

## 2 SOUŘADNICOVÉ SOUSTAVY A JEJICH TRANSFORMACE

### 2.1 Souřadnicové soustavy

Poloha bodu v prostoru je určena souřadnicemi v určitém způsobem definovaném souřadnicovém systému. Souřadnice v takovém systému mohou být různého druhu; v astronomii se zpravidla používají souřadnice sférické (dané dvěma úhly a délkou průvodiče) nebo pravouhlé (dané průměty průvodiče do tří os soustavy). V zásadě lze souřadnicové soustavy používané v astronomii rozdělit do skupin podle dvou hledisek.

a) Podle počátku soustavy:

1. V místě pozemského pozorovatele – topocentrická.
2. V těžišti Země – geocentrická.
3. V těžišti Slunce – heliocentrická.
4. V těžišti sluneční soustavy – barycentrická.
5. V těžišti planety – planetocentrická.

b) Podle orientace základní vztahné roviny a směru:

1. Horizont a místní poledník – obzorníková.
2. Rovník a místní poledník – 1. rovníková.
3. Rovník a jarní bod – 2. rovníková.
4. Ekliptika a jarní bod – ekliptikální.
5. Rovina dráhy a její výstupný uzel – orbitální.

Ne všechny kombinace se ovšem prakticky používají. S výjimkou velice blízkých těles (jako jsou např. umělé družice Země či Měsíc) lze, až na malé korekce z paralaxy, považovat z praktického hlediska topocentrické a geocentrické soustavy za téměř identické; v případě hvězd platí totéž dokonce i o soustavě geocentrické a heliocentrické. V různých aplikacích připadají v úvahu zejména tyto soustavy:

a) *Obzorníková (horizontální) soustava.* Základní rovinou je rovina místního horizontu a základním směrem její průsečnice s rovinou místního poledníku. Souřadnice jsou azimut ( $A$ ) a zenitová vzdálenost ( $z$ ), popříp. výška nad obzorem ( $h$ ), což je doplněk zenitové vzdálenosti do  $90^\circ$ . Azimut počítáme od jižní větve poledníku kladně směrem na západ (v intervalu od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ ), zenitovou vzdálenost směrem od zenitu přes horizont k nadiru, tedy v intervalu od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ , výšku nad obzorem od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ .

b) 1. *rovníková (ekvatorální) soustava*. Základní rovinou je rovina rovníku a základním směrem její průsečnice s rovinou místního poledníku. Souřadnice jsou hodinový úhel ( $t$ ) a deklinace ( $\delta$ ). Hodinový úhel měříme v rovině rovníku kladně na západ v intervalu od 0h do 24h, od jižní větve místního poledníku, deklinace se měří kolmo k rovině rovníku v intervalu od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ , kladně směrem severním. Občas se namísto deklinace používá pólová distance, měřená od severního pólu, a tedy rovná doplňku deklinace do  $90^\circ$ .

c) 2. *rovníková (ekvatorální) soustava*. Základní rovinou je rovina rovníku a základním směrem její průsečnice s rovinou ekliptiky (spojnice jarního a podzimního bodu). Souřadnice jsou rektascenze ( $\alpha$ ) a deklinace ( $\delta$ ). Rektascenzi počítáme v rovině rovníku kladně od jarního bodu směrem na východ v intervalu od 0h do 24h. Obě rovníkové soustavy se liší jednak tím, že vzájemně rotují s periodou jednoho hvězdného dne, jednak tím, že jejich první souřadnice jsou orientovány v opačném smyslu.

d) *Ekliptikální soustava*. Základní rovinou je rovina dráhy Země kolem Slunce (ekliptika), základním směrem v ní je směr k jarnímu bodu. Souřadnice jsou délka ( $\lambda$ ) a šířka ( $\beta$ ). Délku měříme od jarního bodu kladně směrem východním v rovině ekliptiky v intervalu  $0^\circ - 360^\circ$ , šířka se měří kolmo k ekliptice kladně na sever v intervalu od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ .

## 2.2 Transformace souřadnic

Pokud se jedná o transformaci mezi dvěma souřadnicovými soustavami s tímtéž počátkem, tedy o pouhou rotaci, lze ji provádět buď přímo ve sférických souřadnicích, nebo v souřadnicích pravouhlých. Jde-li však navíc ještě o změnu počátku, tedy o translaci, je druhý způsob bezesporu mnohem výhodnější; při použití osobního počítače nepředstavuje žádný problém ani z praktického hlediska. Obecnou rotaci souřadnicové soustavy lze vždy popsat maximálně třemi po sobě následujícími jednoduchými rotacemi kolem tří různých os. Každá z těchto rotací vede k transformaci, kterou lze vyjádřit násobením vektoru definujícího pravouhlé souřadnice bodu v dané soustavě, tzv. rotační maticí. Označíme-li symbolem  $\theta$  úhel otočení, jsou příslušné rotační matice v pravotočivé soustavě rovny

$$\mathbf{R}_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{pro otočení kolem osy } x,$$

$$\mathbf{R}_2(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{pro otočení kolem osy } y,$$

$$\mathbf{R}_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{pro otočení kolem osy } z.$$

Obecná rotace souřadnicové soustavy je tedy pak dána násobkem až tří shora uvedených rotačních matic.

*Transformace ve sférických souřadnicích* je výhodná, jde-li o soustavy o stejném počátku. V takovém případě se délka průvodiče nemění a transformace se týká pouze úhlových veličin. Při převodu mezi obzorníkovými a ekvatoreálními souřadnicemi jde o otočení kolem osy kolmé k rovině místního poledníku o úhel  $90^\circ - \varphi$  ( $\varphi$  značí zeměpisnou šířku, vztah mezi hodinovým úhlem a rektascenzí je dán rovnicí  $t = S - \alpha$ , kde  $S$  je místní hvězdný čas). Transformace oběma směry je dána řešením nautického trojúhelníka o vrcholech ve světovém pólu  $P$ , místním zenitu  $Z$  a pozorovaném objektu  $O$  (viz obr. 1):

$$\sin z \cos A = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t,$$

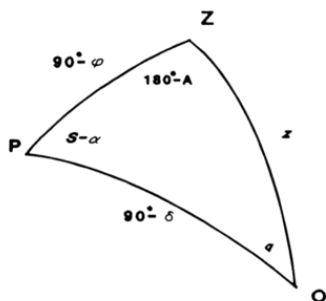
$$\sin z \sin A = \cos\delta \sin t,$$

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t,$$

$$\cos\delta \cos t = \cos\varphi \cos z + \sin\varphi \sin z \cos A,$$

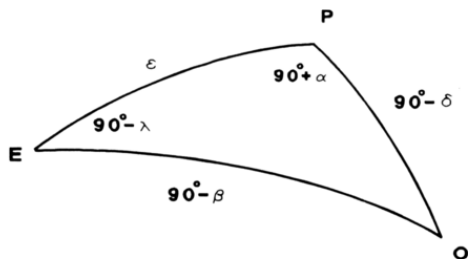
$$\cos\delta \sin t = \sin z \sin A,$$

$$\sin\delta = \sin\varphi \cos z - \cos\varphi \sin z \cos A.$$



Obr. 1 Nautický trojúhelník

Převod mezi ekvatoreálními a ekliptikálními souřadnicemi je dán otočením kolem spojnice jarního a podzimního bodu o úhel  $\varepsilon$  (sklon ekliptiky, jehož hodnota je časově proměnná vlivem precese a nutace – viz dále) naznačeného na obr. 2 (E je pól ekliptiky, P světový pól a O pozorovaný objekt):



Obr. 2 Vztah mezi ekliptikální a rovníkovou soustavou.

