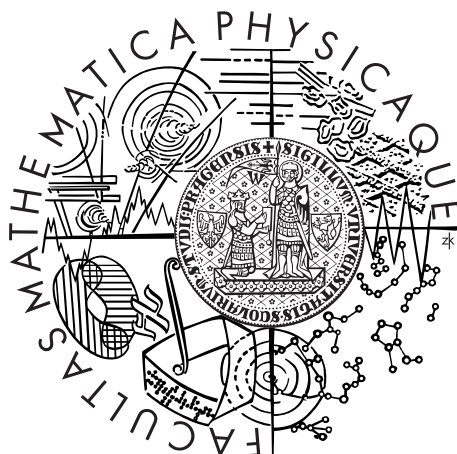


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DISERTAČNÍ PRÁCE



Mgr. Tomáš Franc

Vybrané gravitační jevy ve vesmíru a jejich přiblížení středoškolákům

Astronomický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí disertační práce: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: 4F 12 Didaktika fyziky a obecné
otázky fyziky

Praha 2014

Rád bych na prvním místě poděkoval školiteli doc. RNDr. Marku Wolfovi, CSc., který mi během mého čtyřletého doktorského studia vytvořil vynikající studijní podmínky a při sepsování této práce poskytl cenné rady a připomínky, které přispěly ke zlepšení celého textu.

Poděkování patří rovněž všem 13 učitelkám a učitelům, kteří byli ochotni věnovat drahocenný čas jedné hodiny výuky a zapojit se do mého výzkumu. Stejně tak děkuji všem zúčastněným žákům za jejich snahu odpovědět na mé otázky v dotaznících.

Rovněž děkuji Grantové agentuře Univerzity Karlovy za finanční podporu mého výzkumu.

Velmi děkuji celé mé rodině za podporu během mého dlouhého devítiletého studia na Matematicko-fyzikální fakultě. Poděkovat chci také mé partnerce za velkou trpělivost během mého studia a také za pomoc při psaní této práce.

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 18. 8. 2014

Název práce: Vybrané gravitační jevy ve vesmíru
a jejich přiblížení středoškolákům

Autor: Mgr. Tomáš Franc

Katedra: Astronomický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí disertační práce: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.,
Astronomický ústav Univerzity Karlovy

Abstrakt: V této disertační práci jsme uvedli přehled slapových jevů s jejich vysvětlením, dále jsme objasnili techniku gravitačního manévru s uvedením konkrétních příkladů jeho použití, vše jsme doplnili množstvím názorných obrázků a 17 animacemi. Vysvětlení jsou na úrovni střední školy, neboť je práce určena právě žákům a učitelům středních škol. Tato část práce tak může sloužit jednak jako pomůcka učitelů při přípravě na výuku, rovněž jako studijní text určený žákům středních škol a dalším zájemcům o danou problematiku. Hlavní částí práce jsou potom výsledky výzkumu provedeného na 13 gymnáziích z celé České republiky. Výzkum, kterého se celkem účastnilo 800 žáků, byl zaměřen na zjištění znalostí žáků o slapových jevech a gravitačním manévru. Výzkum probíhal formou dotazníků.

Klíčová slova: gravitace, slapové jevy, gravitační manévr, pedagogický výzkum

Title: Selected gravitational effects in the Universe

Author: Mgr. Tomáš Franc

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.,
Astronomical Institute of Charles University

Abstract: In this Thesis we have given an overview of tidal phenomena with their explanations and also explained the gravitational assist with examples of its use. We have created many pictures and 17 animations for better understanding of these topics. This part of the Thesis is focused on high school students and their teachers, it can be used by teachers for their inspiration for lessons, or students and more generally people interested in these topics can read this part as a study text. The main part of the Thesis is the result of research conducted on 13 high schools in the Czech Republic. 800 students took part in the research; its purpose was to find out students' knowledge of tidal phenomena and the gravitational assist. The research was carried out in the form of questionnaires.

Keywords: gravity, tidal phenomena, gravitational assist, pedagogical research

Obsah

Úvod	3
1 Slapové jevy	5
1.1 Barycentrum soustavy Země-Měsíc	5
1.2 Slapové síly	5
1.2.1 Původ slapových sil	5
1.2.2 Velikost slapových sil Měsíce	11
1.2.3 Velikost slapových sil Slunce	16
1.2.4 Výška přílivu	16
1.2.5 Měsíc a Slunce společně	18
1.2.6 Vliv excentricity	20
1.2.7 Chybné vysvětlení původu slapových sil	25
1.3 Příliv a odliv	28
1.3.1 Rotace Země a tření	28
1.3.2 Perioda přílivu a odlivu	29
1.3.3 Příliv a odliv ve skutečnosti	30
1.3.4 Příliv a odliv v atmosféře a zemské kůře	34
1.4 Další projevy působení slapových sil	35
1.4.1 Zpomalování zemské rotace	35
1.4.2 Vzdalování Měsíce	36
1.4.3 Vázaná rotace	39
1.4.4 Konečný stav soustavy Země-Měsíc	42
1.4.5 Změna vzdálenosti měsíce od planety	44
1.4.6 Rocheova mez	46
1.4.7 Slapový ohřev	49
2 Gravitační manévr	55
2.1 Sféra gravitačního vlivu	55
2.2 Pohyb tělesa po eliptické trajektorii	56
2.3 Hohmannova přechodová trajektorie	58
2.4 Odlišnosti letu vesmírné sondy a letadla	61
2.5 Příklady sond, které využily gravitační manévr	61
2.6 Použití gravitačního manévru	69
2.7 Vysvětlení gravitačního manévru	74
2.8 Vliv sondy na planetu	79
2.9 Gravitační manévr ve skutečnosti	82

3 Výzkum znalostí	83
3.1 Dotazník	83
3.2 Pilotáž	83
3.3 Výsledky žáků	84
3.3.1 Informace o žácích	86
3.3.2 Gravitační manévr – odpovědi žáků	89
3.3.3 Slapové jevy – odpovědi žáků	105
3.4 Výsledky učitelů	119
3.5 Srovnání škol	120
3.6 Možné miskoncepce	123
3.7 Návrhy na změny otázek v dotazníku	123
3.8 Shrnutí výsledků výzkumu	124
Závěr	126
Dodatek	129
Příloha	131
Seznam použité literatury	138
Seznam tabulek	144

Úvod

Velmi důležitou součástí výuky fyziky je motivace žáků. Jak se v různých výzkumech zaměřených na zájem žáků o jednotlivé oblasti fyziky ukazuje, žáci mají největší zájem o astrofyziku, viz např. výzkum, který provedli Kekule a Žák [31] mezi více než 4 000 respondenty základních a středních škol. Zájmu žáků však současné zastoupení astrofyziky na většině gymnázií neodpovídá. Výuka se řídí *Rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia* (dále jen RVP), podle kterého se astrofyzika jednoznačně dostala na okraj vyučovaných oblastí fyziky. V přehledu učiva v tomto dokumentu najdeme pouze tyto pojmy související s astrofyzikou ([58], strana 28):

gravitační a tíhová síla; gravitační pole.

Zároveň se můžeme podívat na časovou dotaci hodin podle RVP. Fyzika je součástí vzdělávací oblasti *Člověk a příroda*, kam dále patří Chemie, Biologie, Geografie a Geologie. Navíc je pro časovou dotaci tato oblast spojena se vzdělávací oblastí *Člověk a společnost*, kam patří Občanský a společenskovední základ a Dějepis. Dohromady na tyto dvě oblasti (zahrnující 7 předmětů) připadá minimálně 36 hodin pro 4 roky studia na gymnáziu (čtyřletém či víceletém). Navíc RVP stanovuje výuku fyziky jako povinnou v 1. a 2. ročníku a jako volitelnou ve 3. a 4. ročníku. Obvykle¹ se to řeší tak, že je fyzika povinná v 1. až 3. ročníku s časovou dotací 2 hodiny týdně. To je oproti předchozímu stavu zkrácení minimálně o 2 hodiny, neboť před zavedením RVP byla fyzika povinná i v posledním ročníku gymnázia (a v tomto ročníku se právě astrofyzika probírala). Astrofyzika se proto v současné době ve výuce objevuje především ve volitelných seminářích, v povinné výuce je pouze zařazen *Newtonův gravitační zákon* a *Keplerovy zákony*.

Astrofyzika nabízí velké množství zajímavých témat, kterým by se žáci nejen v seminářích mohli věnovat, je možné totiž do výuky zařadit např. astronomický projekt, který by mohl mít přesahy do jiných předmětů, např. biologie, [48]. Jedním, velmi komplexním, tématem je téma **slapových jevů**, dalším zajímavým tématem je problematika **gravitačního manévru**. Proč jsme vybrali zrovna tato témata? Žáci se při cestách do zahraničí setkají s nejznámějším projevem slapových sil – přílivem a odlivem, dále se ve zprávách občas objeví zpráva o kosmické sondě, a právě gravitační manévr je velmi často využíván při letech kosmických sond, které pak zkoumají měsíce s výraznými projevy slapových sil. Žáci však tyto jevy často neumí vysvětlit. Při analýze materiálů (učebnice, články v časopisech, ve sbornících) se dále ukázalo, že v podstatě neexistuje ucelený materiál, který by se zmíněnými tématy zabýval a navíc byl zaměřený přímo pro žáky středních škol. Navíc jsme došli k závěru, že uvedená témata se objevují především

¹Nebudeme zde uvádět množství odkazů na internetové stránky škol a jejich Školní vzdělávací programy, kterých se toto tvrzení týká.

v zahraničních zdrojích, které jsou obvykle zaměřeny pouze na určitou část jinak komplexního tématu.

Ze současné řady učebnic určených pro gymnázia se téma slapových jevů objevuje pouze v knize *Astrofyzika* [36] (str. 42-44). V této učebnici je vysvětlen vznik přílivu a odlivu pomocí obrázků, dále je zmíněn vliv vzájemného působení Měsíce a Slunce na příliv a odliv a rovněž zpomalování rotace Země a vzdalování Měsíce. V problému 5 (str. 46) mají žáci za úkol spočítat velikosti slapových sil v bodě Země, který je nejbližší k Měsíci, a v bodě, který je od Měsíce nejdále (na konci učebnice je potom řešení). To případnému zájemci o toto téma nemůže stačit. S tématem gravitačního manévru se žák v řadě učebnic pro gymnázia neseťká vůbec.

Naším cílem proto bylo sepsat ucelený přehled o slapových jevech a gravitačním manévru, který je určený především žákům středních škol a jejich učitelům. Zároveň nás zajímalo, jaký je stav vědomostí českých žáků týkajících se těchto témat. Vybrali jsme proto otázky pro výzkum znalostí formou dotazníků, výzkumu se nakonec zúčastnilo 800 žáků gymnázií.

Disertační práce je rozdělená do tří kapitol, první se zabývá slapovými jevy, druhá gravitačním manévrem a třetí kapitola samotným výzkumem znalostí. První dvě kapitoly tedy v podstatě představují učební texty zabývající se vysvětlením daných jevů, a to na středoškolské úrovni. Zároveň tyto kapitoly obsahují množství zajímavých příkladů, kde všude se lze se slapovými jevy setkat, resp. jaké sondy využily během svého letu sluneční soustavou gravitační manévru. Najdeme zde také velké množství obrázků, které mají pomoci snadnějšímu pochopení vysvětlovaných jevů. Ke stejnému účelu jsme vytvořili celkem 17 animací. Při psaní textu jsme navíc vycházeli z výsledků výzkumu a při vysvětlování kladli důraz na nejvíce problematické otázky z dotazníkového šetření. Na konci práce jsou potom v Příloze návody na ovládání animací. Práce rovněž obsahuje Dodatek s přehledem fyzikálních hodnot, které jsme při výpočtech potřebovali, a dále přehled některých odborných anglických termínů pro případné zájemce, kteří by se o tématech chtěli dozvědět něco více. Součástí disertační práce je Seznam použité literatury, který je poměrně rozsáhlý a představuje tak velké množství zdrojů, ze kterých lze čerpat další informace.

Kapitola 1

Slapové jevy

V této kapitole nejprve vysvětlíme původ slapových sil, dále vypočítáme jejich velikost, zaměříme se na příliv a odliv a nakonec uvedeme přehled jevů, které jsou způsobeny slapovými silami. Začneme tím, že odvodíme polohu hmotného středu soustavy Země-Měsíc, protože ji později budeme několikrát potřebovat. Dosazované hodnoty jsou přehledně uvedeny v Dodatku, včetně označení. Přesnost všech výsledků, konstant a převzatých hodnot v celé práci je (až na výjimky) 3 platné číslice. U některých výpočtů provedeme i číselné dosazení.

1.1 Barycentrum soustavy Země-Měsíc

Barycentrum je obecné označení hmotného středu soustavy dvou těles, která kolem tohoto bodu obíhají. Nás bude zajímat barycentrum soustavy Země-Měsíc (dále budeme stručně uvádět jen barycentrum). Vzdálenost barycentra r_B od středu Země spočteme následovně

$$r_B = \frac{0 \cdot M_{\oplus} + r_{\zeta} \cdot M_{\zeta}}{M_{\oplus} + M_{\zeta}} = \frac{3,84 \cdot 10^8 \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{5,97 \cdot 10^{24} + 7,34 \cdot 10^{22}} \text{ m} \approx 4\,660 \text{ km} \approx \frac{3}{4} R_{\oplus}. \quad (1.1)$$

Barycentrum tedy leží pod povrchem Země.

1.2 Slapové síly

1.2.1 Původ slapových sil

Velikost gravitační síly F_g , kterou na sebe vzájemně působí dvě tělesa o hmotnostech m a M , je určena podle *Newtonova gravitačního zákona* vzorcem

$$F_g = \frac{GmM}{r^2},$$

kde r je vzdálenost mezi těmito tělesy a G Newtonova gravitační konstanta. V dalších úvahách budeme místo gravitační síly F_g uvažovat gravitační zrychlení a_g , což je vlastně gravitační síla na jednotku hmotnosti. Gravitační zrychlení, které tělesu o hmotnosti m udílí těleso o hmotnosti M , určíme podle 2. pohybového zákona

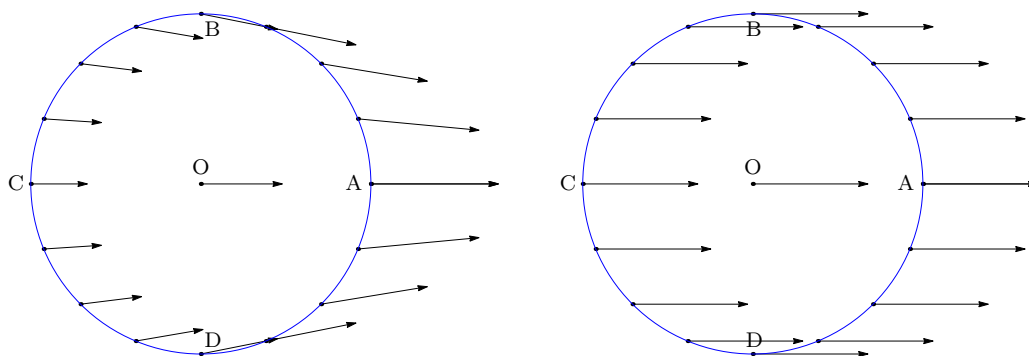
$$a_g = \frac{F_g}{m} = \frac{GM}{r^2}. \quad (1.2)$$

Popis pomocí zrychlení je výhodný kvůli tomu, že nebudeme muset specifikovat hmotnost m , tělesem s touto hmotností může být jak celá Země, tak jen její část. Abychom ještě více zdůraznili, že jde vlastně o gravitační sílu na jednotku hmotnosti, budeme pro zrychlení užívat jednotku $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ namísto $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pro jednoduchost vyjadřování budeme v následujících úvahách považovat za těleso o hmotnosti M Měsíc a za těleso o hmotnosti m Zemi nebo její část. Dále označme střed Země písmenem O , bod na povrchu Země, který je nejbližší k Měsíci, písmenem A , nejvzdálenější bod na povrchu Země od Měsíce písmenem C , a body na povrchu Země, které leží na kolmici k úsečce AC procházející středem Země, písmeny B a D , viz např. Obrázek 1.1.

