

posunutí jen o jednu stotisícinu milimetru, a zrcadlo, které se otáčí na složité soustavě podpěr a pák, ztratilo svůj parabolický tvar a není už příhodné pro pozorování.

„Svobodné tvoření“ místo fakt. Je zvláštní, že ztroskotání nadějí na nový dalekohled velmi málo roztrpčilo americké astronomy.

Ústřední postavou současné buržoasní vědy není pozorovatel a experimentátor, sbírající trpělivě fakta, ale její učený theoretik, který „svobodně tvoří“ u svého psacího stolu a zanedbáváje fakta, sestruje na papíře fantastické modely nebeských těles, hvězdných soustav a celých vesmírů.

Ne fakta, která jsou podle Pavlovových slov „vzduchem vědce“, ale fantazie je hlavním pramenem pro theoretické konstrukce buržoasní astronomie. Bondy, Gould a Hoyle zbytečně netvrdí, že se hmota světa tvoří neustále „z něčeho“. Není náhodou, když německý fyzik Pascal Jordan, žijící v Americe, vykládá, že prostor vytváří čas od času pětirozměrné „vrásky“ a že se v těchto vráskách rodí hvězdy, a zase z něčeho. Velmi populární byly také myšlenky Georgea Gamova, který „objevil“, že hvězdy vznikly dříve než prostor a že svět je perpetuum mobile prvního druhu, kde se energie tvoří z něčeho.

O přezírání vnějšího světa je jen krok k jeho popření. Nedávno zemřelý astrofyzik a filosof James Jeans prohlásil před krátkým časem, že „mluvit o tom, jaké místo zaujímá elektron v prostoru, je stejně nesmyslné, jako mluvit o tom, jaké místo zaujímají v prostoru strach, neklid nebo nejistota“. A dále pokračoval: „Všechny konkrétní detaily obrazu světa: jablka, hrůšky, banány, ether, atomy a elektrony jsou jen pokrývky, které zdobí naše matematické symboly. K přírodě nepřisluší, ale jsou jako biblická přirovnání, kterými chceme učinit přírodu postžitelnou... Bůh stvořil ve fyzice matematiku a lidé všechno ostatní...“

„Ne!“ odpovídá sovětská věda. „Ne!“ odpovídá na toto vytí šamanů sovětská věda, která ovládá universální zbraň, dialektický materialismus. „Ne, na světě není nic nepoznatelného, jsou jenom věci zatím nepoznané. Tam, kde věra probodává ostrá jehla osamoceního vědce hustou clonu, oddělující od lidstva nepoznanou část vesmíru, pracuje nyní mnoho tisíc učenců, kteří pronikají do tajů světa svým aktivním zrakem. A zítřka strhneme docela tento pověstný záves, neboť s novou dobou komunismu přichází na směnu našemu, ještě nedokonalému poznání vševědnoucí a všemohoucí věda budoucnosti!“

V dnešní sovětské astronomii už můžeme rozeznat první paprsky jejího budoucího rozkvetu, protože jejich charakteristickou známkou, která ji tak ostře odlišuje od buržoasní vědy, je materialistický světový názor, mohutná metoda dialektického materialismu a těsné spojení, nebo lépe řečeno, **jednota teorie a praxe.** [...]

[1] ANDREJEV, Cyríl *Astronomie zítřka*. Mladý technik, VI., 18/1952. [Citováno ze strany 304]. Z „Techniky mloděži“ přeložila H. Zachová.

Obsah

strana

Miroslav Brož: <i>Astronomický kurz (6) — Měsíce a slapy</i>	4
Petr Horálek: <i>Vydařená expedice za úplným zatměním Měsíce 21. 2. 2008</i> ..	19
Martin Cholasta: <i>Děni na obloze v březnu 2008</i>	24
Karel Bejček: <i>Ze starých tisků XV.</i>	25
<i>Program Hvězdárny a planetária v Hradci Králové</i>	27



Titulní strana: Měsíc Io s aktivním vulkánem pozadí Jupitera; snímek Hubblovým kosmickým dalekohledem z roku 1997. © J. Spencer (Lowell Observatory), WFPC2, HST, NASA. K článku na str. 4.

Co jsou to slapy? Obecně je to působení síly, která se *mění v objemu tělesa*, a může tak způsobit změny jeho tvaru. Například gravitační síla působená Měsícem je různá v různých místech Země (v hmotném středu, v bodě nejbližší Měsíci, v bodě nejdál od Měsíce, ...); podle Newtonova gravitačního zákona má síla různou velikost i směr, neb se různí polohový vektor $\mathbf{r}_{\oplus\text{C}} = r\hat{r}$:

$$\mathbf{F}_g = G \frac{m_{\text{,kousku } \oplus} M_{\text{C}}}{r^2} \hat{r}. \quad (1)$$

Způsobuje proto deformace zemského tělesa. Připomeňme, že zrychlení můžeme vypočítat podle II. Newtonova pohybového zákona jako $\mathbf{a}_g = \frac{\mathbf{F}_g}{m}$.



Obr. 1 — Různá gravitační zrychlení Měsíce působící na Zemi.

Jak odhadnout *velikost slapy*? Docela jednoduše — jako rozdíl mezi gravitací Měsíce na dvou různých místech Země (například v bodě nejbližším Měsíci a v hmotném středu):

$$\begin{aligned} \delta a_g &= \frac{GM_{\text{C}}}{(r + R_{\oplus})^2} - \frac{GM_{\text{C}}}{r^2} = GM_{\text{C}} \underbrace{\left(\frac{-2rR_{\oplus}}{(r + R_{\oplus})^2 r^2} - \frac{2GM_{\text{C}}}{r^3} R_{\oplus} \right)}_{\simeq -r^4} \simeq -2rR_{\oplus} \frac{2GM_{\text{C}}}{r^3} R_{\oplus} \simeq -2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \\ &\quad \cdot \frac{3,8 \cdot 10^8}{3,8 \cdot 10^8} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \simeq -10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \simeq -10^{-7} g. \end{aligned} \quad (2)$$

Nebo to při $R_{\oplus} \ll r$ můžeme udělat elegantněji — spočítáme *gradient* a_g uprostřed Země a pak tento gradient vynásobíme poloměrem Země R_{\oplus} :

$$\nabla_r a_g = \frac{da_g}{dr} = -\frac{2GM_{\text{C}}}{r^3} \Rightarrow \delta a_g = -\frac{2GM_{\text{C}}}{r^3} R_{\oplus}. \quad (3)$$

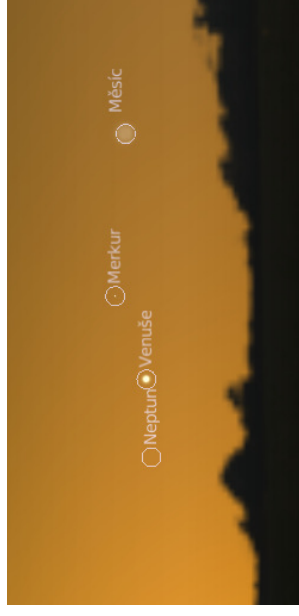
Zde je vidět, proč se říká, že slapy klesají se vzdáleností jako $\frac{1}{r^3}$ (tedy strměji než gravitační síla $\frac{1}{r^2}$).

Země–Měsíc

Slapové působení v soustavě Země–Měsíc popíšeme ve třech krocích:

vyrovnaný (zprava) Měsíc, Merkur a Venuše. Dále za Venuši se bude nacházet Neptun, který by teoreticky mohl být vidět v dalekohledu, ale světla bude již poměrně dost.

Obr. 20 — Konjunkce Měsíce, Merkuru a Venuše 5. 3.



15. 3. bude možné pozorovat v ranních hodinách nad západním obzorem konjunkci Měsíce s Marsem. V březnu upozorníme ještě na konjunkci Měsíce se Saturnem, a to 19. 3.

[1] PŘÍHODA, P. aj. *Hvězdářská ročenka 2008*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2007..

Ze starých tisků XV.

Karel Bejček

[...] **Gigantomanie — neduh americké vědy.** Co přinutilo Američany, kteří investovali do palomarského gigantu velké finanční prostředky, k demontáži docela nového dalekohledu, necelý rok po jeho instalování? Proč se pustili do zdlouhavého a drahého přebroušení?

Americká astronomie je skoro od svých dětských let nemocná neduhem gigantismu. Téměř všechny americké hvězdárny byly postaveny za peníze milionářských mecenášů, kteří objednávali dalekohledy stále větších a větších rozměrů.

Tak byl sestrojen i palomarský leviatan, který není k užítku, neboť jeho konstrukce není v mezích možností současné americké techniky.

