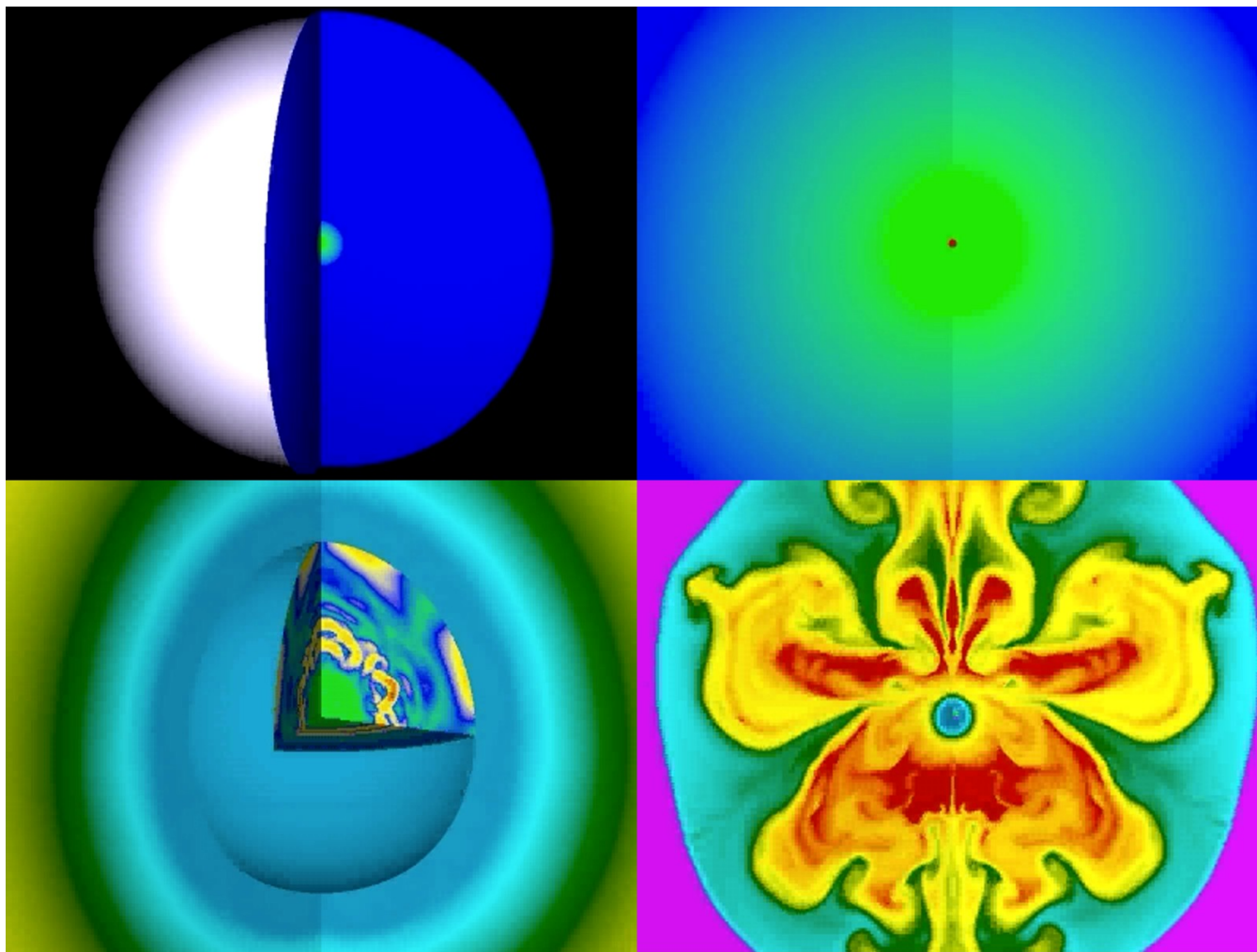
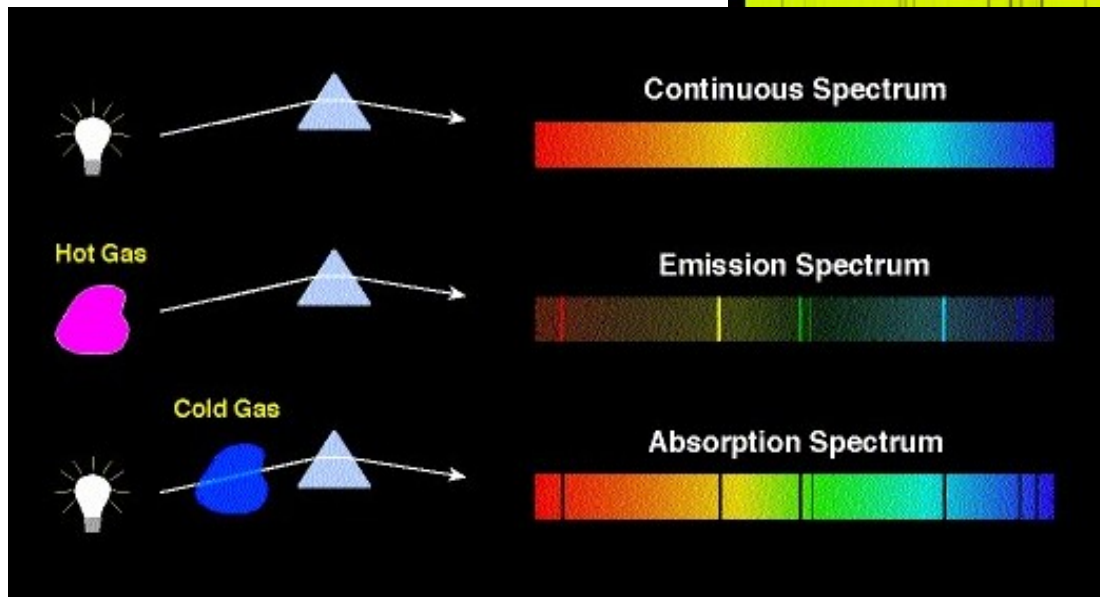
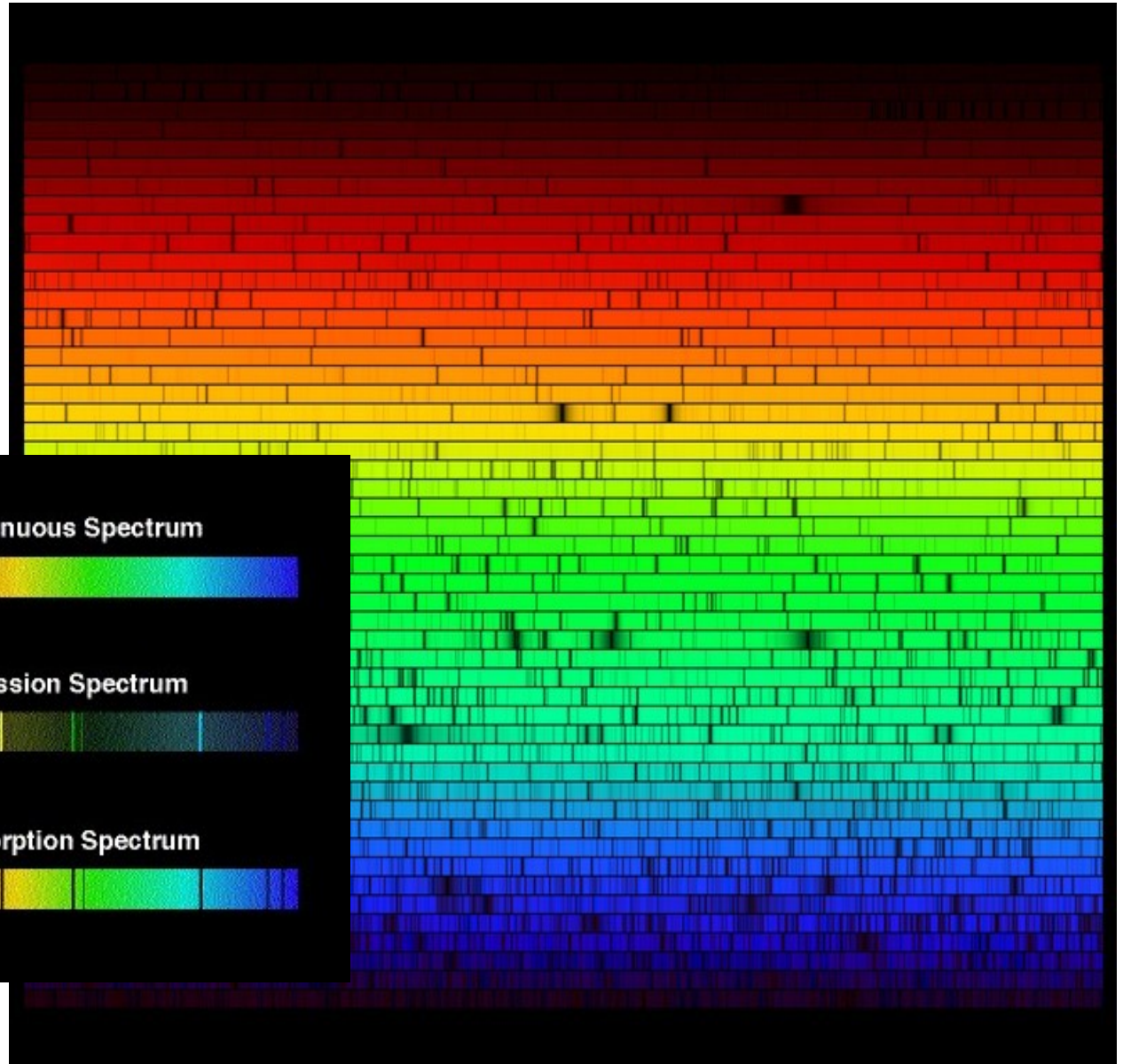


# Nitro a vývoj hvězd



# Spektrum Slunce

- hvězda je neprůhledná, spektrum vzniká v tenké fotosféře



# „Bývalé“ hypotézy o zdroji energie \*

- doběla rozžhavený železný kotouč (antika):

tepelná energie železa:  $Q = Mc\Delta T = 2 \cdot 10^{30} \cdot 450 \cdot 5000 \text{ J} = 4,5 \cdot 10^{36} \text{ J}$ ,  
což při dnešním  $L_s = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$  stačí po dobu  $\tau = Q/L_s = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ s} =$   
 $= 380 \text{ roků} \leftarrow \text{tj. málo!}$

- chemické hoření (Helmholtz 1854):

oxidace vodíku  $2\text{H} + \text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{O}$ :  $Q = M_{\text{vodíku}} \cdot \text{výhřevnost} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} / 9 \cdot$   
 $\cdot 100 \text{ MJ/kg} = 2,5 \cdot 10^{37} \text{ J} \Rightarrow \tau = 6,6 \cdot 10^{10} \text{ s} = 2000 \text{ yr}$

- gravitační smršťování (Kelvinovo-Helmholtzovo):

potenciální energie koule o konst. hustotě (tj. něco jako smrštění  
z nekonečna na současný poloměr):  $E_G = -3/5 GM^2/R = -0,6 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot$   
 $\cdot 4 \cdot 10^{60} / 7 \cdot 10^8 \text{ J} = -2,3 \cdot 10^{41} \text{ J} \Rightarrow \tau = 6 \cdot 10^{14} \text{ s} = 20 \text{ Myr}$

# „Bývalé“ hypotézy o zdroji energie \*

- dopady meteoritů (Mayer 1846):

potřebují  $E_k = 1/2 m v^2 = 3,8 \cdot 10^{26}$  J každou sekundu, přičemž  $v \approx 100$  km/s  
 $dm/dt = 2 E_k / v^2 = 2 \cdot 3,8 \cdot 10^{26} / 10^{10}$  kg/s =  $7,6 \cdot 10^{16}$  kg/s =  $2,4 \cdot 10^{24}$  kg/yr =  
=  $1,2 \cdot 10^{-6} M_s/\text{yr} \rightarrow 1/\text{toto} \approx$  pouhý 1 Myr!