Vůbec v tuto chvíli neuvažujme rotaci Země kolem osy, ta totiž k vysvětlení původu slapových sil vůbec není potřeba².

Gravitační pole kolem Měsíce je nehomogenní – velikost gravitačního zrychlení jednak s rostoucí vzdáleností od středu Měsíce klesá a jednak směr gravitačního zrychlení v každém bodě prostoru míří do středu Měsíce. Proto na jednotlivé části Země působí různě velká gravitační zrychlení, viz Obrázek 1.1 vlevo. Největší gravitační zrychlení působí v bodě A a nejmenší v bodě C . V tomto obrázku jsme samozřejmě celou situaci přehnali, aby vysvětlení původu slapových sil bylo zřejmé, ve skutečnosti vzhledem k velké vzdálenosti Země-Měsíc by rozdíly ve směrech a velikostech gravitačních zrychlení nebyly okem rozeznatelné, jak dokládá Obrázek 1.1 vpravo, ale stále platí, že ve zrychleních jsou rozdíly, byť nepatrné (a právě tyto nepatrné rozdíly způsobují příliv a odliv). Aby obrázky byly přehledné, znázornili jsme pouze zrychlení bodů na povrchu Země a jejího středu, později však uvedeme obrázek slapových sil působících nejen v bodech povrchu, ale i v bodech uvnitř Země.



Obrázek 1.1: Vektory gravitačních zrychlení různých bodů Země. Měsíc se nachází na polopřímce CA (vně Země). Na obrázku vlevo je znázorněna nereálná situace, aby vynikly rozdíly ve směrech a velikostech gravitačních zrychlení (Měsíc je umístěn velmi blízko Země). Na obrázku vpravo je Měsíc umístěn ve skutečné vzdálenosti od Země a vidíme, že rozdíly ve velikostech a směrech gravitačních zrychlení nejsou okem rozeznatelné, právě tyto velmi malé rozdíly způsobují vznik slapových sil. Na obrázku vlevo vidíme, že gravitační zrychlení mají různé směry a různé velikosti. Pohled v obrázku je pohledem na řez Země jakoukoli rovinou procházející středy Země a Měsíce.

²Naopak, rotace Země kolem osy je v některých učebnicích či internetových zdrojích vysvětlujících vznik přílivu a odlivu nesprávně používána k vysvětlení výdutě u bodu C , na to se zaměříme později.

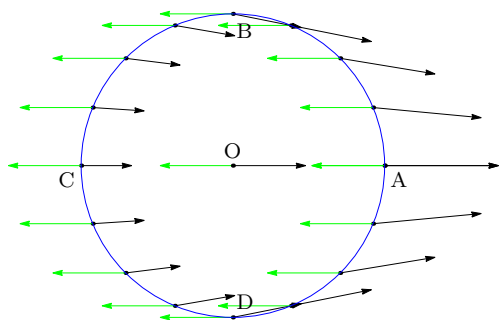
Jak jsme uvedli, pohled v Obrázku 1.1 je pohledem na řez Země jakoukoli rovinou procházející středy Země a Měsíce. Proto nikde neuvádíme, že např. body B a D představují póly Země. Kdybychom z tohoto obrázku chtěli získat 3D obrázek, stačí obrázek nechat rotovat kolem osy procházející středy Země a Měsíce. Totéž platí pro následující obrázky, ve kterých tento fakt nebudeme znovu uvádět.

Původ slapových sil nejprve vysvětlíme z hlediska inerciální soustavy (ve které žádné setrvačné síly neexistují). Při vysvětlení je nutné uvažovat jednak jednotlivé části (body) Země zvláště a jednak je nutné uvažovat Zemi jako celek. Země se jako celek pohybuje kolem barycentra se zrychlením $a_{g\zeta}$ (O), které je rovné gravitačnímu zrychlení, které Měsíc uděluje středu Země. Se zrychlením $a_{g\zeta}$ (O) se proto rovněž pohybují všechny body Země³, jinak by Země nedržela pohromadě. Ale protože je gravitační pole nehomogenní, tak zároveň jednotlivé body Země pociťují ještě navíc různá gravitační zrychlení, jak je znázorněno v Obrázku 1.1.

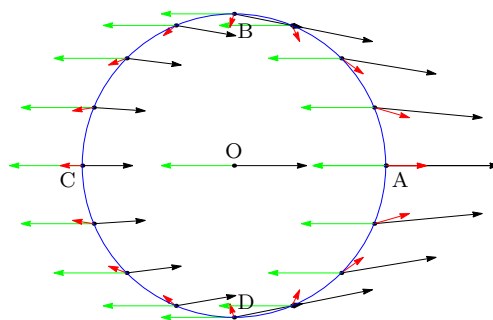
Shrneme-li předešlé úvahy, tak každý bod Země se jedním pohybuje se zrychlením rovným $a_{g\zeta}$ (O), protože je součástí Země, která obíhá kolem barycentra, zároveň ale každý bod Země pociťuje gravitační působení Měsíce, které je však pro různé body Země (obecně) různé.

Velmi důležitým krokem při vysvětlení původu slapových sil je uvědomit si, že Země je v **beztížném stavu**, vlastně padá směrem k barycentru. Proto od gravitačních zrychlení jednotlivých částí Země můžeme odečíst gravitační zrychlení Země jako celku, tedy gravitační zrychlení ve středu Země $\vec{a}_{g\zeta}$ (O). Vše znázorňuje Obrázek 1.2. Výsledkem této operace (odečtení vektoru $\vec{a}_{g\zeta}$ (O), respektive přičtení opačného vektoru $-\vec{a}_{g\zeta}$ (O)) jsou slapové síly (na jednotku hmotnosti) znázorněné v Obrázku 1.3 a můžeme shrnout:

Z hlediska inerciální vztažné soustavy jsou slapové síly na jednotku hmotnosti dány rozdílem gravitačních zrychlení jednotlivých částí Země a gravitačního zrychlení, se kterým se Země pohybuje kolem barycentra.



Obrázek 1.2: Původ slapových sil. K vektorům gravitačních zrychlení jednotlivých částí Země (černě) přičítáme vektor opačný k vektoru gravitačního zrychlení středu Země (zeleně). Nereálná situace (Měsíc jsme umístili velmi blízko Země).



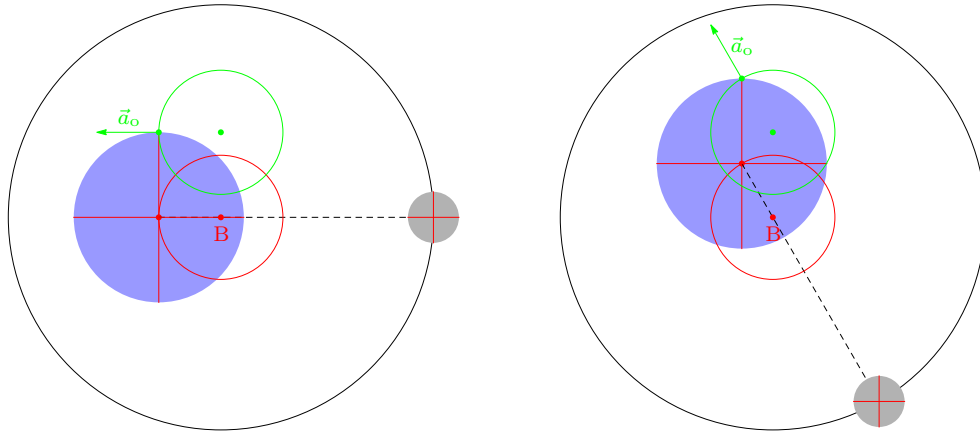
Obrázek 1.3: Slapové síly. Vektorovým součtem gravitačních zrychlení jednotlivých částí Země (černě) a vektoru opačného ke gravitačnímu zrychlení středu Země (zeleně) jsou slapové síly na jednotku hmotnosti (červeně). Nereálná situace.

³Na tomto faktu není samozřejmě nic překvapivého, když např. automobil zrychluje s určitým zrychlením, pak se se stejným zrychlením pohybuje jak přední světlo, tak i zadní světlo, neboť obě patří témuž automobilu. Chtěli jsme však tento fakt zdůraznit kvůli dalším úvahám.

To byl přístup z hlediska inerciální soustavy. Jak se vysvětlení změní z hlediska neinerciální soustavy? Zvolme vztažnou soustavu s počátkem v barycentru. Celá situace je složitější v tom, že barycentrum leží pod povrchem Země, jak dokládá výpočet (1.1). Klíčové je uvědomit si, jakým druhem pohybu se pohybuje Země kolem barycentra. Pro tento účel jsme vytvořili animaci *Pohyb Země kolem barycentra*, která se nachází na přiloženém CD, rovněž na stránkách [16]. Návod na přehrání a ovládání všech animací, které jsme vytvořili, je v Příloze (dále tento fakt nebudeme uvádět). Doporučujeme současné přehrávání animace a čtení následujících úvah. Z animace vidíme, že jak Měsíc, tak i Země se kolem barycentra pohybují **translačním (posuvným)** pohybem, nejde tedy o žádnou rotaci. Všechny body Země se pohybují po kružnicích s různými středy, ale všechny tyto kružnice mají **stejný** poloměr r_B , neboli všechny body Země se pohybují se **stejným** setrvačným – odstředivým zrychlením, viz Obrázky 1.4. Toto odstředivé zrychlení se spočítá podle vzorce $a_o = \omega^2 r$, kde musíme do úhlové rychlosti $\omega = \frac{2\pi}{T}$ dosadit periodu posuvného pohybu Země kolem barycentra, která je rovná periodě oběhu Měsíce kolem barycentra a nazývá se *siderický měsíc* T_{ζ} (27 d 7 h 43 min 12 s), a pro všechny body musíme dosadit stejnou vzdálenost r_B rovnou vzdálenosti barycentra od středu Země. Výsledkem tak je prakticky identický obrázek jako Obrázek 1.2, kde černé vektory jsou stále vektory gravitačních zrychlení, které Měsíc uděluje různým bodům Země, ale zelené vektory nyní představují právě stejně velká odstředivá zrychlení způsobená pohybem Země kolem barycentra. Výsledkem (vektorový součet gravitačních zrychlení a odstředivých zrychlení) jsou opět slapové síly, tedy Obrázek 1.3 (nehledě na volbu přístupu z hlediska inerciální či neinerciální vztažné soustavy jsme museli dojít ke stejnému výsledku). Z hlediska neinerciální soustavy můžeme původ slapových sil vysvětlit takto (musíme však být opatrní a zdůraznit, že se nejedná o odstředivé zrychlení způsobené rotací Země kolem osy, zde pak vznikají chybná vysvětlení, viz dále):

Z hlediska neinerciální vztažné soustavy jsou slapové síly dány rozdílem gravitačních zrychlení jednotlivých částí Země a odstředivých zrychlení, se kterými se tyto body pohybují kolem barycentra. Odstředivá zrychlení jsou ve všech bodech stejná, neboť se jedná o posuvný pohyb.

Z Obrázku 1.3 je názorně vidět, že slapové síly na jednotku hmotnosti jsou výrazně menší než původní gravitační zrychlení. Kdybychom tento obrázek vytvořili ve správném měřítku, nebyly by slapové síly oproti gravitačním dokonce vůbec vidět. Dále v tomto obrázku vidíme, že slapové síly v bodech A a C míří od středu Země, ale nejsou stejně velké. To je dáno tím, že obrázek slouží pro názornost a neznázorňuje reálnou situaci. Rovněž vidíme, že slapové síly v bodech B a D nemíří do středu Země, což je opět dáno nereálností obrázku. Nyní tedy můžeme vytvořit obrázek, kde znázorníme pouze slapové síly vypočítané pro skutečnou vzdálenost Měsíce od Země – viz Obrázek 1.5. Z obrázku je patrné, že v bodech A a C jsou slapové síly přibližně stejně velké (výpočty provedeme později) a především, že rovněž v bodě C míří od středu Země. Právě v těchto bodech nastává příliv, neboli příliv nastává nejen na přivrácené straně Země k Měsíci, ale i na opačné straně, kde je gravitační síla Měsíce nejmenší. Tento fakt je pro žáky nesmírně obtížné pochopit, byť ve vysvětlení původu slapových sil žádný

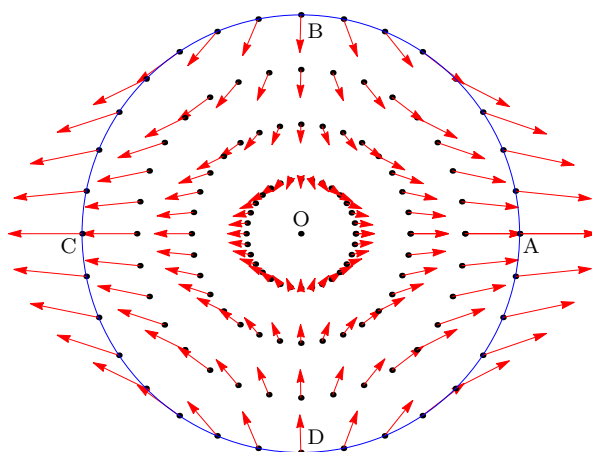


Obrázek 1.4: Pohyb Země a Měsíce kolem barycentra. Bod B značí barycentrum. Červená kružnice představuje trajektorii středu Země, zelená kružnice trajektorii bodu na povrchu Země. Obě kružnice mají různé středy, ale **stejný** poloměr. V bodě na povrchu Země je vyznačen (zeleně) vektor odstředivého zrychlení, které je způsobeno pohybem tohoto bodu po jeho trajektorii (zelené kružnici). Pohybem Země a Měsíce kolem barycentra je **posuvný** pohyb, takže červené kříže na Zemi a Měsíci nemění svou orientaci. Vektor odstředivého zrychlení bodu povrchu Země (zeleně) má stále stejnou velikost a míří od středu (zeleně) kružnice, po které se tento bod pohybuje. Tento vektor je v každém okamžiku rovnoběžný se spojnicí středů Země a Měsíce. Obrázky nejsou ve správném měřítku (velikosti Země a Měsíce, ani jejich vzdálenost), ve správném měřítku je poloha barycentra vzhledem k rozměru Země.

zádrhel neshledávají⁴. Proto uvedme jednu analogii, která by měla pomoci k pochopení vzniku výdutě u bodu C. Představme si tři stejné kosmonauty (mající především stejnou hmotnost), kteří po přímce padají na Měsíc. Označme je A, O a C (v souladu s našimi obrázky), kosmonaut A tedy padá na Měsíc jako první, za ním padá O, ten je tedy dále od Měsíce než A, a nejdále od Měsíce je kosmonaut C. Protože A je Měsíci nejbližší, pohybuje se podle Newtonova gravitačního zákona s největším zrychlením, kosmonaut O se pohybuje s menším zrychlením a nejmenší zrychlení má kosmonaut C. Co bude pozorovat kosmonaut O? Protože kosmonaut A se pohybuje s větším zrychlením, bude se od O vzdalovat, ale stejně tak se bude vzdalovat i C, protože ten se pohybuje s menším zrychlením. Od kosmonauta O (středu Země) se tedy vzdaluje jak kosmonaut A (bod Země nejbližší k Měsíci), tak i kosmonaut C (bod Země nejdále od Měsíce). Tuto analogii jsme převzali od Freda Loxsoma, [34]. V analogii jsou všichni tři kosmonauti v beztlížném stavu, stejně jako Země, která padá směrem k barycentru, tedy směrem k Měsíci.

Dále z Obrázku 1.5 vidíme, že slapové síly v bodech B a D míří nejspíš do středu Země (dále spočítáme, jestli tomu tak opravdu je, přibližně to však platí). V obrázku jsme navíc znázornili rovněž slapové síly působící nejen na povrch Země, ale i slapové síly působící uvnitř Země a vidíme, že směrem ke středu Země

⁴Jde o vlastní zkušenost autora, při rozhovorech s jinými učiteli jsme se dozvěděli, že i oni mají tuto zkušenost.