Jeho nestvůrné sklo, o váze čtrnáct a půl tuny, nemůže opravdu už odolat vlastní tíži. Toto sklo mohlo podržet svůj tvar jen tak dlouho, pokud leželo na vodorovném podstavci, na kterém bylo broušeno a leštěno. A stačil jen malý sklon, stačil jen paprsek jasné hvězdy, který je ohřál o malý zlomek stupně, stačilo

Cesta zpět byla ve znamení Daliborova hrdinství. I přes únavu držel nohu na plynovém pedálu přes další čtyři hodiny. Auto už kupodivu nemělo takové problémy, takže nejhörším faktorem pro pomalou jízdu byl provoz. Únava krotila i mě, ale snažil jsem se vydržet. Petr Komárek se ale únavě nebránil a z našich bund si na zadním sedadle ustlal. Slovensko nás inspirovalo pro další případnou expedici, protože k tomu zkrátka místní krajina přímo vyzývá. Když jsme po desáté ranní dojeli až do Brna, už jsem paradoxně přestal usínat, ale ten kofein ve mně stále pracoval. Auto jsme zastavili tak, jak to Honza chtěl, na parkovišti u vysokoškolských kolejí (hned vedle druhého ruského auta) a klíče předali vrát-němu. Tady jsme se taky rozdělili a plni skvělých pocitů šli strávit druhou půlku dalšího všedního dne.

Na závěr by to chtělo nějaké to poděkování. Jednoznačně patří Honzovi Vodrážkovi za výpůjčku jeho Moskvíče, neboť bez toho bychom asi duševně zkrachovali. Osobně bych chtěl poděkovat i Daliborovi, který celou cestu odřídil sám. Nevím, jak by to dopadlo, kdybych ve svém kofeinovém stavu řídil já. Poděkování taky patří ČHMÚ za jejich předpovědi a spolehlivý model ALADIN. Těm, co zatmění neviděli, určitě doporučuji podobnou podívanou, která se odehraje letos 16. srpna, neboť i když půjde jen o částečné zatmění, tak jak jsem se sám přesvědčil, Měsíc zakrytý i z předpovídaných 81 % připraví bezesporu bravurní podívanou. Úplné zatmění nás v České republice čeká až 15. června 2011, tedy až za tři a půl roku.

Děni na obloze v březnu 2008

Martin Cholasta

Informace o zajímavých březnových konjunkcích začneme upozorněním na kon-junkci Měsíce s Jupiterem, kterou spatříme v ranních hodinách 3. 3. nad jihový-chodním obzorem.



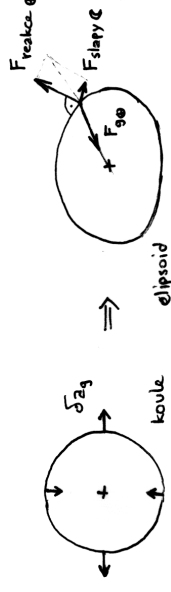
Obr. 19 — Konjunkce Měsíce s Jupiterem 3. 3. Mapka z programu Stellarium.

Velmi zajímavé seskupení nebeských těles bude možné spatřit 5. 3. při svtání velmi nízko nad jihovýchodním obzorem. Při troše štěstí zahlédneme takřka v řadě

- (1) Měsíc svými slapy způsobuje na Zemi dvě vzdutí;
- (2) tření na rychle (nesynchronně) rotující Zemi si vynucuje natočení vzdutí ve směru rotace Země;
- (3) vzájemná gravitační přitažlivost natočených vzdutí a Měsíce způsobuje vzdalování Měsíce a zároveň zpomalování rotace Země.

Ad 1. Nejprve se podíváme na Zemi v *inerciální* vztažné soustavě s počátkem v hmotném středu soustavy Země–Měsíc (obr. 2).^{1,2} Pozor! V takové soustavě nejsou *žádné* odstředivé síly a podobné „nesmysly“. Pouze gravitace Měsíce. Vidíme, že gravitační zrychlení \mathbf{a}_g jsou různá, ale Země jako celek obíhá okolo společného hmotného středu, pro což jsou potřeba stejná zrychlení. Odchylky $\delta\mathbf{a}_g$ od zrychlení \mathbf{a}_g ve středu \oplus jsou právě slapy způsobující deformaci zemského tělesa.

Kulatou Zemi by natahovaly ve směru k Měsíci a od Měsíce. Když ale Země změní tvar na elipsoid protáhlý ve směru Země–Měsíc (jakoby „ragbyový míč“), ustaví se znovu *rovnováha sil* mezi gravitací Země, reakcí Země (neboli gradientem tlaku v horninách Země neboli odpudivým elektromagnetismem) a gravitačními slapy Měsíce.



Obr. 2 — Odchylky gravitačních zrychlení Měsíce od hodnoty ve středu Země a tomu odpovídající deformace Země.

Teď to zkusme ještě jednou, ale v soustavě *neinerciální*, která má počátek v hmotném středu Země a *korotuje* s Měsícem. Tady samozřejmě musíme kromě gravitačních zrychlení \mathbf{a}_g Měsíce uvážit také *odstředivá zrychlení* \mathbf{a}_o . Nejdříve-tější je uvědomit si, že všechna \mathbf{a}_o jsou stejná, protože při obíhání Země okolo hmotného středu soustavy se všechny body Země pohybují po *stejných kružnicích* (jinak by Země nedržela pohromadě, že).³ Součet $\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_o$ nám dává výsledná zrychlení působící na Zemi. Vidíme, že se ji snaží zdeformovat do elipsoidu.

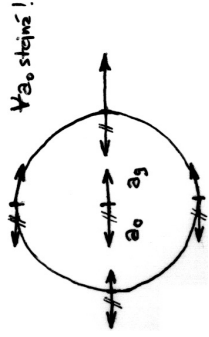
¹ Tento hmotný střed je uvnitř objemu Země:

$$T_x = \frac{\sum x_i M_i}{\sum M_i} = \frac{0 \cdot M_{\oplus} + r \cdot M_{\text{C}}}{M_{\oplus} + M_{\text{C}}} = \frac{3,8 \cdot 10^8 \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}{6,0 \cdot 10^{24} + 7,4 \cdot 10^{22}} \text{ m} \doteq 4700 \text{ km} < R_{\oplus}. \quad (4)$$

² Pro začátek zcela zapomeneme, že se Země točí okolo své osy.

³ Líší se to podstatně od rotace kolem osy, kde odstředivá zrychlení rostou se vzdáleností od osy a ještě se mění jejich směr: $\mathbf{a}_o = \omega_{\text{rot}\oplus}^2 \mathbf{r}$.

Pochopitelně, oba dva pohledy, inerciální a neinerciální, jsou ekvivalentní a dávají stejné výsledky.

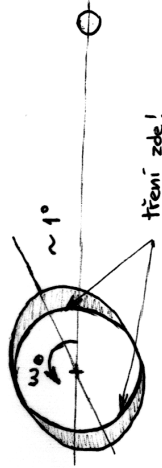


Obr. 3 — Gravitační a odstředivá zrychlení v rotující neinerciální soustavě.

Názorný pokus: Je to něco takového, když na gumičku připevníme tři korálky, delší provázek a roztočíme to. Gumička se protáhne a tři korálky se od sebe navzájem vzdálí, obdobně jako se deformuje Zeměkoule.

Všimněme si důležitě věci, že *vzdutí jsou evidentně dvě*, nikoli jedno. Ostatně proto se na povrchu Země obvykle střídá *příliv a odliv* přibližně po 6 hodinách (plus nějakých minutách). Země se totiž „pod vzdutími“ poměrně rychle otáčí okolo své osy.⁴

Ad 2. Nyní do hry vstupuje otáčení Země kolem osy jednou za 23 h 56 min a 4 s. Pevné zemské těleso se totiž snaží urychlit vzdutí ve směru rotace, a to za pomoci *tření*. Zejména jde o tření mezi oceány a zemskou kůrou v pevninských šelfech, kde se voda „hrne“ na pobřeží. Výsledkem je *natočená vzdutí* od směru Země–Měsíc řádově o 1°.⁵



Obr. 4 — Natočení vzdutí třením na rotující Zemi, vzhledem ke směru Země–Měsíc.

⁴ Z několika důvodů to neplatí přesně: voda má jistou setrvačnost a viskozitu, takže nějakou dobu trvá než doteče na pobřeží — záleží na místních podmínkách proudění a profilu mořského dna, maximum přílivu tedy nemusí odpovídat kulminaci Měsíce na obloze; zemská osa není kolmá k oběžné dráze Měsíce, tudíž u pólů mohou potkat pouze jednu přílivovou vlnu za den a ne dvě; navíc se do toho pletou slapy Slunce.

⁵ Poznámka o vlivu rotačního zploštění Země na družice. Základní zploštění Země vzniká především rotací Země, nikoli slapy Měsíce, a je mnohem výraznější. (Pólní a rovníkový průměr Země se liší o 20 km, kdežto slapové vzdutí oceánů je řádově 1 m a u pevnin řádově 10 cm.) Neovlivňuje Měsíc takovým způsobem jako slapové výdutě, protože zploštění má jiný tvar, asi jako „rozsednutý balón“. Není vzhledem k Měsíci natočené „napřed“ nebo „pozadu“; může ale způsobit precesi jeho dráhy, což dokumentují příslušné Gaussovy rovnice pro změny orbitálních elementů (a označuje velkou poloosu dráhy družice, e excentricitu, I sklon, $n = \sqrt{GM_{\text{centra}}/a^3}$ střední

velmi nepatrně, zeslabovány. Každou minutou je ten pohled k nebi úžasnější a mě už je trochu líp. Dokonce mám hlad, tak žaludek zásobím chlebem od maminky a druhou rukou střídavě mačkám REC u videokamery a koukám na úkaz třídrem 10×50. Je to nádherná. Dokonce už je znatelný nahnědlý nádech ztemnělého měsíčního okraje. Tam někde dole svítí Martin a udržuje se tam poměrně hustá mlha. Pod kopcem, kde stojíme, svítí zemědělské středisko. Občas tam drancuje traktor. Tak se tam jdu kouknout a vidím, že u vchodových dveří stojí skupinka teple oblečených lidí. Ruce natahují k nebi a pijou něco horkého z hrnku. A pak, že zatmění nikoho nezajímá.