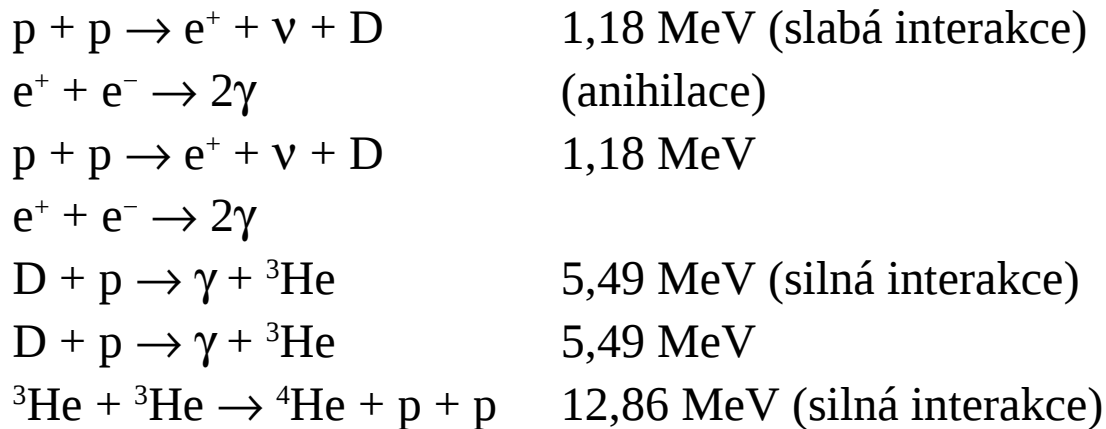
navíc by přírůstek hmotnosti *musel* být měřitelný ze změn oběžných period! (3. KZ:  $a^3/P^2 = M$ ;  $dM = -2 a^3/P^3 dP \rightarrow dP/P = -1/2 dM/M \approx \approx 10^{-6} \approx 30$  sekund za rok

- jaderné štěpení:

rozpad  $^{235}\text{U} \sim 200$  MeV (kritické množství pro explozivní řetězovou reakci  $\sim 44$  kg):  $E \approx 2 \cdot 10^{30} / (200 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}) 2 \cdot 10^8 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 1,9 \cdot 10^{44}$  J (tj.  $\approx 16$  Gyr), *ale* ve \* nejsou významně zastoupené těžké prvky

# Termonukleární reakce

- proton-protonový řetězec I:



suma uvolněné energie (využitelné, tj.  $E_k, \gamma$ ): **26,20 MeV**

energie odnášená 2 neutriny: 0,54 MeV

(tato *není* využitelná pro ohřev plazmatu protože v interagují s látkou jen slabě)

Pozn.: kromě 4 protonů se spotřebovávají i 2 elektrony!

- neutrinový problém, oscilace v

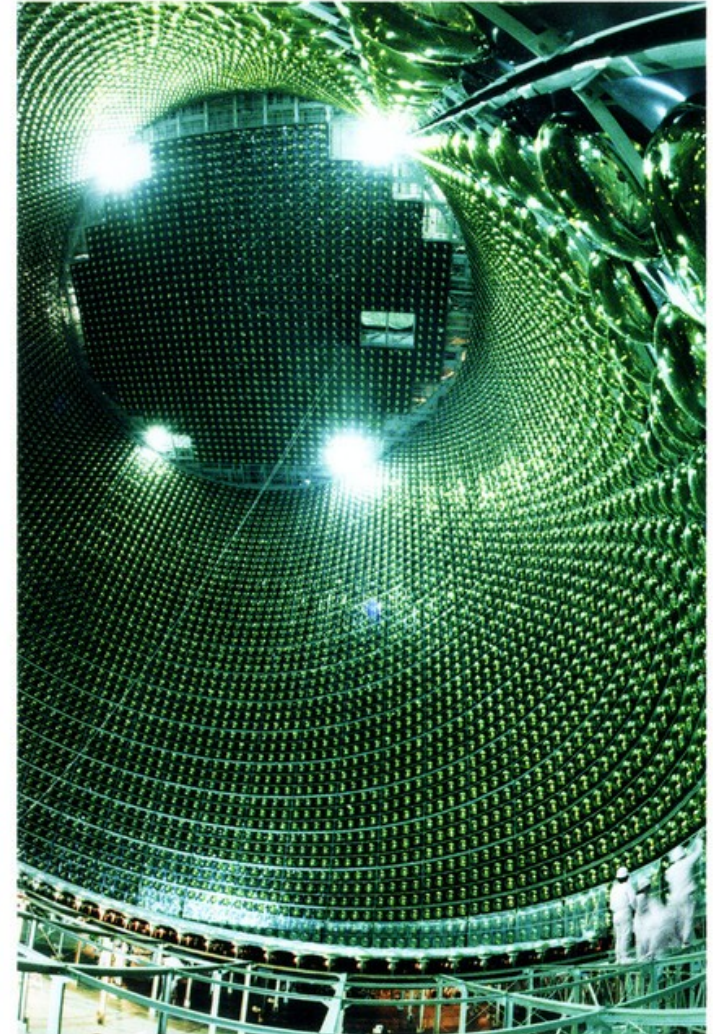
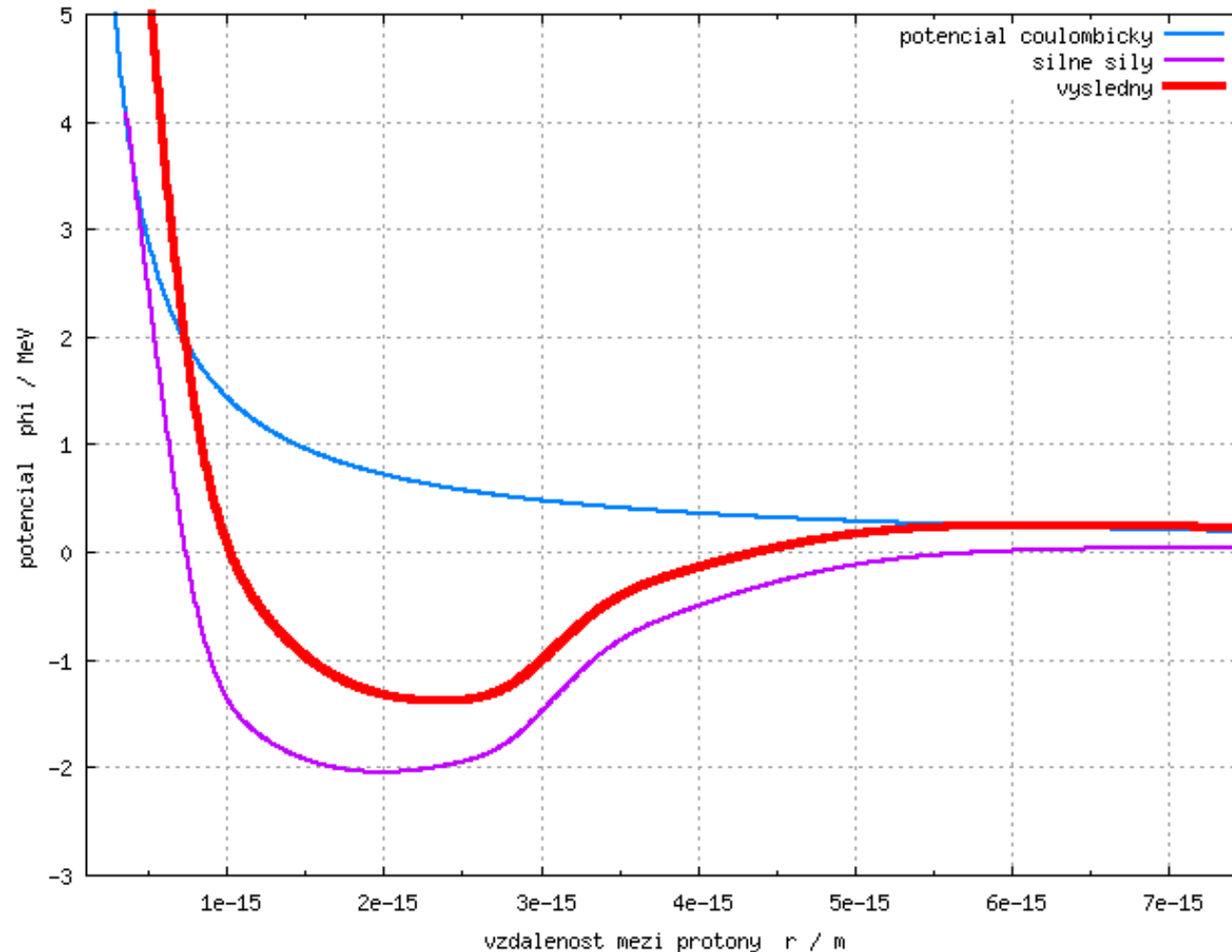


Figure 3. The Super-Kamiokande neutrino detector has been built deep under a mountain in Japan. This huge stainless-steel vessel, 40 m tall and 40 m wide, has been filled with 50,000 tons of ultrapure water. Lining its walls are 13,000 photomultiplier tubes, which detect the telltale pattern of faint blue light made when a single neutrino from the heart of the Sun collides with an electron in a water molecule.

# Potenciál coulombický a silné síly



- interakce 2 protonů; kvantově-mechanický tunelový jev

# Termonukleární reakce

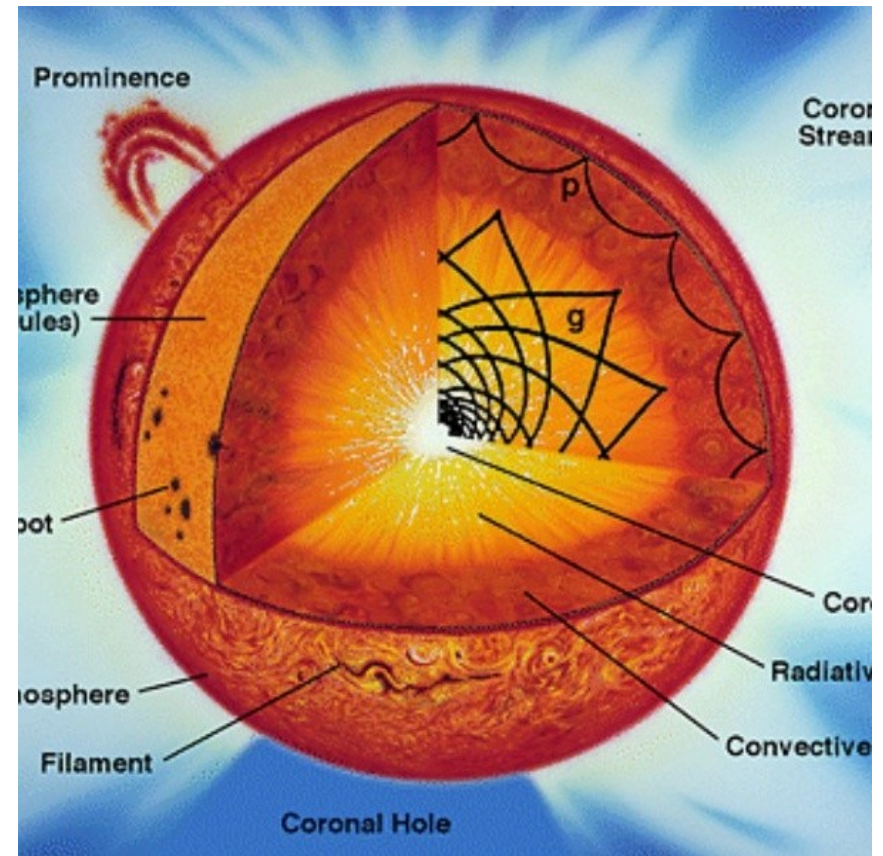
- CNO cyklus (účinnost versus  $T$ , metalicita  $Z$ )

**Table 2.2.** Nuclear reactions of the CNO cycle. Energy values according to Bahcall and Ulrich (1988) and Caughlan and Fowler (1988)