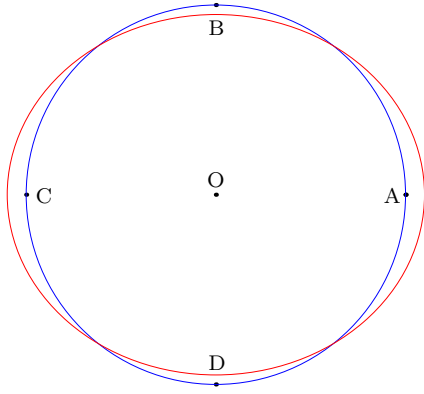
Obrázek 1.5: Slapové síly Měsíce působící na Zemi. V bodech A a C míří přibližně stejně velké slapové síly od středu Země, v těchto místech vzniká příliv. V bodech B a D míří slapové síly do středu Země, v těchto místech nastává odliv.

se slapové síly zmenšují, největší slapové síly působí na povrchu Země. Země se v důsledku působení slapových sil deformuje do tvaru elipsoidu, viz Obrázky 1.6 a 1.23 (3D obrázek), které jsou samozřejmě přehnané, aby byla změna tvaru zřejmá (Obrázek 1.6 odpovídá situaci, kdyby byl příliv vysoký 640 m a při odlivu se hladina moře snižovala o 320 m). V bodech A a C se Země protáhne směrem od středu, vzniknou zde tedy výdutě, v bodech B a D se Země zploští.

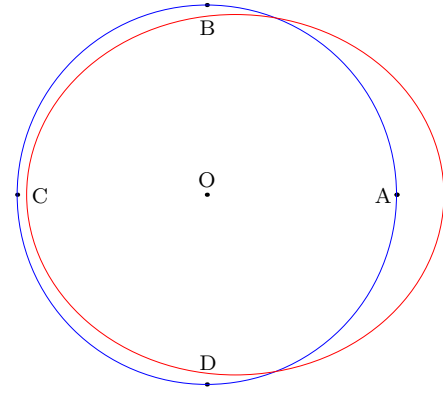
A proč jsme upozorňovali na fakt, že je Země v beztížném stavu? Musíme si uvědomit, že i kdyby Země padala po přímce na Měsíc, byla by opět v beztížném stavu a znamenalo by to opět existenci dvou výdutí (to je ostatně obsahem analogie s třemi kosmonauty padajícími na Měsíc). Kdyby ale celá situace byla statická, řekněme, že by někdo Zemi i Měsíc „držel“ na místě, pak by dvě výdutě nevznikly. Oproti předchozímu vysvětlení se Země ve statické situaci vůbec nepohybuje, takže Země jako celek a všechny její body mají nyní nulové zrychlení $a_{g\mathcal{L}}(O) = 0$. Stále však platí, že jednotlivé body Země pocítují různá gravitační zrychlení. V Obrázku 1.2 tak zůstávají černé vektory, ale zelené musíme smazat, černé vektory tak již rovnou představují výsledné vektory zrychlení jednotlivých bodů Země. Takže bod A se od středu Země vzdálí, bod C se nyní přiblíží, čímž obdržíme nesymetrickou situaci, kdy na nejbližší straně Země k Měsíci bude výduť a naopak na nejvzdálenější dojde (stejně jako v bodech B a D) ke zploštění, viz Obrázek 1.7 (který je opět přehnaný). Na důležitost beztížného stavu Země při vysvětlení vzniku přílivu a odlivu upozorňoval již Ernst Mach v roce **1883** (v Praze), ([35], strany 213-215), jak poznamenali Galili a Lehavi, [18]. Informaci o beztížném stavu Země jsme proto nemohli vynechat.

Dosud jsme se zajímali pouze o slapové síly. Nesmíme však zapomenout, že v jednotlivých bodech A, B, C, D působí především gravitační síla⁵. Výsledkem tak je, že v bodech A a C je vlastně voda (či pevnina) mírně nadlehčována, a naopak v bodech B a D o něco více přitahována k Zemi oproti situaci, kdyby slapové síly neexistovaly. Odkud se tedy bere voda při přílivu, když je v bodech A, C pouze nadlehčována? **Z okolních bodů!** Jak vidíme v Obrázku 1.5, tak kromě bodů A, B, C, D, kde slapové síly míří přibližně směrem do středu nebo od středu,

⁵Rotaci Země stále neuvažujeme, nepoužili jsme proto pojem *tíhová síla*.



Obrázek 1.6: Změna tvaru Země způsobená slapovými silami. Modře je původní kulový tvar, červeně nový tvar elipsoidu. U bodů A a C jsou přibližně stejně velké výdutě, u bodů B a D zploštění. Viz také Obrázek 1.23, který znázorňuje elipsoid ve 3D.



Obrázek 1.7: Změna tvaru Země ve statické situaci. Modře je původní tvar, červeně nový tvar. Výduť je pouze u bodu A, v bodech B, C a D zploštění.

ve všech ostatních bodech nejsou slapové síly kolmé na povrch Země, tedy nemíří proti směru či ve směru gravitační síly. Právě ve všech těchto ostatních bodech způsobují slapové síly pohyby vody. Účinek slapových sil na pohyby vody bude nejlépe zřetelný, pokud znázorníme jejich tečné a radiální složky (tečné složky jsou tečnami povrchu Země, radiální složky míří ve směru do středu Země, nebo od středu Země), viz Obrázky 1.8 a 1.9. **Za pohyby vody jsou zodpovědné tečné složky slapových sil.**

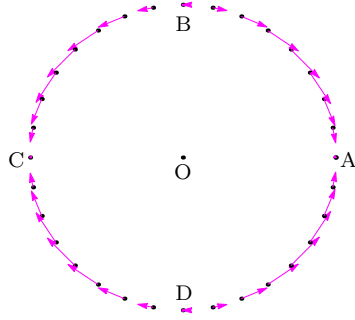
1.2.2 Velikost slapových sil Měsíce

Než spočítáme velikosti slapových sil v bodech A, B, C a D, spočítejme gravitační zrychlení bodů A, O a C. Zatím se budeme zabývat pouze působením Měsíce na Zemi, budeme proto u veličin používat index ζ .

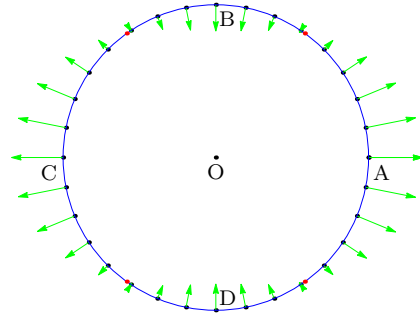
$$\begin{aligned}
 a_{g\zeta}(A) &= \frac{GM_{\zeta}}{(r_{\zeta} - R_{\oplus})^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8 - 6,38 \cdot 10^6)^2} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \\
 a_{g\zeta}(O) &= \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8)^2} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \\
 a_{g\zeta}(C) &= \frac{GM_{\zeta}}{(r_{\zeta} + R_{\oplus})^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8 + 6,38 \cdot 10^6)^2} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Výsledky jsou potom

$$\begin{aligned}
 a_{g\zeta}(A) &\approx 3,43 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \\
 a_{g\zeta}(O) &\approx 3,32 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \\
 a_{g\zeta}(C) &\approx 3,21 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.
 \end{aligned} \tag{1.4}$$



Obrázek 1.8: Tečné složky slapových sil. Přibližně v bodech A, B, C a D jsou nulové, v těchto bodech nezpůsobují žádné pohyby vody. V okolí bodů A a C míří tečné složky směrem k těmto bodům, způsobují přesuny vody do těchto míst, kde nastává příliv. V okolí bodů B a D míří tečné složky od těchto bodů, z těchto bodů tedy voda odtéká, nastává zde odliv. Pro větší přehlednost jsme nechali kružnici znázorňující Zemi.



Obrázek 1.9: Radiální složky slapových sil. Tyto složky vodu buď mírně nadlehčují, pokud míří od středu Země, nebo vodu k Zemi mírně přitlačují, pokud míří do středu Země. Radiální složky slapových sil pohyby vody nezpůsobují. Červeně jsou zvýrazněny body, ve kterých jsou radiální složky nulové (úhel AO-červený bod v prvním kvadrantu je přibližně 54° .)

Uvedli jsme, že velikost odstředivého zrychlení, se kterým se Země a všechny její body pohybují kolem barycentra, je rovna $a_{g\zeta}(O)$. Je tomu opravdu tak? To snadno ověříme a využijeme při tom rovnost (1.1):

$$a_o = \omega^2 r_B = \left(\frac{2\pi}{T_\zeta} \right)^2 r_B \approx \left(\frac{2\pi}{2,36 \cdot 10^6} \right)^2 \cdot 4,66 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \approx 3,30 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1},$$

rozdíl oproti $a_{g\zeta}(O)$ je minimální, obě zrychlení se v podstatě shodují.

A nyní spočítejme velikosti slapových sil (na jednotku hmotnosti) podle jejich definice s využitím gravitačních zrychlení (1.3) (využíváme rovněž faktu, že vektory leží na jedné přímce).

$$a_{s\zeta}(A) = a_{g\zeta}(A) - a_{g\zeta}(O) = \frac{GM_\zeta}{(r_\zeta - R_\oplus)^2} - \frac{GM_\zeta}{r_\zeta^2} \approx 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad (1.5)$$

$$a_{s\zeta}(C) = a_{g\zeta}(C) - a_{g\zeta}(O) = \frac{GM_\zeta}{(r_\zeta + R_\oplus)^2} - \frac{GM_\zeta}{r_\zeta^2} \approx -1,08 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad (1.6)$$

kde mínus u výsledku značí, že vektor $\vec{a}_{s\zeta}(C)$ míří opačným směrem, než vektor $\vec{a}_{s\zeta}(A)$, který míří směrem k Měsíci. Vidíme tedy, že slapová síla je v bodě A nepatrně větší než v bodě C, rozdíl je však minimální. Ještě spočítejme průměrnou hodnotu z těchto dvou hodnot:

$$\frac{a_{s\zeta}(A) + |a_{s\zeta}(C)|}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{GM_\zeta}{(r_\zeta - R_\oplus)^2} - \frac{GM_\zeta}{(r_\zeta + R_\oplus)^2} \right) \approx \quad (1.7)$$

$$\approx 1,10 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Nyní odvodíme přibližný vzorec pro přímý výpočet slapových sil, což bude užitečné, abychom velikosti slapových sil nemuseli neustále počítat jako rozdíl gravitačních zrychlení.

$$a_{s\zeta}(A) = \frac{GM_{\zeta}}{(r_{\zeta} - R_{\oplus})^2} - \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} = GM_{\zeta} \frac{2r_{\zeta} R_{\oplus} - R_{\oplus}^2}{(r_{\zeta} - R_{\oplus})^2 r_{\zeta}^2}. \quad (1.8)$$

Dále učiníme dvě zanedbání, a sice $2r_{\zeta} R_{\oplus} - R_{\oplus}^2 \approx 2r_{\zeta} R_{\oplus}$ a $(r_{\zeta} - R_{\oplus})^2 \approx r_{\zeta}^2$, neboť je:

$$\begin{aligned} 2r_{\zeta} R_{\oplus} - R_{\oplus}^2 &\approx 4,86 \cdot 10^{15} \text{ m}^2, & (r_{\zeta} - R_{\oplus})^2 &\approx 1,43 \cdot 10^{17} \text{ m}^2, \\ 2r_{\zeta} R_{\oplus} &\approx 4,90 \cdot 10^{15} \text{ m}^2, & r_{\zeta}^2 &\approx 1,47 \cdot 10^{17} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Po jednoduché úpravě rovnosti (1.8) tak pro velikost slapové síly (na jednotku hmotnosti) v bodě nejbližším k Měsíci přibližně platí

$$a_{s\zeta}(A) \approx GM_{\zeta} \frac{2r_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^4} = \frac{2GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^3} R_{\oplus}. \quad (1.9)$$

Podle tohoto vzorce dostáváme výsledek

$$\begin{aligned} a_{s\zeta}(A) &\approx \frac{2GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^3} R_{\oplus} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8)^3} \cdot 6,38 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \approx \\ &\approx 1,10 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \end{aligned}$$

což je ve shodě s (1.7), vzorec (1.9) tedy můžeme považovat ze velmi dobrou aproximaci velikosti slapových sil (na jednotku hmotnosti) působících v bodech A a C.

Dále spočítáme velikost slapových sil v bodech B a D, které jsou ze symetrie celé situace (Obrázek 1.5 je symetrický podle osy AC) stejné. Pro výpočet zvolme takovou Kartézskou soustavu souřadnic, která má počátek ve středu Země O, kladná souřadnicová osa x míří k Měsíci a kladná souřadnicová osa y míří do bodu B. Potom vektor gravitačního zrychlení v bodě O má souřadnice

$$\vec{a}_{g\zeta}(O) = \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} (1, 0).$$

Bod B má souřadnice $[0, R_{\oplus}]$, střed Měsíce $[r_{\zeta}, 0]$, takže platí

$$\vec{a}_{g\zeta}(B) = \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2} \frac{(r_{\zeta}, -R_{\oplus})}{\sqrt{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2}},$$

tento vektor má podle Newtonova gravitačního zákona velikost

$$\frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2}$$

a míří ve směru jednotkového vektoru

$$\frac{(r_{\zeta}, -R_{\oplus})}{\sqrt{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2}}.$$

Velikost výsledné slapové síly v tomto bodě je tedy velikost vektoru

$$\begin{aligned}\vec{a}_{s\zeta}(\text{B}) &= \vec{a}_{g\zeta}(\text{B}) - \vec{a}_{g\zeta}(\text{O}) = \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2} \frac{(r_{\zeta}, -R_{\oplus})}{\sqrt{r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2}} - \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} (1, 0) = \\ &= \left(\frac{GM_{\zeta} r_{\zeta}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2}, -\frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \approx \\ &\approx (-1,37 \cdot 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}; -5,51 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}).\end{aligned}\quad (1.10)$$

$$a_{s\zeta}(\text{B}) \approx \sqrt{(-1,37 \cdot 10^{-8})^2 + (-5,51 \cdot 10^{-7})^2} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \approx 5,51 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Z výpočtu a výsledku ihned vidíme (velikost vektoru je přibližně rovna velikosti jeho y -ové složky), že přibližně platí

$$a_{s\zeta}(\text{B}) \approx \frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

a vzhledem k $r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2 \approx r_{\zeta}^2$, neboť je

$$r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2 \approx 1,47 \cdot 10^{17} \text{ m}^2 \quad \text{a} \quad r_{\zeta}^2 \approx 1,47 \cdot 10^{17} \text{ m}^2,$$

dostáváme

$$a_{s\zeta}(\text{B}) \approx \frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}} \approx \frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^3} \approx 5,52 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}. \quad (1.11)$$

Tímto postupem pomocí vektorů lze odvodit velikost slapové síly v libovolném bodě Země (v jiných bodech však do výpočtů vstoupí funkce sinus a kosinus). Odvození velikosti slapové síly v bodě B lze provést ještě jiným, jednodušším způsobem. K tomu ale potřebujeme nejprve vědět, jestli v tomto bodě slapová síla míří přibližně do středu Země. Odchylka φ vektoru (1.10) od směru do středu Země, tedy jednotkového vektoru $\vec{u} = (0, -1)$, je podle (1.10)

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}_{s\zeta}(\text{B})}{a_{s\zeta}(\text{B})} \approx \frac{(-1,37 \cdot 10^{-8}; -5,51 \cdot 10^{-7}) \cdot (0, -1)}{5,51 \cdot 10^{-7}} = \frac{5,51 \cdot 10^{-7}}{5,51 \cdot 10^{-7}} = 1,$$

výsledkem tedy je $\varphi = 0^\circ$, což je způsobeno dosazením zaokrouhlených hodnot, pro nalezení hledané odchylky musíme vztah na odchylku nejprve odvodit a teprve poté dosadit:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}_{s\zeta}(\text{B})}{a_{s\zeta}(\text{B})} = \frac{\frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{\left(\frac{GM_{\zeta} r_{\zeta}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} \right)^2 + \left(-\frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{(r_{\zeta}^2 + R_{\oplus}^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^2}}. \quad (1.12)$$

Po dosazení příslušných hodnot dostáváme hledanou odchylku

$$\varphi \approx 1,43^\circ.$$

Toto je již poměrně obtížný výpočet, který lze s žáky samozřejmě přeskočit a rovnou konstatovat, že z Obrázku 1.5 vidíme, že v tomto bodě slapová síla míří přibližně do středu Země. Slapová síla v bodě B má tedy od směru do středu Země jen nepatrnou odchylku, takže při výpočtu velikosti slapové síly v bodě B můžeme postupovat následovně. Z umístění Měsíce v $[r_{\zeta}, 0]$ a bodu B $[0, R_{\oplus}]$ plyne pro úhel α mezi směrem do středu Země od středu Měsíce a směrem do bodu B (viz Obrázek 1.10):

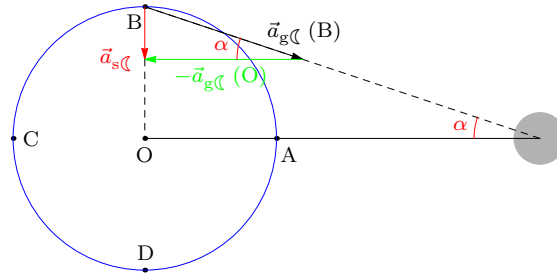
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}}.$$

A protože slapová síla míří přibližně do středu Země, tak rovněž platí

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \frac{a_{s\zeta}(B)}{a_{g\zeta}(O)}.$$

Porovnáním posledních dvou rovností dostáváme stejný výsledek jako (1.11)

$$a_{s\zeta}(B) \approx a_{g\zeta}(O) \frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}} = \frac{GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^2} \cdot \frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}} = \frac{GM_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^3}.$$



Obrázek 1.10: Výpočet velikosti slapové síly v bodě B. Červeně je znázorněn vektor $\vec{a}_{s\zeta}(B)$ slapové síly (na jednotku hmotnosti) v bodě B mířící (přibližně) do středu Země, černě vektor gravitačního zrychlení $\vec{a}_{g\zeta}(B)$ a zeleně vektor opačný ke gravitačnímu zrychlení středu Země $-\vec{a}_{g\zeta}(O)$. Obrázek není pro názornost ve správném měřítku (velikosti Měsíce a Země, jejich vzdálenost, ani velikosti vektorů).