Kolem 3 h 20 min už Měsíc značně potemnil a já se zase koukám na naše stíny. Už nejsou tak kontrastní. Dokonce, i když je Měsíc ještě z půli osvětlený, začínají být vidět jednotlivá souhvězdí mnohem lépe a nížko u severovýchodního obzoru na sebe upozorňuje Mléčná dráha. V triedru je Měsíc krásně rozdělený na bílou a oranžovou polovinu. Začínám rozpoznávat i slabé hvězdy Lva a Petr vedle mě cvaká už asi desátý snímek. Ze západu se občas přisune nějaký cirrus, ale jinak je stále krásně.

Do zatmění zbývá asi 10 minut. Teprve teď už natáčím jako o život, zkouším různé expozice a clony, různé vyvážení barev, abych dostal co nejkrásnější video. A vcelku se daří. Pohled okem to ale nenahradí, protože silný kontrast mezi osvětlenou a ztemnělou stranou Měsíce dokáže oko vnímat úplně jinak. Na obloze to vypadá, jakoby tam byl basketbalový míč, který je tak lesklý, že odráží z kraje silné světlo. A v souhvězdí Lva je to všechno tak úžasně fotografické. Měsíc tvoří spolu s Regulem i Saturnem pravotočivý trojúhelník a postupně se to mění s pohybem Měsíce k východu. Naše stíny už jsou vážně skoro pryč a poslední úzký srpek čeká neztemnělého Měsíce se zužuje. Bohužel už přichází čím dál více oblačnosti, ale nevádí to. Dokonce celá scenerie s protrhanou vysokou a střední oblačností je velmi efektní. Ten pohled zkouším zaznamenávat i kamerou a v triedru je patrný i našedlý nádech na okraji zemského stínu, jehož barva může být i modrá. To způsobuje náš ozon, i když ne vždy je to vidět. Tentokrát je to mnohem méně patrné, než třeba při konci zatmění v říjnu 2004. A je to tu. Velmi dlouho očekávaný pohled na oblohu se mi konečně po třech a půl roku dlouhé době rozevírá. Klidná noční krajina obohacená nezvykle oranžovo-červenou koulí na nebi. Mraků přibývá a přesto lze spatřit slabé hvězdy v okolí měsíčního kotouče. Když pak vysoké mraky přecházejí přes Měsíc a blíží se i mlha, část oblohy se ztrácí. Měsíc je sice ještě méně vidět, ale zato má novou barvu, kterou jsem u zatmění ještě okem nespasil. Ve střední části potemnělého kotouče se načervenalá barva mění v naružovělou. I když je jasné, že oblačnosti bude víc a víc, už teď mám, co jsem chtěl. Spatřil jsem úplné zatmění na tři roky poslední a podařilo se mi jej zveřejnit na pásek videokazety. V půlce totality už nemá význam dál nic fotit a točit, protože oblačnost silně houstne. Asi deset minut před koncem se Měsíc ztrácí úplně.

odkud nás už po celou cestu dál doprovází řeka Váh. Měsíc si s ní hraje, zamrzlé kusy toku odráží jeho stříbrnou záři. Čím víc se ale blížíme k Žilíně, tím větší je mlha. V Bytčce se napojujeme na dálnici, která nás vede až k Martinu. Hodiny ukazují spolehlivou půlnoc, což mě zase rtuť nadějoměru tlačí nahoru. Navíc, byť tak pozdě (nebo spíš brzo ráno) mi zvoní mobil. Honza Vodrážka je pryč v hospodě a podle něj je v Brně Měsíc ještě slabě vidět v oblačnosti. Do částečného zatmění zbývají 2 hodiny a 43 minut. Měsíc se ale ztrácí v husté mlze úplně.

Dálnice nás vede čím dál blíže k prvním větším pohorím. Okolo jsou skutečně mlhou zahalené kopce a nejbližší z nich leží v Malé Fatře. Ta je od nás ještě asi 60 km daleko a občasné objízdky nás zdržují. Přesto jsem vděčen časovému itinerariu zatmění, neboť zatím to stíháme přesně. Město Martin je na směrůvkách čím dál častěji, a tak se na parkovišti u jedné slovenské benzinky rozhodujeme, kudy dál. Za Martinem se dá jet buďto na východ k Popradu, kde je ale hustá mlha a nikdo z nás to tam nezná natolik, abychom mohli spolehlivě najít nějaký pro auto přístupný vrchol nad hranicí nízké oblačnosti. Druhou variantou je v Martinu odbočit na jih a malými cestičkami jezdit pod vrcholky Malé Fatry s perfektním výhledem na západ. Pravda, předpověď říká, že v těchto místech se zatáhne během úplného zatmění, ale to by nám až tak nevadilo. Proto tedy volíme druhou možnost, která nás vede do nadmořských výšek okolo 900 metrů po malých vesnických cestách. Milha se tu už skoro nenachází. V Sučanech odbočujeme na Turčianskou Štiavničku a cestička vede přes pole a lesy až do Sklabini. Za ním pak už vidíme krásné západ a horské vršky. Za Sklabiňou jedeme směrem na Horné Jeseno, kam už ani nedojždíme. Na půli cesty, v poli, je ideální pozorovací lokalita.

Vybalujeme své věci a do zatmění zbývá ještě skoro hodina. Měsíc krásně svítí a jen stěží lze v jeho blízkosti odhalit Regula, natož pak celé souhvězdí Lva. Východně od Měsíce je Saturn. Ještě stále se motám, takže to zkouším rozchodit v poli. Petr je nadšením bez sebe, ale já to raději stále беру s rezervou. Pohled na tu podhorskou krajinu ozářenou stříbrným měsíčním světlem je ale kouzelný.

Dalibor si nabíjí pohon montáže přes baterii v autě. Já už vybaluji svůj stativ a videokameru. Petr vybaluje své MTO a všichni hledíme k nebi. Nejdřív to vypadá jako vsugerované zdání, jenže pak se všichni shodujeme, že s Měsícem něco není vpořádku. Už ve 2 h 8 min je levý horní okraj Měsíce mírně ztmavený. Ano, fotky i video to potvrzují. Do částečné fáze zbývá přes půl hodiny, a přesto je polostín poměrně dost znatelný. Měsíc vypadá, jakoby ho zakouřil ten kuřák na parubickém nádraží.

Nadějometr konečně zaznamenává skutečně vysoké hodnoty, protože začíná částečné zatmění. Nevidím se, že se toho lidi báli, vážně to vypadá, jako kdyby Měsíc něco z kraje požíralo. Ovšem lidi neměli triedry, já ano. V binokuláru je znatelný okraj stínu a dokonce i při malém procentu zastínění jsou krásně vidět povrchové útvary utopené v zemském stínu. Naše stíny na zemi jsou ale, byť

Ad 3. Rozdělíme si nyní Zeměkouli na tři části, kouli a dvě výdutě, a nakreslíme si vzájemné gravitační přitažlivosti: Měsíce a koule, Měsíce a 1. výdutě, Měsíce a 2. výdutě (obr. 5). Podle III. Newtonova zákona akce a reakce jsou síly v každé z dvojic stejně velké a opačného směru.

Podívejme se nejprve na Měsíc. Přitažlivost koule je jasná, směřuje přesně podél spojnice Země–Měsíc (radiálně) jejím pohybovým účinkem je oběh Měsíce kolem koule.

Další dvě síly jsou ale zajímavější: *nej*sou stejně velké, protože každá výdutě je jinak daleko, ani nemají stejný směr, protože výdutě jsou pootočené! Když je sečteme, zjistíme, že mají kromě radiální také *nenulovou transverzální složku* (tzn. ve směru rychlosti Měsíce), která Měsíc urychluje v dráze. Výsledkem působení radiálních a transverzálních sil je *spirálování* Měsíce pryč od Země.^{6,7}

pohyb, $\eta = \sqrt{1 - e^2}$; viz [1], str. 332):

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{de}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0 \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{\cos I}{\eta^4} \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{3}{4} n J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{1 - 5 \cos^2 I}{\eta^4} \end{aligned}$$

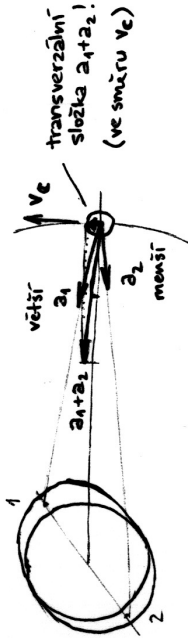
Vidíme, že délka výstupného uzlu Ω a argument pericentra ω precedují (rostou lineárně s časem, tudíž se mění periodicky v intervalu $(0; 360^\circ)$). Hodnota gravitačního momentu J_2 pro Zemi je řádu 10^{-3} ; typická časová škála je pak $\frac{1}{J_2} \simeq 10^3$ orbitálních period. Pro oběžnou periodu 2 h (typickou pro satelity na nízkých oběžných drahách) to znamená precesi s periodou 2 měsíce. Všimněme si též existence *kritického sklonu* dráhy k rovníku Země $I_{\text{crit}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} \simeq 63^\circ$ pro který je $\frac{d\omega}{dt} \simeq 0$; pro menší I nastává retrogradní precese, pro vyšší progradní. Využívají to například satelity Molniya umístěné právě na I_{crit} , jejichž perigeum pak zůstává nad stále stejnou zeměpisnou šířkou.