Reaction	$Q'$ [MeV]	$Q_\nu$ [MeV]	Rate symbol
$^{12}\text{C}(p,\gamma)^{13}\text{N}$	1.944		$\lambda_{p12}$
$^{13}\text{N}(e^+\nu)^{13}\text{C}$	1.513	0.707	$\lambda_{13}$
$^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$	7.551		$\lambda_{p13}$
$^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$	7.297		$\lambda_{p14}$
$^{15}\text{O}(e^+\nu)^{15}\text{N}$	1.757	0.997	$\lambda_{15}$
$^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$	4.966		$\lambda_{p15}$

# Základní rovnice stavby \*

- stavová rovnice
- zachování hmoty
- hydrostatická rovnováha
- tepelná rovnováha
- přenos energie





# Stavová rovnice

$$P = \frac{\rho}{\mu} R T + \frac{a}{3} T^4$$

- tlak ideálního plynu plus *tlak záření*

$$1/\mu \approx 1,5 X + 0,25 Y + 0,5$$

plynová konstanta  $R = 8,3 \text{ J/mol/K}$

zářivá konstanta  $a = 7,6 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^3/\text{K}^{-4}$

# Tlak degenerovaného plynu

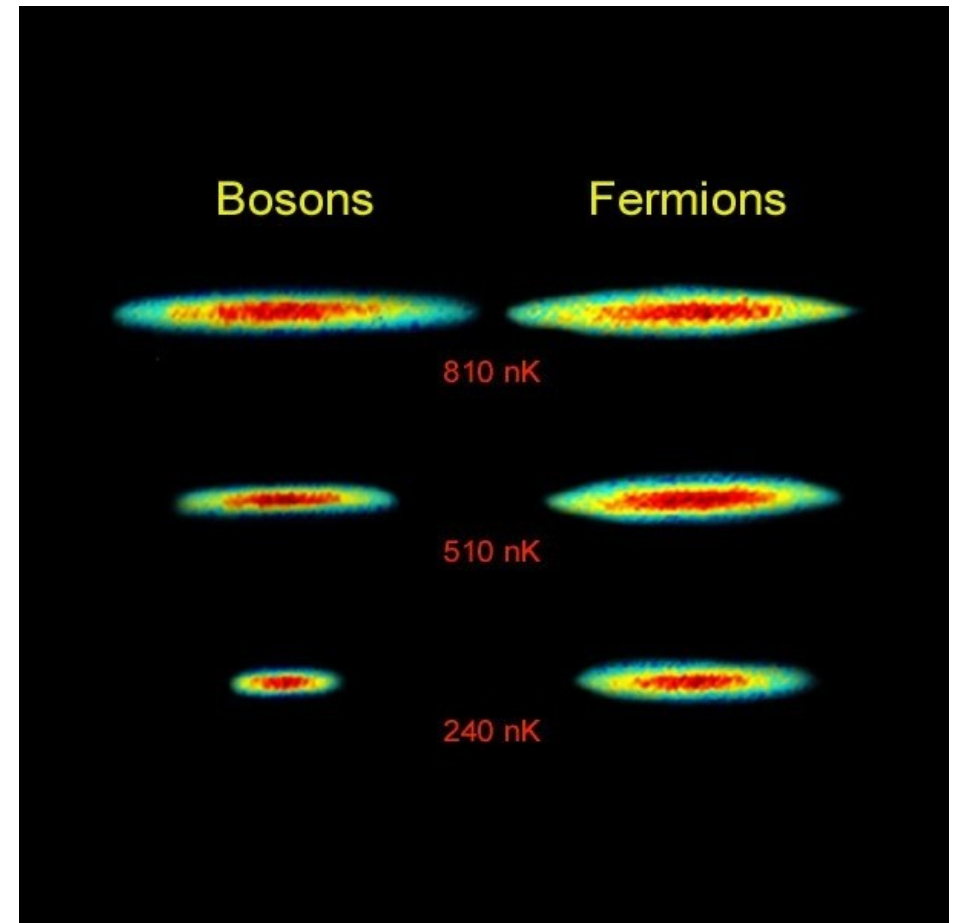
- elektronový nebo neutronový *degenerovaný* plyn  
← pro fermiony (se spinem  $1/2, 3/2, \dots$ ) platí *Pauliho vylučovací princip*
- nerelativistický úplně degenerovaný  $e^-$  plyn:

$$P_e = K_1 (\rho/\mu_e)^{5/3}$$

- relativistický:

$$P_e = K_2 (\rho/\mu_e)^{4/3}$$

(neutronový plyn má tlak větší)



ochlazování plynu  $4\text{He}$  a  $3\text{He}$  k absolutní nule

# Rovnice zachování hmoty

$$d M_R = 4 \pi R^2 \rho (R) dR \Rightarrow \frac{dR}{dM_R} = \frac{1}{4 \pi R^2 \rho}$$

- jednoduché odvození (tenká kulová vrstva)
- nezávislá proměnná může být  $R$  nebo  $M_R$

# Rovnice hydrostatické rovnováhy

$$\frac{dP}{dM_R} = -\frac{G M_R}{4\pi R^4}$$

- odvození z rovnováhy gravitační sílu a *gradientu* tlaku  $dP$  (nikoli samotného tlaku  $P$ ):

$$dM_R \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{G M_R dM_R}{R^2} + 4\pi R^2 P - 4\pi R^2 (P + dP)$$

# Rovnice tepelné rovnováhy


$$\frac{dL_R}{dM_R} = E_{nukl} - T \frac{dS}{dt}$$

jaderné reakce

- změna luminozity (zářivého výkonu)
- nutno vyčíslit i změnu *entropie*  $S$  (tj. změny potenciální i vnitřní energie, např. při ionizaci)

# Rovnice přenosu energie

- pro záření: 
$$\frac{dT}{dM_R} = - \frac{3 \kappa L_R}{64 a c \pi^2 T^3 R^4}$$

opacita (neprůhlednost) 
- pro konvekci: když  $-(dT/dR)_{\text{rad}} \geq -(dT/dR)_{\text{ad}}$

$$\frac{dT}{dM_R} = - \frac{G T M_R}{4 \pi P R^4} \nabla_{\text{konv}} \quad \nabla_{\text{konv}} \simeq \nabla_{\text{ad}} = \delta \frac{P}{(c_P \rho T)}$$

$$\delta = - \left( \frac{d \ln \rho}{d \ln T} \right)_P$$

# Řešení rovnic

- 5 nelineárních diferenciálních rovnic ← hledáme 5 neznámých *funkcí*:  $L(M_R)$ ,  $T(M_R)$ ,  $\rho(M_R)$ ,  $P(M_R)$ ,  $R(M_R)$  **složitě!**
- navíc složité (zadané) funkce:  $E_{\text{nukl}}(\rho, T)$ ,  $\kappa(\rho, T)$ 
  - jen jednorozměrná (1D) funkce  $R$  nebo  $M_R$
  - jen *stacionární* modely
  - zanedbání rotace, magnetického pole
  - nedokonalá teorie konvekce, přestřelování
  - nepřesnosti extinkčních koeficientů
  - chyby účinných průřezů jaderných reakcí
  - jednoduchý hvězdný vítr
  - stavová rovnice není vhodná pro chladné nebo husté \*

# Hertzsprungův-Russelův diagram

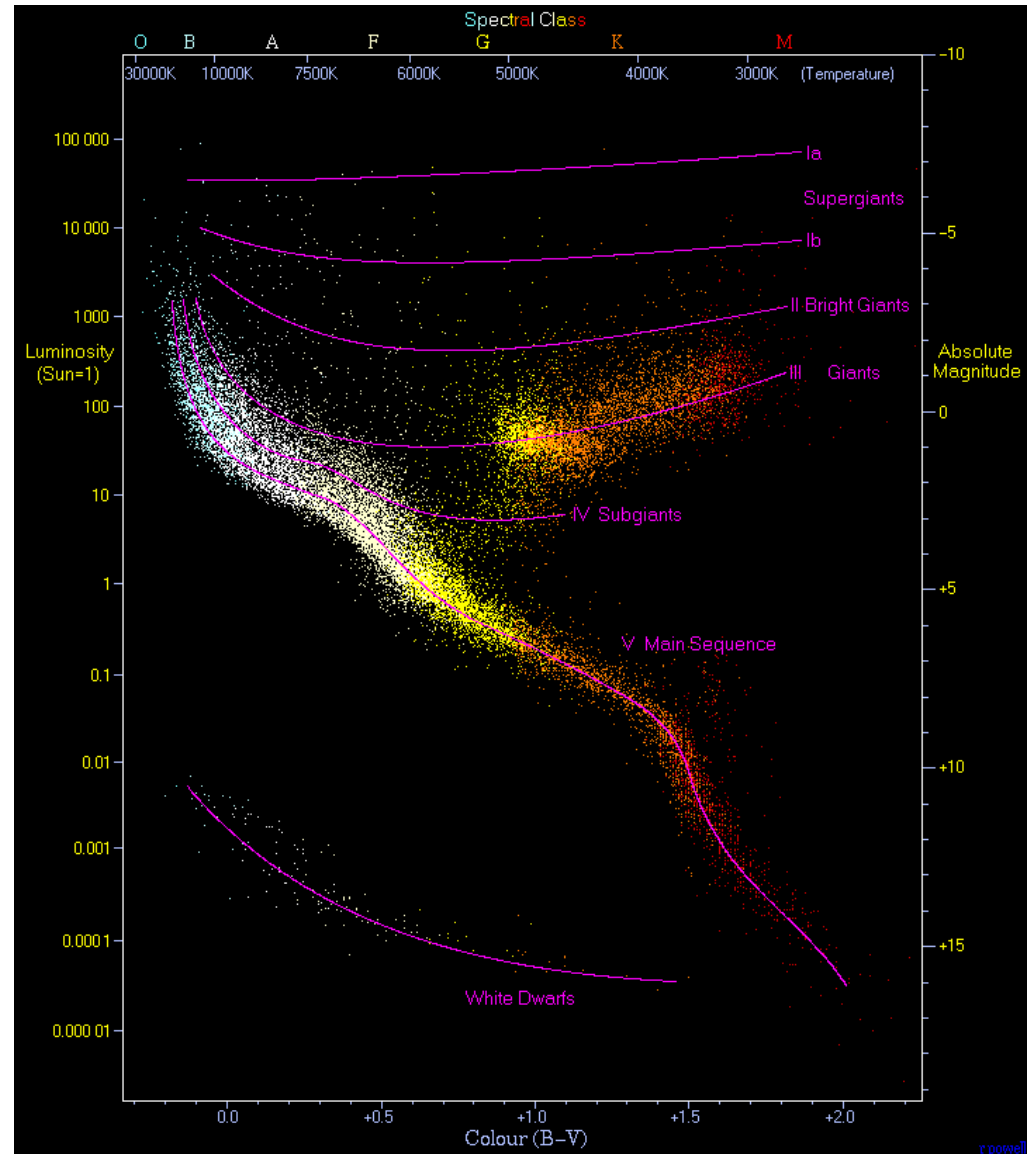
- vztah teplota - svítivost (nebo spektrální typ -  $M_V$ )
- přibližný vztah hmotnost - luminozita:  $L \sim M^4$  (nebo  $M^{3,5}$ ) ← dle měření dvoj\* i modelů \* vývoje