Můžeme shrnout získané výsledky pro výpočet slapových sil (na jednotku hmotnosti) v bodech A, B, C a D:

$$a_{s\zeta}(A) \approx a_{s\zeta}(C) \approx \frac{2GM_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^3}, \quad a_{s\zeta}(B) = a_{s\zeta}(D) \approx \frac{a_{s\zeta}(A)}{2}, \quad (1.13)$$

kde slapové síly v bodech A a C míří od středu Země a slapové síly v bodech B a D míří přibližně do středu Země. Velikost slapových sil v bodech B a D je poloviční oproti slapovým silám v bodech A a C.

Velikosti slapových sil v jiných bodech počítat nebudeme, pohledem na Obrázek 1.5 však můžeme konstatovat, že se slapové síly zmenšují od povrchu Země směrem do středu. Jediný bod Země, který nepocituje slapové působení, je střed

Země. S rostoucí vzdáleností od středu Země roste na spojnici OA velikost slapové síly lineárně, v dané vzdálenosti d od středu Země stačí místo poloměru Země R_{\oplus} ve vzorcích (1.13) dosadit d .

V další části už se vzhledem ke stejným výsledkům budeme zabývat jen bodem A (a nebudeme se zmiňovat o bodu C) a bodem B (a nebudeme se zmiňovat o bodu D).

Ještě uvedme jeden důležitý výsledek, a sice gravitační síla klesá s rostoucí vzdáleností jako $\sim \frac{1}{r^2}$, zatímco slapová síla klesá rychleji jako $\sim \frac{1}{r^3}$. Pokud se tedy od Měsíce vzdálíme do dvojnásobné vzdálenosti, velikost gravitační síly se zmenší čtyřikrát, zatímco velikost slapové síly osmkrát. Je to způsobeno právě tím, že gravitační síla vyjadřuje celkové gravitační působení Měsíce (v dané vzdálenosti) na Zemi, zatímco slapová síla vyjadřuje rozdíly v působení gravitačních sil Měsíce na jednotlivé části Země.

1.2.3 Velikost slapových sil Slunce

Všechny výpočty jako v předešlé části můžeme provést i pro Slunce, které má na příliv a odliv nezanedbatelný vliv, jak ihned uvidíme. Pouze indexy ζ nahradíme indexy \odot . Zatím tedy Slunce umístíme na přímkou AC (záměrně nepíšeme, jestli má být Slunce blíže bodu A, nebo C, protože to na výsledku nic nezmění).

$$a_{s\odot}(A) \approx \frac{2GM_{\odot}}{r_{\odot}^3} R_{\oplus} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{(1,50 \cdot 10^{11})^3} \cdot 6,38 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \approx \\ \approx 5,02 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

$$a_{s\odot}(B) \approx \frac{a_{s\odot}(A)}{2} \approx 2,51 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Odchylka slapové síly v bodě B od směru do středu Země v tomto případě vychází $(3,66 \cdot 10^{-3})^{\circ} \approx 13,2''$ (viz výpočet (1.12)). Tato síla tedy míří v podstatě do středu Země. Dále můžeme porovnat velikosti slapových sil Měsíce a Slunce v bodě A:

$$\frac{a_{s\zeta}(A)}{a_{s\odot}(A)} \approx \frac{\frac{2GM_{\zeta}}{r_{\zeta}^3} R_{\oplus}}{\frac{2GM_{\odot}}{r_{\odot}^3} R_{\oplus}} = \frac{M_{\zeta}}{M_{\odot}} \left(\frac{r_{\odot}}{r_{\zeta}} \right)^3 = \frac{7,34 \cdot 10^{22}}{1,99 \cdot 10^{30}} \left(\frac{1,50 \cdot 10^{11}}{3,84 \cdot 10^8} \right)^3 \approx 2,20. \quad (1.14)$$

Slapová síla Slunce je tedy 2,20krát menší, než slapová síla Měsíce (v bodě A).

1.2.4 Výška přílivu

Spočítáme, o kolik stoupá hladina vody při přílivu a o kolik klesá při odlivu. Při výpočtu budeme pro jednoduchost předpokládat, že celá Země je pokrytá vodou. Již víme, že v bodě A působí slapová síla, jejíž velikost spočítáme podle vzorce (1.13). V tomto původním bodě je voda od středu Země vzdálená R_{\oplus} . Při působení slapové síly se voda z bodu A dostane do bodu A' a hladina se zvýší o h . V původním bodě A působí Země na vodu přitažlivou gravitační silou (na jednotku hmotnosti) o velikosti

$$a_g(A) = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}.$$

V bodě A' Země působí na vodu silou (na jednotku hmotnosti) o velikosti

$$a_g(A') = \frac{GM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2}.$$

Rozdíl těchto dvou sil je

$$a_g(A) - a_g(A') = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} - \frac{GM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2} \approx \frac{2GM_{\oplus}h}{R_{\oplus}^3}, \quad (1.15)$$

kde jsme provedli stejné úpravy, jako při odvození (1.9), neboť zvednutí hladiny o výšku h je oproti poloměru Země (milióny metrů) zanedbatelné. Voda je tedy v bodě A přitahována k Zemi více o hodnotu danou výrazem (1.15), než v bodě A'. V bodě A je nadlehčována právě slapovou silou, obě síly $a_g(A) - a_g(A')$ a $a_{s\zeta}(A)$ jsou si tedy rovny. Porovnáním vztahu (1.15) a vzorce pro výpočet slapové síly (1.13) získáme rovnost

$$\frac{2GM_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^3} = \frac{2GM_{\oplus}h}{R_{\oplus}^3},$$

ze které snadno vyjádříme, o kolik se zvedne hladina moře v bodě A při přílivu

$$h_{\zeta}(A) = \frac{M_{\zeta}}{M_{\oplus}} \cdot \frac{R_{\oplus}^4}{r_{\zeta}^3} = R_{\oplus} \frac{M_{\zeta}}{M_{\oplus}} \left(\frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}} \right)^3. \quad (1.16)$$

Tento postup jsme převzali z [55] (s. 450 a 578). Z výpočtu navíc vyplývá, že výška h a slapová síla (na jednotku hmotnosti) jsou si přímo úměrné

$$h_{\zeta}(A) = R_{\oplus} \frac{M_{\zeta}}{M_{\oplus}} \left(\frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}} \right)^3 = \frac{R_{\oplus}^3}{2GM_{\oplus}} \cdot \frac{2GM_{\zeta} R_{\oplus}}{r_{\zeta}^3} = \frac{R_{\oplus}^3}{2GM_{\oplus}} a_{s\zeta}(A), \quad (1.17)$$

takže pomocí jednoho údaje snadno dopočítáme druhý. Vzhledem k malým hodnotám slapových sil, viz např. (1.5), proto budeme dále uvádět výsledky právě pomocí změny výšky hladiny v daném bodě. Typickou jednotkou (jak uvidíme dále) budou totiž centimetry (a to je beze sporu snadněji představitelná hodnota než typický řád hodnoty slapových sil $10^{-6} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$). Kdo by spíše preferoval výpočty velikostí slapových sil, doporučujeme článek [15].

V bodě B je slapová síla poloviční oproti slapové síle v bodě A, takže zde dochází k poloviční změně výšky hladiny vody oproti bodu A (díky přímé úměrnosti (1.17)), v bodě B navíc dochází ke snížení hladiny, což budeme zdůrazňovat znaménkem mínus „-“ u výsledků.

Pro zvednutí hladiny vody v bodě A způsobené Měsícem dostáváme výsledek

$$h_{\zeta}(A) = R_{\oplus} \frac{M_{\zeta}}{M_{\oplus}} \left(\frac{R_{\oplus}}{r_{\zeta}} \right)^3 = 6,38 \cdot 10^6 \cdot \frac{7,34 \cdot 10^{22}}{5,97 \cdot 10^{24}} \left(\frac{6,38 \cdot 10^6}{3,84 \cdot 10^8} \right)^3 \text{ m} \approx 36,0 \text{ cm},$$

analogicky získáme výsledek pro výšku přílivu způsobenou Sluncem $h_{\odot}(A) \approx 16,4 \text{ cm}$. Při odlivu pak ihned dostáváme výsledky (poloviční hodnoty) $h_{\zeta}(B) \approx -18,0 \text{ cm}$ a $h_{\odot}(B) \approx -8,2 \text{ cm}$. Vodní hladina mezi přílivem a odlivem tedy kolísá o $(36,0 + 18,0) \text{ cm} = 54,0 \text{ cm}$ vlivem Měsíce, vlivem Slunce o $(16,4 + 8,2) \text{ cm} = 24,6 \text{ cm}$ (tyto hodnoty platí pro obě tělesa působící na Zemi zvlášť, společný vliv

těleso	bod A nebo C	bod B nebo D	celkové kolísání hladiny
Měsíc	36,0 cm	-18,0 cm	54,0 cm
Slunce	16,4 cm	- 8,2 cm	24,6 cm

Tabulka 1.1: Výšky přílivu a odlivu způsobené zvláště Měsícem a zvláště Sluncem.

Slunce a Měsíce uvedeme v další části). Když známe tyto hodnoty, je jasné, že Obrázek 1.6 je opravdu přehnaný (neboť odpovídá výšce přílivu 640 m), nyní můžeme říct, kolikrát: téměř 1 780krát. Přehledně výsledky shrnuje Tabulka 1.1.

Později uvedeme, jak se vypočítané hodnoty liší od skutečné výšky přílivu a odlivu, nicméně tyto výsledky jsou přibližně platné pro zvýšení hladiny na volném moři.

Již jsme spočítali v (1.14), že velikost slapové síly Slunce je 2,20krát menší než velikost slapové síly Měsíce (v bodě A), a protože velikost slapových sil je s výškou přílivu úměrná podle (1.17), nemělo by nás překvapit, že platí $\frac{36,0}{16,4} \approx 2,20$.

Když známe úměrnost (1.17), můžeme porovnat, jak moc se liší výška přílivu v bodech A a C, použijeme k tomu hodnoty (1.5) a (1.6)

$$h_{\mathcal{L}}(A) = \frac{R_{\oplus}^3}{2GM_{\oplus}} a_{s\mathcal{L}}(A) \approx \frac{(6,38 \cdot 10^6)^3}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}} \cdot 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 36,8 \text{ cm},$$

$$h_{\mathcal{L}}(C) = \frac{R_{\oplus}^3}{2GM_{\oplus}} |a_{s\mathcal{L}}(C)| \approx \frac{(6,38 \cdot 10^6)^3}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}} \cdot 1,08 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 35,2 \text{ cm},$$

takže výška přílivu v bodě nejbližším k Měsíci je o 1,6 cm vyšší, než v bodě Země, který je od Měsíce nejdále. A opět vidíme, když z těchto dvou hodnot spočítáme aritmetický průměr

$$\frac{36,8 + 35,2}{2} \text{ cm} = 36,0 \text{ cm},$$

že vzorec (1.16) je velmi dobrou aproximací výšky přílivu v bodech A a C, stejně jako je vzorec (1.13) dobrou aproximací velikostí slapových sil v těchto bodech.

1.2.5 Měsíc a Slunce společně

Jaký je společný vliv Měsíce a Slunce na velikost slapových sil, a tedy na výšku přílivu a odlivu? To záleží na vzájemném postavení Země, Měsíce a Slunce. Nej-jednodušší je situace, kdy se všechna tři tělesa nachází na jedné přímce, Měsíc je tedy buďto v novu, nebo úplňku (předpokládáme, že Měsíc obíhá Zemi v rovině ekliptiky). Měsíc i Slunce jsou na přímce AC. V tomto případě mají slapové síly Měsíce a Slunce v bodech A, B, C a D přibližně stejný směr, takže výsledné slapové síly jsou dány pouhým součtem slapových sil Měsíce a Slunce. V bodě A dostáváme pro výšku přílivu podle Tabulky 1.1 výsledek

$$h_{\mathcal{L}\odot}(A) \approx h_{\mathcal{L}}(A) + h_{\odot}(A) \approx (36,0 + 16,4) \text{ cm} = 52,4 \text{ cm}$$

a v bodě B opět poloviční hodnotu, tedy -26,2 cm. V tomto případě tedy k celkové velikosti slapové síly přispívá Měsíc z 69 % a Slunce z 31 %. Celkem tak hladina vody kolísá o $(52,4 + 26,2) \text{ cm} = 78,6 \text{ cm}$. V tomto případě se společný

vliv Měsíce a Slunce na výšku přílivu **sčítá** a o přílivu hovoříme jako o *skočném přílivu*.

