetických a pozorovaných dat současně pro dva různé vlastní orbitální elementy. Protože není možné vytvořit dvourozměrné kumulativní rozdělení, použije se jiný způsob určení  $D_{\text{KS}}$ : Daný bod v rovině dvou rozdělení se použije jako střed kvadrantů a poté se spočte relativní počet bodů v každém kvadrantu, a to jak pro referenční, tak pro srovnávací rozdělení.  $D_{\text{KS}}$  je pak rozdílem těchto dvou hodnot. Test pak prohledává jednotlivé body v rovině dvou rozdělení a hledá maximální  $D_{\text{KS}}$ .

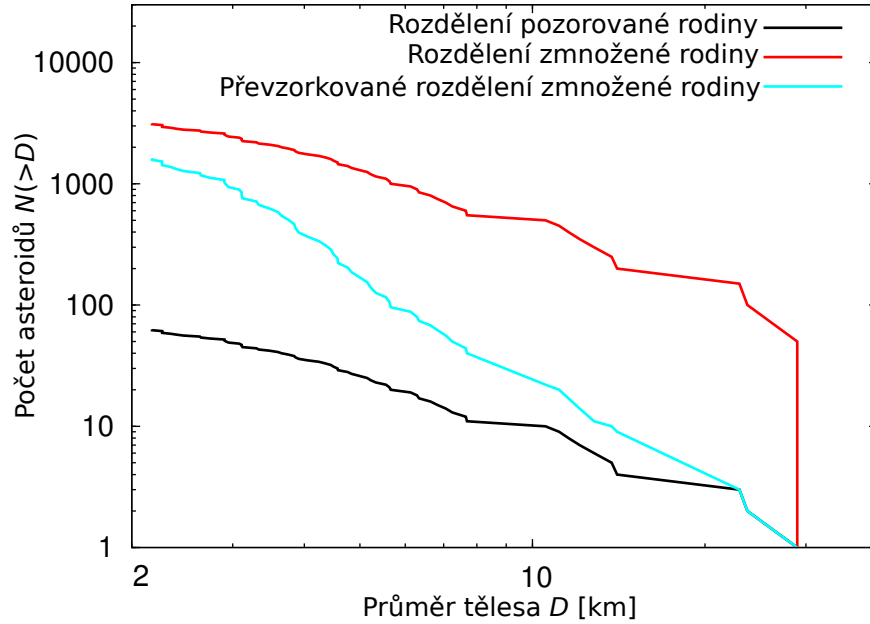


Obrázek 3.1: Ilustrace Kolmogorova–Smirnovova (KS) testu. V zobrazeném případě se jedná o srovnání empirického kumulativního rozdělení  $S_N(x)$  a referenčního rozdělení  $P(x)$ . V našem případě jsme srovnávali dvě empirická rozdělení. Parametr  $D_{KS}$  ukazuje největší vzdálenost mezi těmito rozděleními.

### 3.3.2 Orbitální vývoj rodin

Pomocí integrátoru Swift jsme provedli simulace orbitálního vývoje rodin Itha, Fringilla a 15477 po dobu 4 Gyr. Kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic bylo zvoleno tak, že každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny byla vynásobena číselným faktorem. Ačkoliv toto způsobilo velký přebytek největších těles oproti syntetickým kumulativním rozdělením velikostí plynoucím z hydrodynamických simulací (Durda et al. (2007)), umožňuje to statisticky posuzovat i velká tělesa, která se vyvíjejí pomalu. Pro statistické zpracování celé rodiny jsme proto rozdělení převzorkovali tak, aby rozdělení nejlépe odpovídalo syntetickým rozdělením vybraným v kapitole 2.3 (obrázek 3.2 znázorňuje ukázkou pro rodinu Itha).

Pro simulaci vývoje rodiny 15477 jsme rovnou použili rozdělení odpovídající těm syntetickým rozdělením z kapitoly 2.3, která jsme v kapitole 2.3 určili jako nejpodobnější.



Obrázek 3.2: Na obrázku je černou čarou vyznačeno pozorované kumulativní rozdělení velikostí těles rodiny Itha. Rozdělení těles po padesátinásobném zvýšení počtu každého z nich je vyznačeno červeně. Modrá čára znázorňuje rozdělení upravené výběrem testovacích částic tak, aby odpovídalo syntetickým rozdělením (Durda et al., 2007), která jsme v kapitole 2.3 určili jako nejpodobnější rodině Itha, viz obrázek 2.11.

Jak bylo zmíněno v kapitole 1, výběr členů rodiny má řadu úskalí. My jsme volili následujících pět různých způsobů hledání těles, která budeme porovnávat se simulovanými:

1. použili jsme „kvádr“ v prostoru vlastních orbitálních elementů, aby do něj nezasahovali členové žádné další známé rodiny. Do něj jsme zahrnuli všechna tělesa v dané oblasti s výjimkou těch, která se výrazně lišila od průměrného albeda rodiny (metoda 1).
2. Z tohoto „kvádru“ jsme vyjmuli ta tělesa, u kterých není známo albedo (metoda 2).
3. Použili jsme „kvádr“ v prostoru vlastních elementů svou velikostí odpovídající rozsahu vlastních elementů těles nalezených hierarchickou shlukovací metodou a opět jsme do něj zahrnuli všechna tělesa v dané oblasti s výjimkou těch, která se výrazně lišila od průměrného albeda rodiny (metoda 3).
4. I z tohoto „kvádru“ jsme vyjmuli ta tělesa, u kterých není známo albedo (metoda 4).
5. Tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou (metoda 5).

Některá tělesa byla vyřazena metodou  $aH$  (obrázek 3.3): linie vyznačené na obrázku 3.3 jsou definovány parametrickým vztahem (Vokrouhlický et al. (2006a)):

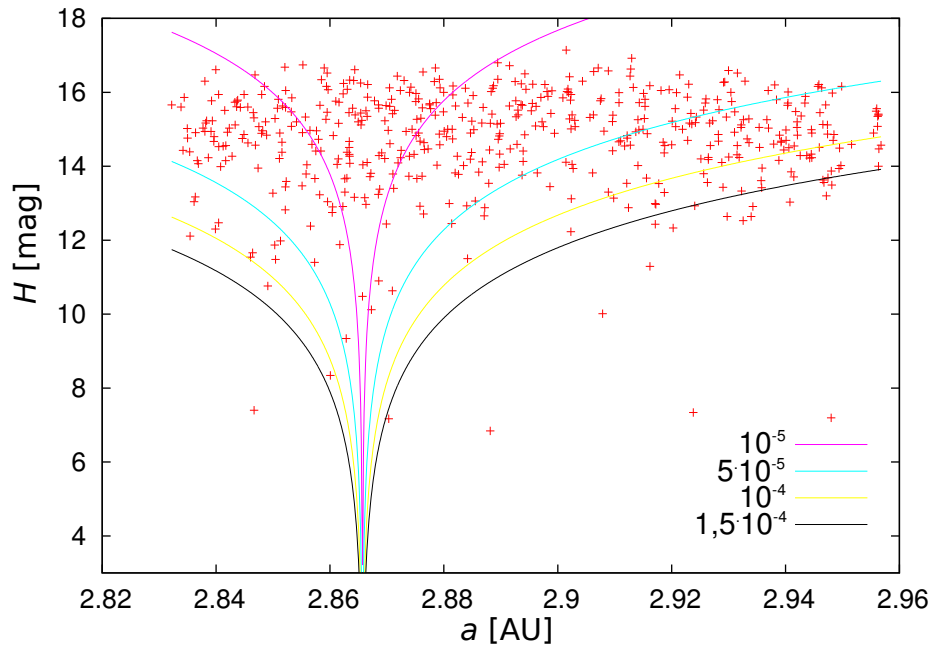
$$H = \log_{10} \left| \frac{a_p - a_c}{C} \right|, \quad (3.5)$$

kde  $H$  označuje absolutní magnitudu,  $a_p$  vlastní velkou poloosu,  $a_c$  je „střed“ rodiny (ten volíme tak, aby na obou stranách od něj bylo pod liniemi podobné množství těles) a  $C$  volená konstanta. Pro tuto konstantu podle Vokrouhlický et al. (2006b) platí:

$$C = \sqrt{p_V} \left( \frac{da}{dt} \right)_0 T \cos \varepsilon, \quad (3.6)$$

kde  $p_V$  značí geometrické albedo,  $(da/dt)_0$  rychlost změny velké poloosy Jarkovského jevem,  $T$  čas, za který těleso dorazí do bodu definovaného vztahem  $(a, H)$  a  $\varepsilon$  sklon rotační osy tělesa. Tělesa, jejichž poloha v  $(a, H)$  je příliš vzdálená od shluku ostatních, jsou vyřazena.

Existují též alternativní metody rozlišení členů rodin v pozorovaných datech. Jednou z nich je porovnávání poměru počtu těles ve vnořených boxech ve vlastních elementech, během časového vývoje Brož and Morbidelli, 2013. Tato metoda je však vhodná pouze pro rodiny, jejichž spektrální typ je dostatečně odlišný od pozadí.



Obrázek 3.3: Ukázka použití metody  $aH$  pro vyřazování pravděpodobně přimíšených těles. Červenými křížky jsou vyznačeny polohy těles v diagramu vlastní velká poloosa  $a$  versus absolutní magnituda  $H$ . Barevné linie odpovídají rovnici 3.5. V pravém dolním rohu jsou hodnoty parametru  $C$ . Tělesa, která nejsou členy rodiny, mají velmi velké  $C$ , výrazně vyšší, než shluk ostatních.

V následujících sekcích jsou na obrázcích vyznačeny polohy ve vlastních elementech pozorovaných členů rodin s vlastními orbitálními elementy z katalogu AstDyS a syntetických těles v různých časech vývoje simulace. Znáznorněny jsou různé varianty podle volby těles, která považujeme za členy pozorovaných rodin.

Také je zobrazen časový vývoj Kolmogorova–Smirnovova testu pro srovnání vlastních elementů syntetických a pozorovaných rodin. Ze syntetických dat byla odstraněna tělesa s velkou poloosou mimo „netknutý“ pás, protože pozorovaná data máme také jen z

něj. Současně je vyznačena pravděpodobnost, s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy, tedy, že obě rozdělení jsou shodná.

### 3.3.3 Orbitální vývoj rodiny Itha

V této podkapitole nejprve popíšeme konkrétní nastavení pro metody hledání těles v pozorovaných datech a poté budeme diskutovat srovnání pozorovaných a simulovaných dat Kolmogorovým–Smirnovovým testem.

Pro metody 1 a 2 jsme zvolili velikost použitého kvádrů  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,12$  až  $0,25$  a  $\sin i_p = 0,18$  až  $0,24$  (obrázky 3.4 a 3.5).

Pro metody 3 a 4 to bylo  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,13$  až  $0,17$  a  $\sin i_p = 0,2$  až  $0,24$  (obrázky 3.6 a 3.7).

V metodě 1 a 3 jsme vyřadili všechna tělesa, která měla v katalogu WISE geometrické albedo menší než  $0,08$ . V metodách 2 a 4 navíc ještě ta, u kterých není známo albedo.

V případě metody 5 byli členové pozorované rodiny nalezeni hierarchickou shlukovací metodou s  $v_{\text{cutoff}} = 190 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (obrázek 3.8).

Na horních řadách obrázků je během vývoje jasně patrná přítomnost rezonancí středního pohybu s Jupiterem na  $a_p = 2,824$  AU (5:2),  $2,9$  AU (dvojice 17:7 a 12:5) a  $2,956$  AU (7:3). Zejména tyto rezonance spolu s Jarkovského jevem jsou zodpovědné za úbytek většiny těles během vývoje — z počátečních 3150 jich po 4 Gyr zbylo 484. Zřetelný je také vývoj excentricit (převážně k větším hodnotám) a sklonů (k nižším hodnotám).

Vzhledem k množství těles přítomných v oblasti rezonance 5:2 na počátku vývoje syntetické rodiny a toho, že v pozorovaných datech nejsou, je možné zámítnout možnost, že rodina Itha je velmi mladá.

Hodnota  $D_{\text{KS}}$  pro velkou poloosu se pro všechny případy s výjimkou metody 5 v čase příliš nemění, zůstává mezi hodnotami  $0,05$  a  $0,25$ . Stejně tak pravděpodobost zamítnutí nulové hypotézy (dále jen „pravděpodobnost“) je ve všech případech (s malými výjimkami v případě metod 2 a 4) od času  $0,5$  až  $1$  Gyr vyšší než zvolená hladina  $0,05$ . Tudíž toto můžeme interpretovat tak, že je rodina stará  $\gtrsim 1$  Gyr.