⁶ Orbitální moment hybnosti $L(r)$ Měsíce roste se vzdáleností. V prvním přiblížení $M_{\oplus} \ll M_{\oplus}$, kdy Země „trčí“ na místě, stačí spočítat oběžnou rychlost a pak vynásobit rameno a hybnost:

$$\begin{aligned} F_{\text{dostředivá}} &= M_{\oplus} \frac{v_{\text{keplerovská}}^2}{r} = F_{\text{gravitační}} = G \frac{M_{\oplus} M_{\oplus}}{r^2} \Rightarrow v_{\text{kepl}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r}}, \\ |\mathbf{l}| &= |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = r \cdot M_{\oplus} v_{\text{kepl}} = M_{\oplus} \sqrt{GM_{\oplus}} \cdot \sqrt{r}. \end{aligned} \quad (5)$$

⁷ Celková mechanická energie $E(r)$ Měsíce, kinetická plus gravitační potenciální, roste se vzdáleností k 0 v ∞ . Podobá se poněkud oné potenciální energii, ale je tam dvojnásobek:

$$E(r) = E_K + E_G = \frac{1}{2} M_{\oplus} v_{\text{kepl}}^2 - G \frac{M_{\oplus} M_{\oplus}}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M_{\oplus} M_{\oplus}}{r} - G \frac{M_{\oplus} M_{\oplus}}{r} = -G \frac{M_{\oplus} M_{\oplus}}{2r}. \quad (6)$$

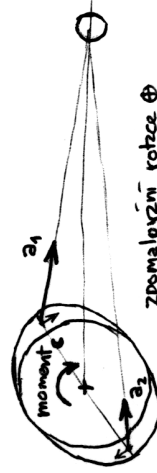


Obr. 5 — Vliv výdutí na Měsíc.

Pozoruhodné je, že přitom „urychlování“ vlastně Měsíc *zpomalí* — místo polehého vzrůstu kinetické energie o $+\Delta E_K$ totiž dojde k poklesu kinetické energie o $-\Delta E_K$, ale zároveň ke *dvójnásobnému* vzrůstu gravitační potenciální energie $\Delta E_G = +2\Delta E_K$, takže celková energie se zvýší o $\Delta E = \Delta E_K + \Delta E_G = +\Delta E_K$ a „ZZE je zachráněn“.

Názorný pokus: je to něco takového, jako když cvrkneme do kuličky kutálející se do kopce (proti směru gravitace). Moc jí nepomůžeme — bude neustále zpomalovat, ale zato se dokutálí výš do kopce (do místa s vyšší E_G).

Nakonec se podíváme, co se děje na Zemi. Gravitační sílu Měsíce působící na kouli snad diskutovat nemusíme (je centrální). Avšak dvojice sil, která působí na výdutě, má *nulový moment* — síly jsou různě veliké, různého směru a je tam pěkné dlouhé rameno (R_\oplus). Působí proti směru otáčení Země, a tedy zmenšuje její moment hybnosti. Shrňme to: **disipace energie na Zemi přenáší moment hybnosti ze Země na Měsíc.**



Obr. 6 — Vliv Měsíce na výdutě.

Názorný pokus: je to něco takového, jako když přiložíme ruku na otáčející se glóbus. Úplně jasně cítíme, jak nás tření mezi rukou a glóbem urychluje na oběžné dráze a zároveň přitom evidentně zpomaluje rotaci Země. Ruka zde vlastně simuluje gravitační vazbu mezi zemskými výdutěmi a Měsícem.

Důležitá otázka: **proč se *L* nedisipuje také?** Protože jej nelze přeměnit na neuspořádaný pohyb atomů! To by musely všechny spořádaně rotovat okolo čehosi a navíc hrozně rychle. . .

učí s ním řídit. Od nádraží jedeme k Honzovým kolejm, kde nám auto předává a loučí se. Taky nás uklidňuje tím, že bude v kontaktu po celou noc. Dalibor přebírá řízení a já méně náročnou roli navigátora. V rukou mám autoatlas ČR z roku 2004 a pro slovenskou stranu pak autoatlas ČSFR. U Dalibora doma v brněnských Medláncích ještě nabíráme jeho vybavení a hurá k hranicím! No, hurá zrovna ne. . .

Cesta vede přes Vyskov, Kroměříž, Otrokovice, Zlín až na Horní Lideč, kde je poslední benzinka před hranicemi. Už v půli cesty (která je kvůli provozu skutečně pomalá) najednou Dalibor zjišťuje, že auto nějak cuká a pomalu ztrácí akceleraci. Nejdřív to bereme s legrací, ale když už jsme za Zlínem, ostrýlený Moskvic přestává jet do kopce víc jak 40 km/h a s radostí ještě více zpomaluje. Dalibor, ač tlačí na plyn na doraz, to vidí marně. Občas problemkne kontrolka s olejem. Stavíme kousek od jedné benzinky na větším prostranství, kam auto dojíždí doslova díky setrvačnosti. Petr tedy blouznivě chňapá po mobilu a volá. První Honzova otázka prý byla: „Vy jste mi to rozbili?“ Kdepak. Nerozbili. Petr kýve, rozumí, souhlasí, klidně konverzuje. Z jeho výrazu se mi opět zvedá rtůť na měřící naděje. Jakmile Petr zavěšuje, veesele povídá: „To je prej normální. Máme zatahat za nějaký trubičky u karburátoru a nechat ho chvíli vychladnout. . . A pak to pojede.“ No tak jo. Necháme auto chvíli vychladnout. Co si ale perfektně pamatuji, byl náš výraz při pohledu pod kapotu. Já už jsem viděl motor auta v autoškole, ale najít v téhle ruské masině karburátor byla vážně epizoda sama. Petr instinktivně zatahal za všechny trubičky a páčky, co byly v dohledu, čímž u mě zase rtůť klesla. Bůhví, za co vlastně zatahal a jestli ještě nastartujeme. Měsíc na obloze vystoupal výš zase o několik stupňů.

Po chvíli, kterou Dalibor definoval jako „referenční“, se klíček v zapalování opět otáčí a nic. Auto jen bublá. No paráda. Ale při druhém otočení skutečně naskakuje hluboký dunivý zvuk, atmosféra okolo nás nápadně bělá kouřem z výfuku a Dalin zkouší pomalou jízdu po prostranství. Anol. Jede to! Jedeme dál!

Kolem jedenácté večerní se konečně dostáváme k poslední benzince, kde tankujeme do plného stavu nádrže. Všude je mrznoucí mlha, ale auto má našťástí funkční a skutečně účinné topení. Vzápětí zjišťuji, že i tato benzinka byla volbou šťastné náhody, neboť další už je zavřená a tahle zavírala hned po nás. Já si koupil chlazené kafe, abych byl dále plně nápomocen. Jenomže po jeho vypití, když už se ocitáme za hranicemi, najednou cítím mravenčení po celém těle a neuvěřitelně točící se hlavu. V sedě zhluboka dýchám a když přichází další přestávka pro zpomalující se auto (už to nebylo tak hrozné), zjišťuji, že moje noly nechtějí poslouchat moje tělo. Zkrátka, je mi blbě. To je ovšem k dobru, protože jsem si tím definitivně potvrdil, že moje tělo kofein nemá v oblibě. Takže jestli chci přístě nespát, rozhodně to nemůžu řešit kofeinem.

Slovenská dálniční známka už zdobí přední sklo a já ve svém podivném stavu čtu první slovenská slova a nápisy. Auto jede konečně na plné obrátky do Púchova,

velkou naději. Naděšený Petr Komárek (kterému jsem teprve odpoledne toho dne řekl, že je v Daliborově autě pro něj místo) dostal za úkol sehnat slovenskou dálniční známku. Úkol to byl nesnadný, ale Petrovi se to podařilo. Se sbaleným vybavením jsem o půl páté vyrazil z domu na nádraží a příjemný pohled na blankytnou oblohu mě mírně uklidňoval. Dalibor počítal s tím, že vyrazíme někdy kolem osmé večerní, což parádně korespondovalo s posledním možným vlakovým spojem, který nás s Petrem měl do Brna přesunout. To jsem ale netušil, že tady napětí značně vzroste.