- *přímky konstantních poloměrů* na diagramu: (indikují, zda se hvězda zvětšuje/zmenšuje):

$$L = \sigma T^4 4 \pi R^2$$

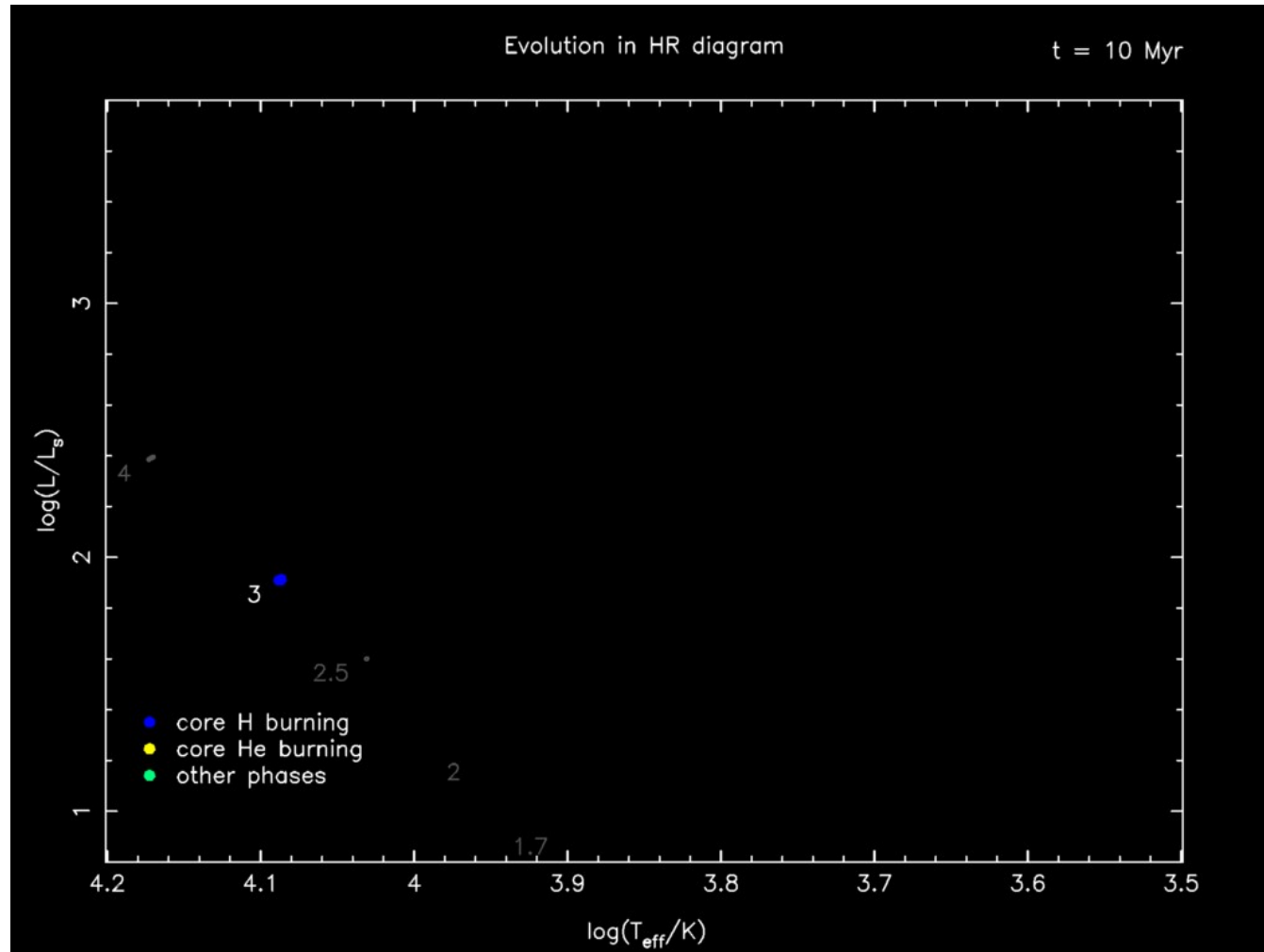
$$L/L_S = (T/T_S)^4 (R/R_S)^2$$

$$\log [L]_{L_S} = 4 \log [T]_{T_S} + 2 \log [R]_{R_S}$$

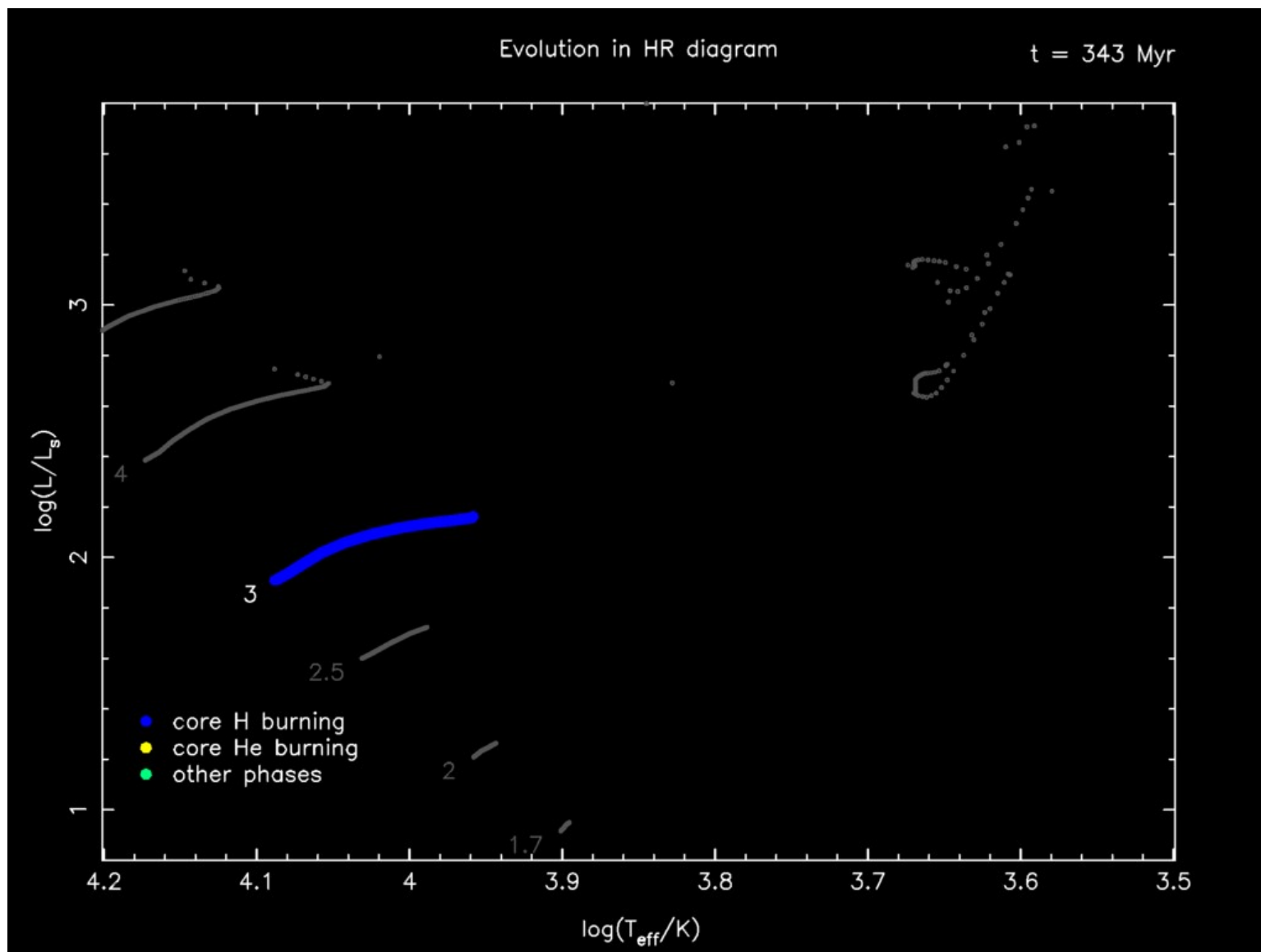




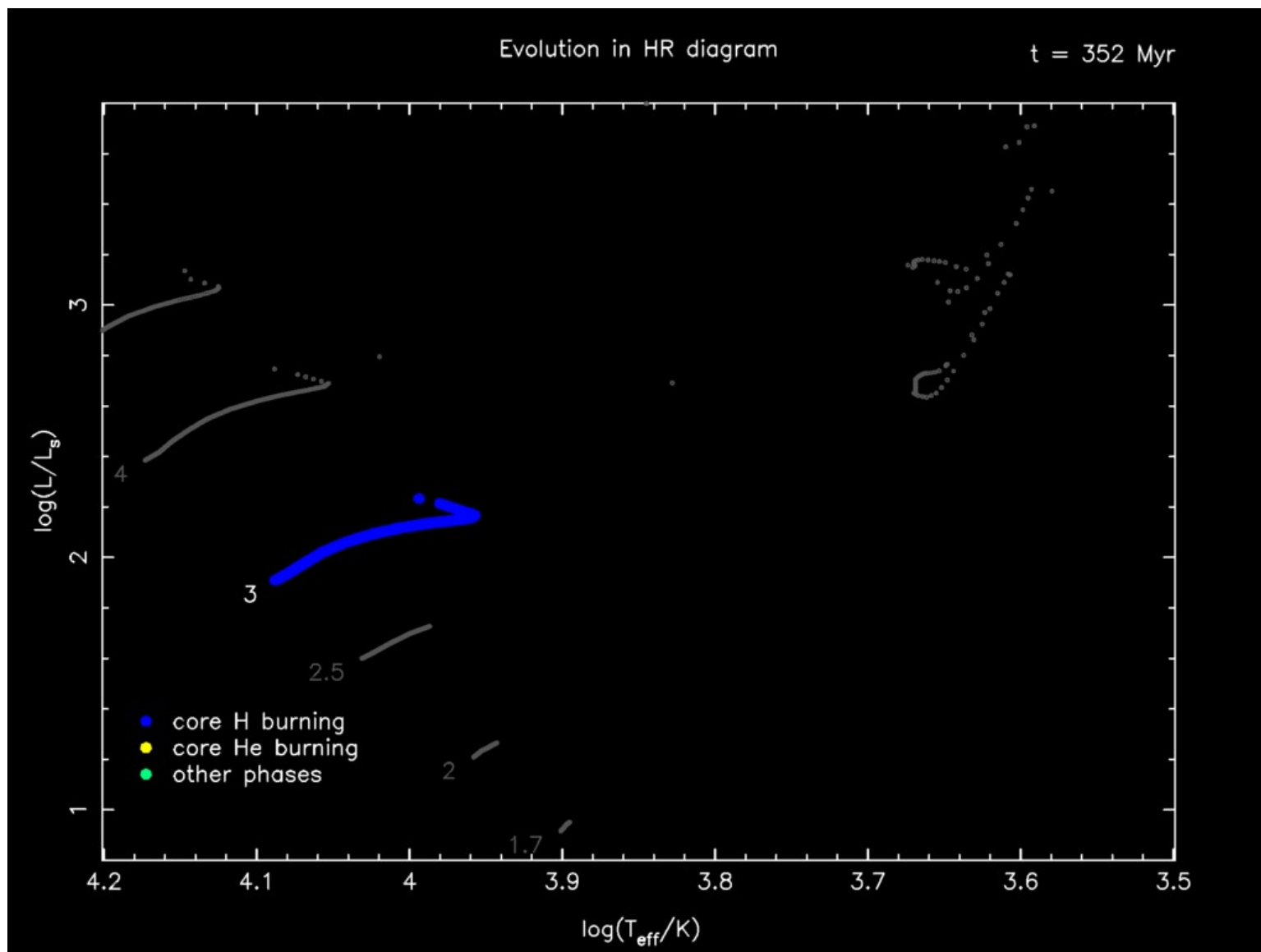
# Příklad vývoje \* s $M = 3M_{\odot}$ a $Z = 0,02$