$D_{\text{KS}}$  pro excentricitu po většinu vývoje mírně klesá, s minimem u  $\sim 3$  Gyr a poté stagnuje, opět s výjimkou metody 5, kde je přibližně konstantní po celou dobu, ale i zde je minimum u  $\sim 3$  Gyr. V případě většího boxu je pravděpodobnost vyšší než  $0,05$  od  $\sim 3$  Gyr, v případě menšího boxu již od  $\sim 2,5$  Gyr, stejně tak i pro případ těles metody 5 (tam ale posléze opět klesá). Tato dobrá shoda případů metod 1 až 4 indikuje stáří  $\gtrsim 2,5$  Gyr.

Příčinou toho, že se výsledky pro velkou poloosu od času  $1$  Gyr příliš nemění, je to, že rodina je od tohoto okamžiku již „vyvinuta“ a následné úniky těles do oblastí mimo „netknutý pás“ již na její tvar ve velké poloose nemají vliv.

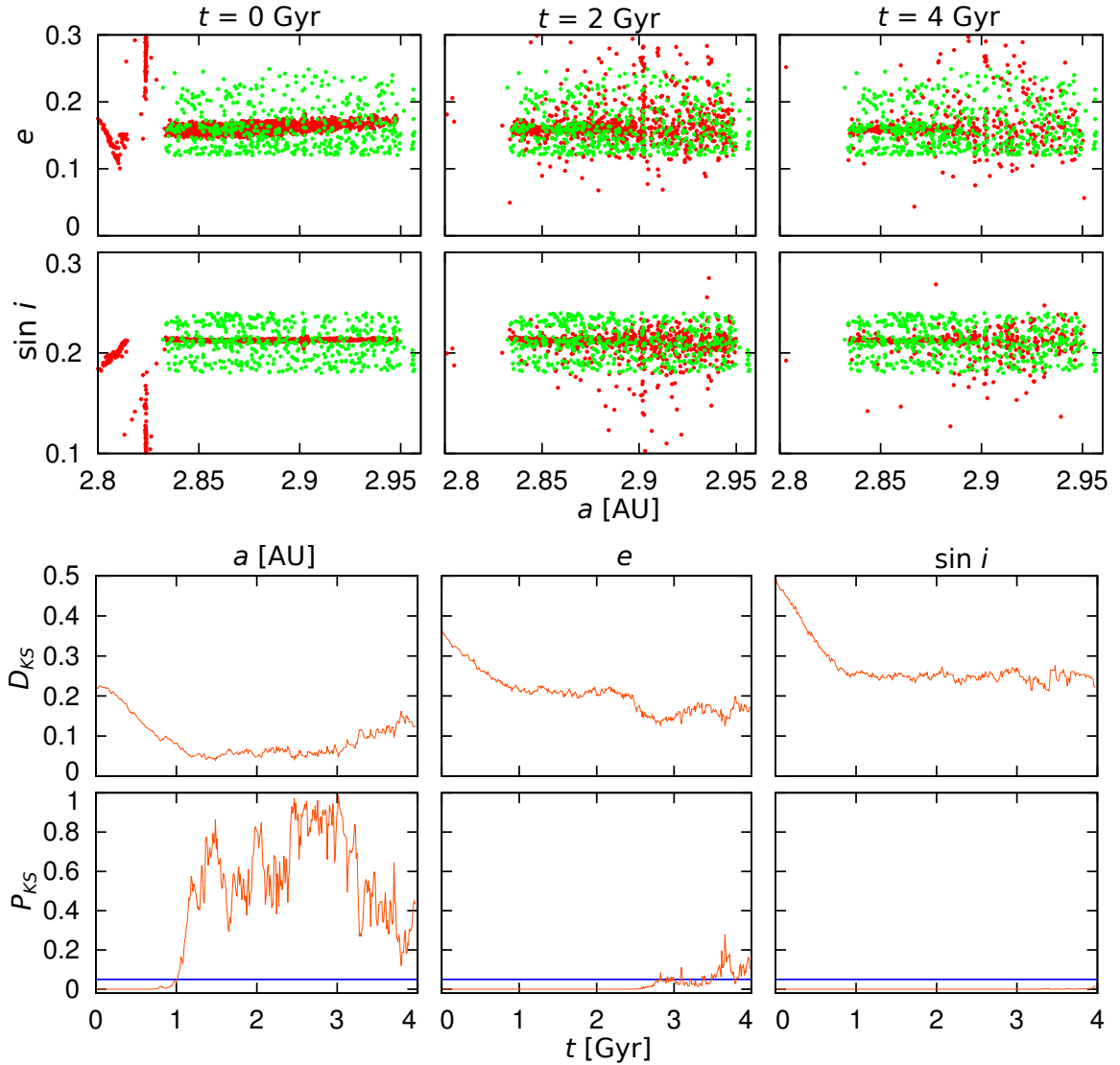
V případě sklonu nebyly nikdy (s výjimkou metody 5) hodnoty pravděpodobnost vyšší než  $0,05$ , takže shoda rozdělení velikostí sklonu simulovaných a pozorovaných těles je zamítnuta. Toto je způsobeno nevhodně zvolenou počáteční geometrií simulace: pravá anomálie  $f = 90^\circ$  a argument pericentra  $\omega = 0^\circ$ . Na základě toho se podle Gaussovy rovnice pro sklon:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{a_n}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\omega + f) \quad (3.7)$$

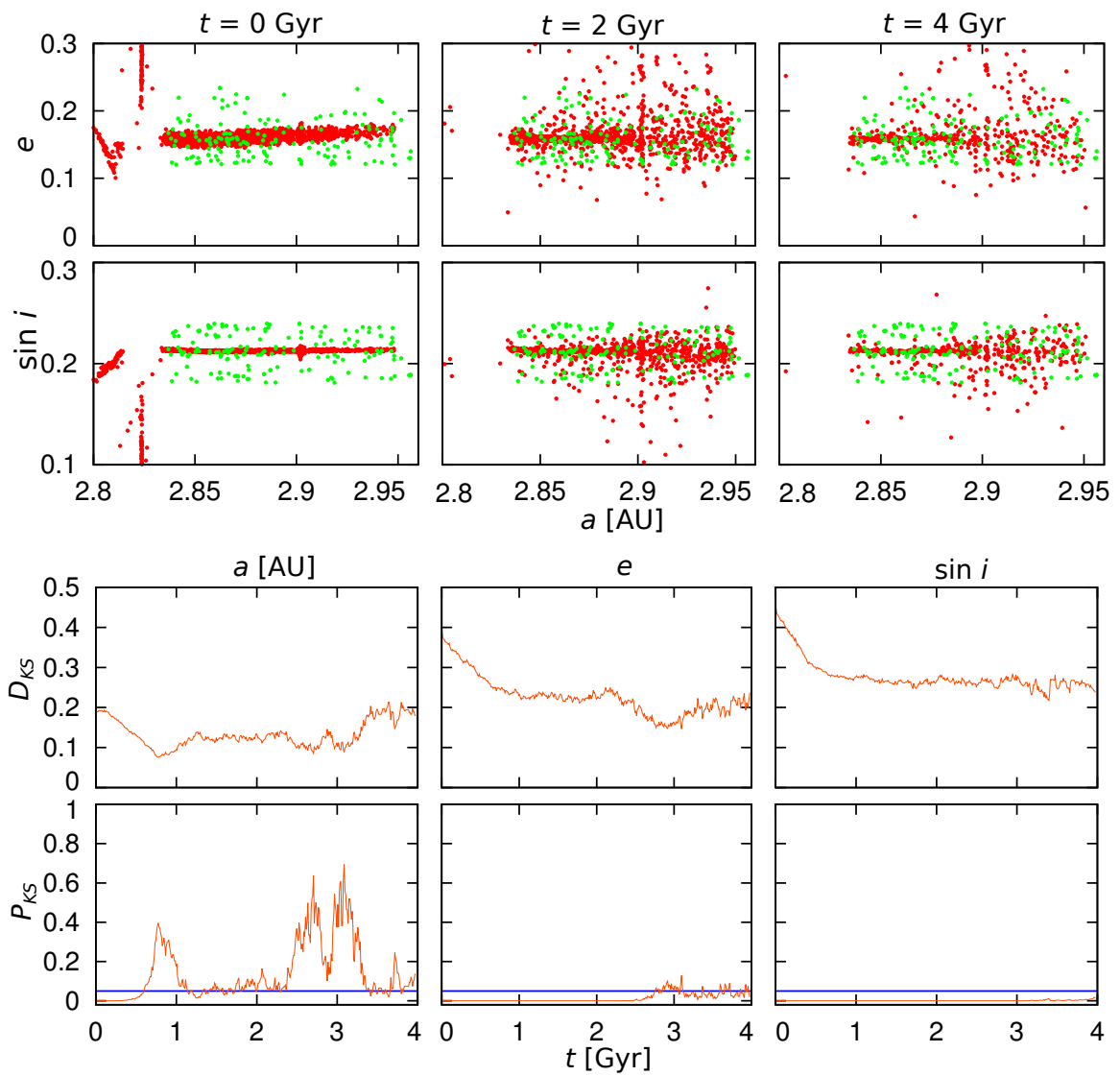
kde  $a_n$  je normálová složka zrychlení,  $n$  střední pohyb,  $a$  velká poloosa a  $e$  excentricita, v případě  $\cos(\omega + f) \rightarrow 0$  mění sklon velmi málo. Důsledek pomalého vývoje sklonu je ilustrován na obrázku 3.9, na kterém je vidět, že i po 4 Gyr je polovina simulovaných těles v počátečním rozsahu sklonů.

Výsledkům pro metodu 5, tedy pro tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou, nepřikládáme velkou váhu. Tato metoda trpí řadou nedostatků (viz kapitola 1.2) a velmi rozptýlené členy rodiny nenajde. Z analýzy vývoje velkých poloos a excentricit plyne metodami 1 až 5 plyne, že stáří rodiny Itha je minimálně 2,5 Gyr. Pro analýzu sklonu by bylo třeba provést simulaci s vhodněji nastavenými počátečními podmínkami pravé anomálie a argumentu pericentra. Výsledky takovéto krátkodobé simulace jsou diskutovány v následující kapitole.