$$\begin{aligned}\cos\delta \cos\alpha &= \cos\beta \cos\lambda, \\ \cos\delta \sin\alpha &= -\sin\beta \sin\varepsilon + \cos\beta \sin\lambda \cos\varepsilon, \\ \sin\delta &= \sin\beta \cos\varepsilon + \cos\beta \sin\lambda \sin\varepsilon,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos\beta \cos\lambda &= \cos\delta \cos\alpha, \\ \cos\beta \sin\lambda &= \sin\delta \sin\varepsilon + \cos\delta \sin\alpha \cos\varepsilon, \\ \sin\beta &= \sin\delta \cos\varepsilon - \cos\delta \sin\alpha \sin\varepsilon.\end{aligned}$$

*Transformace v pravouhlých souřadnicích.* Označíme-li vektory v pravouhlé obzorníkové soustavě jako  $X_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ , v 1. rovníkové jako  $X_{r1} = (x_{r1}, y_{r1}, z_{r1})^T$ , ve 2. rovníkové jako  $X_{r2} = (x_{r2}, y_{r2}, z_{r2})^T$  a v ekliptikální

jako  $X_e = (x_e, y_e, z_e)^T$ , jsou jejich složky v pravotočivé soustavě rovny (je-li  $r$  průvodič):

$$\begin{aligned} x_o &= r \sin z \cos A, & x_{r1} &= r \cos\delta \cos t, \\ y_o &= -r \sin z \sin A, & y_{r1} &= -r \cos\delta \sin t, \\ z_o &= r \cos z, & z_{r1} &= r \sin\delta, \\ \\ x_{r2} &= r \cos\delta \cos\alpha, & x_e &= r \cos\beta \cos\lambda, \\ y_{r2} &= r \cos\delta \sin\alpha, & y_e &= r \cos\beta \sin\lambda, \\ z_{r2} &= r \sin\delta, & z_e &= r \sin\beta. \end{aligned}$$

Zde jsme ovšem uvážili, že azimut a hodinový úhel mají opačnou orientaci než rektascenze a délka, a změnili jsme znaménka souřadnice  $y$  v prvních dvou soustavách. Transformace mezi jednotlivými soustavami (o stejném počátku) jsou potom dány maticovými rovnicemi

$$X_o = R_2(90^\circ - \varphi) \cdot X_{r1}, \quad X_{r1} = R_3(S) \cdot X_{r2}, \quad X_{r2} = R_1(-\varepsilon) \cdot X_e,$$

a tedy

$$\begin{aligned} x_o &= x_{r1} \sin\varphi - z_{r1} \cos\varphi, & x_{r1} &= x_o \sin\varphi + z_o \cos\varphi, \\ y_o &= y_{r1}, & y_{r1} &= y_o, \\ z_o &= x_{r1} \cos\varphi + z_{r1} \sin\varphi, & z_{r1} &= x_o \sin\varphi - z_o \cos\varphi, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{r1} &= x_{r2} \cos S + y_{r2} \sin S, & x_{r2} &= x_{r1} \cos S - y_{r1} \sin S, \\ y_{r1} &= -x_{r2} \sin S + y_{r2} \cos S, & y_{r2} &= x_{r1} \sin S + y_{r1} \cos S, \\ z_{r1} &= z_{r2}, & z_{r2} &= z_{r1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{r2} &= x_e, & x_e &= x_{r2}, \\ y_{r2} &= y_e \cos\varepsilon - z_e \sin\varepsilon, & y_e &= z_{r2} \sin\varepsilon + y_{r2} \cos\varepsilon, \\ z_{r2} &= y_e \sin\varepsilon + z_e \cos\varepsilon, & z_e &= z_{r2} \cos\varepsilon - y_{r2} \sin\varepsilon. \end{aligned}$$

Translace v pravouhlých souřadnicích je velice snadná; tak např. převod mezi geocentrickou ( $x_g, y_g, z_g$ ) a heliocentrickou ( $x_h, y_h, z_h$ ) soustavou, známe-li geocentrické souřadnice Slunce  $X, Y, Z$ , je dán jednoduchými rovnicemi:

$$x_g = x_h + X, \quad y_g = y_h + Y, \quad z_g = z_h + Z.$$

Podobné vztahy platí i pro translace mezi ostatními soustavami.