Snadno také spočítáme velikost slapových sil a výšku přílivu a odlivu v bodech A, B, C a D pro situaci, kdy se Měsíc nachází v první nebo poslední čtvrti. V tomto případě je úhel daný středy Měsíce, Země a Slunce přibližně pravý (viz Obrázek 1.11), proto slapové síly v bodech A, B, C, a D mají buď stejný, nebo opačný směr. Měsíc nechme na přímce AC, Slunce bude na přímce BD. Protože jsme Slunce přemístili do jiné polohy, původní hodnoty v bodech A a C budou nyní platné pro body B a D a naopak. Provedme proto označení \tilde{h}_\odot výšek přílivu a odlivu způsobených Sluncem takto: $\tilde{h}_\odot(A) = h_\odot(B)$ a $\tilde{h}_\odot(B) = h_\odot(A)$. Pak v bodě A proti slapové síle způsobující příliv díky Měsíci bude působit slapová síla Slunce způsobující odliv, ta je však slabší, takže v bodě A bude nastávat příliv, ale slabší, než kdyby na Zemi působil jen Měsíc. Podle Tabulky 1.1 dostáváme pro výšku přílivu výsledek

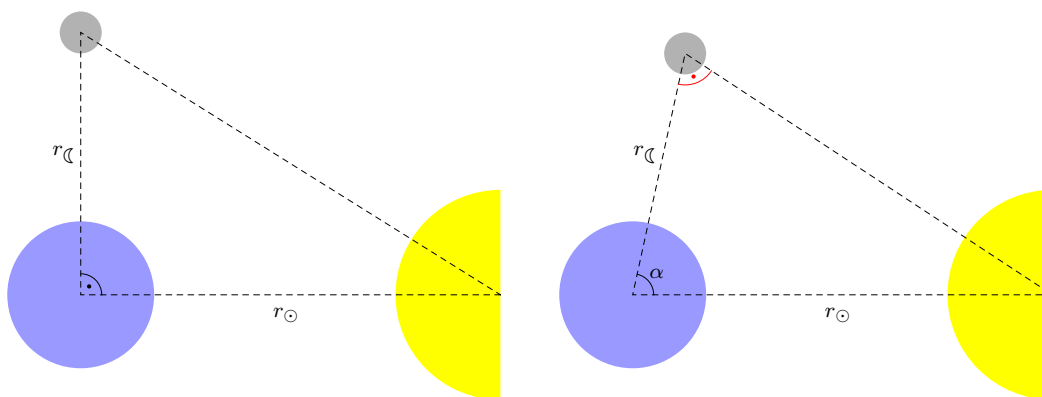
$$\tilde{h}_{\odot}(A) \approx h_{\zeta}(A) + \tilde{h}_{\odot}(A) \approx (36,0 - 8,2) \text{ cm} = 27,8 \text{ cm}.$$

V bodě B způsobuje Slunce příliv, Měsíc odliv. Podle Tabulky 1.1 je v tomto případě opět větší slapová síla Měsíce než Slunce, takže v tomto bodě bude nastávat odliv, ale velmi slabý:

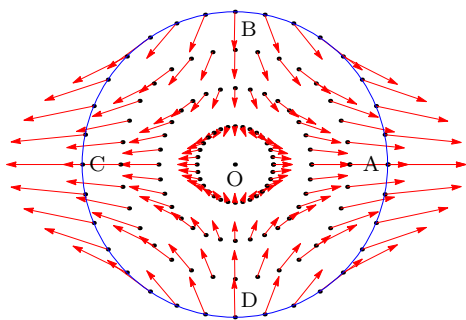
$$\tilde{h}_{\odot}(B) \approx h_{\zeta}(B) + \tilde{h}_{\odot}(B) \approx (-18,0 + 16,4) \text{ cm} = -1,6 \text{ cm}.$$

Nyní se vliv Měsíce a Slunce na výšku přílivu v bodě A **odčítá** a hovoříme o *hluchém přílivu*. Celkem hladina vody kolísá jen o $(27,8 + 1,6) \text{ cm} = 29,4 \text{ cm}$.

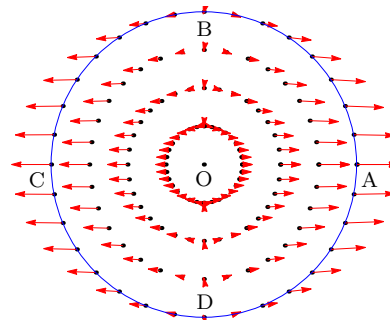
Obrázky 1.12 a 1.13 znázorňují výsledné slapové síly od Slunce a Měsíce při skočném a hluchém přílivu. Oba obrázky jsou ve stejném měřítku, takže můžeme snadno porovnat velikosti slapových sil při úplňku či novu a při první či poslední čtvrti.



Obrázek 1.11: První či poslední čtvrt. Ve výpočtech slapových sil předpokládáme, když se Měsíc nachází v první či poslední čtvrti, že je úhel daný středy Slunce, Země a Měsíce pravý (u středu Země), jak je znázorněno na obrázku vlevo. Ve skutečnosti první čtvrt nastává v situaci na obrázku vpravo, kde je pravý úhel u středu Měsíce. Úhel α u středu Země snadno spočítáme: $\cos \alpha = \frac{r_{\zeta}}{r_{\odot}}$, odkud plyne $\alpha \approx 89,85^\circ$, takže tento úhel je také téměř pravý a ve výpočtech se dopouštíme opravdu velmi malé chyby. Obrázky nejsou ve správném měřítku.



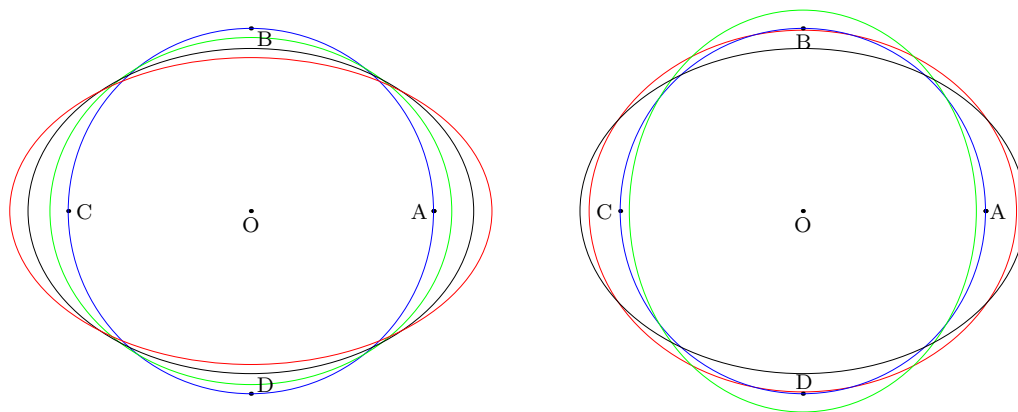
Obrázek 1.12: Výsledné slapové síly od Slunce a Měsíce při skočném přílivu. V tomto případě nastává největší příliv i odliv, hladina moře mezi přílivem a odlivem nejvíce kolísá.



Obrázek 1.13: Výsledné slapové síly od Slunce a Měsíce při hluchém přílivu. Nyní nastává nejmenší příliv i odliv, hladina moře mezi přílivem a odlivem kolísá nejméně.

Nyní učiníme důležitou poznámku – skočný a hluchý příliv jsou způsobeny vzájemným postavením Země, Měsíce a Slunce (a tedy fází Měsíce), nikoli změnou vzdálenosti Měsíce od Země (občas se totiž může stát, že se někdo domnívá, že např. při úplňku je Měsíc Zemi nejbližší, a proto nastává skočný příliv). Při skočném a hluchém přílivu jde o společný vliv Měsíce a Slunce.

Společný vliv Měsíce a Slunce na příliv a odliv je znázorněn v Obrázcích 1.14. Výšky přílivu a odlivu nejsou ve správném měřítku vzhledem k poloměru Země, ale jsou ve správném měřítku vůči sobě v obou obrázcích. Zejména vidíme, že v situaci, kdy nastává hluchý příliv, se hladina vody při odlivu v podstatě nemění. Stále předpokládáme, že Země kolem osy nerotuje a je celá pokrytá vodou.



Obrázek 1.14: Výška vody při skočném (vlevo) a hluchém přílivu (vpravo). Modře je původní hladina vody, kdyby na ní nepůsobily slapové síly. Černě hladina, kdyby na vodu působily jen slapové síly Měsíce, zeleně hladina odpovídající působení slapových sil pouze Slunce a červeně výsledná hladina vody.

1.2.6 Vliv excentricity

Dosud jsme všechny výpočty slapových sil uvažovali pro případ, že Měsíc i Slunce byly ve středních vzdálenostech od Země. Trajektorie Měsíce kolem Země a rovněž

trajektorie Země kolem Slunce jsou elipsy, vzdálenosti mezi tělesy proto kolísají. Numerická excentricita⁶ Země je $\varepsilon_{\oplus} = 0,0167$ a vzdálenost Země od Slunce kolísá mezi vzdáleností v perihéliu $r_{\oplus p}$ a vzdáleností v aféliu $r_{\oplus a}$ a platí

$$r_{\oplus p} = r_{\odot} (1 - \varepsilon_{\oplus}) \approx 1,50 \cdot 10^{11} (1 - 0,0167) \text{ m} \approx 1,47 \cdot 10^{11} \text{ m},$$

$$r_{\oplus a} = r_{\odot} (1 + \varepsilon_{\oplus}) \approx 1,50 \cdot 10^{11} (1 + 0,0167) \text{ m} \approx 1,53 \cdot 10^{11} \text{ m},$$

druhý výsledek se neshoduje s hodnotou z Tabulky 3.28, tato drobná odchylka je způsobena zaokrouhlením hodnoty r_{\odot} na tři platné číslice.

Excentricita Měsíce je $\varepsilon_{\zeta} = 0,0549$, odkud plynou vzdálenosti Měsíce od Země v perigeu $r_{\zeta p}$ a apogeu $r_{\zeta a}$

$$r_{\zeta p} = r_{\zeta} (1 - \varepsilon_{\zeta}) \approx 3,84 \cdot 10^8 (1 - 0,0549) \text{ m} \approx 3,63 \cdot 10^8 \text{ m},$$

$$r_{\zeta a} = r_{\zeta} (1 + \varepsilon_{\zeta}) \approx 3,84 \cdot 10^8 (1 + 0,0549) \text{ m} \approx 4,05 \cdot 10^8 \text{ m},$$

ve skutečnosti je obíhání Měsíce kolem Země nesmírně komplikované a podle [45] vzdálenost Měsíce od Země kolísá v mezích uvedených v Tabulce 3.28. Jak v případě Země, tak v případě Měsíce budeme dosazovat hodnoty z Tabulky 3.28.

S použitím vzorce (1.16) a dosazením příslušných hodnot z Dodatku obdržíme Tabulky 1.2 a 1.3, kde zatím uvažujeme působení Měsíce a Slunce zvlášť. Výpočty hodnot pro střední vzdálenosti už jsme vlastně provedli, viz Tabulku 1.1.

vzdálenost Země-Měsíc	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	44,8 cm	36,0 cm	30,2 cm
bod B nebo D	-22,4 cm	-18,0 cm	-15,1 cm

Tabulka 1.2: Výšky přílivu a odlivu způsobené pouze Měsícem v závislosti na vzdálenosti Měsíce od Země.

vzdálenost Země-Slunce	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	17,4 cm	16,4 cm	15,7 cm
bod B nebo D	- 8,7 cm	- 8,2 cm	- 7,9 cm

Tabulka 1.3: Výšky přílivu a odlivu způsobené pouze Sluncem v závislosti na vzdálenosti Země od Slunce.

Z Tabulky 1.2 vidíme, že výška přílivu způsobeného Měsícem (velikost slapové síly Měsíce) v bodě A kolísá podle aktuální vzdálenosti Měsíce od Země od 84 % do 124 % hodnoty výšky přílivu pro případ, kdy se Měsíc nachází ve střední vzdálenosti od Země.

Z Tabulky 1.3 vidíme, že výška přílivu způsobeného Sluncem v bodě A kolísá podle aktuální vzdálenosti Země od Slunce od 96 % do 106 % hodnoty výšky

⁶Zde upozorňujeme na rozdíly ve značení, na střední škole se obvykle numerická excentricita značí ε a excentricita e , v astronomických textech je tomu přesně naopak. Protože práce je určena středním školám, dodržíme označení používané na středních školách.

přílivu pro případ, kdy se Země nachází ve střední vzdálenosti od Slunce. Kolísání výšky přílivu způsobeného Sluncem je tedy menší, než kolísání výšky přílivu způsobeného Měsícem, což odpovídá skutečnosti, že numerická excentricita Měsíce je větší než numerická excentricita Země. Výška přílivu způsobeného Měsícem v bodě A je přibližně 2,20krát větší než výška přílivu způsobeného Sluncem v případě, kdy se tělesa nachází ve svých středních vzdálenostech, tento poměr kolísá od 1,74 (Měsíc je v apogeju a Země v perihéliu) do 2,85 (Měsíc je v perigeu a Země v aféliu).

Dále se podíváme na společné slapové působení Měsíce a Slunce, nejprve pro případ, kdy se všechna tři tělesa (Měsíc, Země a Slunce) nachází na jedné přímce (stále předpokládáme, že Měsíc obíhá Zemi v rovině ekliptiky). Samozřejmě můžeme vytvořit mnoho kombinací pro různé dvojice vzdáleností Země-Měsíc a Země-Slunce, vybereme však jen tyto kombinace: obě vzdálenosti budou minimální (pak dostaneme největší možné slapové síly, jakými Měsíc společně se Sluncem mohou na Zemi působit), střední, nebo maximální. Jiné kombinace by pouze vedly k hodnotám mezi hodnotami ve druhém a posledním sloupci Tabulky 1.4. Hodnoty získáme sčítáním hodnot z Tabulek 1.2 a 1.3.

vzdálenost obou těles	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	62,2 cm	52,4 cm	45,9 cm
bod B nebo D	-31,1 cm	-26,2 cm	-23,0 cm

Tabulka 1.4: Výsledné výšky přílivu a odlivu od společného působení Měsíce a Slunce, kdy obě tělesa leží na přímce AC (nov či úplňek) a nastává skočný příliv.

Z Tabulky 1.4 vyplývá, že velikost výsledné výšky skočného přílivu kolísá od 88 % do 119 % hodnoty výšky skočného přílivu pro případ, kdy se obě tělesa nachází ve svých středních vzdálenostech. Hladina vody tedy při skočném přílivu může kolísat v rozmezí 75,4 cm až 93,3 cm. Dosud stále platilo, že výška odlivu byla poloviční oproti výšce přílivu (totéž platí pro velikosti slapových sil), to dále platit nebude.

Nyní se podíváme na výšku přílivu a odlivu v případě, kdy se Měsíc nachází v první či poslední čtvrti. V tomto případě tvoří Slunce-Země-Měsíc pravoúhlý trojúhelník (opět viz Obrázek 1.11), v bodech A, B, C a D můžeme slapové síly Měsíce a Slunce opět jednoduše odčítat. Měsíc necháme umístěný na přímce AC, Slunce se bude nacházet na přímce BD. Nyní spočítáme všechny možné kombinace vzdáleností těchto tří těles, neboť dopředu nevíme, jestli nějaká kombinace nebude něčím zajímavá. Výpočty provedeme analogicky jako v části 1.2.5 Měsíc a Slunce společně, vyjdeme při tom opět z Tabulek 1.2 a 1.3. Připomeňme, že v tomto postavení Slunce a Měsíce vůči Zemi způsobuje Měsíc v bodě A příliv, zatímco Slunce odliv, v bodě B Měsíc způsobuje odliv, zatímco Slunce příliv.

V Tabulce 1.5 jsme porušili pravidlo uvádění hodnot na tři platné číslice, výsledky jsou s přesností na milimetry (jinak by přesnost některých hodnot musela být setiny milimetru, což nemá smysl). Z tabulky vidíme, že výška hluchého přílivu kolísá od 21,5 cm do 36,9 cm. Nejzajímavějším zjištěním je skutečnost, že v bodech B a D slapová síla nemíří do středu Země, pokud je Měsíc nejdále od Země. Pak je v těchto bodech větší slapová síla Slunce, neměl by proto i zde nastat

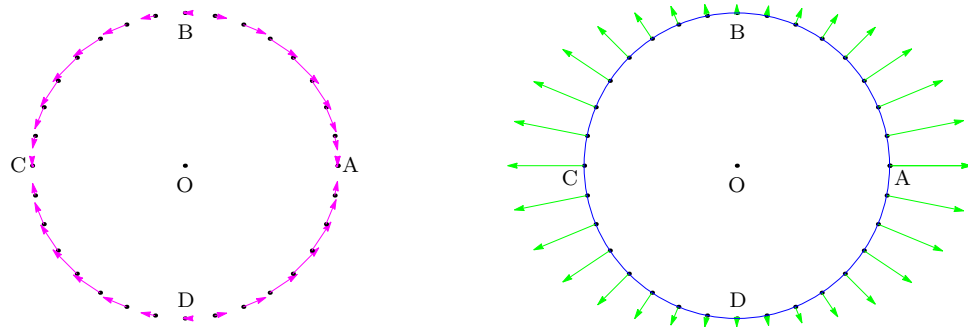
vzdálenost Země-Měsíc	minimální	minimální	minimální
vzdálenost Země-Slunce	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	36,1 cm	36,6 cm	36,9 cm
bod B nebo D	– 5,0 cm	– 6,0 cm	– 6,7 cm
vzdálenost Země-Měsíc	střední	střední	střední
vzdálenost Země-Slunce	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	27,3 cm	27,8 cm	28,1 cm
bod B nebo D	– 0,6 cm	– 1,6 cm	– 2,3 cm
vzdálenost Země-Měsíc	maximální	maximální	maximální
vzdálenost Země-Slunce	minimální	střední	maximální
bod A nebo C	21,5 cm	22,0 cm	22,3 cm
bod B nebo D	+ 2,3 cm	+ 1,3 cm	+ 0,6 cm

Tabulka 1.5: Výsledné výšky přílivu a odlivu od společného působení Měsíce a Slunce při první či poslední čtvrti, Měsíc leží na přímce AC, Slunce na přímce BD. Nastává tedy skočný příliv. Znaménko + u odlivu v bodech B a D znamená, že slapová síla nemíří do středu Země, nýbrž od středu.