Jak tak stojím před nádražní budovou, nosní uličky mi dráždí odpudivý kouř z cigaretového dýmu. Otáčím se k jeho zdroji a jistý starší muž popotahuje jeden kus cigarety za druhým. V tom mi vibruje v kapse mobil, tak jej vytahuji a přečítám zprávu. Je od Dalibora a zní asi takto: „Nemam auto, je rozbitý. Sezen jiný.d“. Musím přiznat, že v tom okamžiku jsem nevěděl, jestli spíš šlet, nebo řvát, nebo rozdupat mobil. V tom vidím Petra, jak se vesele přibližuje na svém kole a uzavazuje ho k zábradlí nedaleko nádraží. Začínám volat všem známým i neznámým z Brna, protože případný výjezd z Pardubic by byl z mého pohledu prohrou v souboji s časem. Navíc už jsme si koupili lístky do vlaku. Ani bych se nedivil, kdyby každý, koho jsem přes mobil žádal o auto, urychleně zavěsil. Přeci jenom takhle narychlo půjčovat auto někomu téměř neznámému je pro každého majitele vozu nepředstavitelný hazard. Evička Neureiterová mi doporučuje hutný seznam lidí, ale jaksi všichni jsou známi spíš Dalibora, než moji. Ale jako iniciátor akce překonávám bariéru a se studem je obvolávám. Naštěstí nikdo nezavěšuje, jenom s mým pochopením odmítá. Krásný úplňkový Měsíc právě vychází.

Přijíždí vlak, do kterého nastupuji s ohromnou nejistotou. Popravdě, nám oběma na chvíli připadá ten nástup jako nesmyslný krok. Přesto Petr je větší optimista a když nalézáme volné kupé, prostě se jen dívá na Měsíc. Je krásně jasno a ta bílá koule tam na obloze nás nutí něco rychle vymyslet. Nevzdávat to. Zatímco já volám Daliborovi, který nás s nervozitou (a patrným hněvem) nutí vyskočit z vlaku a jet z Pardubic mým autem, Petr se stále škrábe na hlavě. A pak z něj vychází nejzlomovější otázka celé expedice: „A co Honza Vodrážka?“ No jasně! Náš svérázný pardubický kamarád, který v Brně studuje, by se k nám nemusel otočit zády. Petr tedy tápe prsty po mobilu a volá. Honza to zvedá, Petr vysvětluje situaci, směje se, baví se, zavěšuje a povídá: „Máme auto.“ Ani nevíte, jak dobře mi najednou bylo. Ale raději jsem si opakoval, že ještě stále nemusí být vyhráno.

Na brněnském nádraží se setkáváme s Daliborem, kterého jsme o autě informovali z vlaku. Hned pochodujeme na Honzou určené místo, kde nás čeká další šok. Honzovo opěvované auto je Moskvíč s poměrně velkým prostorem, ale k správnému řízení potřebuje přednášku. Z výčtu nejzajímavějších vlastností: 3. rychlostní stupeň nezabírá hned, ale musí se zařadit meziplýnem. Ani brzdy nejsou tak silné. Já se auta lekám hned, ale Dalibor, ač s obavami, se hrdinně

Jaký bude konečný stav soustavy Země–Měsíc?

Odpověď na tuto otázku získáme v principu snadno: napíšeme zákon zachování momentu hybnosti a rovnici pro mechanickou energii (není to zákon zachování energie!):

$$L = \underbrace{I_{\oplus}\omega}_{\text{rotace } \oplus} + \underbrace{\frac{\sqrt{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}}{\sqrt{M_{\oplus}+M_{\mathbb{C}}}}\sqrt{r}}_{\text{orbitální pohyb } \oplus, \mathbb{C}} \quad (7)$$

$$E = \frac{1}{2}I_{\oplus}\omega^2 - \frac{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}{2r} \quad (8)$$

Moment setrvačnosti Země je dle měření $I_{\oplus} = 8,0 \cdot 10^{37} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. ω označuje úhlovou rychlost rotace Země okolo své osy. Orbitální moment hybnosti v rovnici (7) může vypadat záhadně, ale je to prostě oběh Země plus oběh Měsíce okolo společného hmotného středu.⁹ Mimochoodem, neuvažovali jsme rotaci Měsíce kolem jeho osy, protože moment hybnosti a rotační energie tomu příslušející jsou zanedbatelné.

Uvědomíme si, co znamená „konečný stav“: Země se zpomalí natolik, že bude rotovat synchronně s oběhem Měsíce, její výdutě nebudou odchyleny od směru k Měsíci, Měsíc se nebude vzdalovat od Země, ustane disipace energie na Zemi, mechanická energie se nebude měnit s časem, tzn. $\frac{dE}{dt} = 0$, což je ekvivalentní:

$$\frac{dE}{dt} = 0. \quad (9)$$

⁸ Je to o něco méně, než moment setrvačnosti homogenní koule $\frac{2}{5}MR^2 = 9,7 \cdot 10^{37} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, protože hustota Země je v centru vyšší, čili hmota je vlastně blíž k ose otáčení.

⁹ Podle přesného znění III. Keplerova zákona platí pro oběh Měsíce okolo středu Země $a^3/T^2 = G(M_{\oplus}+M_{\mathbb{C}})/4\pi^2$; pro kruhové dráhy je tedy úhlová rychlost (zvaná střední pohyb) $n^2 = G(M_{\oplus}+M_{\mathbb{C}})/r^3$. My ale potřebujeme vyjádřit orbitální moment hybnosti ℓ v inerciální soustavě se středem v těžišti, od kterého je Země vzdálená o $r_{\oplus} = rM_{\mathbb{C}}/(M_{\oplus}+M_{\mathbb{C}})$ (viz (4)) a obíhá okolo něj rychlostí $v_{\oplus} = nr_{\oplus}$:

$$\ell_{\oplus} = r_{\oplus} \cdot M_{\oplus}v_{\oplus} = \sqrt{r}\sqrt{GM_{\mathbb{C}}^2M_{\oplus}(M_{\oplus}+M_{\mathbb{C}})}^{-\frac{3}{2}}.$$

Pro Měsíc to uděláme snadno záměnou $M_{\oplus} \leftrightarrow M_{\mathbb{C}}$:

$$\ell_{\mathbb{C}} = \sqrt{r}\sqrt{GM_{\oplus}^2M_{\mathbb{C}}(M_{\mathbb{C}}+M_{\oplus})}^{-\frac{3}{2}}$$

a součet je:

$$\ell = \ell_{\oplus} + \ell_{\mathbb{C}} = \sqrt{r}\sqrt{G}(M_{\mathbb{C}}+M_{\oplus})^{-\frac{3}{2}}M_{\oplus}M_{\mathbb{C}}(M_{\mathbb{C}}+M_{\oplus}) = \sqrt{r}\sqrt{G}(M_{\mathbb{C}}+M_{\oplus})^{-\frac{1}{2}}M_{\oplus}M_{\mathbb{C}}.$$

Poslední úplné zatmění Měsíce, které jsme do června 2011 mohli pozorovat z území České republiky, je nenávratně pryč. Vzhledem k mé silné sympatii k tomto bezpochyby úžasnému úkazu se dalo vcelku očekávat, že jsem si jej nemohl nechat ujít. Ano, už mi bylo mnohokrát vytýkáno, že tento úkaz už v dnešní době nemá žádnou vědeckou hodnotu a že je to prostě jen úkaz pro blaho oka pro případ, že není co na práci a v televizi nic nedávají, ale tím mě rozhodně nikdo neodradil. Navíc po neúspěšném výletu za úplným zatměním Měsíce v březnu 2007 jsme s Daliborem Hanzlem chtěli náš defekt napravit a tato únorová podivná se tak stala velkou výzvou pro expedici v případě zataženého počasí. Jako správná expedice se ani tato neobešla bez komplikací, které jsme museli řešit kolikrát na poslední chvíli.

S Daliborem jsme měli dohodu, že v případě lokální oblačnosti se prostě vydáme každý svým autem do nejbližších českých lokalit, kde se sejdem. Pokud nad naši republikou zavládnou silná oblačnost, vydáme se svým autem do nejbližšího zahraničí. O expedici projevil zájem i Petr Komárek, současný vedoucí pardubické hvězdárny. Upozdorňoval jsem ho, že pokud se pojede za hranice, Dalibor svým vybavením zaplní zadní prostory auta tak, že maximální počet lidí na výlet zůstane u čísla dva. Laskavý Dalin však oželel svůj dvacetimetrový reflektor a naše skupina se tak rozšířila do počtu tří. Ovšem to byly pouhé plány. Realita nás ještě mnohokrát dostihla.