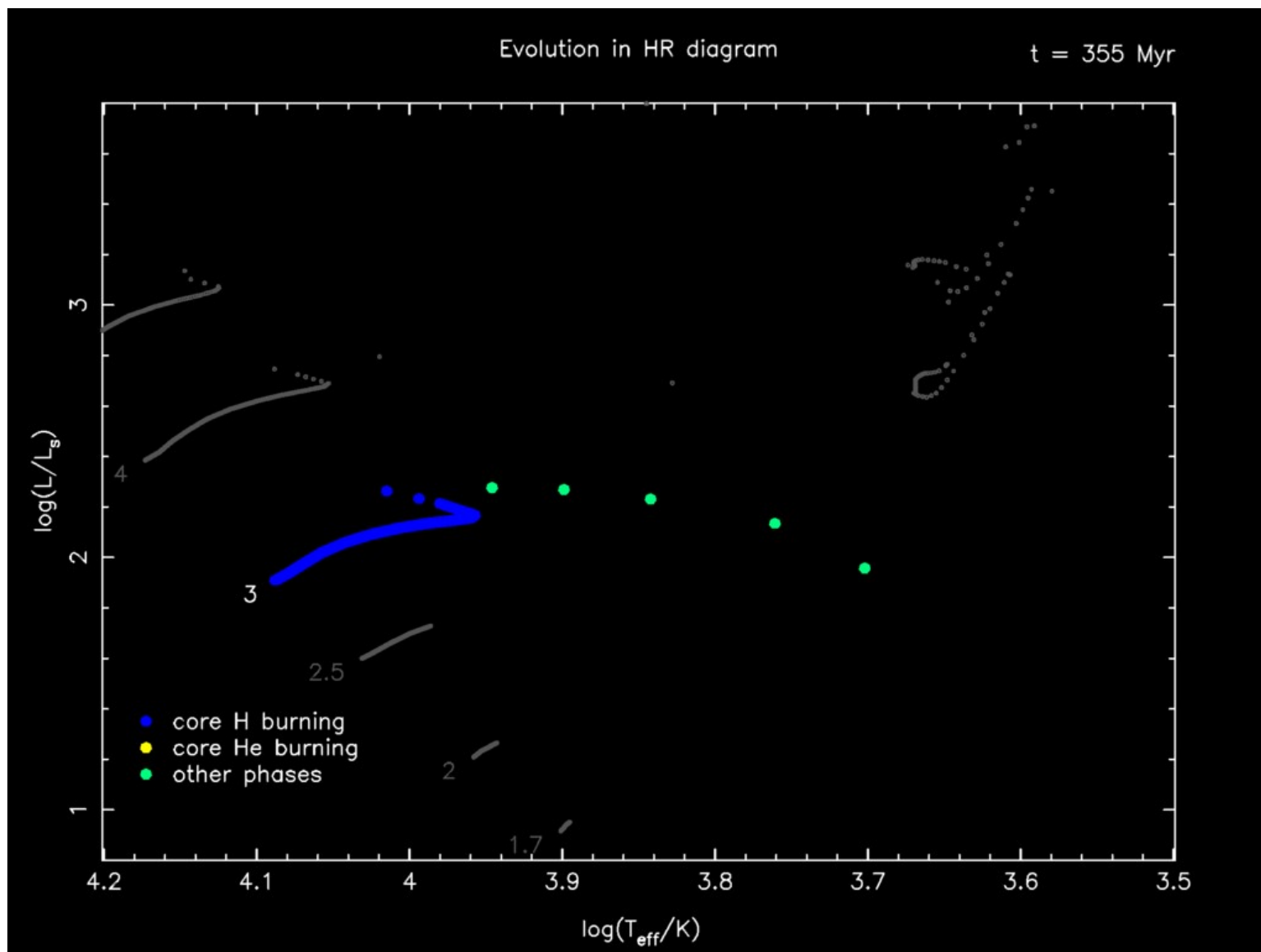
- 0 My - \* se nachází na hlavní posloupnosti nulového stáří; vodík je postupně spotřebováván v centrální oblasti



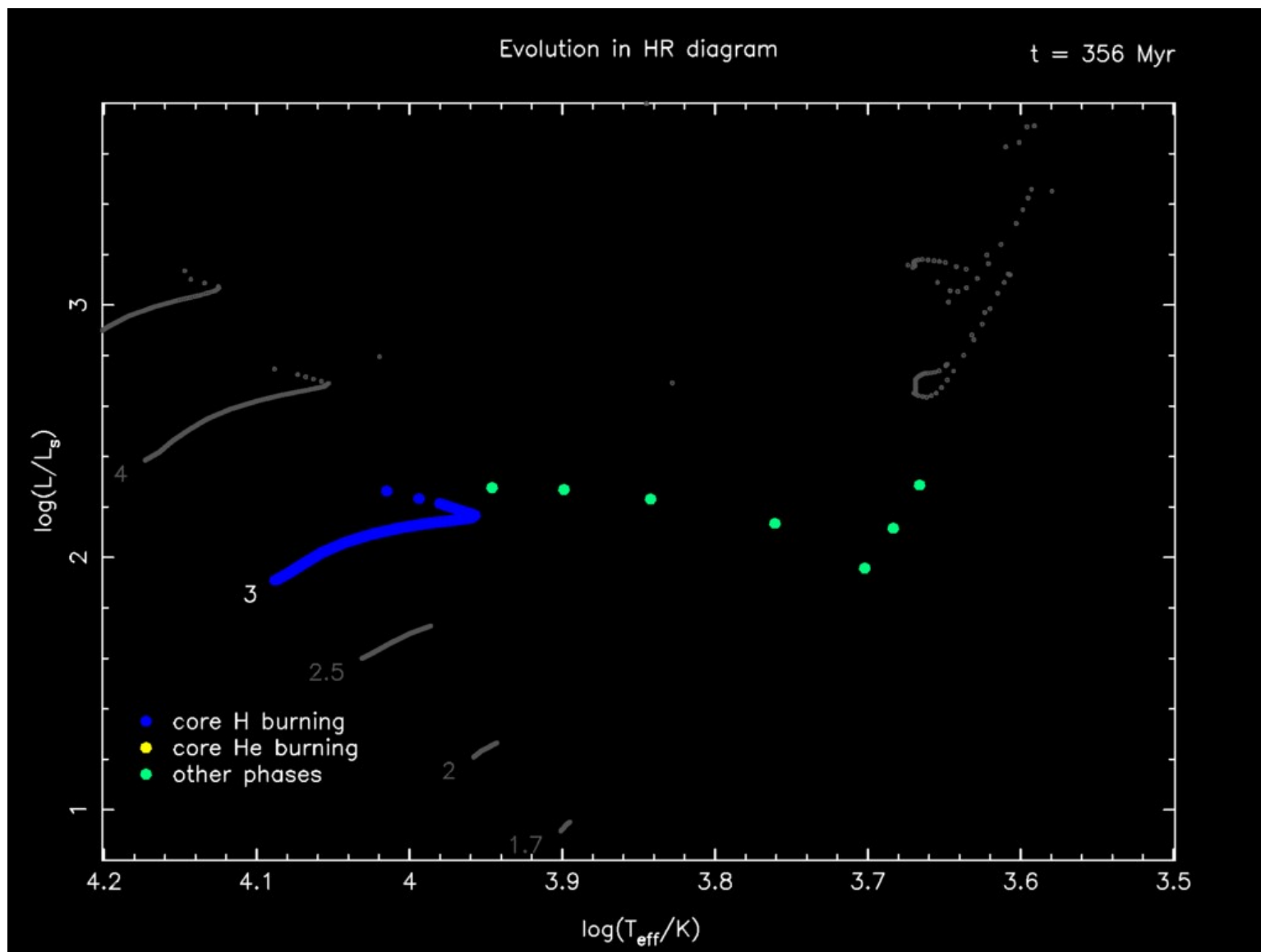
- 345 My - Hmotnostní podíl vodíku klesl v jádře na  $X = 0.05$ . Během těchto 340 My zářivý výkon rostl a efektivní teplota klesala.



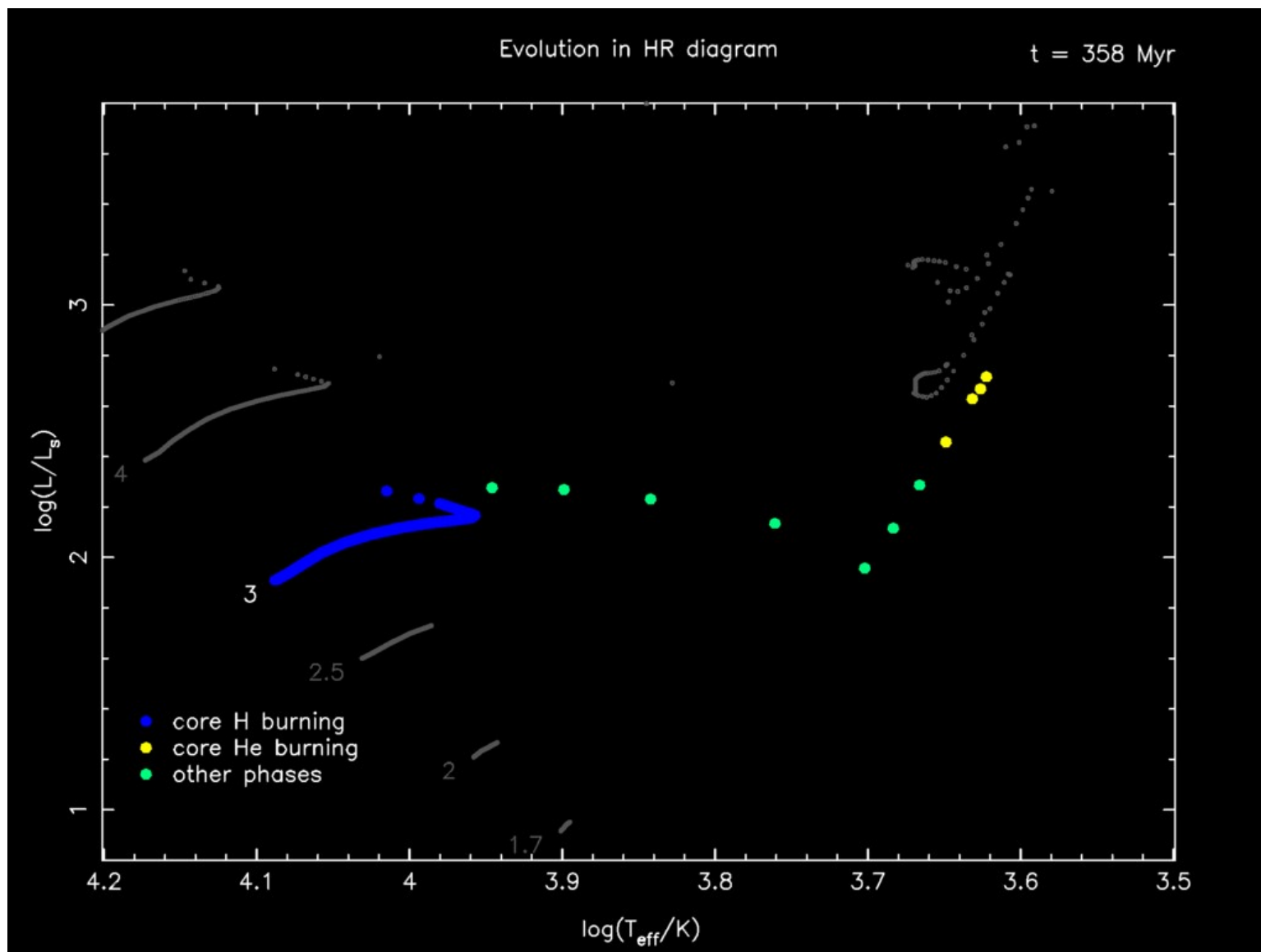
- 352 My - velmi rychle, během 10 My, klesne  $X$  k nule. Přeměny vodíku pak začnou v poměrně tlusté slupce kolem jádra. Následný rychlý vývoj (několik My) způsobuje Hertzsprungovu mezeru.