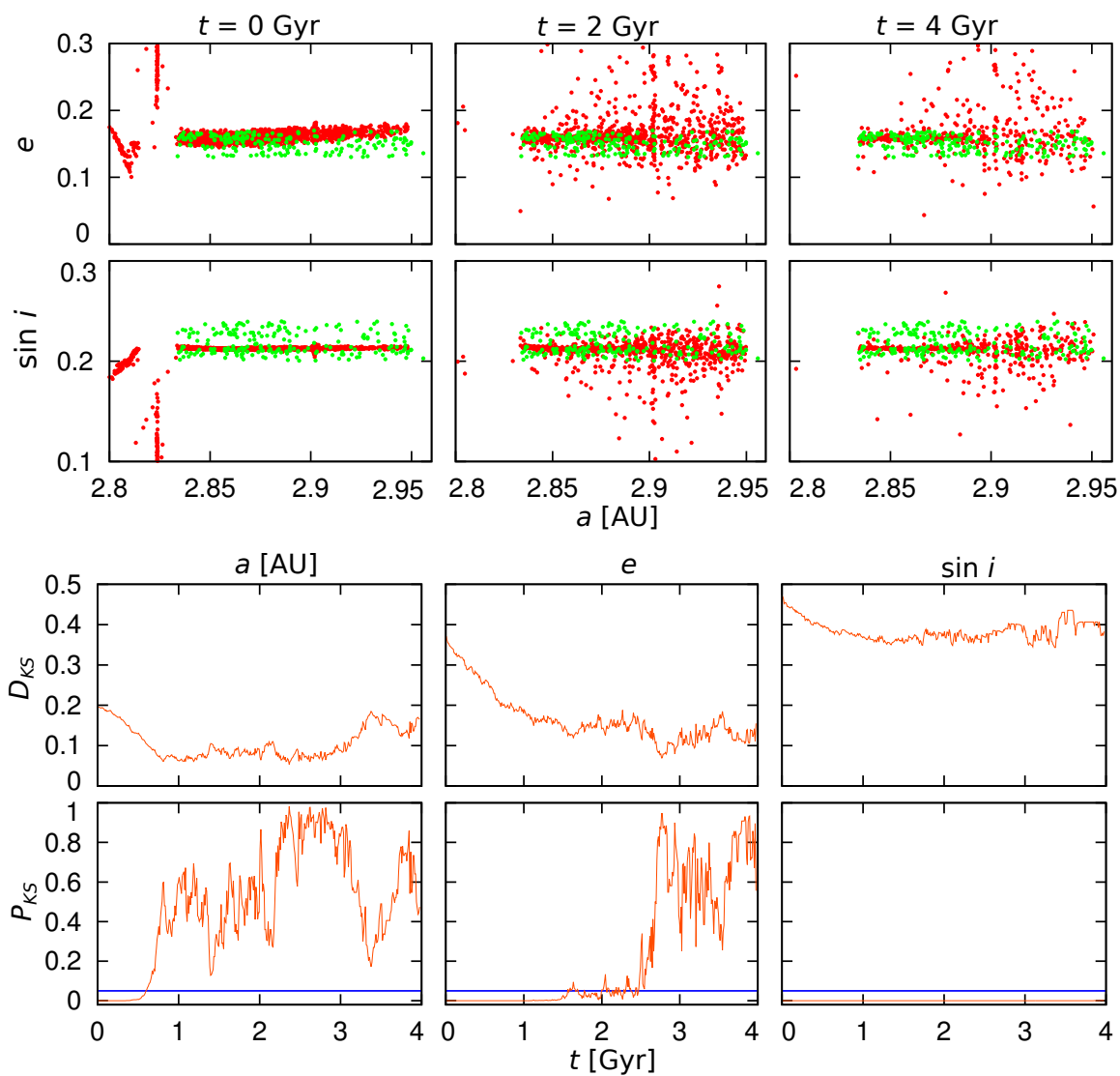




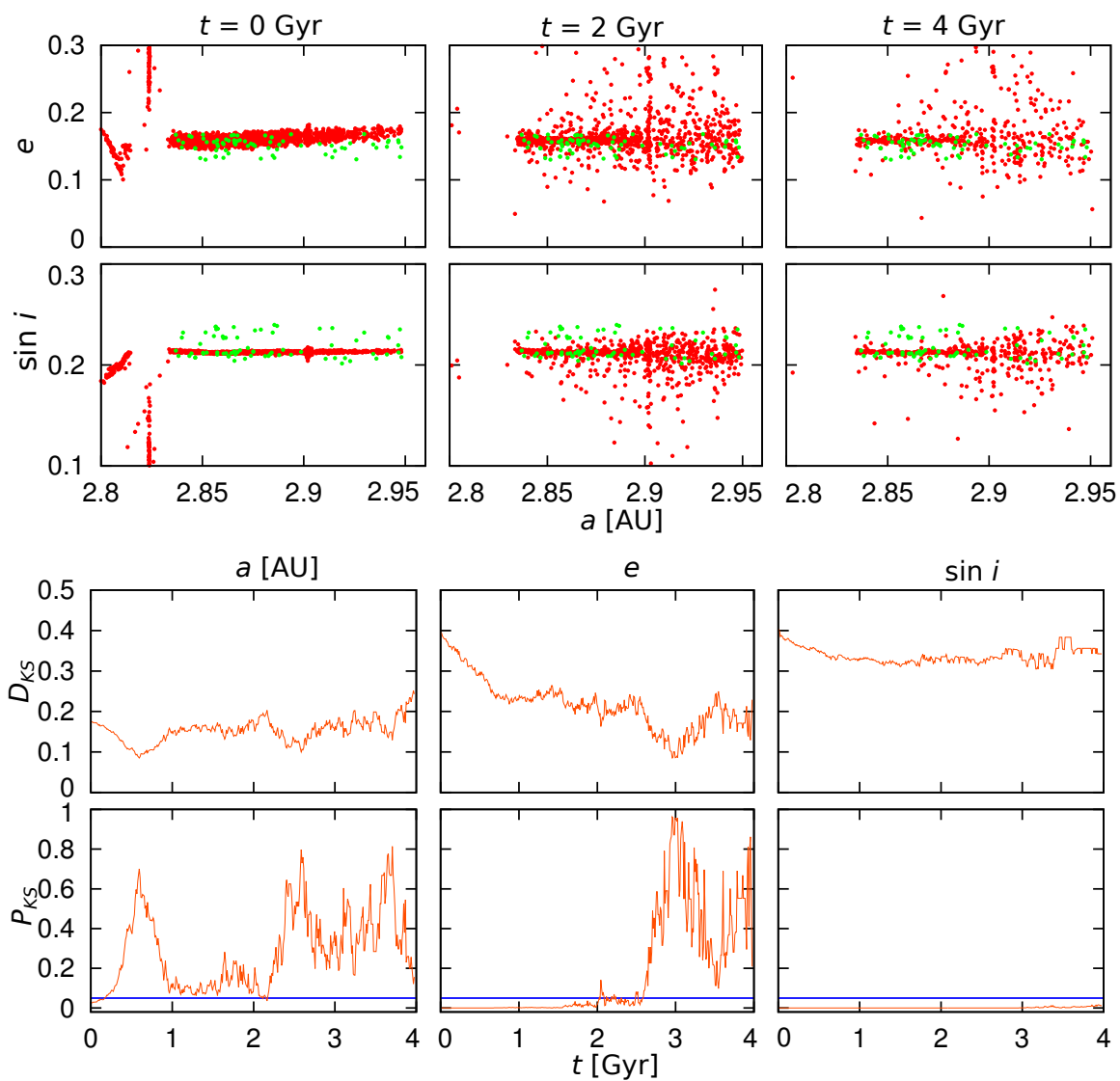
Obrázek 3.4: Metoda 1. První dva řádky znázorňují polohy pozorovaných členů rodiny Itha s polohou simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech — konkrétně počátek, po 2 Gyr a po 4 Gyr. Zeleně jsou vyznačena pozorovaná tělesa z katalogu AstDyS v kvádru  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,12$  až  $0,25$  a  $\sin i_p = 0,18$  až  $0,24$  s výjimkou těch, která mají v datech WISE geometrické albedo  $p_v$  menší než  $0,08$ . Červěně jsou vyznačena simulovaná tělesa. V horním řádku je zobrazena dvojice vlastních elementů velká poloosa a excentricita ( $a_p, e_p$ ), v druhém řádku níže velká poloosa a sklon ( $a_p, \sin i_p$ ). Zřetelné je ubývání modelovaných těles v průběhu vývoje, způsobené zejména driftem ve velké poloose a přítomností rezonancí středního pohybu s Jupiterem na  $a_p = 2,823$  AU (5:2),  $2,9$  AU (dvojice 17:7 a 12:5) a  $2,956$  AU (7:3). První a poslední z rezonancí ohraničuje celý „netknutý“ pás. V třetím řádku je znázorněna hodnota vzdálenosti  $D_{KS}$  Kolmogorovova–Smirnovova testu postupně pro vlastní elementy  $a_p, e_p$  a  $\sin i_p$ . V posledním řádku je vynesena pravděpodobnost  $P_{KS}$ , s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy; modrou čarou je oddělena zvolená hladina  $0,05$ .



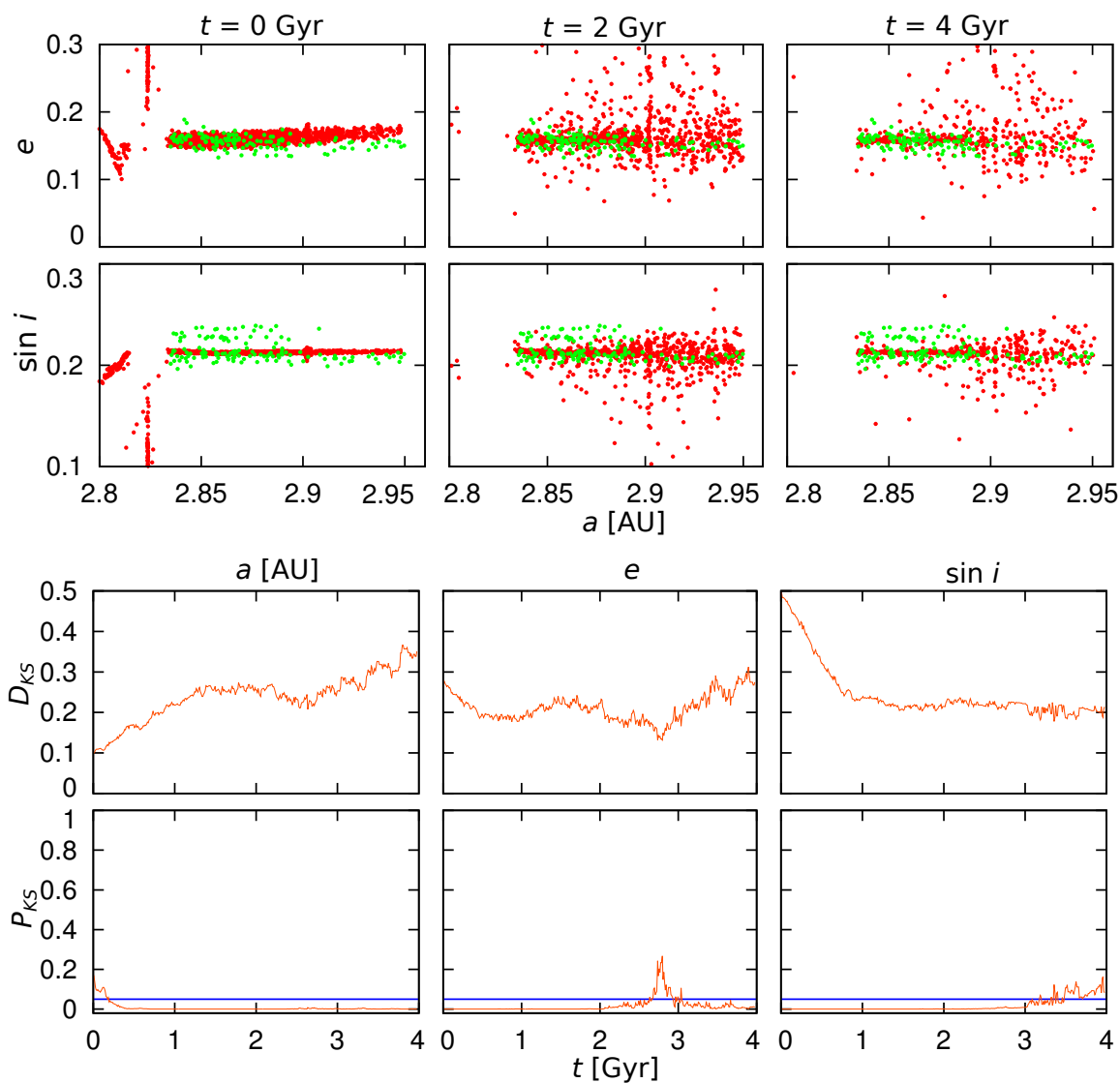
Obrázek 3.5: Metoda 2. Tento obrázek se od obrázku 3.4 liší tím, že obsahuje pouze tělesa obsažená v katalogu WISE.



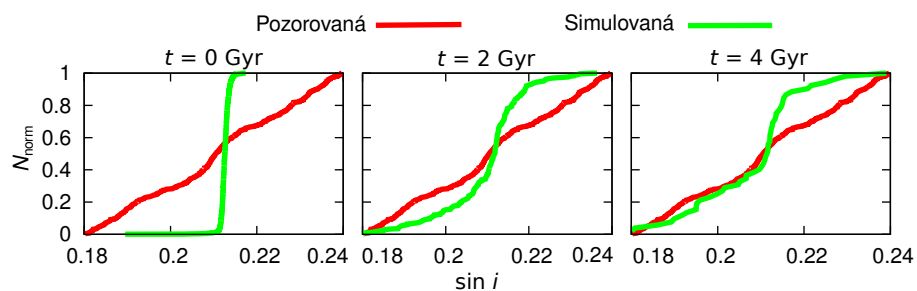
Obrázek 3.6: Metoda 3. Tento případ je podobný obrázku 3.4. Liší se tím, že je pro výběr těles rodiny použit menší kvádr, odpovídající rozsahu vlastních elementů členů rodiny nalezených hierarchickou shlukovací metodou, konkrétně  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,13$  až  $0,17$  a  $\sin i_p = 0,2$  až  $0,24$ .