Předpověď počasí jsem sledoval den co den už dlouho před kýženým 21. únorem, a když se konečně zastavila na stále opakujícím se (a zpřesňujícím se) stavu, bylo mi docela smutno. Od západu se měla v noci hrnout fronta s občasným deštěm a na horách se sněhem, a to mluvím o střední noci. Samotný úkaz měl začít až časně ráno na čtvrté obloze. Bylo tedy jasné, že nastává dosti podobná situace, jako před rokem v březnu, kdy jsme se rozhodli jet střemhlav proti frontě a narazit tak na jasnou oblohu na jejím konci. Tehdy se ale ukázalo, že bylo potřeba jet mnohem dál a že vývoj oblaků je nevyzpytatelný, takže z tohoto pohledu bylo lepší uvažovat o úprku před frontou směrem na východ. Po mnohých dohadech a konzultacích jsme se tedy shodli, že vyrazíme na Slovensko. První potíž ale nastala už ve chvíli, kdy jsem den před zatměním podlehl ekonomické krizi při plánu jet do Brna svým autem, odkud by se jelo dále na východ. Dalibor se tedy musel smířit s tím, že se vyrazí z Brna jeho Favoritem. Vzhledem ke stavu jeho auta dal ultimátum, že maximální destinace se bude nacházet 400 km po komunikacích na východ. Šance tu byla, protože těch 400 km se shodovalo s cestou směrem k Bratislavě a Rimavské Sobotě, nebo k Martinu (a dál na východ směrem k Popradu), kam nás meteorologické modely jen lákaly (alespoň tedy na část úkazu). Poslední křížová kontrola předpovědi mě v Pardubicích ve středu kolem 16. hodiny ujistila, že máme

Když z rovnice (7) vyjádříme $\omega(r)$, „ššílený“ zlomek označíme α , dosadíme do (8) a zderivujeme jako v (9), získáme rovnici pro r :

$$\omega = \frac{L - \alpha\sqrt{r}}{I_{\oplus}},$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{1}{I_{\oplus}} (L^2 - 2L\alpha\sqrt{r} + \alpha^2 r) - \frac{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}{2r},$$

$$\frac{dE}{dr} = \frac{1}{2I_{\oplus}} \left(-\frac{L\alpha}{\sqrt{r}} + \alpha^2 \right) + \frac{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}{2r^2} = 0,$$

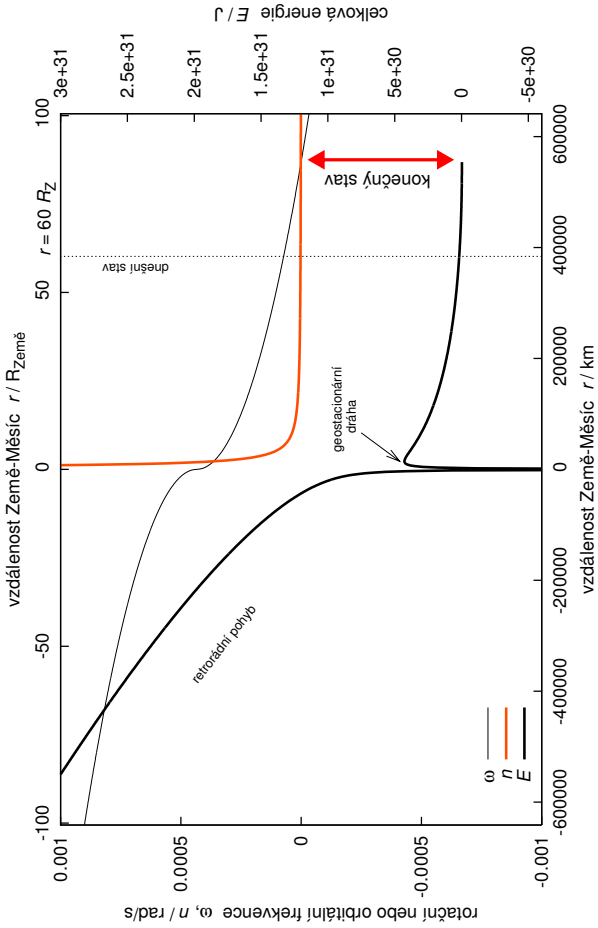
$$\frac{\alpha^2}{I_{\oplus}} (\sqrt{r})^4 - \frac{L\alpha}{I_{\oplus}} (\sqrt{r})^3 + GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}} = 0. \quad (10)$$

Je to polynom 4. stupně pro \sqrt{r} , jehož numerickým řešením obdržíme konečný stav:

$$r \doteq 554\,000 \text{ km} \doteq 87 R_{\oplus} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{orb}\mathbb{C}} = P_{\text{rot}\oplus} \doteq 47 \text{ dní}. \quad (11)$$

Závislosti mechanické energie $E(r)$, středního pohybu $n_{\mathbb{C}}(r)$ Měsíce, a rotační frekvence $\omega_{\text{rot}\oplus}(r)$ Země jsou také znázorněny na obr. 7.

Nejpozoruhodnějším výsledkem je, že Měsíc v budoucnu neunikne od Země! Lagrangeův bod L_1 , za nímž by se stal oběžnicí Slunce, je totiž ještě třikrát dál.



Obr. 7 — Vypočtené funkce $E(r)$, $n_{\mathbb{C}}(r)$ a $\omega_{\text{rot}\oplus}(r)$. Konečného stavu odpovídá bod, kde je $\omega_{\text{rot}\oplus} = n_{\mathbb{C}}$ (tedy synchronizovaná rotace) a také $\frac{dE}{dr} = 0$ (nulová disipace).

Jak rychle slapý působí?

Změnu orbitálního momentu hybnosti $L_{\mathbb{C}}$ za jednotku času pro Měsíc, ovlivňovaný výdutí Země, můžeme vypočítat podle vztahu „padlého z nebe“ [2]:

$$\dot{L}_{\mathbb{C}} = \frac{3}{2} \frac{k_{\text{T}\oplus}}{Q_{\oplus}} \underbrace{\frac{GM_{\mathbb{C}}^2 R_{\oplus}^5}{r^6}}_{\text{Loveho číslo}} \cdot \underbrace{\frac{\omega_{\text{rot}\oplus} - n_{\mathbb{C}}}{|\omega_{\text{rot}\oplus} - n_{\mathbb{C}}|}}_{\text{toto je pouze znaménko}} \cdot \text{disipační faktor} \quad (12)$$

Pozor! Toto je pouze $L_{\mathbb{C}}$ samotného Měsíce, celkový L se samozřejmě zachovává, Jedná se vlastně o míru rychlosti jeho vzdalování nebo přibližování. Všimněme si, že ve vztahu vystupují pěkně velké mocniny R_{\oplus} a r . Loveho číslo $k_{\text{T}\oplus}$ popisuje velikost deformace Země. Disipační faktor Q_{\oplus} je zase úměrný tření a natočení výdutí.

Celý zlomek s absolutní hodnotou, úhlovou frekvencí $\omega_{\text{rot}\oplus}$ a středním polohyem $n_{\mathbb{C}}$ je vlastně jenom znaménko: L se bude zvětšovat, když Měsíc obíhá progradně vně *geostacionární dráhy*¹⁰ nebo retrogradně uvnitř. Naopak L by se zmenšovalo, kdyby Měsíc obíhal retrogradně vně nebo progradně uvnitř. To přesně odpovídá natočení výdutí „napřed“ nebo „pozadu“.

Systém Země–Měsíc se od všech jiných liší tím, že máme přesnou informaci o dnešní rychlosti vzdalování Měsíce a také o zpomalování rotace Země. První veličina se měří laserovými dálkoměry na Zemi a koutovými odražeči na Měsíci, které tam umístili kosmonauti v rámci programu Apollo:

$$\frac{dr}{dt} = 3,84 \text{ cm/tok} \Rightarrow \left(\frac{dP}{dt} \right)_{\text{působením slapů}} = 2,3 \text{ ms/století}. \quad (14)$$

Druhá je výsledkem sledování zakrytí hvězd a Slunce Měsícem a moderního měření rotace Země, které se provádí kvůli časoměře (obr. 8):

$$\left(\frac{dP}{dt} \right)_{\text{měření}} = 1,7 \text{ ms/století}. \quad (15)$$

¹⁰ V současnosti je geostacionární dráha vzdálená od středu Země:

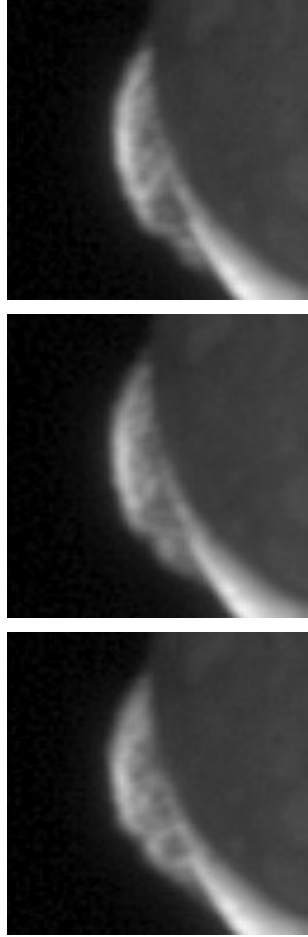
$$a_{\text{dostředivé}} = \omega_{\text{rot}\oplus}^2 r_{\text{geo}} = a_{\text{gravitační}} = \frac{GM_{\oplus}}{r_{\text{geo}}},$$

$$r_{\text{geo}} = \sqrt[3]{\frac{GM_{\oplus}}{\omega_{\text{rot}\oplus}^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(7 \cdot 10^{-5})^2}} \text{ m} \doteq 42\,000 \text{ km}. \quad (13)$$

V minulosti byla a v budoucnosti bude samozřejmě jinde, protože $\omega_{\text{rot}\oplus}$ se mění.