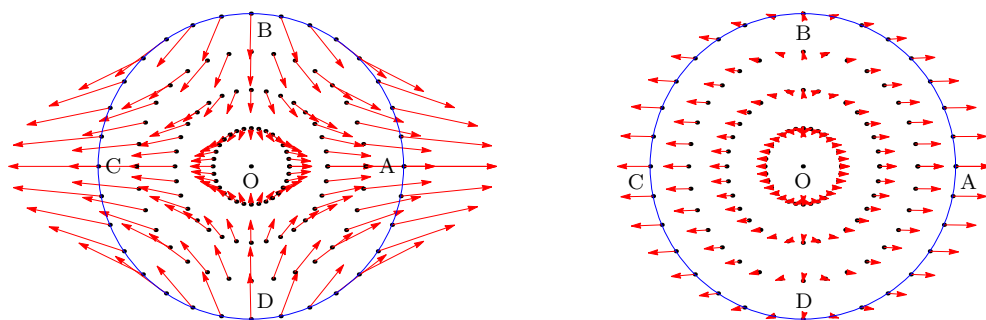
příliv? Neměl, musíme si uvědomit, co jsme již uvedli, a sice že za pohyby vody mohou tečné složky slapových sil. Kdybychom udělali podrobnější rozbor této situace, rozložili slapové síly na jejich radiální a tečné složky, zjistili bychom, že ve všech bodech budou radiální složky mířit od středu Země a že v okolí bodů B a D budou slapové síly opět způsobovat odliv, viz Obrázky 1.15. Z Tabulky 1.5 dále vidíme, že hladina vody při hluchém přílivu může kolísat maximálně o 43,6 cm, takže maximální kolísání při hluchém přílivu je o 31,8 cm menší, než minimální kolísání hladiny při skočném přílivu, mezi hluchým a skočným přílivem je tedy patrný rozdíl vždy, bez ohledu na vzdálenosti Měsíce a Slunce od Země. Srovnáme-li ještě nejnižší hluchý příliv a nejvyšší skočný, dostaneme maximální kolísání výšky přílivu od 21,5 cm do 62,2 cm.

Výsledné slapové síly působící na Zemi od Slunce a Měsíce při nejvyšším skočném přílivu a nejnižším hluchém přílivu jsou znázorněny v Obrázcích 1.16 a 1.17, kolísání vody v těchto případech pak znázorňuje Obrázek 1.18.

Otázkou je, jak často tyto extrémní situace nastávají. Přesné splnění všech podmínek je velice vzácné (fáze Měsíce, vzdálenosti Měsíce od Země a Země od Slunce), budeme proto hledat pouze přibližné splnění podmínek. Začneme nejnižším hluchým přílivem. Z Tabulky 1.5 vidíme, že se výška přílivu, kdy je Měsíc v apogeu, v závislosti na vzdálenosti Země od Slunce, příliš nemění, budeme proto hledat splnění podmínky, aby byl Měsíc v apogeu a aby nastala první či poslední čtvrt. Musíme si uvědomit, že přesně takové konfigurace jsou stále vzácné, bude proto stačit, když Měsíc bude během první či poslední čtvrti pouze poblíž apogea, a nikoli přesně v apogeu. Měsíc se v apogeu nachází jednou za 27,6 d (anoma-



Obrázek 1.15: Tečné a radiální složky slapových sil při nejnižším hluchém přílivu, kdy je Měsíc v apogeu a Země v perihéliu. Ve všech bodech povrchu Země míří radiální složky od středu Země. V okolí bodů B a D míří tečné složky od těchto bodů, opět zde proto nastává odliv. Velikosti tečných složek byly zvětšeny oproti měřítku Obrázku 1.17, neboť mají ve skutečnosti velmi malé velikosti (nás především zajímá jejich směr).



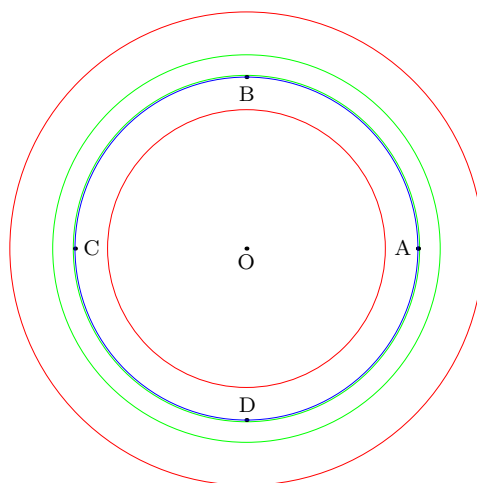
Obrázek 1.16: Slapové síly při nejvyšším skočném přílivu, kdy je Měsíc v perigeu a Země v perihéliu. Obrázek je ve stejném měřítku jako Obrázky 1.12, 1.13 a 1.17, velikosti sil v těchto obrázcích tak lze přímo porovnat.

Obrázek 1.17: Slapové síly při nejnižším hluchém přílivu, kdy je Měsíc v apogeu a Země v perihéliu. Obrázek je ve stejném měřítku jako Obrázky 1.12, 1.13 a 1.16, velikosti sil v těchto obrázcích tak lze přímo porovnat. Slapové síly v bodech B a D míří od středu Země.

listický měsíc, což je doba mezi dvěma průchody Měsíce perigeem), v první či poslední čtvrti se nachází dvakrát za 29,5 d (synodický měsíc, což je perioda, s jakou se střídají fáze Měsíce), tedy jednou za necelých 15 dní. Např. v roce 2014 podle Hvězdářské ročenky [21] nastane poslední čtvrt 14. 11. v 16 hodin (SELČ) a o 11 hodin později bude Měsíc v apogeu (za 11 h se úhel Slunce-Země-Měsíc změní jen o necelých 6°). Taková konfigurace nastává minimálně jednou za rok.

Nejvyšší skočný příliv vyžaduje splnění tří podmínek, Země musí být v perihéliu, Měsíc v apogeu a musí nastat úplňk nebo nov. To je velmi vzácná konfigurace, nicméně jak uvádí Olson v článku [46], v roce 1912 téměř nastala: Země byla v perihéliu 3. ledna v 10 h 44 min (UT), Měsíc byl v úplňku 4. ledna ve 13 h 29 min a v perigeu byl o 6 minut později⁷. Kdy další taková konfigurace

⁷Článek [46] navíc uvádí o souvislosti extrémní skočný příliv s potopením Titanicu, kdy se kvůli vysokému přílivu mohly ledové kry, které uvízly někde na břehu, dostat zpět na moře, čímž tak mohl být zvýšený výskyt ledových ker na moři, kudy později v dubnu plul Titanic.



Obrázek 1.18: Kolísání hladiny vody při nejvyšším skočném přílivu (červené kružnice) a při nejnižším hluchém přílivu (zelené kružnice). Kolísání není ve správném poměru k rozměru Země.

přibližně nastane, se nám zjistit nepodařilo. Opět můžeme hledat splnění slabší podmínky, z Tabulek 1.2 a 1.3 plyne, že pokud je Měsíc v úplňku či novu a zároveň v perigeu, pak výška přílivu kolísá podle vzdálenosti Země od Slunce od 60,5 cm do oněch extrémních 62,2 cm, což zase tak velký rozdíl není. A taková konfigurace, kdy je Měsíc v úplňku či novu a zároveň přibližně v perigeu nastává podle [59] poměrně často: jedenkrát za rok (např. v roce 2014 byl 10. 8. Měsíc v perigeu v 17:44 (UT) a o 27 minut později nastal úplněk). Opět jde tedy o anomalistický a synodický měsíc⁸.

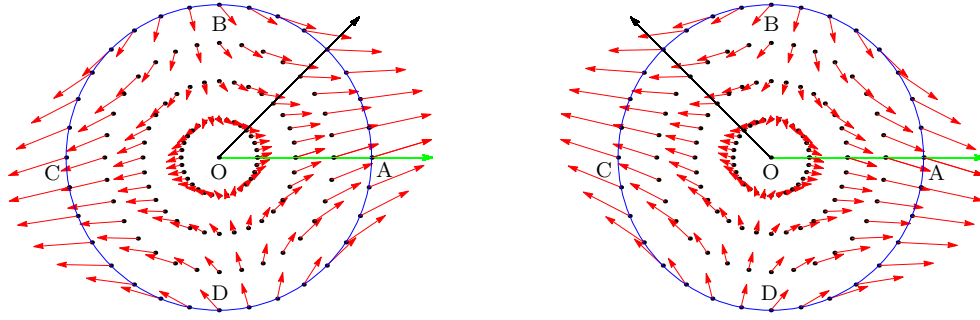
Pokud tyto úvahy shrneme, pak za jeden synodický měsíc nastanou dva skočné a rovněž dva hluché přílivy. K extrémnějšímu skočnému či hluchému přílivu dochází zhruba jednou za rok. Zbývá ještě vyřešit obecnou polohu Země, Měsíce a Slunce. K tomu poslouží animace *Slapové síly*, ze které přikládáme Obrázky 1.19. V obecné poloze Země, Měsíce a Slunce je výsledný vliv na slapové síly poměrně komplikovaný (a navíc stále předpokládáme, že Měsíc obíhá kolem Země v rovině ekliptiky).

1.2.7 Chybné vysvětlení původu slapových sil

Na závěr části o původu slapových sil musíme zmínit poměrně časté chybné vysvětlení vzniku výdutí u bodů A a C. Touto problematikou s uvedením příkladů, kde chybně vysvětlují vznik přílivu a odlivu, se zabývá Griffin, [19], a také Simanek, [50]. Jaká jsou tedy chybná vysvětlení vzniku přílivu a odlivu?

První chybné vysvětlení: výduť u bodu A je způsobena gravitační silou Měsíce, ta však se vzdáleností klesá a v bodě C je natolik slabá, že ji můžeme zanedbat. V bodě C nicméně působí odstředivá síla, která právě zařídí výduť u bodu C. To je velmi špatné vysvětlení, neboť neuvádí, čím je dána odstředivá síla v bodě C, navíc nediskutují, proč tuto sílu neuvažují i v bodě A a podle výpočtů (1.4) navíc

⁸Jedná se tedy o obdobu hledání periody zatmění Slunce či Měsíce, kdy se ovšem musí rovnat celočíselné násobky synodického měsíce a drakonického měsíce, což je doba mezi dvěma průchody Měsíce výstupným uzlem jeho trajektorie, hodnota je přibližně 27,2 d.



Obrázek 1.19: Výsledné slapové síly Měsíce a Slunce v obecném postavení Země, Měsíce a Slunce. Zelená šipka znázorňuje směr ke Slunci, černá šipka směr k Měsíci (v obrázku vlevo je mezi Měsícem, Zemí a Sluncem zvolen úhel 45° , v obrázku vpravo úhel 135°). Z obrázku vidíme, že slapová síla v bodě Země, který je nejbližší k Měsíci, k Měsíci nesměruje. Navíc vidíme, že v obecné poloze slapová síla v bodě nejbližším k Měsíci není největší slapovou silou.

víme, že v bodě C gravitační síla rozhodně není zanedbatelná oproti gravitační síle v bodě A.

Druhé chybné vysvětlení, které už není na první pohled tak lehké vyvrátit: V bodě A působí gravitační síla Měsíce, v C také, ale je slabší. V obou bodech působí odstředivá síla daná pohybem kolem barycentra. Tento pohyb však není translační, nýbrž *rotační* (zde je ta chyba). Pro tento účel jsme připravili animaci *Nesprávný pohyb Země kolem barycentra*, kde vidíme, že v tomto případě se různé body Země pohybují s různě velkými odstředivými zrychleními, neboť se pohybují po různě velkých kružnicích (samozřejmě, jde o rotaci, ale animaci jsme vytvořili především za účelem porovnání se správným pohybem kolem barycentra), viz Obrázek 1.20. To pak znamená, že se bod A, který je od barycentra podle (1.1) vzdálen zhruba $R_\oplus - r_B \approx \frac{1}{4}R_\oplus$, pohybuje se zrychlením $a_o(A) = \omega^2 \frac{1}{4}R_\oplus$ a bod C, který je od barycentra vzdálen o $R_\oplus + r_B \approx \frac{7}{4}R_\oplus$, se zrychlením $a_o(C) = \omega^2 \frac{7}{4}R_\oplus$. Neboli v bodě C pak působí sedmkrát větší odstředivá síla než v bodě A (tento přístup tedy vůbec neřeší, jak by v tomto případě držela Země pohromadě). Za úhlovou rychlost tato chybná vysvětlení dosazují (správně) hodnotu rovnou siderické periodě Měsíce. Spočítejme příslušné hodnoty:

$$a_o(A) \approx \frac{1}{4}\omega^2 R_\oplus \approx \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{T_\zeta} \right)^2 R_\oplus = \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{2,36 \cdot 10^6} \right)^2 \cdot 6,38 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \approx \\ \approx 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1},$$

ihned tedy víme výsledek v bodě C, kde je odstředivá síla sedmkrát větší

$$a_o(C) \approx 7a_o(A) \approx 7,91 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

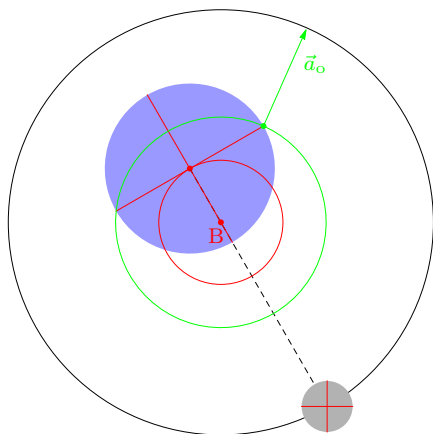
V bodě A míří gravitační (způsobené Měsícem) i odstředivé zrychlení směrem od středu, budeme je proto sčítat, v bodě C míří gravitační zrychlení do středu Země, ale odstředivé od středu, budeme je tedy odčítat. Podle (1.4) pak máme

$$a_{s\zeta}(A) = a_{g\zeta}(A) + a_o(A) \approx 4,56 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1},$$

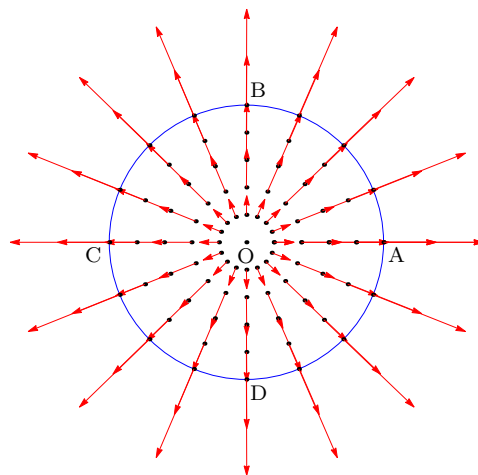
$$a_{s\zeta}(C) = a_{g\zeta}(C) - a_o(C) \approx -4,70 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Srovnáme-li takto spočítané slapové síly (na jednotku hmotnosti) se správnými hodnotami (1.5) a (1.6), vidíme, že takto spočítané slapové síly jsou přibližně čtyřikrát větší (v bodě A 4,04krát větší a v bodě C 4,35krát větší), navíc v bodě C je slapová síla větší než v bodě A. To by tedy znamenalo čtyřikrát větší příliv, než na jaký jsme zvyklí (viz část 1.3.3 Příliv a odliv ve skutečnosti, kdy kolísání hladiny v zálivu Bay of Fundy by nebylo 16 m, ale 64 m!).