Obrázek 3.7: Metoda 4. V tomto případě jsme použili stejný kvádr jako v případě 3.6, ale vynechali jsme všechna tělesa neobsažená v katalogu WISE. Vše ostatní viz obrázek 3.4.



Obrázek 3.8: Metoda 5. V tomto případě jsme použili členy rodiny nalezené hierarchickou shlukovací metodou z těles katalogu AstDyS. Vše ostatní viz obrázek 3.4.



Obrázek 3.9: Normované kumulativní rozdělení vlastních sklonů pozorovaných a simulovaných těles rodiny Itha během vývoji po dobu 4 Gyr. Jedná se o případ většího kvádrů (obrázek 3.4). Je patrné, že sklonů většiny simulovaných těles zůstávají blízké počátečním hodnotám většiny těles: (0,2;0,22), i po 4 Gyr je kolem poloviny těles v tomto rozsahu.

### 3.3.4 Vliv iniciální geometrie

V předchozí kapitole (3.3.3) jsme ukázali, že se rozdělení vlastních elementů simulované rodiny během celého vývoje neshoduje s pozorovaným. Také jsme našli možnou příčinu — nevhodné nastavení počáteční geometrie.

Hypotézu, že je neshoda u sklonu způsobena nastavením počáteční geometrie po rozpadu, jsme ověřili spuštěním další simulace s nastavením pravé anomálie  $f = 90^\circ$  a argumentu pericentra  $\omega = 90^\circ$ , díky čemuž se podle rovnice 3.7 bude sklon měnit rychleji. Tuto simulaci jsme použili pouze pro výpočet sklonu krátce po počátku vývoje. Skutečně, již po 6 Myr je  $D_{KS}$  sklonu 0,23 a pravděpodobnost 0,15, tedy nad hladinou 0,05. Toto tedy indikuje, že ani sklony nemusí být ve sporu s výsledky pro velkou poloosu a excentricitu.

### 3.3.5 Vliv velikosti mateřského tělesa

#počítá se

### 3.3.6 Orbitální vývoj rodiny Fringilla

Nyní nejprve popíšeme konkrétní nastavení pro metody hledání těles v pozorovaných datech rodiny Fringilla a poté budeme diskutovat srovnání simulovaných a pozorovaných dat Kolmogorovým–Smirnovým testem.

Pro metody 1 a 2 jsme zvolili velikost použitého kvádry  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,05$  až  $0,13$  a  $\sin i_p = 0,27$  až  $0,3$  (obrázky 3.4 a 3.5).

Pro metody 3 a 4 to bylo  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,13$  až  $0,17$  a  $\sin i_p = 0,2$  až  $0,24$  (obrázky 3.6 a 3.7).

V metodě 1 a 3 jsme vyřadili všechna tělesa, která měla v katalogu WISE geometrické albedo větší než  $0,08$ . V metodách 2 a 4 navíc ještě ta, u kterých není známo albedo.

V případě metody 5 byli členové pozorované rodiny nalezeni hierarchickou shlukovací metodou s  $v_{\text{cutoff}} = 140 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (obrázek 3.8).

V této kapitole je uveden pouze jeden obrázek, ostatní jsou v příloze C.

Na horních obrázcích je během vývoje, stejně jako v případě rodiny Itha, patrná přítomnost rezonancí středního pohybu s Jupiterem, v tomto případě na obrázku méně zřetelná kvůli menšímu počtu těles v simulaci. Během vývoje došlo k úbytku těles — z počátečních 600 jich po 4 Gyr zbylo jen 49 (viz kapitola 3.3.3). Pozorovatelný je vývoj excentricit převážně k větším hodnotám.

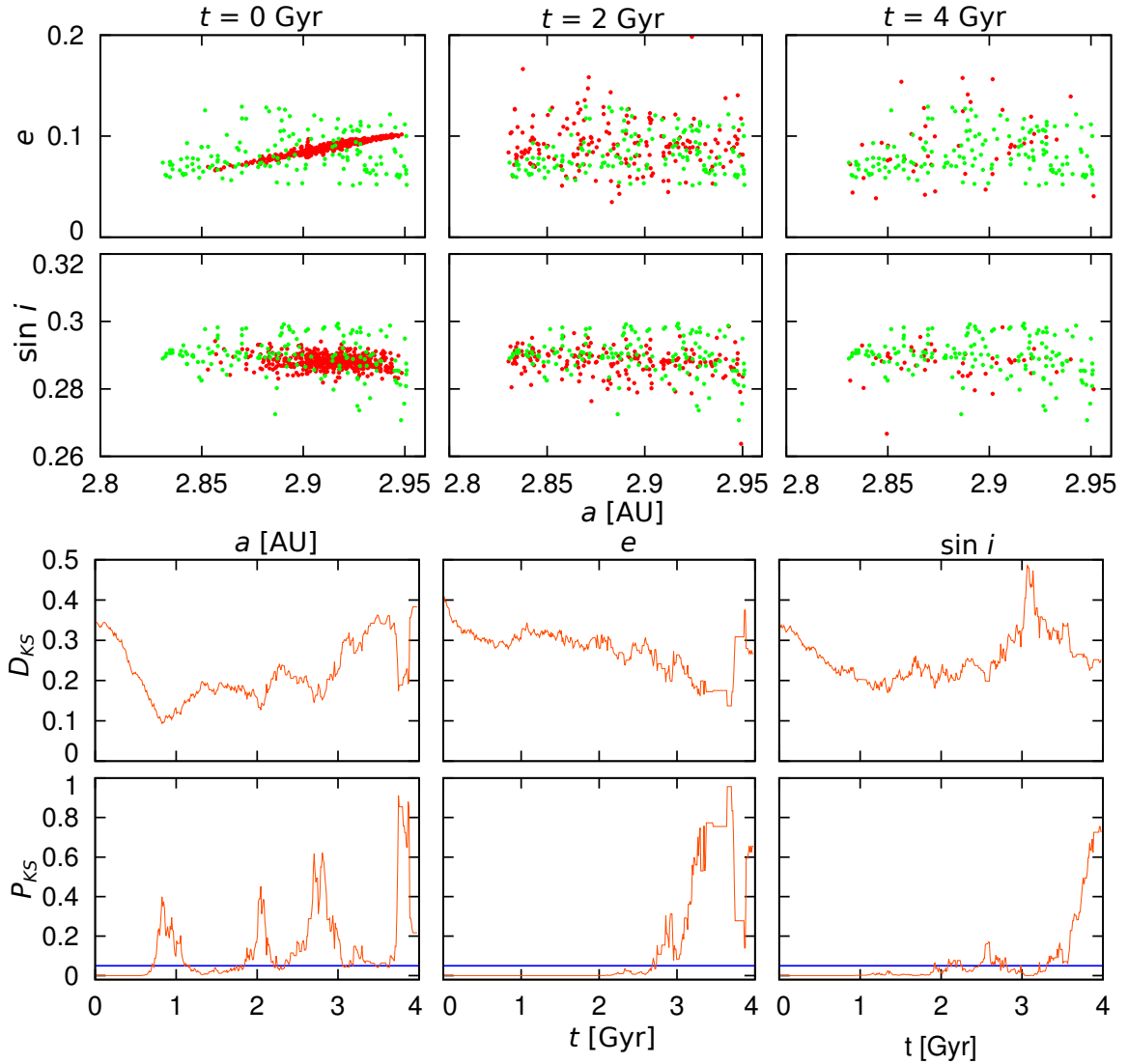
$D_{\text{KS}}$  pro velkou poloosu v případě většího kvádry nejprve klesá a poté pomalu roste, v případě menšího kvádry po velkém poklesu opět výrazně roste a u metody 5 po poklesu stagnuje. Pravděpodobnost po nárůstu nad hladinu  $0,05$  po  $0,5$  až  $1$  Gyr výrazně fluktuuje.

Hodnota  $D_{\text{KS}}$  pro excentricitu ve všech případech po většinu vývoje stagnuje, po  $\sim 3$  Gyr výrazně roste. Pravděpodobnost prudce narůstá a překročí  $0,05$  (s výjimkou metody 5, tam zůstává stále nízká) po  $\sim 3$  Gyr. Toto by mohlo indikovat stáří rodiny  $\gtrsim 3$  Gyr, spíše je to však způsobeno malým počtem zbývajících těles v simulaci.

$D_{\text{KS}}$  sklonu ve všech případech stagnuje. Pravděpodobnost se ve všech případech nad zvolenou hladinu  $0,05$  prudce zvýší po  $\sim 3,5$  Gyr, což by mohlo ukazovat na stáří rodiny  $\gtrsim 3,5$  Gyr. Opět je to však způsobeno spíše malým počtem zbývajících těles.

Příčinou toho, že se výsledky pro velkou poloosu od času 1 Gyr příliš nemění, je stejně jako v případě rodiny Itha to, že rodina je od tohoto okamžiku již „vyvinuta“ a následné úniky těles do oblastí mimo „netknutý pás“ již na její tvar ve velké poloose nemají vliv.

Výsledkům pro metodu 5, tedy pro tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou, nepřikládáme opět velkou váhu. Tato metoda trpí řadou nedostatků (viz kapitola 1.2) a velmi rozptýlené členy rodiny nenajde. Z analýzy vývoje velkých poloos, excentricit a sklonu plyne metodami 1 až 5 plyne, že rodina Fringilla by neměla být mladší než 3 Gyr. Situace pro stáří (3;4) Gyr není možné posoudit, protože pro průkazné statistické zpracování zbylo málo syntetických těles.



Obrázek 3.10: První obrázek znázorňuje polohy pozorovaných členů rodiny Fringilla s polohou simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech. Zeleně jsou vyznačena tělesa rodiny. Ta byla zvolena tak, že to jsou všechna tělesa z katalogu AstDyS v kvádru  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,05$  až  $0,13$  a  $\sin i_p = 0,27$  až  $0,3$  s výjimkou těch, která mají v datech WISE geometrické albedo  $p_v$  větší než  $0,08$ . V horních obrázcích je zobrazena dvojice vlastních elementů velká poloosa a excentricita ( $a_p, e_p$ ), v dolních velká poloosa a sklon ( $a_p, \sin i_p$ ). V horní části druhého obrázku je znázorněna hodnota vzdálenosti  $D_{KS}$  Kolmogorovova-Smirnovova testu postupně pro vlastní elementy  $a_p, e_p$  a  $\sin i_p$ . V dolní části je vynesena pravděpodobnost, s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy, čarou je oddělena zvolená hladina  $0,05$ . Více viz popis obrázku .3.4.

### 3.3.7 Orbitální vývoj rodiny 15477



# Kapitola 4

## Simulace kolizního vývoje

Abychom nezávisle určili stáří rodin, simulovali jsme jejich kolizní vývoj — srážky a rozpady. Pomocí kódu Boulder (Morbidelli et al., 2009) jsme modelovali vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles. Jako počáteční rozdělení jsme použili výsledky hydrodynamických modelů rozpadu (Durda et al. 2007), jak bylo diskutováno v kapitole 2.3.

### 4.1 Program Boulder

Kód Boulder (Morbidelli et al., 2009) jsme použili pro modelování kolizního vývoje těles. Modeluje vývoj rozdělení velikostí více populací těles. Při srážkách dochází k rozpadům těles s určitou pravděpodobností a vzájemnou rychlostí. Pro rozhodování, zda dojde k rozpadu velkého tělesa, či nikoli, využívá kód Monte-Carlo metodu (malých těles je mnoho a rozpadne se jich odpovídající množství větší než 1). Dále kód používá škálovací zákon — vztah mezi specifickou energií potřebnou k rozptýlení poloviny mateřského tělesa  $Q_D^*$  a jeho velikostí  $D$  (Benz and Asphaug, 1999). Také jsou v něm obsaženy následující relace: velikost největšího zbytku  $M_{LR}(Q/Q_D^*)$ , největšího fragmentu  $M_{LF}(Q/Q_D^*)$  a sklonu rozdělení  $q(Q/Q_D^*)$  ke specifické energii srážky.

Program funguje následujícím způsobem: populace těles je reprezentována hmotnostním rozdělením; to je rozděleno na biny. V každém z binů je zaznamenáván počet těles, jejich celková hmotnost a střední excentricita a sklon. Všechny tyto veličiny se vyvíjejí na základě modelů srážek a vzájemné dynamické interakce.