Podle malé amplitudy librace kritického úhlu zmiňované rezonance $\varphi_L = \lambda_{\text{Io}} - 3\lambda_{\text{Europa}} + 2\lambda_{\text{Ganymeda}} = 180^\circ \pm 0,06^\circ$ lze značně složitým výpočtem [3] usoudit, že na Io „nic netlačí“ — tzn. že disipace energie na Io musí být stejně velká jako na Jupiteru. Kdyby tam byla nerovnováha a Io byl nucen se slapově vzdalovat nebo přibližovat, byla by amplituda φ_L řádově větší.

Io je působením slapů natolik zahříván, že je roztavená většina jeho nitra. (Teplu produkováné rozpádem radioaktivních prvků by na to samo nestačilo, nicméně Io by i bez slapů nebyl příliš daleko od stavu částečného roztažení.) Na povrchu je pozorovaných několik aktivních sopek (obr. 18). Pokud byly sopky aktivní po dobu 4,5 miliardy let stejně jako dnes, vyvrhly snad tisícínásobek objemu celého Io!



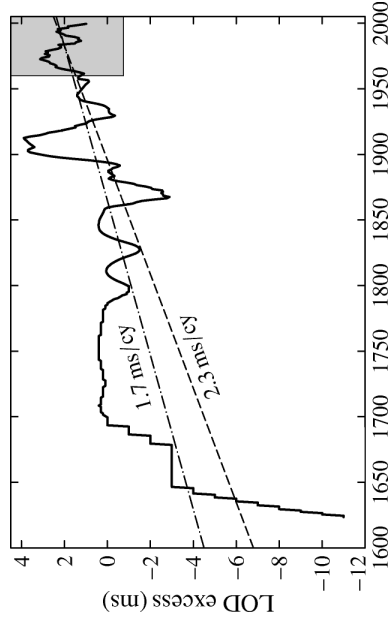
Obr. 18 — Sekvence záběrů Io ze sondy New Horizons zachycující jeden sopečný „dešťník“.
© NASA/JHU APL/SwRI.

Výhodou systému Jupiter–Io je, že můžeme přímo měřit *disipaci energie na Io*, a to pozorováním toku infračerveného záření, který k nám z Io přichází. Odtud lze vypočítat výkon vyzářovaný z celého povrchu, $P \doteq 10^{14} \text{ W}$. Je-li stav Io stacionární (nestoupá ani neklesá jeho teplota, ale udržuje se na současné hodnotě), odpovídá to právě výkonu uvolňovanému slapovou disipací.

Nakonec ještě jedna krásná věc: když z rezonanční dynamiky vím, že disipace na Io je stejná jako disipace na Jupiteru, mohu usuzovat na *děň v nitru Jupiteru*. Například lze odvodit, že disipační faktor v Jupiteru je velmi vysoký $Q \simeq 10^3$.

- [1] BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D. *Physics of the Solar System*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
- [2] DE PATER, I., LISSAUER, J. J. *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521482194.
- [3] MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F. *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521575974.

Vypadá to, jakoby měření vzdalování Měsíce a měření zpomalování rotace Země nebyly v souladu! Vysvětlujeme si to tak, že kromě slapů působí na Zemi ještě další vlivy, které naopak *rotaci Země urychlují*: přesuny hmot v zemském plášti, interakce planety s atmosférou, apod. Není ale jisté, co to přesně je.



Obr. 8 — Pozorované změny délky dne (LOD) v závislosti na čase a přímky odpovídající změnám periody 1,7 a 2,3 milisekundy za století. První odpovídá dlouhodobému průměru měřených dat LOD a druhá je vypočítaná z hodnoty slapového vzdalování Měsíce. Převzato z [1].

Při vzniku Měsíce kolizí před 4,45 miliardami let bylo r mnohem menší než dnes, $r_{-4,45 \text{ Gyr}} \simeq r_{\text{Roche}} \simeq 3 R_{\oplus} = \frac{1}{20} r_{\text{teď}}$, čili $\dot{L}_{\oplus}(\oplus)$ bylo 64 milionkrát větší než dnes. Navíc byla Země roztavená (mohla mít větší k_T, Q), takže to je spíše spodní limit. Takové obrovské slapy velmi rychle způsobí vázanou rotaci Měsíce, a také cirkularizaci jeho dráhy.

Kdybychom počítali, za jak dlouhou dobu se Měsíc mohl posunout ze $3 R_{\oplus}$ na $60 R_{\oplus}$, vyjde nám pouhá 1 až 2 miliardy let. To, že ve skutečnosti vývoj trval 4,45 miliard let si vysvětlujeme tak, že v minulosti bylo na Zemi nejspíš *méně mělkých moří*, tedy i menší tření a Měsíc se vzdaloval pomaleji než dnes.

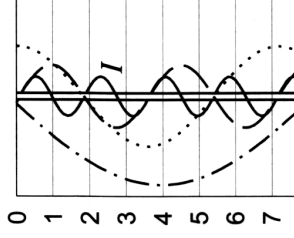
Měsíc–Země

Doposud jsme všechny úvahy dělali pro soustavu Země–Měsíc. Zkusme nyní ta dvě tělesa „prohodit“: Měsíc–Země.

- (1) Země svými slapy způsobuje na Měsíci dvě vzduťi;
- (2) tření na rychle rotujícím Měsíci by způsobilo natočení vzduťi;
- (3) gravitace těchto dvou vzduťi by způsobila zvětšování vzdálenosti Země a od-povídající zpomalování rotace Měsíce.

Dnešní situace je ale taková, že Měsíc *již rotuje vázaně*, tudíž tření je tam nulové, natočení vzduťi také nulové a vzdalování Země také nulové. Uplatní se vlastně jen krok 1.

působí na každý měsíc jinak! Ve vztahu (12) pro \dot{L}_{\oplus} totiž vystupuje hmotnost měsíce, takže každý satelit se vzdaluje od planety jinak rychle a *vůči sobě* se mohou satelity dokonce přibližovat. Po zachycení v rezonanci se dvojice satelitů již vyvíjejí společně.

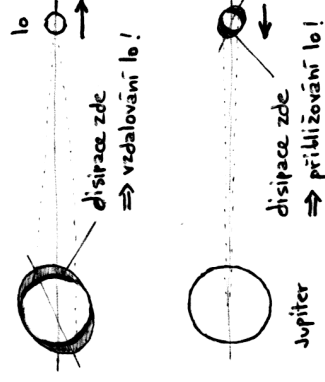


Obr. 16 — Graf z Hvězdářské ročenky, na kterém je znázorněno obíhání Io, Europy, Ganymeda a Kallisty okolo Jupitera. Úsek zachycuje čtyři oběžné periody Io a je z něj patrný poměr period 1:2:4 mezi Io, Europou a Ganymedem.

Již víme, že *disipace na Jupiteru způsobuje vzdalování Io* a zpomaluje rotaci Jupitera. Jak to je ale s disipací na Io? Má nějaký vliv na orbitální pohyb?

Nejllepší je představit si Io jako Zemi a Jupiter jako Měsíc, ale obíhající po excentrické dráze: v perijovu (resp. apojuvu) jsou výdutě působené Jupiterem na Io napřed (pozadu) oproti rovnoměrné rotaci Io. To ale znamená, že tření na Io je bude brzdit (urychlovat), takže se dostanou dozadu (napřed) oproti spojnici Io–Jupiter! Nestejná dvojice sil na Jupiteru pak bude způsobovat přibližování (vzdalování) Jupitera.

Mohlo by se zdát, že nula od nuly pojde, jenomže v perijovu jsou výdutě větší než v apojuvu, takže jejich vliv převládne: *disipace na Io způsobuje přibližování Io*. A na rotaci Jupitera to nemá vliv.

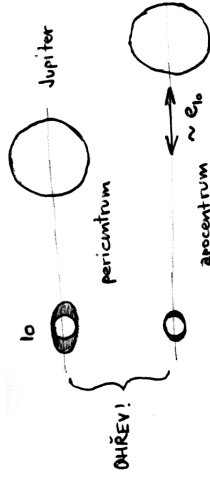


Obr. 17 — Porovnání disipace na Jupiteru a disipace na Io.

nefungují, protože Io samozřejmě již dávno rotuje vázaně! Jak je tedy možné, že se ten měsíček zahřívá? Slapy na Io totiž fungují jinak.

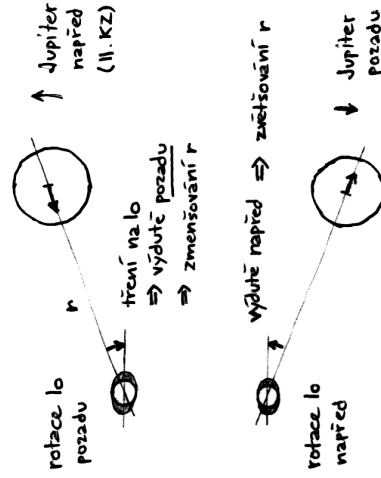
Jedná se o *časově proměnné slapy*, které vznikají jako důsledek excentrické dráhy Io, protože:

- (1) *mění se vzdálenost Io–Jupiter* a tedy i velikost slapů, které působí Jupiter na Io. (mění se velikost výdutí, resp. zploštění).