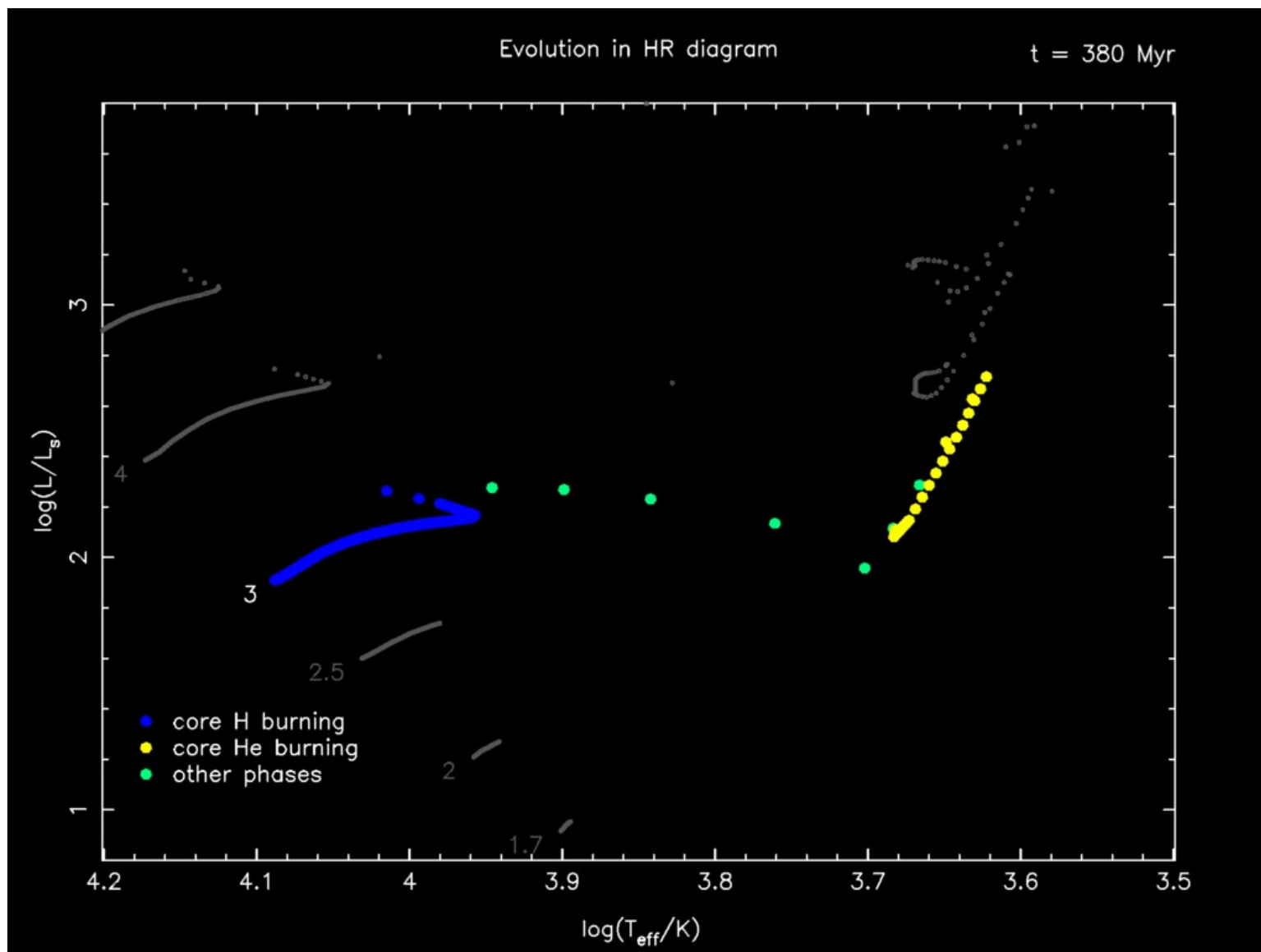
- 355 My - Jádru \* se smrštilo a obálka se rozepnula - \* se stala červeným obrem. Tento bod na HRD leží téměř na Hayashiho čáře. Zároveň se změnami zářivosti a povrchových teplot dochází k velké přestavbě nitra, červený obr je totiž konvektivní od jádra až k povrchu. Nové prvky vytvořené termojadernou syntézou tudíž mohou "vyplavat" na povrch a projevit se ve spektru.



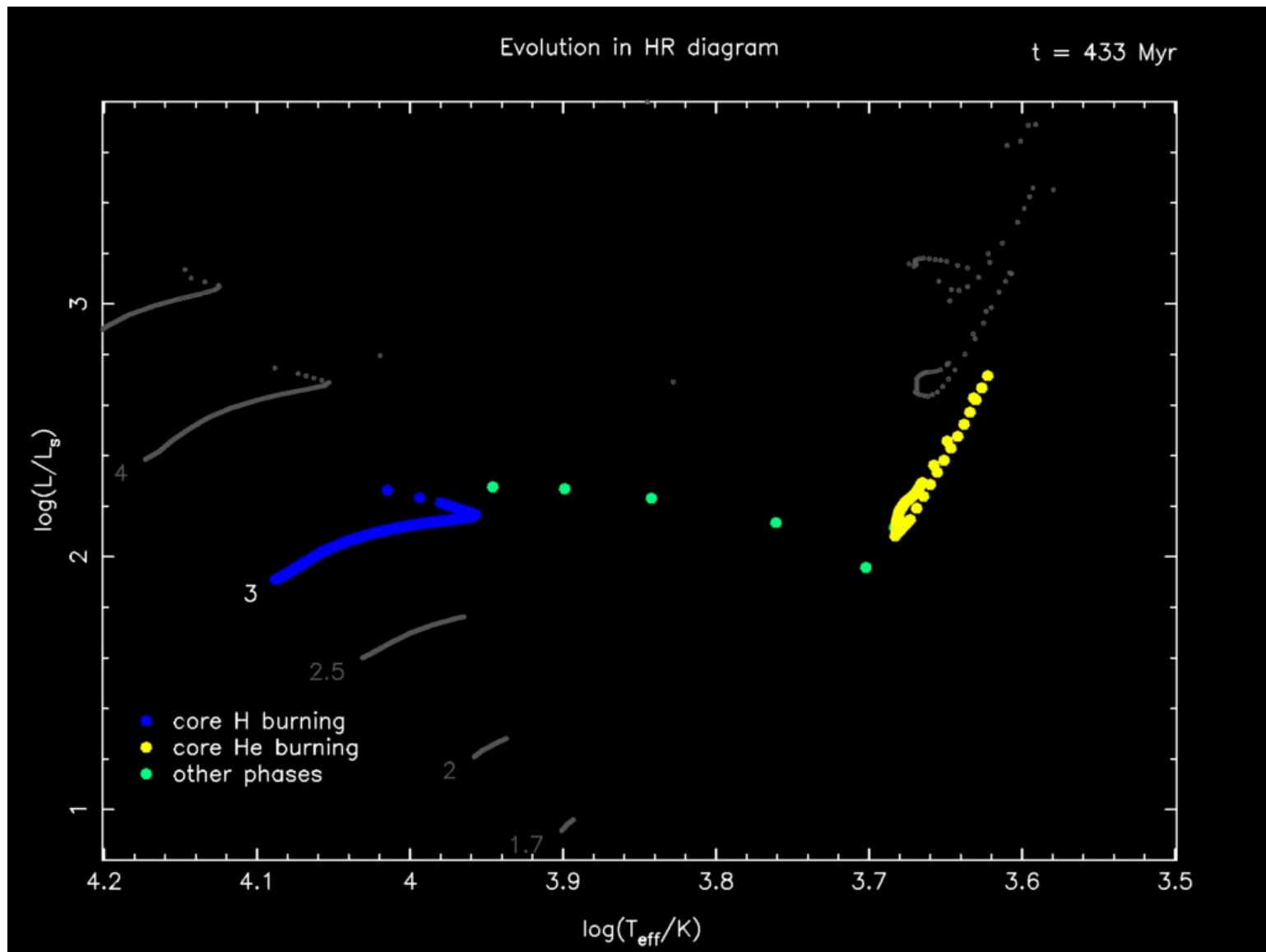
- 356 My - Zapálení hélia v jádře (při teplotě  $10^8 \text{ K}$ ) vede k prudkému růstu zářivého výkonu (héliovému záblesku). Také poloměr \* se podstatně zvětšuje (jak lze vidět z překračování linií konstantních poloměrů na HRD). Tomuto místu na HR diagramu říkáme *větev červených obrů* (RGB).



- 358 My - Růst zářivého výkonu se zastavil, protože jádro se při hoření hélia rozeplulo, čímž ale poklesl tlak a hustota ve slupce a zpomalilo se hoření vodíku (které i v této fázi produkuje většinu energie).

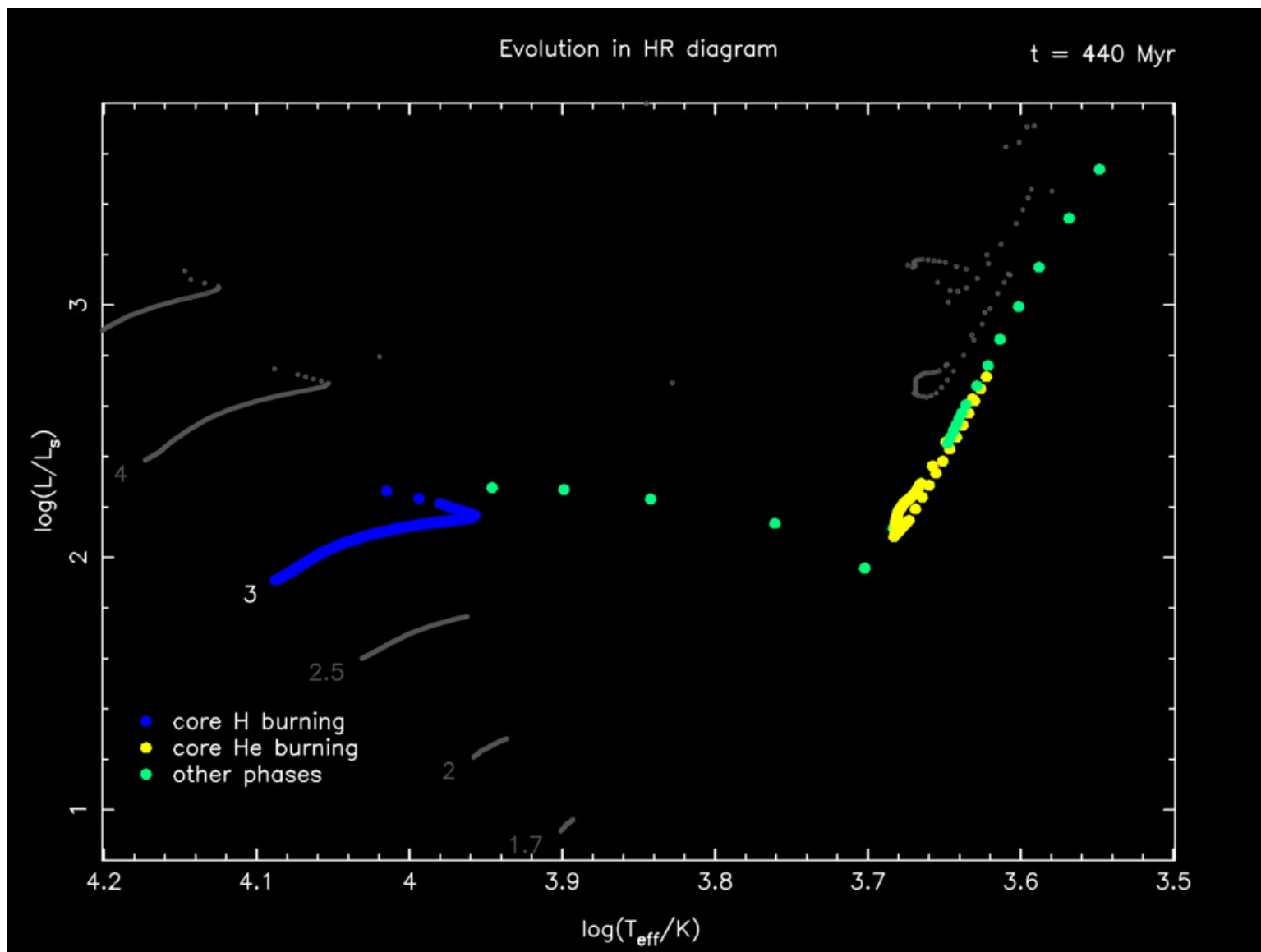


- 380 My - Hoření hélia v jádře trvá přibližně 60 My, tj. 20 % doby, jakou hvězda předtím strávila na hlavní posloupnosti. Vytvářeny jsou i další prvky jako  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ .



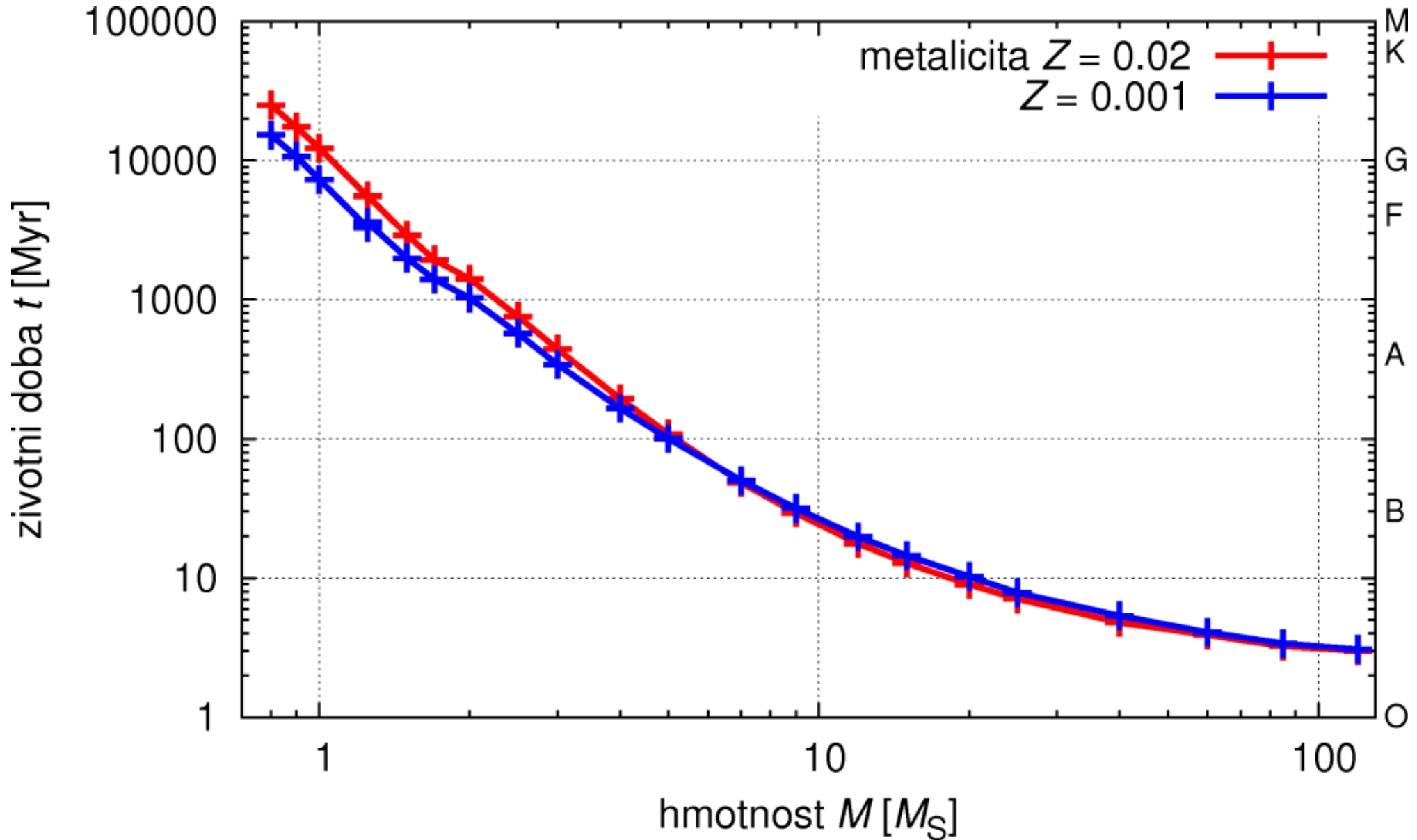
- 433 My - Hélium v jádře je vyčerpáno, 3- $\alpha$  proces začíná ve slupce. Opětovně roste zářivý výkon, \* se dostává na *asymptotickou větev obrů* (AGB).



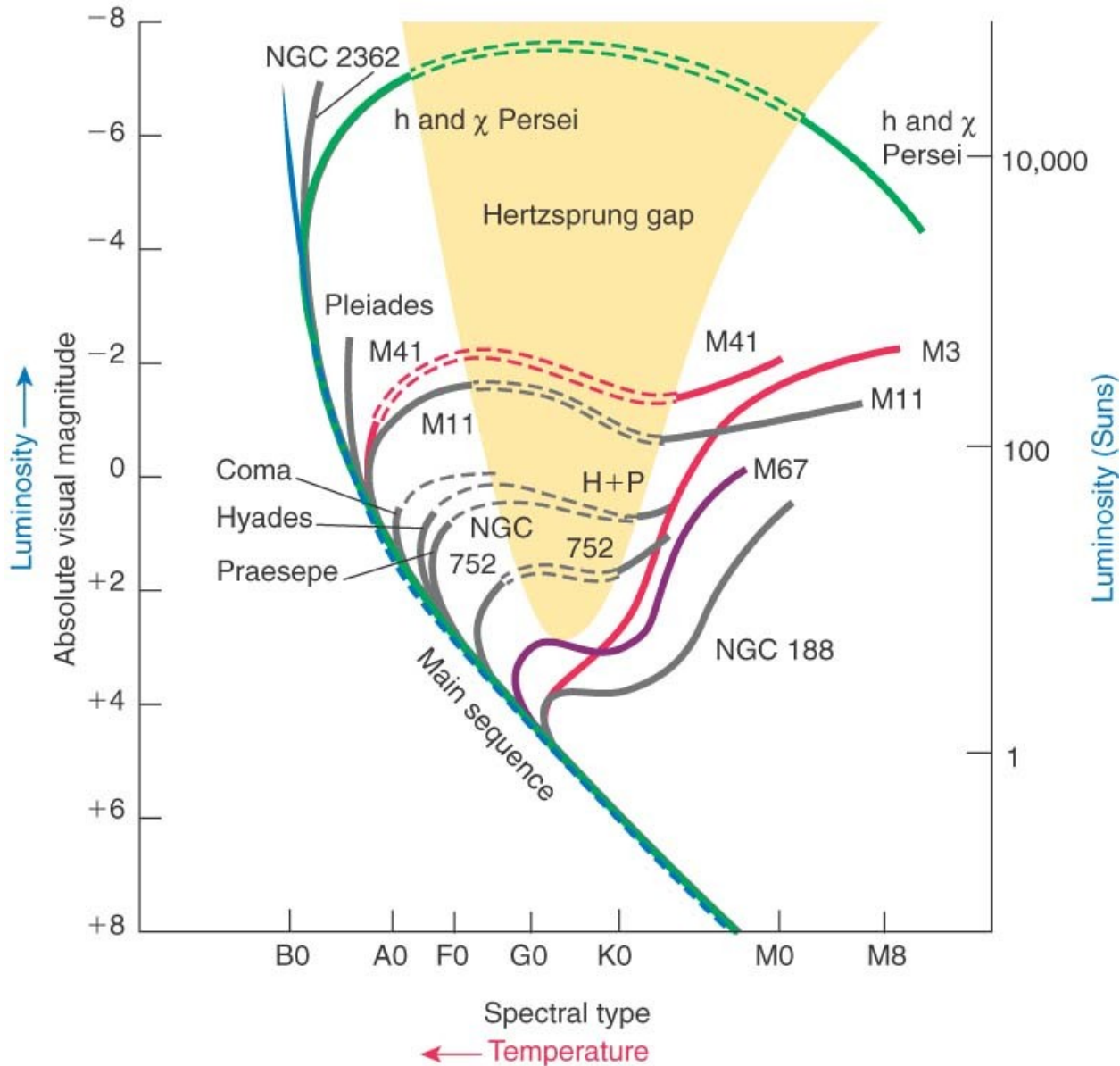


- 440 My - konec modelu vývoje \*
- jiné modely na <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/hr1/>

# Závislost životní doby \* na hmotnosti



# H-R diagram pro hvězdokupy



# Vznik hvězd

- Jeansovo kritérium pro gravitační kolaps:

$$M > M_J = \text{konst.} \left( \frac{kT}{G \mu m_u} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

- Hayashiho linie, Henyeyova linie na HR diagramu

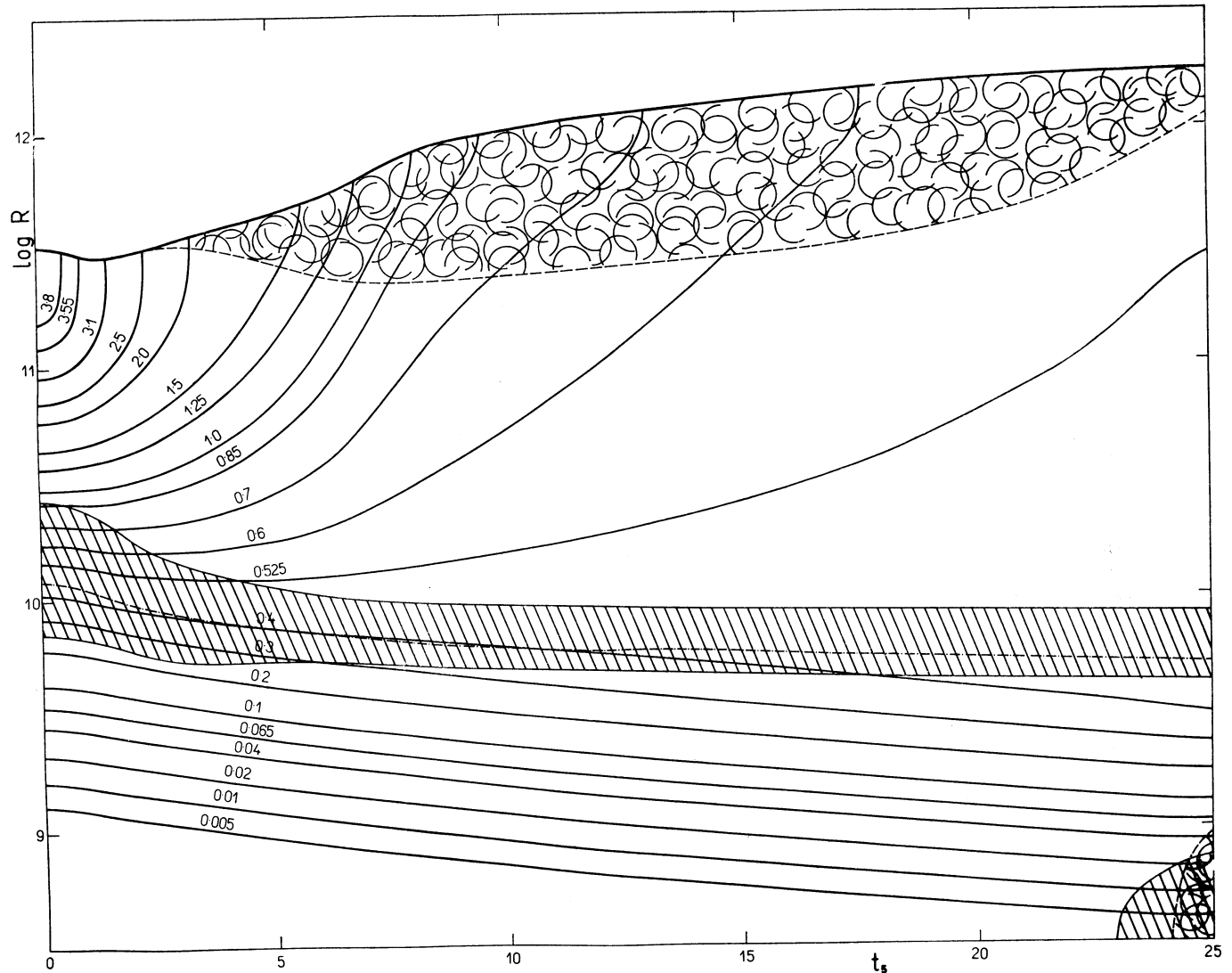
konvektivní nebo zářivý přenos energie, dle opacity