V každém kroku jsou provedeny tyto operace:

1. se zohledněním gravitační fokusace je vypočten celkový počet kolizí,
2. na základě výsledků hydrodynamických modelů je vypočtena hmotnost největšího pozůstatku  $M_{LR}$ , největšího fragmentu  $M_{LF}$  a sklon  $q$  rozdělení fragmentů,
3. největší zbytek a fragmenty jsou rozděleny do hmotnostních binů a je aktualizována celková hmotnost a počet těles v jednotlivých binech,
4. nakonec jsou predefinovány biny, pokud jsou dva biny příliš blízko, dojde k jejich spojení; pokud příliš daleko, vytvoří se nový bin.

## 4.2 Parametry modelu

Jako vlastní pravděpodobnost srážky<sup>1</sup> v hlavním pásu používáme hodnotu  $P_1 = (3,10 \pm 0,02) \cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$  při průměrné rychlosti  $v_{\text{imp}} = 5,28 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  (Dahlgren, 1998). Existují i alternativní modely, ze kterých plynou mírně odlišné výsledky, například v práci Dell’Oro et al. (2001). to je obsaženo v souboru `collprob.dat`. Dále se v souboru `param.dat` zadává počáteční čas, časový krok a konečný čas. Ve všech případech jsme použili počáteční čas 0 yr, časový krok  $1 \cdot 10^7$  yr a konečný čas  $4 \cdot 10^9$ . Soubor `phys_par.dat` obsahuje škálovací zákon (Benz and Asphaug 1999):

$$Q_{\text{D}}^* = \frac{1}{q_{\text{fact}}} (Q_0 r^a + B \rho r^b), \quad (4.1)$$

kde  $Q_{\text{D}}^*$  označuje specifickou energii potřebnou k rozptýlení poloviny mateřského tělesa;  $q_{\text{fact}}$ ,  $Q_0$  [ $\text{erg} \cdot \text{g}^{-1}$ ] a  $B$  [ $\text{erg} \cdot \text{g}^{-1}$ ] normalizační parametry;  $a$  a  $b$  popisují sklon mocninné závislosti a  $\rho$  značí hustotu v  $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . V souboru `gen_ic.in` se zadává počet populací, tedy v našem případě dvě — celý pás asteroidů a zkoumaná rodina.

## 4.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí $\chi^2$

Pro srovnání kumulativního rozdělení velikostí těles pozorovaných a simulovaných jsme definovali vhodnou metriku pseudo –  $\chi^2$ , předepsanou vztahem

$$\chi_{\text{pseudo}}^2 = \sum_i^N \frac{(x_{(\text{syn})i} - x_{(\text{obs})i})^2}{\sigma_i^2}, \quad (4.2)$$

kde  $x_{(\text{syn})i}$  označuje syntetická data (výsledky hydrodynamických modelů (Durda et al., 2007)),  $x_{(\text{obs})i}$  pozorovaná data a  $\sigma_i^2$  „nejistotu“. Stejně jako v případě kapitoly 2.3 tuto „nejistotu“ však neznáme a je nutno ji volit, čímž se náš postup liší od běžného  $\chi^2$ .

$\chi^2$  se počítá pro všechna rozdělení během kolizního vývoje syntetických rodin, s krokem odpovídajícím našemu nastavení kódu Boulder, tedy  $1 \cdot 10^7$  yr. Rozsah velikostí, které se do výpočtu zahrnují, zadáváme tak, abychom se vyhlí malým tělesům, kde je tvar pozorovaného rozdělení ovlivněn observační nedostatečností.

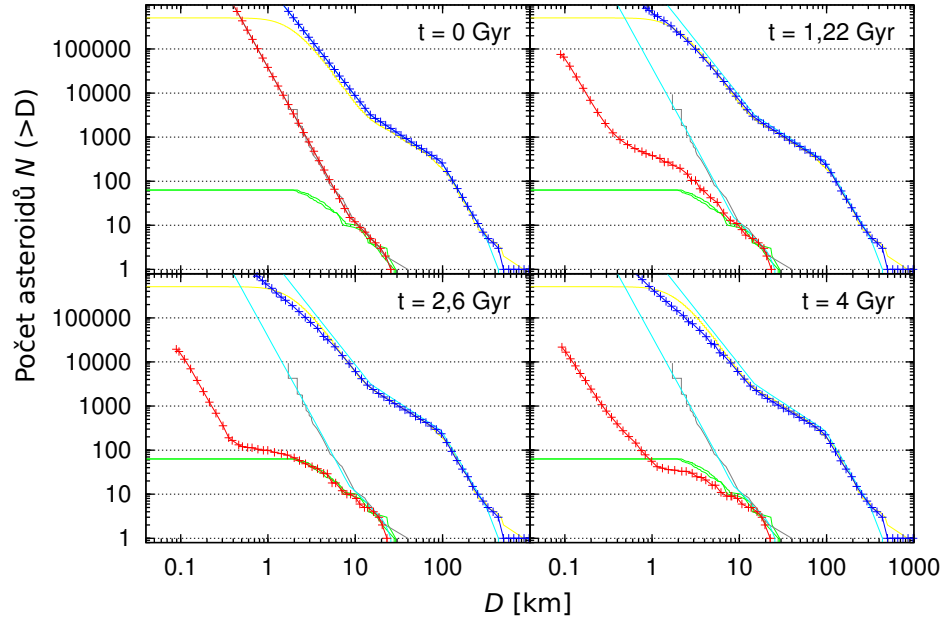
## 4.4 Kolizní vývoj rodiny Itha

Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí těles jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu (Durda et al., 2007), viz obrázek 2.11. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) jsme volili následovně (odpovídá Basaltu viz Benz and Asphaug (1999)):  $q_{\text{fact}} = 1$ ,  $Q_0 = 7 \cdot 10^7 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1}$ ,  $B = 2,1 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1}$ ,  $a = -0,45$ ,  $b = 1,19$  a  $\rho = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Kódem Boulder jsme vypočetli kolizní vývoj simulovaných těles po dobu 4 Gyr a hledali, v kterém čase jsou si pozorovaná a simulovaná rozdělení nejpodobnější, a tedy odpovídající  $\chi^2$  je nejmenší. K tomu došlo pro

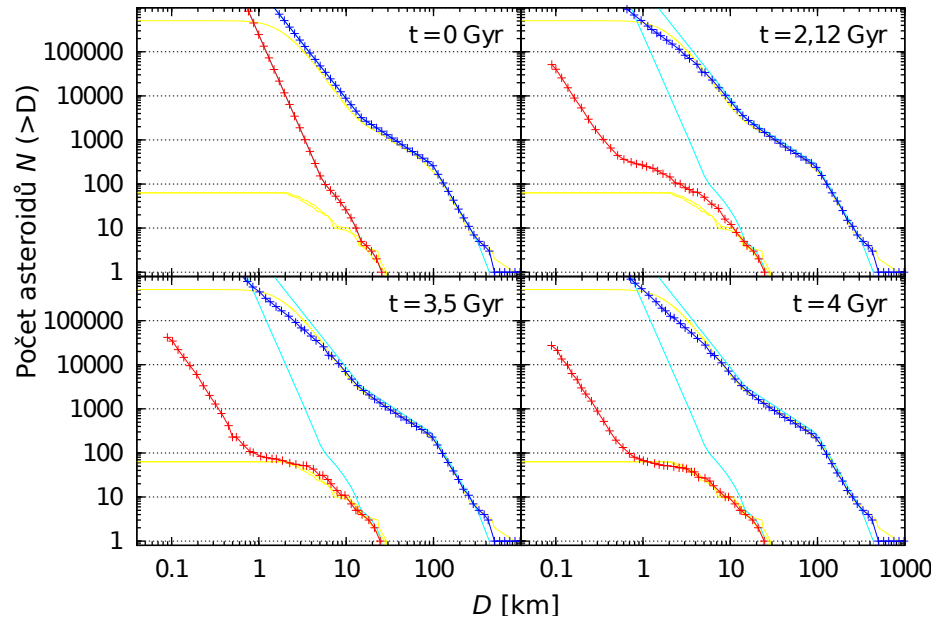
<sup>1</sup>Pravděpodobnost srážky závisí jen na orbitálních elementech

- rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km po 1,22 Gyr, pokud zahrneme tělesa s  $D > 4$  km; pokud uvažujeme tělesa  $D > 1$  km, pak má  $\chi^2$  nejmenší hodnotu po 2,6 Gyr,
- pro rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km po 2,12 Gyr, pokud zahrneme tělesa s  $D > 4$  km; pokud uvažujeme tělesa  $D > 1$  km, pak má  $\chi^2$  nejmenší hodnotu po 3,5 Gyr.

#jak diskutovat, že se tak liší?



Obrázek 4.1: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Itha modelovaný programem Boulder. Žlutě jsou vyznačena pozorovaná rozdělení všech těles hlavního pásu, zeleně pak pozorované rozdělení členů rodiny Itha. Modře je vyznačen vývoj rozdělení těles celého hlavního pásu asteroidů a červený je vývoj rozdělení členů rodiny Itha. Počáteční rozdělení rodiny Itha bylo vybráno z hydrodynamických modelů rozpadů asteroidů (Durda et al. 2007) v kapitole 2.3. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1,22 Gyr, po 2,6 Gyr a stav ve 4 Gyr. V čase  $t = 1,22$  Gyr se pozorované rozdělení v rozsahu velikostí těles  $D > 4$  km na základě hledání minimální hodnoty  $\chi^2$  nejlépe shoduje s modelovaným. Pokud zvolíme velikosti  $D > 1$ , pak se rozdělení nejlépe shodují v čase  $t = 2,6$  Gyr.

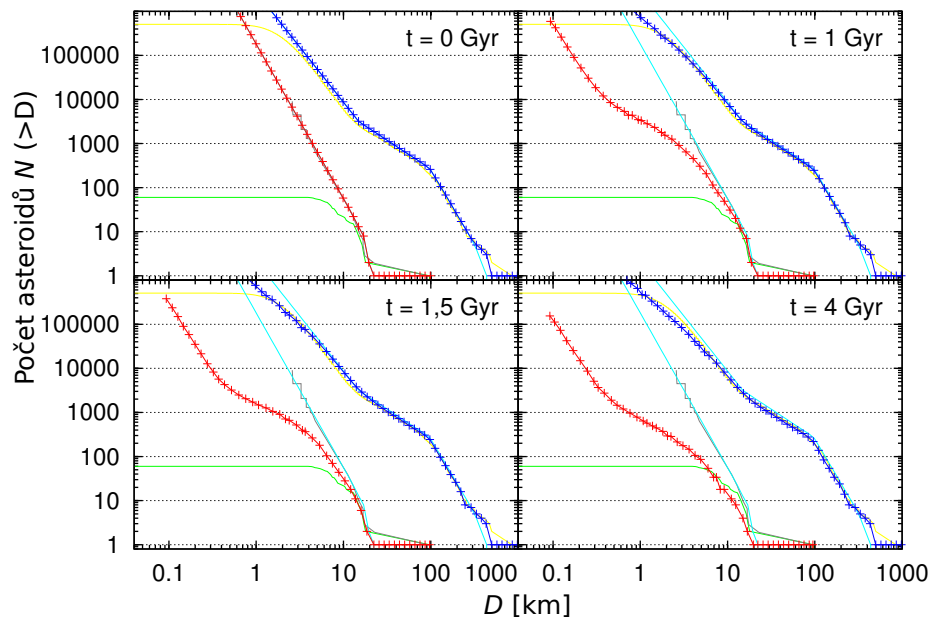


Obrázek 4.2: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Itha modelovaný programem Boulder. Popis viz obrázek 4.1. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 6 km/s, úhel  $45^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 100 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 2,12 Gyr, po 3,5 Gyr a po 4 Gyr. V čase  $t = 2,12$  Gyr se pozorované rozdělení v rozsahu velikostí těles  $D > 4$  km na základě optimalizace  $\chi^2$  nejlépe shoduje s modelovaným. Pokud zvolíme velikosti  $D > 1$ , pak se rozdělení nejlépe shodují v čase  $t = 3,5$  Gyr.