Bez důkazu (není naším cílem zde podrobně rozebírat špatné vysvětlení vzniku slapových sil) ještě uvedme, že v tomto případě by výsledné slapové síly v **každém** bodě Země (nejen v bodech A a C) mířily od středu Země, dostali bychom radiální pole znázorněné na Obrázku 1.21 (obrázek byl získán podobně jako např. Obrázek 1.5, jen jsme v příkazu pro vektory slapových sil nahradili odečítaný vektor gravitačního zrychlení středu Země vektory odstředivých zrychlení, které jsou dané rotačním pohybem kolem barycentra). Důkaz, že takto získáme radiální pole, lze najít právě v článku [19].



Obrázek 1.20: Pohyb Země kolem barycentra, kdyby se jednalo o rotaci (což je špatně). Střed Země se pohybuje po červené kružnici, která má jiný poloměr, než zelená kružnice, po které se pohybuje bod povrchu Země. V každém bodě Země má odstředivé zrychlení obecně jinou velikost a jiný směr, Země by nedržela pohromadě. Vektor odstředivého zrychlení bodu na povrchu Země (zeleně) míří směrem od barycentra a neplatí, že je stále rovnoběžný se spojnicí středů Země a Měsíce. Při rotaci se orientace červeného kříže na Zemi mění, pro porovnání Měsíc stále vykonává translační pohyb, červený kříž na jeho povrchu proto orientaci nemění.



Obrázek 1.21: Slapové síly Měsíce působící na Zemi v případě špatného původu, kdy jsou způsobeny rozdílem gravitačních sil Měsíce a různých odstředivých sil jednotlivých bodů Země. Odstředivé síly jsou v tomto případě (špatně) způsobeny rotačním pohybem Země kolem barycentra. Vzniklé pole je radiální, slapové síly tedy v každém bodě míří od středu Země. Odliv by tedy vůbec nenastával, ale ani příliv, protože by v každém bodě byla voda nadlehčována, ale pro potřebné zvýšení hladiny by neměla voda odkud přitéct. Měsíc je umístěn na přímce AC.

Na chybná vysvětlení původu slapových sil jsme chtěli upozornit, aby snad při převzetí námi prezentovaných vysvětlení nedošlo právě ke vzniku těch chybných. Touto problematikou se rovněž zabývá článek [57], kde po testování žáků nakonec doporučují: **Vysvětlení původu slapových sil pomocí rozdílu gravitačních sil je pro žáky srozumitelnější než vysvětlení pomocí odstředivých sil.** My se k tomuto doporučení jednoznačně přidáváme. Samozřejmě je dobré znát i vysvětlení právě z hlediska neinerciální soustavy, ale jak vidíme v tomto oddílu, snadno vede k chybným představám.

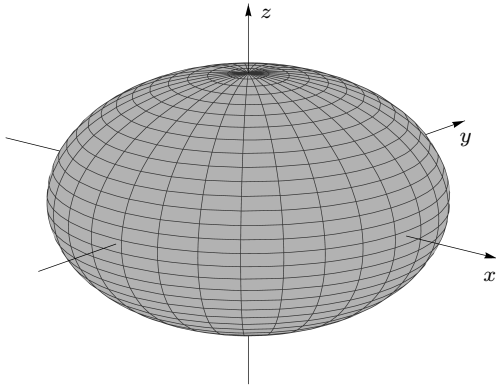
1.3 Příliv a odliv

Vznik přílivu a odlivu jsme již vysvětlili, diskutovali jeho výšku (za idealizované situace) a nyní se podíváme na další souvislosti.

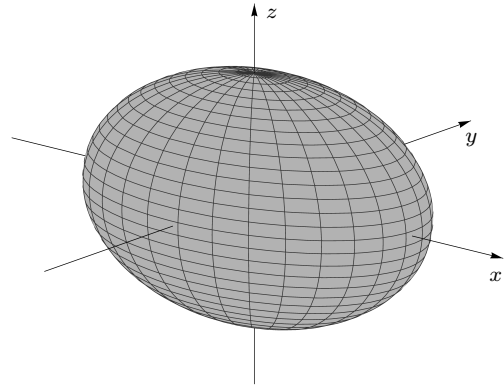
1.3.1 Rotace Země a tření

Dosud jsme neuvažovali rotaci Země, protože k vysvětlení původu slapových sil vůbec není potřeba. Dále Země tedy bude rotovat kolem své osy s periodou T_{\oplus} (siderický den, 23 h 56 min 4 s). Rotace v minulosti změnila Zemi do tvaru, kterému říkáme *geoid* a který se podobá elipsoidu. I slapové síly způsobují změnu kulového tvaru do elipsoidu, je však na místě upozornit na zásadní rozdíl. Zploštění Země na pólech oproti rovníku, tedy srovnání rovníkového poloměru 6 378,1 km Země s polárním poloměrem 6 356,8 km, činí 21,3 km. Vrátime-li se k našim výsledkům, pak při největším skočném přílivu dosahuje výška v bodě A 62,2 cm a při odlivu se hladina snižuje o 31,1 cm, pak právě součet těchto čísel 93,3 cm \approx 1 m udává rozdíl mezi rovníkovým a polárním poloměrem Země deformované působením slapových sil. Z porovnání čísel 21 300 m a 1 m je jasné, že za tvar geoidu slapové síly rozhodně nemohou (jak se někteří žáci mylně domnívají) a naopak, že rotace Země nemá na vznik přílivu a odlivu vliv (kdyby snad měla, byl by příliv opravdu nepředstavitelně vysoký). Jak se liší deformace koule způsobená rotací (kolem pevné osy) a deformace způsobená působením slapových sil, znázorňují Obrázky 1.22 a 1.23 (obrázky jsou přehnané). V obou případech se koule deformuje do tvaru trojosého rotačního elipsoidu, elipsoidy jsou nicméně odlišné, jeden elipsoid je zploštělý a druhý naopak protáhlý.

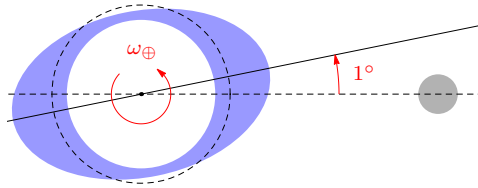
V dalších úvahách bude Země rotovat a udělejme znovu zjednodušení, že Země bude celá pokrytá vodou, a pod vodou bude pevná část Země. Pevná část společně s vodou na povrchu rotuje s periodou T_{\oplus} , co s tímto stavem udělá přítomnost Měsíce? Jak už víme, Měsíc způsobí vznik dvou výdutí, které leží na spojnici středů Země a Měsíce. Měsíc však obíhá kolem Země s periodou $T_{\mathcal{L}}$, která je přibližně 27krát větší, než perioda rotace Země. Pevná část Země rotuje s periodou T_{\oplus} , ale výdutě se posouvají společně s Měsícem 27krát pomaleji. To tedy způsobuje **tření** mezi vodou a pevnou Zemí, což vede k tomu, že se výdutě mírně natočí před spojnicí Země-Měsíc, jako na Obrázku 1.24. Nemělo by ale natočení být spíše na opačnou stranu, když (dynamická) třecí síla působí proti pohybu? Nemělo, protože Země rotuje rychleji, než kolem ní obíhá Měsíc, takže třecí síla se vlastně snaží vodu ve výdutích urychlit. Podle Brože[5] je úhel natočení zhruba 1° , což není moc, ale jak uvidíme dále, i tento malý úhel má vliv na rotaci Země.



Obrázek 1.22: Deformace koule vlivem rotace. V obrázku jsou znázorněny souřadnicové osy x , y , z pro srovnání s obrázkem vpravo, těleso rotuje kolem souřadnicové osy z . Výsledkem deformace je trojosý rotační elipsoid, pro jehož délky poloos (ve směru souřadnicových os) platí vztah $a = b > c$ (zploštělý elipsoid).



Obrázek 1.23: Deformace koule vlivem působení slapových sil. V obrázku jsou znázorněny souřadnicové osy x , y , z pro srovnání s obrázkem vlevo, slapovými silami působí těleso umístěné ve směru souřadnicové osy x . Výsledkem deformace je trojosý rotační elipsoid, pro jehož délky poloos (ve směru souřadnicových os) platí $a > b = c$ (protáhlý elipsoid).

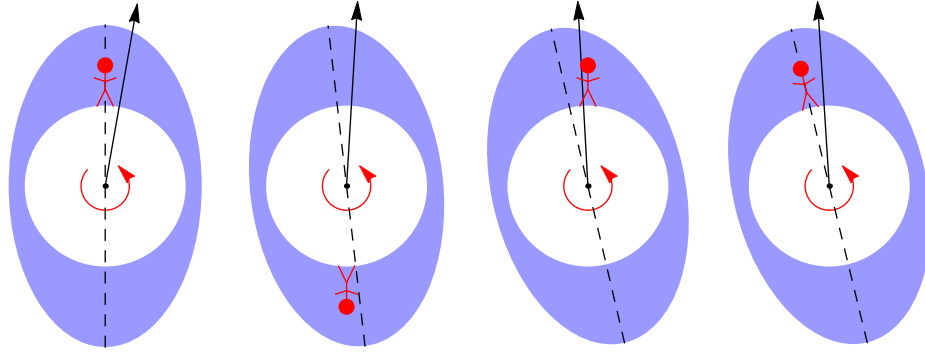


Obrázek 1.24: Natočení slapových výdutí vlivem tření. Černá čárkovaná kružnice představuje původní tvar Země pokryté vodou. Směr rotace Země je naznačen červenou šipkou ω_{\oplus} . V obrázku neuvažujeme deformaci vlivem rotace, obrázek není ve správném měřítku (velikosti Země a Měsíce a jejich vzdálenost, ani změna tvaru způsobená slapovými silami, ani úhel natočení výdutí, vše kvůli názornosti).

1.3.2 Perioda přílivu a odlivu

Když už víme, že výdutě jsou dvě, příliv tedy nastává na dvou protilehlých místech Země současně, pak by se v těchto místech měl střídát každých necelých 12 hodin ($\frac{T_{\oplus}}{2}$). Ale není tomu tak, tato jednoduchá úvaha totiž zapomíná na pohyb Měsíce. Když se dané místo otočí okolo zemské osy o 180° , Měsíc se mezitím vůči středu Země posune o $6,57^\circ$ ($\frac{T_{\oplus}}{T_{\zeta}} \cdot 180^\circ$). Znázorňuje to Obrázek 1.25, pro ještě větší názornost doporučujeme animaci *Perioda slapů*.

Nyní odvodíme hledanou periodu $T_{\text{př}}$, s jakou se střídá příliv (a tedy i odliv) v daném místě, což je totéž jako doba např. mezi dvěma východy (či západy) Měsíce. Země kolem osy rotuje s periodou T_{\oplus} a Měsíc kolem Země obíhá s periodou T_{ζ} . Úhlová rychlost rotace Země je $\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{T_{\oplus}}$, úhlová rychlost pohybu Měsíce kolem Země je $\omega_{\zeta} = \frac{2\pi}{T_{\zeta}}$. Platí $\omega_{\oplus} > \omega_{\zeta}$, neboť je $T_{\oplus} < T_{\zeta}$. Ten stejný příliv



Obrázek 1.25: Perioda přílivu a odlivu. Černá šipka znázorňuje směr k Měsíci, červená šipka směr rotace Země (Měsíc kolem Země obíhá ve stejném směru). Zleva doprava: (1) V daném místě, kde je znázorněn člověk, právě nastává příliv. (2) Situace za čas $\frac{T_{\oplus}}{2}$, příliv však nyní nenastává, přílivová vlna je o něco dále kvůli posunutí Měsíce na jeho trajektorii. (3) Situace po čase T_{\oplus} oproti prvnímu obrázku, člověk je ve stejné poloze (vůči vzdáleným hvězdám), jako byl na začátku, ale přílivová vlna, ve které se původně nacházel, je o něco dále, musí ji tedy dohnat, což nastane právě na obrázku (4). V obrázku je rovněž znázorněno mírné natočení výdutí oproti směru k Měsíci. Obrázek není pro názornost ve správném měřítku.

nastává pro člověka na Zemi s periodou $T'_{\text{př}}$, příslušná úhlová rychlost je $\omega = \frac{2\pi}{T'_{\text{př}}}$. Člověk v Obrázku 1.25 přílivovou vlnu dohání rychlostí $\omega = \omega_{\oplus} - \omega_{\zeta}$, neboť Země rotuje rychleji, než obíhá Měsíc kolem Země, aby člověk přílivovou vlnu dohnal, trvá to déle, protože mu vlna „ujíždí“ kvůli pohybu Měsíce, viz animaci *Perioda slapů*. Odtud plyne

$$\frac{2\pi}{T'_{\text{př}}} = \frac{2\pi}{T_{\oplus}} - \frac{2\pi}{T_{\zeta}}$$

$$\frac{1}{T'_{\text{př}}} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\zeta}}$$

Obě periody dosadíme co nejpřesněji (nedodržujeme tedy zásadu tří platných číslic):

$$\frac{1}{T'_{\text{př}}} = \left(\frac{1}{86\,164} - \frac{1}{2\,360\,592} \right) \text{ s}^{-1},$$

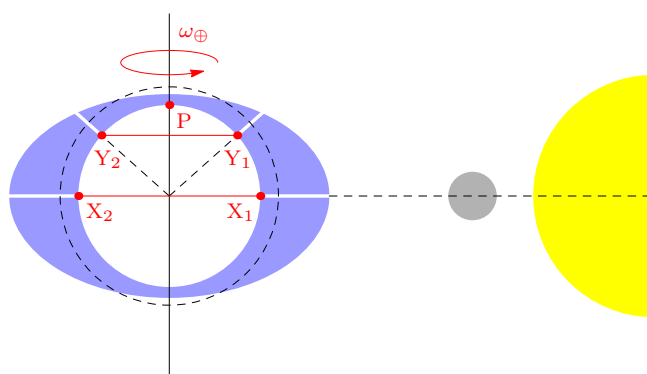
odkud dostáváme řešení 89 428 s, neboli $T'_{\text{př}} = 24 \text{ h } 50 \text{ min } 28 \text{ s}$. Protože ale existují dvě protilehlé výdutě, střídá se příliv (a odliv) každých $T_{\text{př}} = \frac{T'_{\text{př}}}{2} = 12 \text{ h } 25 \text{ min } 14 \text{ s}$. Doba mezi přílivem a odlivem je proto poloviční $\frac{T_{\text{př}}}{2}$, rovná 6 h 12 min 37 s.

Tyto výpočty platí pro situaci, kdy je celá Země pokrytá vodou, a platí pouze pro body povrchu Země v rovině, ve které obíhá kolem Země Měsíc. V bodech kolem bodů B a D je v této situaci trvale odliv.

1.3.3 Příliv a odliv ve skutečnosti

Vůbec jsme dosud nebrali v úvahu sklon rotační osy Země vůči rovině ekliptiky ($66,6^\circ$). V Obrázku 1.26, kde zemská osa rotace je kolmá na rovinu ekliptiky,

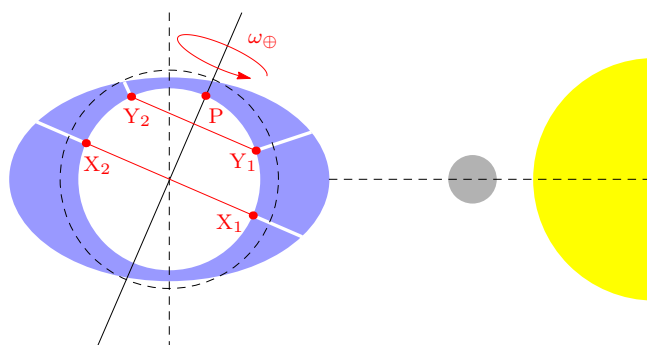
vidíme, že např. kolem pólu P příliv vůbec nenastává, v této oblasti je trvale odliv. V daném místě na Zemi by však po 12 h 25 min nastávala stejně vysoká (či nízká) hladina vody. Podle skutečného sklonu rotace Země vůči rovině ekliptiky, znázorněného na Obrázku 1.27, ale vidíme, že stále na Zemi existují místa, kde po 12 h 25 min nastává stejně vysoká (či nízká) hladina vody, ale kromě toho existují i místa (s rostoucí zeměpisnou šířkou), kde po této době nastává jinak vysoký příliv, pro ještě větší zeměpisné šířky pak dokonce nastává během 24 h 50 min jen jeden příliv a pro ještě větší zeměpisné šířky příliv nenastává vůbec. Také je dobré uvědomit si, co je vlastně výška přílivu v těchto obrázcích – výška vody v daném místě směrem od středu Země. V místě, kde během 24 h 50 min nastávají dva různě vysoké přílivy a odlivy, se někdy hovoří o *vysokém přílivu* a *nízkém přílivu*.