→ hlavní posloupnost nulového stáří (ZAMS)

- ohřev plynu při pádu na kruhovou dráhu ( $v_p > v_k$ )

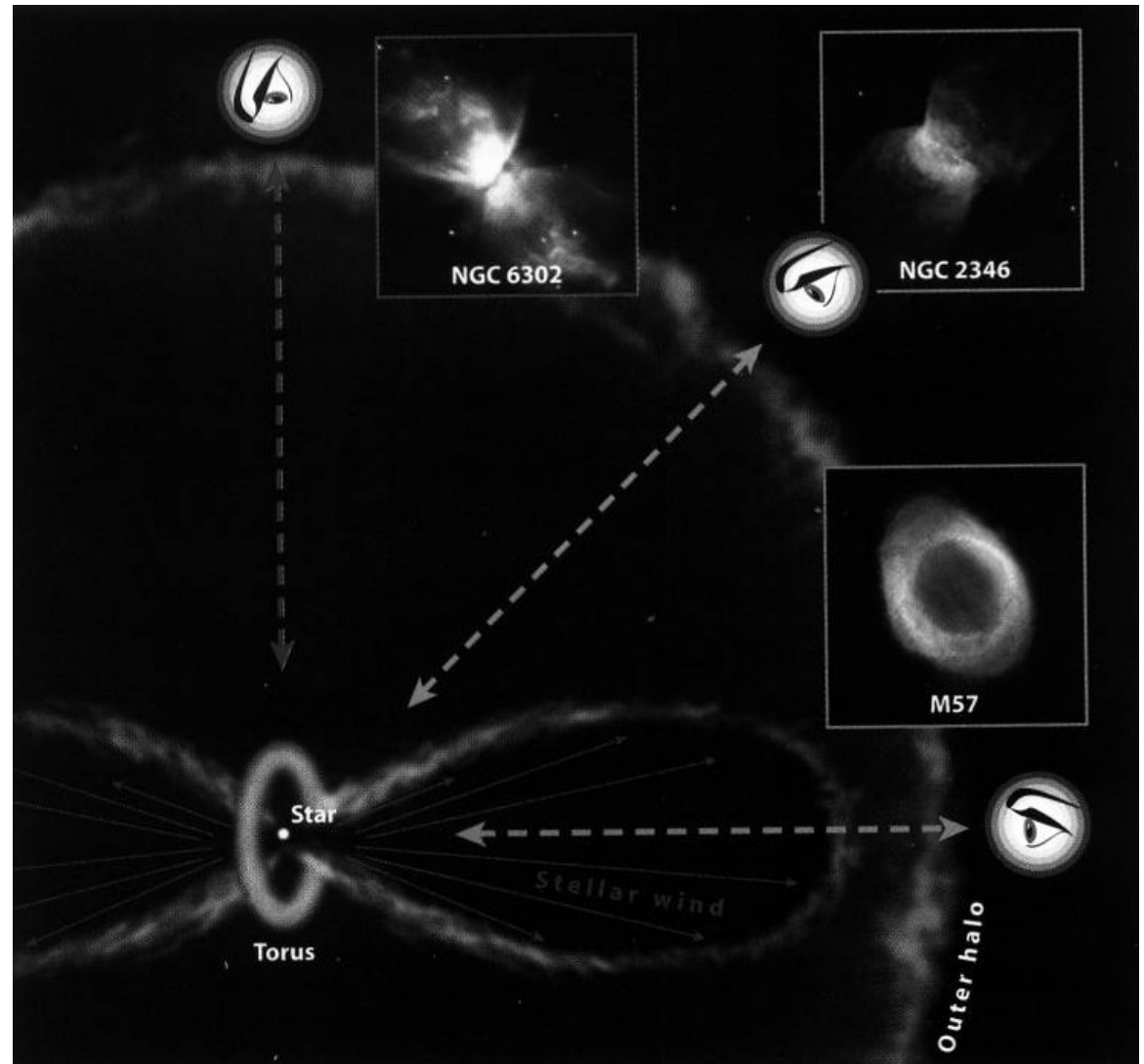
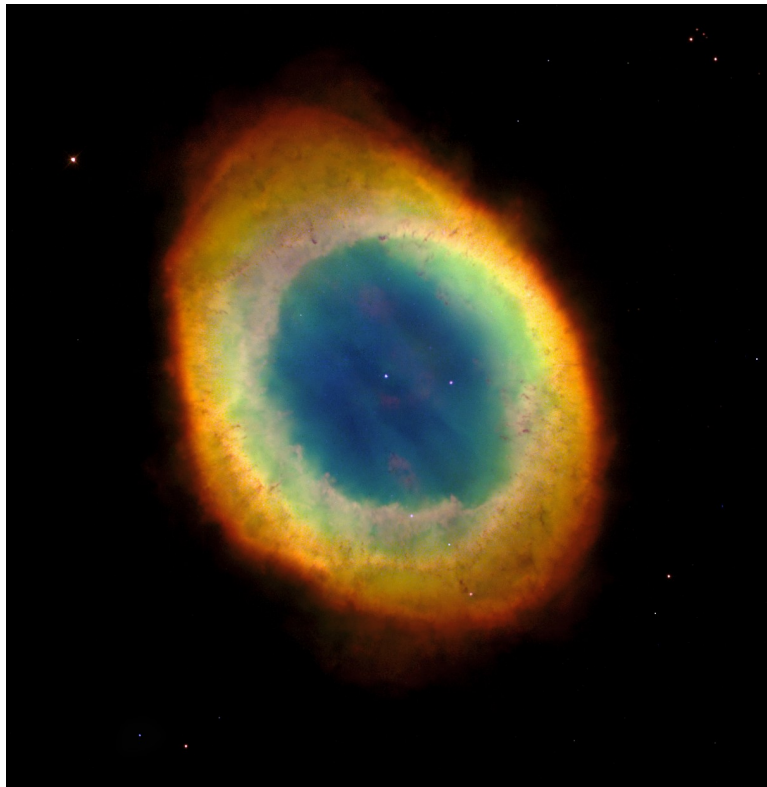
# Interagující dvojhvězdy

- přenos hmoty, Rocheova geometrie, akreční disk ( $\beta$  Lyrae)
- podstatná změna struktury kvůli změně hmotnosti
- *neinteragující* dvojhvězdy jsou dobrým testem modelů vývoje!



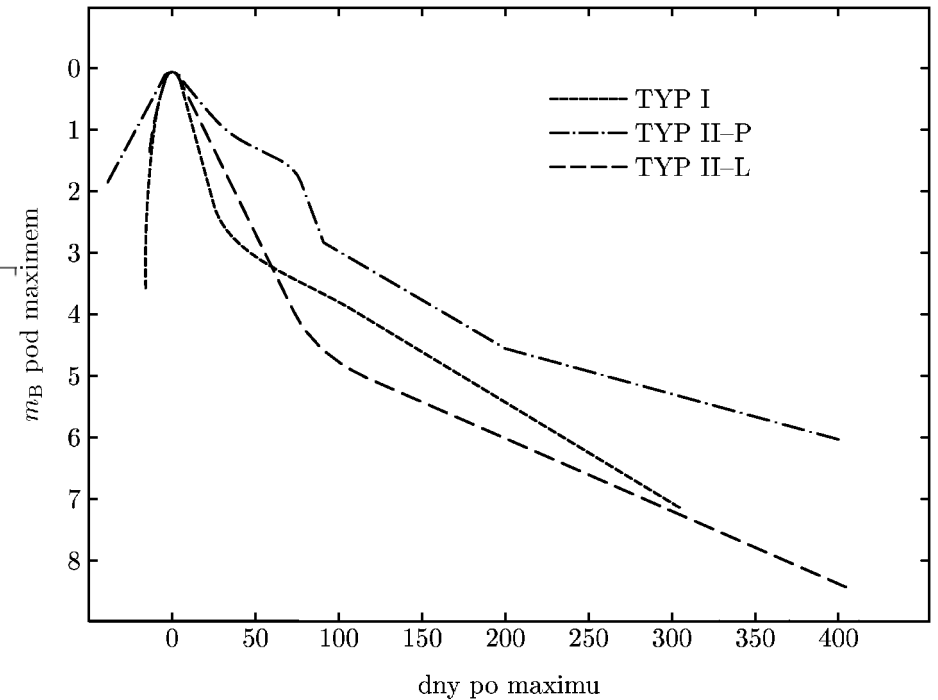
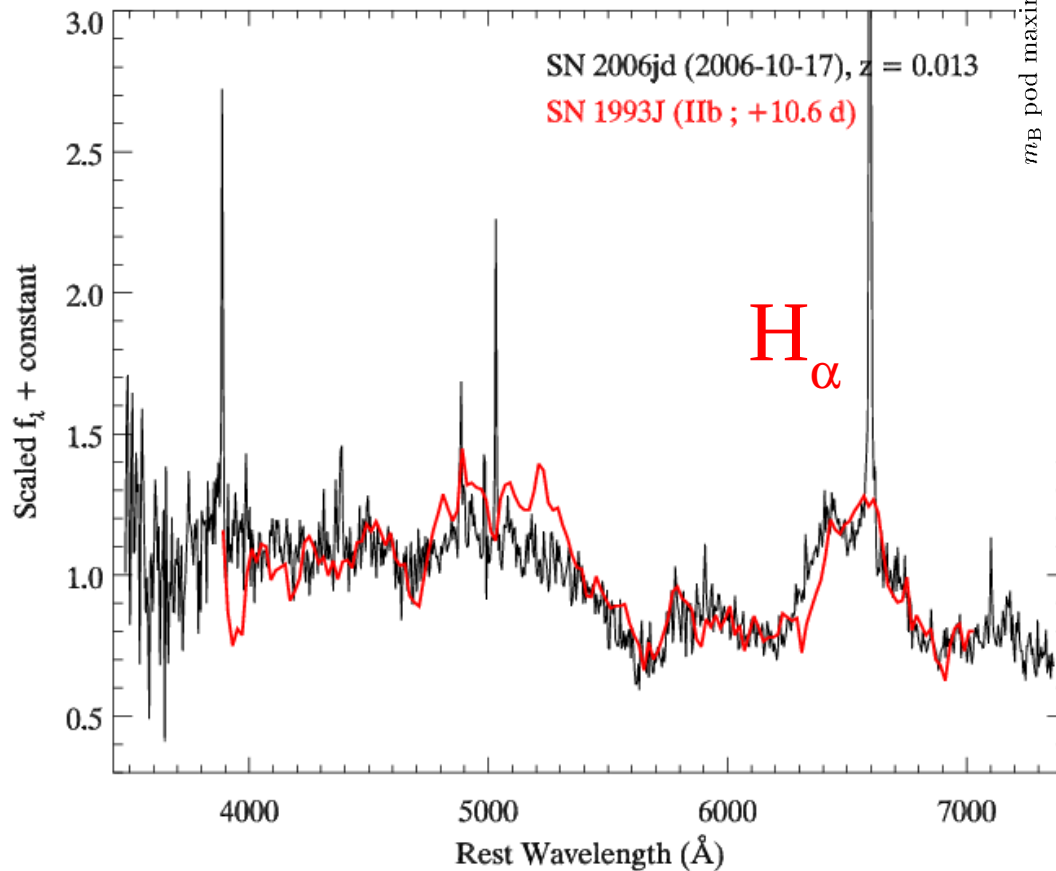
# Zánik hvězd I

- pulzace, novy,  
planetární mlhoviny,  
bílé trpaslíci,  
degenerovaný plyn



# Zánik hvězd II

- supernovy typu II → neutronové hvězdy



- gravitační kolaps (uvolnění  $E_G$ ,  $10^0$  s)
- reakce  $p + e^- \rightarrow n + \nu$   
(neutrina odnášejí 99 % energie!)
- rázová vlna (1 %), nukleosyntéza
- záření (jen 0,01 %), zpoždění  $10^1$  d  
díky rozpadu  $^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$

# Zánik hvězd III

- pulzace,  
hvězdný vítr  
*kontra*  
černé díry!