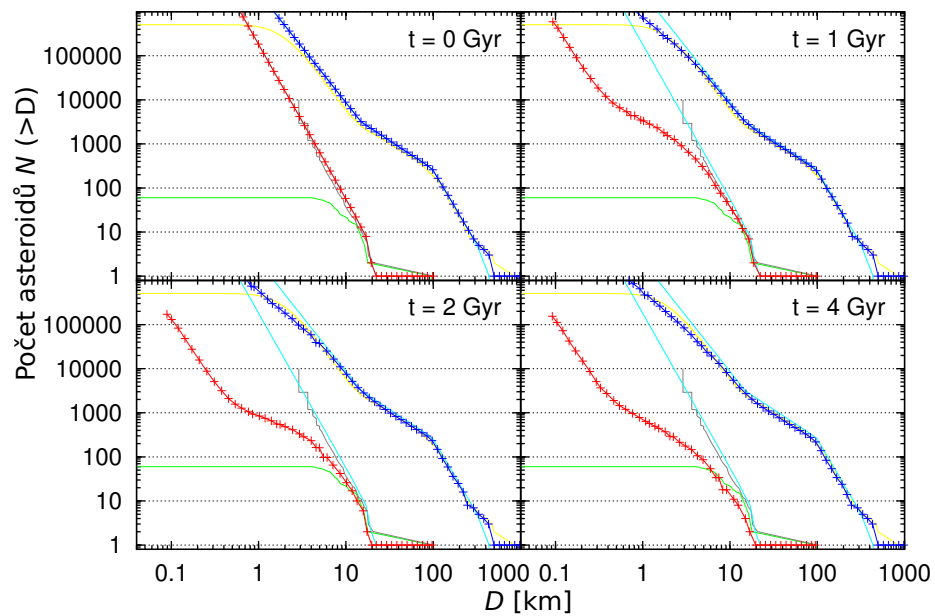
## 4.5 Kolizní vývoj rodiny Fringilla

Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí těles jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu (Durda et al., 2007), viz obrázek 2.13. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) se od rodiny Itha liší jen hustotou  $\rho = 1,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

#tady nemám  $\chi^2$ !



Obrázek 4.3: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Fringilla modelovaný programem Boulder. Popis odpovídá obrázku 4.1. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 3 km/s, úhel  $45^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 120 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1 Gyr, po 1,5 Gyr a stav ve 4 Gyr. #opět nemám  $\chi^2$ !



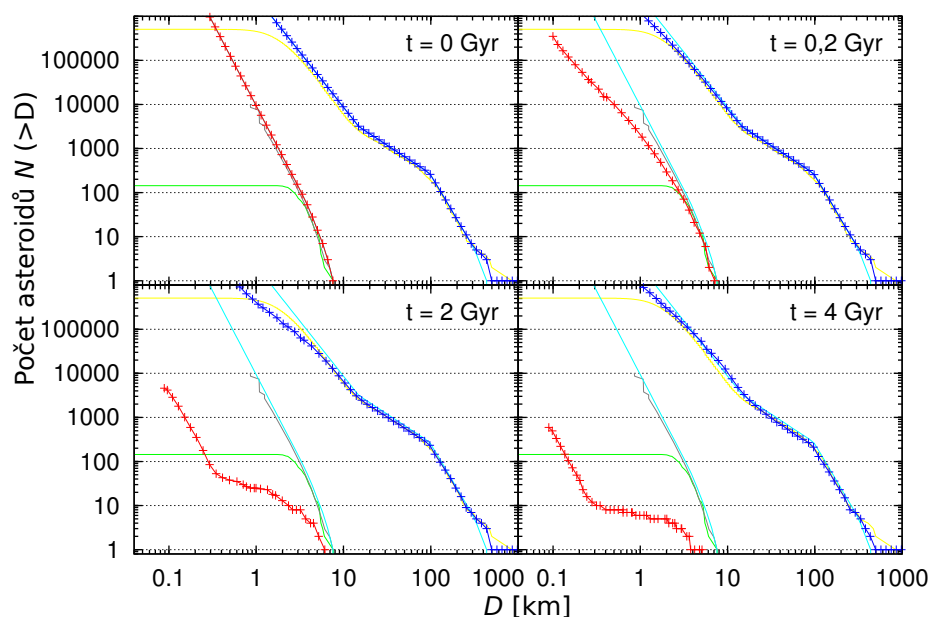
Obrázek 4.4: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Fringilla modelovaný programem Boulder. Popis viz obrázek 4.1. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 5 km/s, úhel  $15^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 135 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1 Gyr, po 2 Gyr a po 4 Gyr. #opět nemám  $\chi^2$ !

## 4.6 Kolizní vývoj rodiny 15477

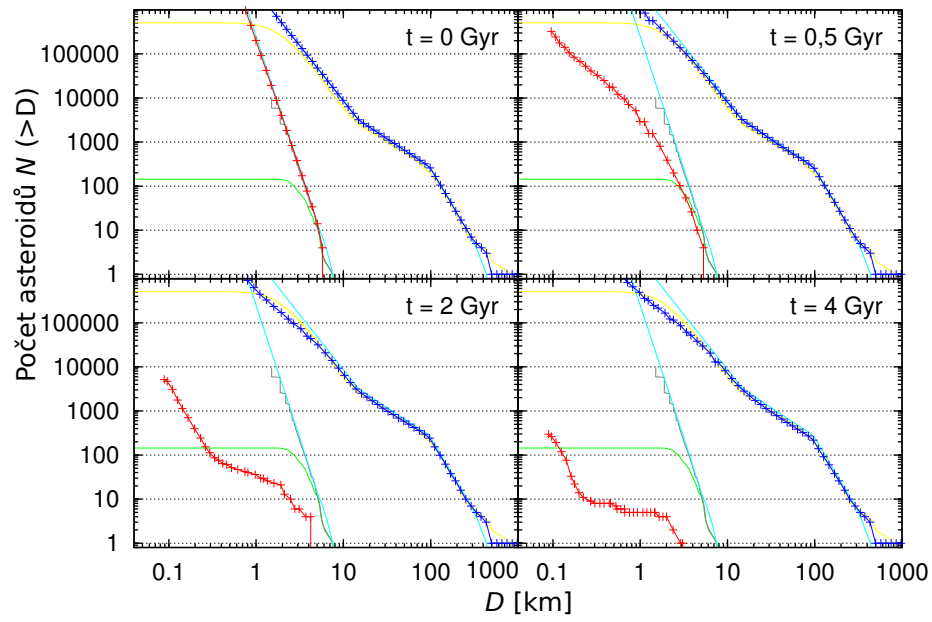
Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu těles, viz obrázek 2.15. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) jsou stejné jako v případě rodiny Itha. Kódem Boulder jsme opět vypočetli kolizní vývoj simulovaných těles po dobu 4 Gyr a hledali, v kterém čase jsou si pozorovaná a simulovaná rozdělení nejpodobnější, a tedy odpovídající  $\chi^2$  je nejmenší. K tomu došlo pro

- rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 40 km po 0,2 Gyr, pokud zahrneme tělesa s  $D > 2$  km,
- pro rychlost srážky 7 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 70 km po 2,12 Gyr, pokud zahrneme tělesa s  $D > 4$  km; pokud uvažujeme tělesa  $D > 1$  km, pak má  $\chi^2$  nejmenší hodnotu po 3,5 Gyr.

Oběma uvedeným simulovaným rozdělením současně odpovídá stáří  $0,35 \pm 0,15$  Gyr.



Obrázek 4.5: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny 15477. Popis odpovídá obrázku 4.1. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 40 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 0,2 Gyr, po 2 Gyr a stav ve 4 Gyr. V čase  $t = 0,2$  Gyr se pozorované rozdělení v rozsahu velikostí těles  $D > 2$  km na základě hledání minimální hodnoty  $\chi^2$  nejlépe shoduje s modelovaným.



Obrázek 4.6: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles modelovaný programem Boulder. Popis viz obrázek 4.5. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 7 km/s, úhel  $30^\circ$  a rozměr mateřského tělesa 70 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 0,5 Gyr, po 2 Gyr a po 4 Gyr. V čase  $t = 0,5$  Gyr se pozorované rozdělení v rozsahu velikostí těles  $D > 2$  km na základě optimalizace  $\chi^2$  nejlépe shoduje s modelovaným.



## Kapitola 5

### Diskuse velkého pozdního bombardování

# Závěr

# Literatura

- Barr, A. C., Canup, R. M., Mar. 2010. Origin of the Ganymede-Callisto dichotomy by impacts during the late heavy bombardment. *Nature Geoscience* 3, 164–167.
- Benz, W., Asphaug, E., Nov. 1999. Catastrophic Disruptions Revisited. *Icarus* 142, 5–20.
- Bottke, W. F., Levison, H. F., Nesvorný, D., Dones, L., Sep. 2007. Can planetesimals left over from terrestrial planet formation produce the lunar Late Heavy Bombardment? *Icarus* 190, 203–223.
- Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Minton, D., Nesvorný, D., Morbidelli, A., Brasser, R., Simonson, B., Levison, H. F., May 2012. An Archaean heavy bombardment from a destabilized extension of the asteroid belt. *Nature* 485, 78–81.
- Bottke, Jr., W. F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., Nesvorný, D., May 2006. The Yarkovsky and Yorp Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 34, 157–191.
- Bowell, E., May 2009. Orbits of Minor Planets (Bowell+ 2014). *VizieR Online Data Catalog* 1, 2001.
- Bowell, E., Hapke, B., Domingue, D., Lumme, K., Peltoniemi, J., Harris, A. W., 1989. Application of photometric models to asteroids. In: Binzel, R. P., Gehrels, T., Matthews, M. S. (Eds.), *Asteroids II*. pp. 524–556.
- Brož, M., Morbidelli, A., Apr. 2013. The Eos family halo. *Icarus* 223, 844–849.
- Brož, M., Morbidelli, A., Bottke, W. F., Rozehnal, J., Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., Mar. 2013. Constraining the cometary flux through the asteroid belt during the late heavy bombardment. *Astronomy and Astrophysics* 551, A117.
- Cohen, B. A., Swindle, T. D., Kring, D. A., Dec. 2000. Support for the Lunar Cataclysm Hypothesis from Lunar Meteorite Impact Melt Ages. *Science* 290, 1754–1756.
- Dahlgren, M., Aug. 1998. A study of Hilda asteroids. III. Collision velocities and collision frequencies of Hilda asteroids. *Astronomy and Astrophysics* 336, 1056–1064.
- Dell’Oro, A., Marzari, F., Paolicchi, P., Vanzani, V., Feb. 2001. Updated collisional probabilities of minor body populations. *Astronomy and Astrophysics* 366, 1053–1060.

- Durda, D. D., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Enke, B. L., Merline, W. J., Asphaug, E., Richardson, D. C., Feb. 2007. Size-frequency distributions of fragments from SPH/N-body simulations of asteroid impacts: Comparison with observed asteroid families. *Icarus* 186, 498–516.
- Farinella, P., Vokrouhlický, D., Hartmann, W. K., Apr. 1998. Meteorite Delivery via Yarkovsky Orbital Drift. *Icarus* 132, 378–387.
- Gladman, B., Duncan, M., Candy, J., Sep. 1991. Symplectic integrators for long-term integrations in celestial mechanics. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 52, 221–240.
- Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., Morbidelli, A., May 2005. Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. *Nature* 435, 466–469.
- Hanuš, J., Ďurech, J., Brož, M., Marciniak, A., Warner, B. D., Pilcher, F., Stephens, R., Behrend, R., Carry, B., Čapek, D., Antonini, P., Audejean, M., Augustesen, K., Barbotin, E., Baudouin, P., Bayol, A., Bernasconi, L., Borczyk, W., Bosch, J.-G., Brochard, E., Brunetto, L., Casulli, S., Cazenave, A., Charbonnel, S., Christophe, B., Colas, F., Coloma, J., Conjat, M., Cooney, W., Correia, H., Cotrez, V., Coupier, A., Crippa, R., Cristofanelli, M., Dalmas, C., Danavaro, C., Demeautis, C., Droege, T., Durkee, R., Esseiva, N., Esteban, M., Fagas, M., Farroni, G., Fauvaud, M., Fauvaud, S., Del Freo, F., Garcia, L., Geier, S., Godon, C., Grangeon, K., Hamanowa, H., Hamanowa, H., Heck, N., Hellmich, S., Higgins, D., Hirsch, R., Husarik, M., Itkonen, T., Jade, O., Kamiński, K., Kankiewicz, P., Klotz, A., Koff, R. A., Kryszczyńska, A., Kwiatkowski, T., Laffont, A., Leroy, A., Lecacheux, J., Leonie, Y., Leyrat, C., Manzini, F., Martin, A., Masi, G., Matter, D., Michałowski, J., Michałowski, M. J., Michałowski, T., Michelet, J., Michelsen, R., Morelle, E., Mottola, S., Naves, R., Nomen, J., Oey, J., Ogłóza, W., Oksanen, A., Oszkiewicz, D., Pääkkönen, P., Paiella, M., Pallares, H., Paulo, J., Pavic, M., Payet, B., Polińska, M., Polishook, D., Poncy, R., Revaz, Y., Rinner, C., Rocca, M., Roche, A., Romeuf, D., Roy, R., Saguin, H., Salom, P. A., Sanchez, S., Santacana, G., Santana-Ros, T., Sareyan, J.-P., Sobkowiak, K., Sposetti, S., Starkey, D., Stoss, R., Strajnic, J., Teng, J.-P., Trégon, B., Vagnozzi, A., Velichko, F. P., Waelchli, N., Wagrez, K., Wücher, H., Mar. 2013. Asteroids' physical models from combined dense and sparse photometry and scaling of the YORP effect by the observed obliquity distribution. *Astronomy and Astrophysics* 551, A67.
- Hartmann, W. K., Quantin, C., Mangold, N., Jan. 2007. Possible long-term decline in impact rates. 2. Lunar impact-melt data regarding impact history. *Icarus* 186, 11–23.
- Hartmann, W. K., Ryder, G., Dones, L., Grinspoon, D., 2000. The Time-Dependent Intense Bombardment of the Primordial Earth/Moon System. pp. 493–512.
- Hirayama, K., Oct. 1918. Groups of asteroids probably of common origin. *Astronomical Journal* 31, 185–188.
- Knežević, Z., Milani, A., Aug. 2012. Asteroids Dynamic Site-AstDyS. In: IAU Joint Discussion. Vol. 7 of IAU Joint Discussion. p. 18P.