Obr. 14 — Změny vzdálenosti Jupitera a odpovídající změny výdutí na Io.

- (2) *mění se oběžná rychlost Io* podle II. Keplerova zákona, ale vázaná rotace Io je konstantní podle střední rychlosti, tudíž se mění natočení Io vůči pohybujícím se slapům (výdutím), za něž může Jupiter.



Obr. 15 — Změny rychlosti Jupitera a odpovídající změny natočení výdutí na Io.

Názorný pokus: vezměte balón a začněte jej různě mačkat, za chvíli pocítíte, jak se zahřál (a vy osobně také).

Slapy v systému Io–Jupiter by excentricitu snížily k nule, ale zde je excentricita $e = 0,04$ vynucena *gravitační rezonancí* 2:1 středního pohybu s dalším měsícem Europa, který je navíc v rezonanci 2:1 s Ganymedem (obr. 16). Tato úžasná kombinace rezonancí zřejmě není náhoda, ale důsledek toho, že slapy Jupitera

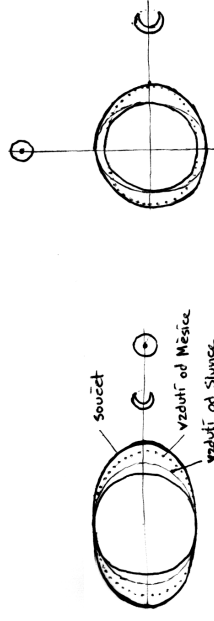
Naprostu stejný postup lze samozřejmě aplikovat i pro jiné soustavy: Země–Slunce, Slunce–Země, Venuše–Slunce, Jupiter–Io, Io–Jupiter, atd.

Země–Slunce

V případě Země–Slunce jsou slapová vzdutí asi poloviční oproti Země–Měsíci. Ostatně si to můžeme vypočítat:

$$\delta a_g = -\frac{GM_{\odot}}{r_{\oplus}^3} R_{\oplus} \doteq -\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(150 \cdot 10^9)^3} 6378 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq -5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

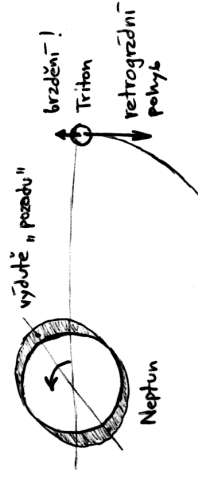
Když jsou Slunce a Měsíc blízko na obloze anebo naproti sobě, jsou vzdutí natočena stejným směrem a vzniká vysoký příliv. Když jsou naopak kolem 90° od sebe, každé vzdutí míří jinam a příliv je menší (hluchý).



Obr. 9 — Vysoký a hluchý příliv.

Neptun–Triton

Triton obíhá Neptun *retrográdně*, opačným směrem než rotuje planeta. Je tedy zřejmé, že díky tření na Neptunu jsou pak vzdutí posunuta „dozadu“ (na opačnou stranu než je tomu u Země–Měsíce). Výsledkem je přibližování Tritonu a zároveň *zpomalování* rotace Neptunu (obr. 10). Momenty hybnosti Tritonu a Neptunu jsou totiž orientované opačně: ℓ_{Triton} je záporné a roste k 0 (absolutní hodnota klesá), L_{Neptun} je kladné a klesá tak, že $L_{\text{celkový}}$ zůstává zachován.



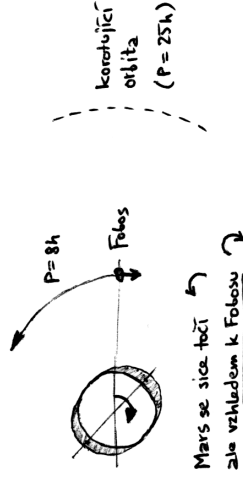
Obr. 10 — Natočení výdutí Neptunu vzhledem k Tritonu.

Na grafu $E(r)$ (obr. 7) by byl Triton na levé větvi, kde neexistuje místo s nulovou derivací $\frac{dE}{dr}$, tudíž neexistuje ustálený stav. Rychlost disipace energie na

Neptunu neznáme přesně, ale odhadujeme, že za několik miliard roků by Triton mohl dosáhnout Rocheovy meze, působením slapů se rozpadnout a dát tak vzniknout monumentálnímu prstenci okolo Neptunu (Triton je 1 000 krát hmotnější než celý Saturnův prsteneček).

Mars–Fobos

Fobos obíhá Mars progradně, ale *vernítr stacionární dráhy*. Oběh Fobosu trvá 8 h, kdežto rotace bezmála 25 h. Jinými slovy: příslušná vzdutí jsou planetou brzdná, nikoli urychlována, oproti Fobosu jsou pozadu a způsobují tak jeho spirálování dovnitř. Fobos zřejmě spadne na Mars za několik desítek milionů roků, respektive se předtím rozpadne na úlomky a ty vytvoří nestabilní prsteneček.

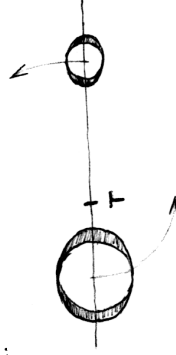


Obr. 11 — Natočení výdutí Marsu vzhledem k Fobosu.

Otázkou je, kde se Fobos vůbec vzal?! I kdyby startoval z vyšší dráhy (stacionární je 11 000 km od Fobosu), stejně nemůže obíhat Mars delší dobu než 100 milionů roků. Navíc přímé zachycení na oběžnou dráhu v problému dvou těles není možné, muselo by se toho účastnit nějaké třetí těleso, například se původně mohlo jednat o protěťavající dvojpianetku. A ještě jeden problém: dráha Fobosu je prakticky kruhová a neskloněná k rovníku. Po zachycení obvykle těleso obíhá po protáhlé dráze. Slapy by musely působit relativně dlouhou dobu (delší než 100 milionů roků), aby se z eliptické dráhy stala kruhová.

Pluto–Charon, dvojpianetky

Pluto a Charon jsou jediným velkým systémem, který již dosáhl stavu *úplně synchronizace*. Otáčení Pluta, otáčení Charona i obíhání okolo společného těžiště trvá 6,4 dne. Výdutě na Plutu i na Charonu směřují radiálně, disipace je nulová a systém se dále nevyvíjí.



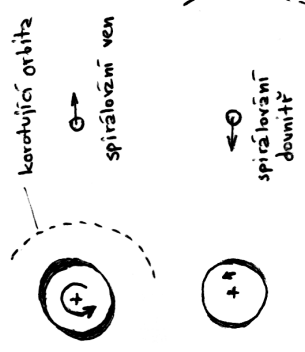
Obr. 12 — Nákres plně synchronizovaného systému.

Kromě toho pozorujeme úplnou vázanou rotaci u některých dvojpianetek, zejména u souměřitelně velikých, jako (90) Antiope nebo (4769) Castalia.

Merkur–Slunce, Venuše–Slunce

U Merkuru a Venuše hraje zásadní roli slapy Slunce — podstatně zpomalily rotaci těchto planet. Merkur se zachytil v rotačně-orbitální rezonanci 3:2, neboť ta je při velké excentricitě dráhy Merkuru energeticky výhodnější než vázaná rotace (neboli rezonance 1:1). Venuše pod vlivem jiných (neslapových) procesů nakonec získala retrogradní rotaci pomalejší než oběh.¹¹

Zajímavá otázka: Proč Venuše ani Merkur nemají žádné měsíce? To je pravděpodobně způsobeno tím, že při postupném zpomalování rotace se podle rovnice (13) vzdaluje od planety stacionární dráha. Bývalé měsíce Venuše si tak mohly v klidu obíhat planetu, když se znenadání dostaly pod stacionární dráhu a „bum“, záhy spadly na Venuši. Dnes je situace taková, že stacionární dráha je až za Lagrangeovým bodem L_1 .



Obr. 13 — Venuše rotující rychle (pomalu) a odpovídající vývoj jejich měsíců.

Jupiter, Io a Europa

Všichni vědí, že Jupiterův měsíc Io je zahříván slapy. Jenomže v systému Jupiter–Io nastává disipace na Jupiteru, nikoli na Io, a v systému Io–Jupiter slapy

¹¹ Mimochoodem, Venuše rotuje tak pomalu, že na změnu její rotace stačí vcelku malý necentrální impakt. Zkusme cvičně spočítat velikost tělesa, které je potřeba na to, aby Venuši „překotilo“. Jeho moment hybnosti musí být srovnatelný s rotačním momentem hybnosti Venuše:

$$L_{\text{Venuše}} = I\omega \simeq L_{\text{impaktu}} \leq R_{\text{Venuše}} m_{\text{planetky}} v_{\text{planetky}},$$

$$m = \frac{I\omega}{Rv} \simeq \frac{10^{38} \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^6 \cdot 10^5} \text{ kg} \simeq 4 \cdot 10^{19} \text{ kg} \Rightarrow R_{\text{planetky}} = \sqrt[3]{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho}} \simeq 150 \text{ km}.$$

V dávné minulosti mohl být takových stokilometrových těles dostatek...