- Levison, H. F., Duncan, M. J., Mar. 1994. The long-term dynamical behavior of short-period comets. *Icarus* 108, 18–36.
- Levison, H. F., Duncan, M. J., Mar. 2013. SWIFT: A solar system integration software package. *Astrophysics Source Code Library*.
- Masiero, J. R., Mainzer, A. K., Bauer, J. M., Grav, T., Nugent, C. R., Stevenson, R., Jun. 2013. Asteroid Family Identification Using the Hierarchical Clustering Method and WISE/NEOWISE Physical Properties. *The Astrophysical Journal* 770, 7.
- Masiero, J. R., Mainzer, A. K., Grav, T., Bauer, J. M., Cutri, R. M., Dailey, J., Eisenhardt, P. R. M., McMillan, R. S., Spahr, T. B., Skrutskie, M. F., Tholen, D., Walker, R. G., Wright, E. L., DeBaun, E., Elsbury, D., Gautier, IV, T., Gomillion, S., Wilkins, A., Nov. 2011. Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters. *The Astrophysical Journal* 741, 68.
- Milani, A., di Martino, M., Cellino, A., Oct. 1994. Books-Received - Asteroids Comets Meteors 1993. *Science* 266, 665.
- Moons, M., Morbidelli, A., Apr. 1995. Secular resonances inside mean-motion commensurabilities: the 4/1, 3/1, 5/2 and 7/3 cases. *Icarus* 114, 33–50.
- Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Levison, H. F., Dec. 2009. Asteroids were born big. *Icarus* 204, 558–573.
- Morbidelli, A., Brasser, R., Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., Nov. 2010. Evidence from the Asteroid Belt for a Violent Past Evolution of Jupiter’s Orbit. *The Astrophysical Journal* 140, 1391–1401.
- Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, H. F., Gomes, R., Nov. 2007. Dynamics of the Giant Planets of the Solar System in the Gaseous Protoplanetary Disk and Their Relationship to the Current Orbital Architecture. *The Astrophysical Journal* 134, 1790–1798.
- Nesvorný, D., Dec. 2011. Young Solar System’s Fifth Giant Planet? *The Astrophysical Journal Letters* 742, L22.
- Nesvorný, D., Jun. 2012. Nesvorný HCM Asteroid Families V2.0. *NASA Planetary Data System* 189.
- Parker, A., Ivezić, Ž., Jurić, M., Lupton, R., Sekora, M. D., Kowalski, A., Nov. 2008. The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4. *Icarus* 198, 138–155.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., 1993. *Numerical Recipes in FORTRAN; The Art of Scientific Computing*, 2nd Edition. Cambridge University Press, New York, NY, USA.
- Quinn, T. R., Tremaine, S., Duncan, M., Jun. 1991. A three million year integration of the earth’s orbit. *The Astrophysical Journal* 101, 2287–2305.

- Rubincam, D. P., Nov. 2000. Radiative Spin-up and Spin-down of Small Asteroids. *Icarus* 148, 2–11.
- Stoer, J., Bulirsch, R., Aug. 2002. *Introduction to Numerical Analysis*, 3rd Edition. Springer, New York.
- Tanga, P., Cellino, A., Michel, P., Zappalà, V., Paolicchi, P., Dell’Oro, A., Sep. 1999. On the Size Distribution of Asteroid Families: The Role of Geometry. *Icarus* 141, 65–78.
- Čapek, D., Vokrouhlický, D., Dec. 2004. The YORP effect with finite thermal conductivity. *Icarus* 172, 526–536.
- Šidlichovský, M., Nesvorný, D., Feb. 1996a. Capture of Dust Grains in Exterior Resonances with Planets. *Earth Moon and Planets* 72, 175–178.
- Šidlichovský, M., Nesvorný, D., Mar. 1996b. Frequency modified Fourier transform and its applications to asteroids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 65, 137–148.
- Vokrouhlický, D., Jul. 1998. Diurnal Yarkovsky effect as a source of mobility of meter-sized asteroidal fragments. I. Linear theory. *Astronomy and Astrophysics* 335, 1093–1100.
- Vokrouhlický, D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Morbidelli, A., May 2006a. Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families. *Icarus* 182, 118–142.
- Vokrouhlický, D., Brož, M., Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Lazzaro, D., Rivkin, A. S., May 2006b. Yarkovsky footprints in the Eos family. *Icarus* 182, 92–117.
- Vokrouhlický, D., Farinella, P., Dec. 1999. The Yarkovsky Seasonal Effect on Asteroidal Fragments: A Nonlinearized Theory for Spherical Bodies. *The Astrophysical Journal* 118, 3049–3060.
- Weidenschilling, S. J., Apr. 2000. Formation of Planetesimals and Accretion of the Terrestrial Planets. *Space Science Reviews* 92, 295–310.
- Zappalà, V., Bendjoya, P., Cellino, A., Farinella, P., Froeschlé, C., Aug. 1995. Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques. *Icarus* 116, 291–314.



# Příloha A

## Nastavení souboru `param.in` v integrátoru Swift

Obsah souboru `param.in` je v tabulce 5.1. Popis jednotlivých parametrů je následující:

- `t0`: počáteční čas; `tstop`: čas zastavení integrace; `dt` časový krok v dnech;
- `dtout`: časový interval mezi výstupy; `dtdump`: časový interval mezi uložením aktuálního stavu;
- logické přepínače T/F (true/false): L1: T: započtení gravitačních momentů Slunce J2 a J4; L2: T: Odstraňování částic, které se dostanou příliš daleko nebo blízko Slunci; L3: T: Výpočet Jakobiho integrálu částic; L4: T: Výpočet energie a momentu hybnosti částic; L5: T: Zápis heliocentrických orbitálních elementů všech částic; L6: T: Zápis heliocentrických orbitálních elementů všech částic v úsporné formě;
- `rmin`: heliocentrická vzdálenost, při které je částice příliš blízko Slunci; `rmax`: heliocentrická vzdálenost, při které je částice považována za příliš vzdálenou od centrálního tělesa; `rmaxu`: heliocentrická vzdálenost, při které částice přestane být vázána k centrálnímu tělesu; `qmin`: heliocentrická vzdálenost, při které je částice příliš blízko centrálnímu tělesu (u všech přechozích parametrů platí, že je částice po překonání dané hranice odstraněna (při nastavení -1 ignorováno) ); `lclose`: logický přepínač T/F: F: Kontrola blízkých přiblížení k planetám;
- `binary_outputfile`: soubor pro zápis orbitálních elementů v časovém kroku z prvního řádku.

Tabulka 5.1: Obsah souboru `param.in`

obsah souboru	označení
<code>.0d0 365.25d5 10.0d0</code>	<code>t0 tstop dt</code>
<code>365.25d1 365.25d1</code>	<code>dtout dtdump</code>
<code>F T F F T F</code>	<code>L1 L2 L3 L4 L5 L6</code>
<code>4.68d-03 100.0 -1.0 4.68d-03 F</code>	<code>rmin rmax rmaxu qmin lclose</code>
<code>bin.dat</code>	<code>binary_outputfile</code>

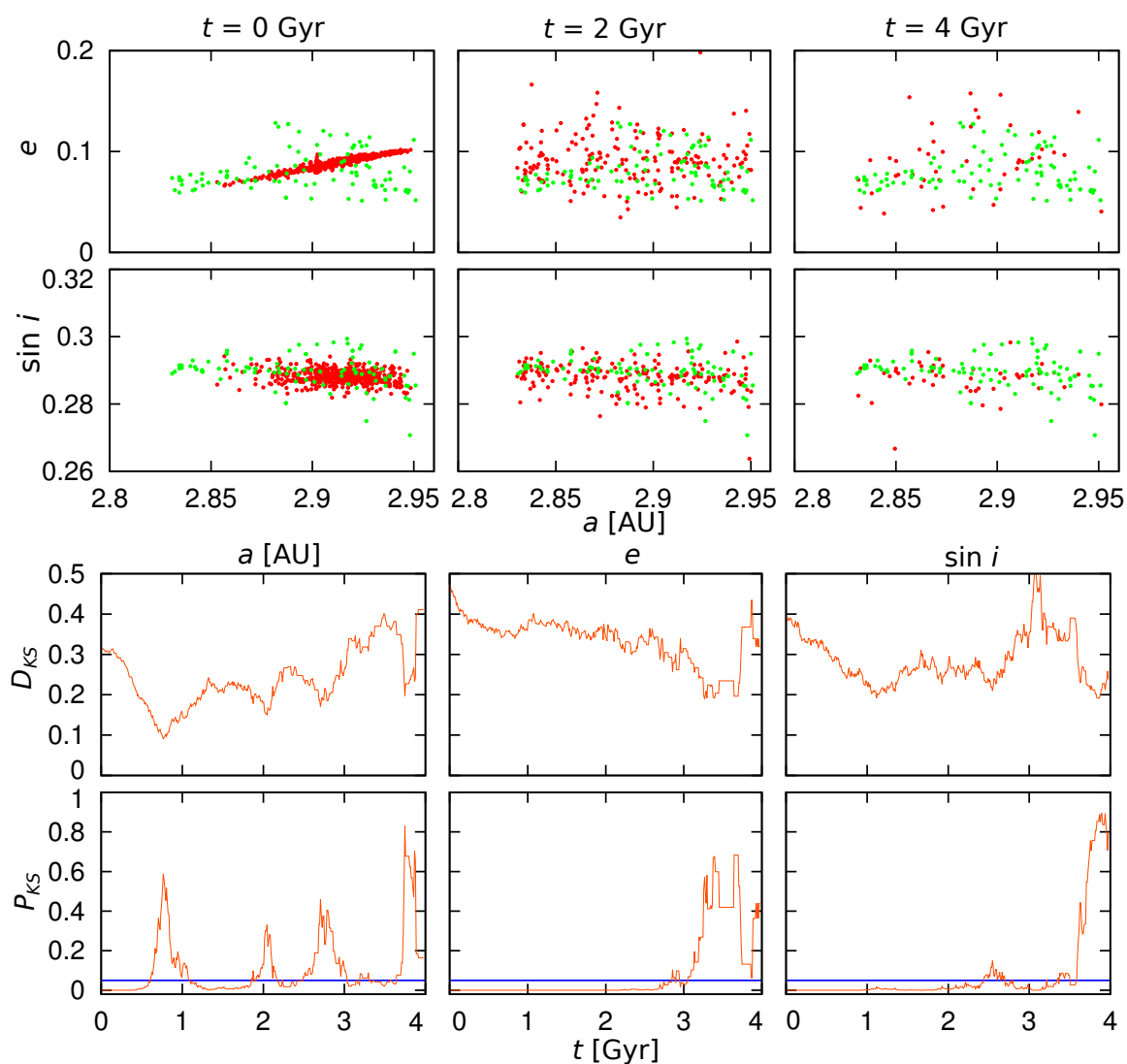


# Příloha B

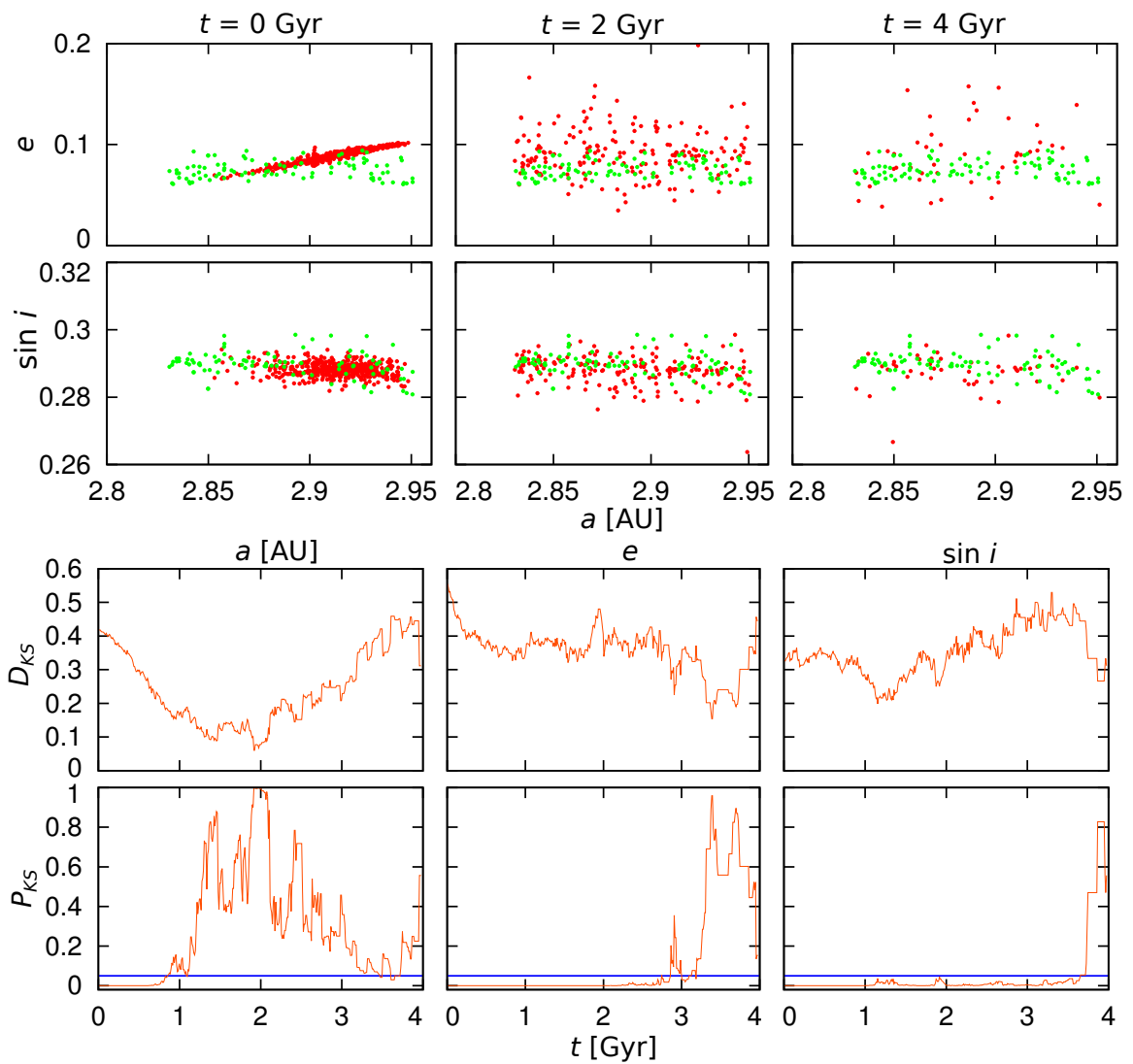
kod ks test

# Příloha C

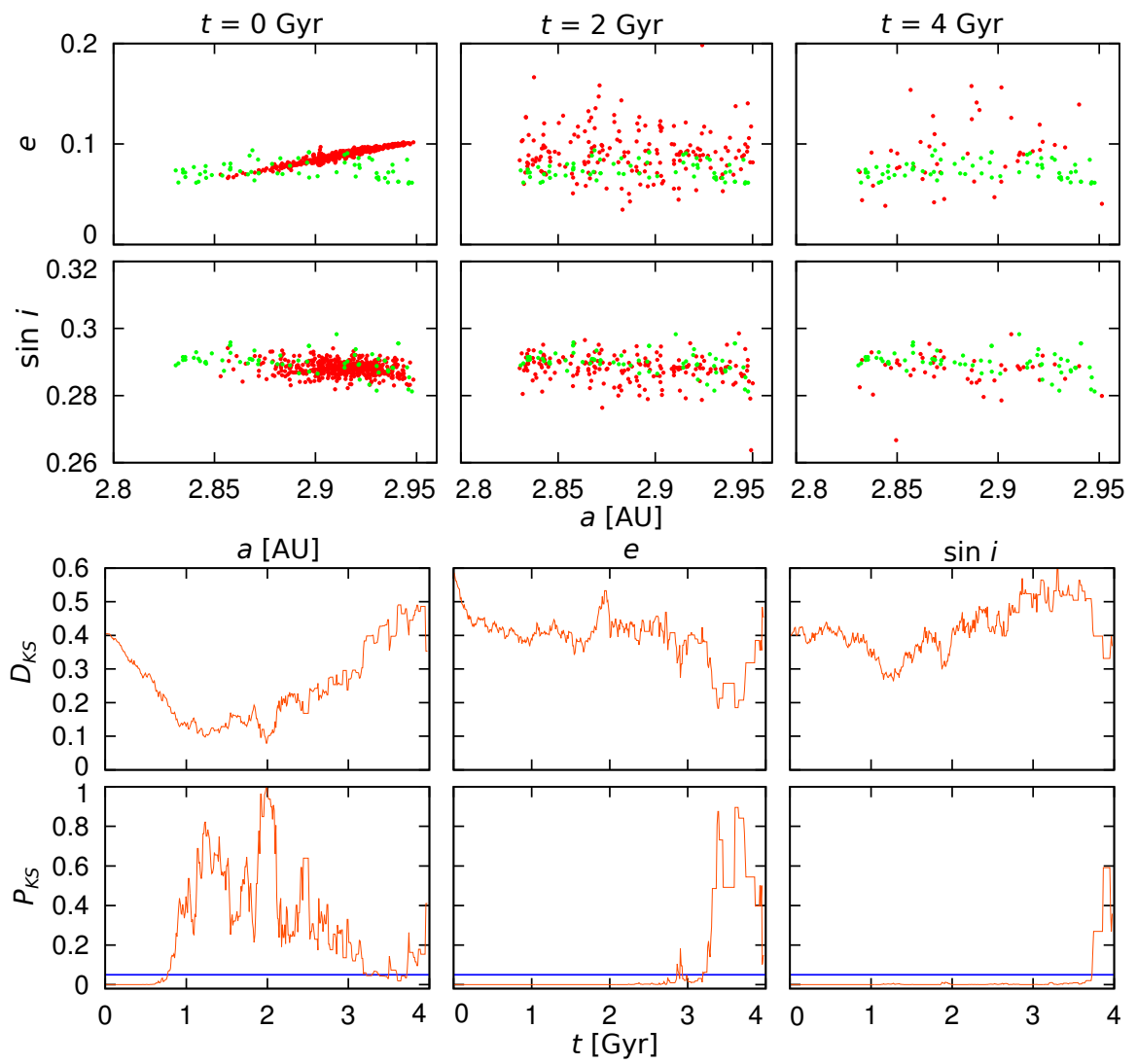
## Obrázky příslušející orbitálnímu vývoji rodiny Fringilla a jeho diskusi



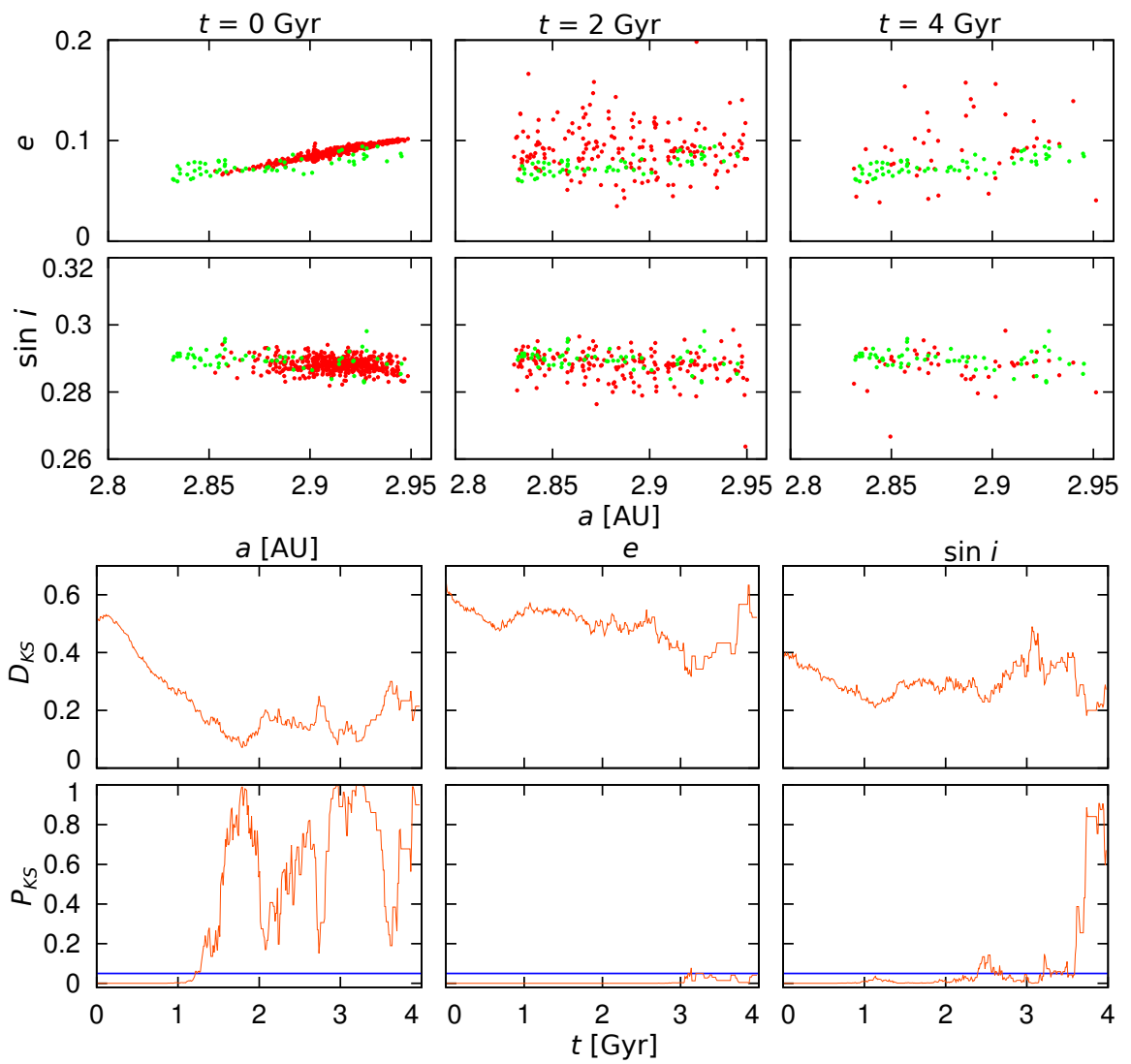
Obrázek 5.1: Tento obrázek se od obrázku 3.10 liší tím, že obsahuje pouze tělesa obsažená v katalogu WISE.



Obrázek 5.2: Tento případ je podobný obrázku 3.10. Liší se tím, že je pro výběr těles rodiny použit menší kvádr, odpovídající rozsahu vlastních elementů členů rodiny nalezených hierarchickou shlukovací metodou, konkrétně  $a_p = 2,824$  až  $2,957$  AU,  $e_p = 0,06$  až  $0,095$  a  $\sin i_p = 0,28$  až  $0,3$ .



Obrázek 5.3: V tomto případě jsme použili stejný kvádr jako v případě 5.2, ale vynechali jsme všechna tělesa neobsažená v katalogu WISE. Vše ostatní je popsáno u obrázku 3.10.



Obrázek 5.4: V tomto případě jsme použili členy rodiny nalezené hierarchickou shlukovací metodou z těles katalogu AstDyS. Vše ostatní viz obrázek 3.10.

# Příloha D

poster