Obrázek 1.26: Rozdíly mezi místy na Zemi ve střídání přílivu a odlivu ve zjednodušeném modelu. Sklon osy rotace Země vůči rovině ekliptiky je 90° , Měsíc obíhá kolem Země v rovině ekliptiky. Směr rotace Země je naznačen červenou šipkou a popiskem ω_\oplus . Bod X_1 se při rotaci Země dostane do X_2 , analogicky Y_1 do Y_2 , písmeno P označuje pól. Černá čárkovaná kružnice představuje původní výšku vody. Bílé čáry představují příslušné výšky vodního sloupce v bodech X_1 , X_2 , Y_1 a Y_2 . Vidíme tedy, že v tomto případě jsou výšky vody v bodech X_1 a X_2 shodné a nastává tam příliv, v bodech Y_1 a Y_2 jsou rovněž shodné a nastává v nich rovněž příliv (neboť voda přesahuje původní pokrytí vodou, tedy čárkovanou kružnicí). V oblasti kolem pólu nastává trvale odliv. Obrázek není ve správném měřítku a neuvažujeme deformaci Země vlivem rotace.

Dále jsme nebrali v úvahu sklon roviny oběhu Měsíce kolem Země vůči rovině ekliptiky ($5,15^\circ$). Celkově je tedy vzájemný vliv Měsíce a Slunce na příliv a odliv nesmírně komplikovaný.

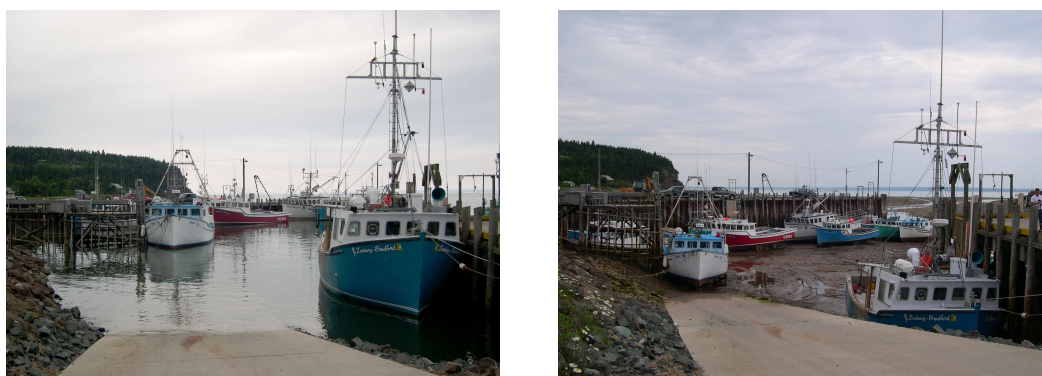
Dalším velmi důležitým faktorem, který velmi výrazně ovlivňuje příliv a odliv, jsou pevniny. Země samozřejmě není celá pokrytá vodou. Pro některá místa na Zemi výše provedené úvahy platí, ale pro nejružnější zátoky nikoli. Výsledkem tak je, že v některých zátokách může hladina vody kolísat v rozmezí více než 10 metrů, asi nejznámější je v tomto ohledu záliv Bay of Fundy, konkrétně zátoka Minas Basin v Novém Skotsku v Kanadě. Zde kolísání vody mezi přílivem a odlivem dosahuje více než 16 metrů, jak dokládá Obrázek 1.28. Jak se můžeme přesvědčit z předpovědi časů a výšek přílivů a odlivů na [53], pak se zde příliv střídá zhruba po 12 h 25 min, to však pro jiná místa na Zemi platit takto přesně nemusí. Rozložení míst na Zemi podle střídání přílivu a odlivu je na Obrázku 1.29. Takto výrazně vysoký příliv je způsoben tím, že se celá přílivová vlna, která přichází



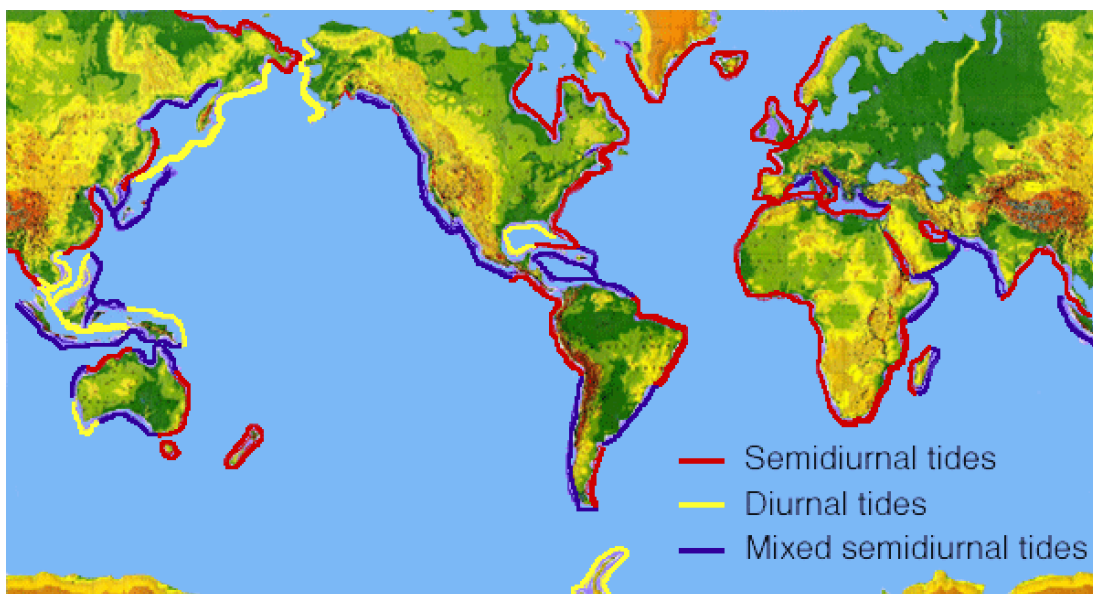
Obrázek 1.27: Rozdíly mezi místy na Zemi ve střídání přílivu a odlivu při sklonu osy rotace Země vůči rovině ekliptiky $66,6^\circ$. Měsíc obíhá kolem Země v rovině ekliptiky. Pro význam popisek viz Obrázek 1.26. Vidíme, že v bodech na rovníku nyní nenastává nejvyšší příliv. V bodech X_1 a X_2 nicméně stále nastává přibližně stejně vysoký příliv. Ve vyšších zeměpisných šířkách to však již neplatí. V bodě Y_1 nastává příliv, ale při rotaci Země se dostane do oblasti, kde nastává mírný odliv. Ve vyšších zeměpisných šířkách proto nastává během doby 24 h 50 min pouze jeden příliv. V ještě vyšších šířkách pak příliv nenastává vůbec. Pro místa v oblasti mezi X_1 a Y_1 pak nastávají dva přílivy, ale různě vysoké. Obrázek není ve správném měřítku (sklon osy rotace Země vůči rovině ekliptiky však skutečnosti odpovídá) a neuvažujeme deformaci Země vlivem rotace.

z otevřeného moře (tedy velké plochy) musí vejít do úzkého zálivu.

Na stránce [53] si můžeme zvolit konkrétní místo na Zemi, které nás zajímá, a získáme předpovědi časů a výšek přílivů a odlivů. Tyto předpovědi však nevycházejí z teoretických výpočtů, ale z dlouhodobého sledování přílivů a odlivů a aktuální polohy Měsíce. Dalším faktorem, který ovlivňuje příliv a odliv, je profil mořského dna. Dokonce i vítr může výšku přílivu ovlivnit, pokud fouká ve směru přílivu, čímž pohyby vody vlastně podporuje, tak je příliv vyšší než obvykle.



Obrázek 1.28: Rozdíly mezi přílivem a odlivem v zálivu Bay of Fundy v Novém Skotsku v Kanadě, kde je kolísání vodní hladiny největší na Zemi. Rozdíly zde přesahují 16 metrů. Obrázky byly převzaty z [61].



Obrázek 1.29: Rozdělení míst na Zemi podle střídání přílivu a odlivu. Místa na pobřeží, kde se během 24 h 50 min střídají dva stejně vysoké přílivy a dva stejně nízké odlivy, jsou vyznačena červeně, žlutě jsou vyznačena místa, kde se během stejné doby střídá pouze 1 příliv a 1 odliv a modře jsou znázorněna místa, kde se během 24 h 50 min střídají dva různě vysoké přílivy a dva různě nízké odlivy. Z obrázku vidíme, že např. v Mexickém zálivu se během 24 h 50 min střídá pouze jeden příliv s jedním odlivem a že např. v různých částech pobřeží Austrálie se vyskytují všechny 3 druhy střídání přílivu a odlivu. Obrázek byl převzat z [44].

Shrňme všechny faktory ovlivňující výšky přílivů a odlivů a jejich periody: vzájemná poloha Měsíce, Země a Slunce – jak fáze Měsíce, tak i poloha Měsíce vůči rovině ekliptiky; vzdálenost Země a Měsíce, vzdálenost Země a Slunce, sklon osy rotace Země vůči rovině ekliptiky, rozmístění pevnin na Zemi, tvar pobřeží, profil mořského dna a vítr.

Toho, že v zátokách může hladina vody značně kolísat, využívají *přílivové elektrárny*. Např. jedna z největších přílivových elektráren leží v severozápadní Francii na řece Rance a dosahuje výkonu 240 MW. Běžné kolísání vodní hladiny zde dosahuje 8 m, při skočném přílivu, když je Měsíc navíc poblíž perigea, dosahuje zhruba 13,5 m. Viz Obrázek 1.30.

Na závěr ještě uvedme, kde všude je příliv a odliv ještě patrný. Ve Velkých jezerech v Severní Americe (délka až 560 km) je kolísání vody způsobené slapovými silami kolem 5 cm, což ovšem vítr snadno ovlivní tak, že kolísání vlivem slapových sil není běžně vůbec patrné. Dále podle [20] byl příliv a odliv potvrzen ve 14 km dlouhém Chiemském jezeru v Bavorsku, kde však o rozdíly kolem 1 mm, které tedy vítr snadno změní. Laboratorně se kolísání vody vlivem slapových sil potvrdilo ve 103 m dlouhé trubici zcela zaplněné vodou, kde rozdíly činily pouhých $2,86 \mu\text{m}$, což ovšem bylo zjištěno pomocí interferometrie (pokusy prováděli Egedal a Fjeldstad, rovněž Michelson). Závěr: Projevy slapového působení Měsíce a Slunce na uzavřených jezerech jsou měřitelné, nejsou však běžně pozorované, neboť je snadno ovlivní vítr.



Obrázek 1.30: Přílivová elektrárna na řece Rance v Saint-Servan ve Francii. Obrázek byl převzat z [4]. Takto vypadá mnoho přílivových elektráren, kdy se pod mostem, který spojuje protilehlé břehy v zúženém místě zálivu, postaví mohutné turbíny, které jsou roztáčeny vodou při přílivu a odlivu.

1.3.4 Příliv a odliv v atmosféře a zemské kůře

Tato část bude krátká. U přílivu a odlivu v atmosféře se pouze zmíníme, že změny tlaku způsobené gravitačním působením Měsíce jsou u povrchu Země teoreticky přibližně 3 Pa (viz Sawicki [49], s tímto údajem rovněž souhlasí tvrzení Tokana [54], že jde o změny menší než 10 Pa), což je neměřitelná změna, zvláště když si uvědomíme, že atmosférický tlak klesá s nadmořskou výškou a změna 3 Pa odpovídá menšímu výskoku zhruba o 20 cm. Daleko větší vliv má na atmosféru Slunce, nejde však o gravitační vliv, ale o projevy slunečního záření. A stejně tak meteorologické jevy, které způsobují změny tlaku, ovlivňují atmosféru daleko více, např. v České republice kolísá tlak od 970 hPa do 1 055 hPa (jde o rekordní naměřené hodnoty), což jsou tedy změny o 85 000 Pa, takže změny tlaku způsobené gravitačním působením Měsíce či Slunce jsou opravdu zanedbatelné.

Zatímco na atmosféru Země nemají slapové síly Měsíce v podstatě žádný vliv, slapové síly v atmosféře Titanu způsobují vznik pravidelných větrů. Slapové změny v atmosféře Titanu jsou během jednoho jeho oběhu kolem Saturnu podle Tokana [54] až 150 Pa. Musíme nicméně uvážit, že atmosférický tlak u povrchu Titanu je 1 440 hPa oproti 1 013 hPa na Zemi, tedy o 42 % větší. A také, že na Titanu působí mnohem větší slapové síly než na Zemi (viz Tabulku 1.7).

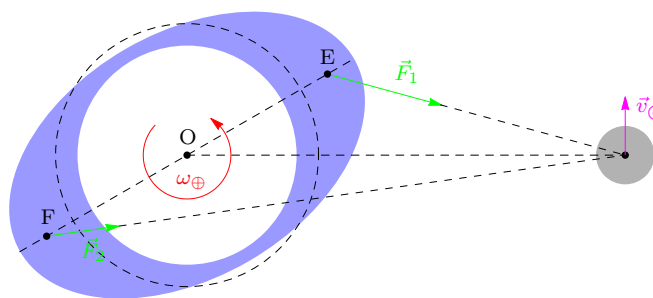
Země není tuhým tělesem, takže působení slapových sil Měsíce a Slunce se projeví rovněž v zemské kůře. Podle Brože [5] jsou změny v deformaci zemské kůry řádu 10 cm, např. na stránce [1] uvádí, že „Ve střední Evropě stoupá a klesá zemská kůra asi o 30 cm stejným rytmem, jako vznikají slapové jevy. Tento pohyb zachycují citlivé gravimetry.“. Je tedy důležité si uvědomit, že i celý kontinent pod námi podléhá slapovému působení Měsíce a Slunce a tyto změny jsou až pozoruhodně vysoké a dají se měřit. NASA ([39]) dokonce uvádí, že tyto změny mohou dosáhnout až 50 cm při společném působení Měsíce a Slunce. Zajímavé

je, že měření deformace Měsíce vlivem působení Země ukázalo hodnoty kolem 50 cm, [39], takže podle NASA jsou změny v zemské a měsíční kůře přibližně stejně vysoké.

1.4 Další projevy působení slapových sil

1.4.1 Zpomalování zemské rotace

Jak jsme uvedli v části 1.3.1 Rotace Země a tření, slapové výdutě u bodů A a C způsobené Měsícem jsou mírně natočeny před spojnicí středů Země a Měsíce (vliv Slunce nyní nebudeme uvažovat), což má pro rotaci Země podstatný vliv, jak nyní vysvětlíme. Celou Zemi rozdělme na tři části – pevnou část a dvě výdutě tvořené vodou. Měsíc působí svou gravitační silou na všechny tři části, gravitační sílu Měsíce na pevnou část nebudeme znázorňovat, ta v následujících úvahách nehraje roli, neboť má směr rovnoběžný se spojnicí středů Země a Měsíce a způsobuje obíhání Měsíce kolem Země. Vyjdeme z Obrázku 1.31. Protože jsou obě výdutě přibližně symetrické (slapové síly v bodech A a C jsou přibližně stejně velké), jsou úsečky OE a OF stejně dlouhé. Tyto úsečky představují ramena gravitačních sil \vec{F}_1 a \vec{F}_2 , kterými Měsíc působí na výdutě. Země rotuje proti směru hodinových ručiček úhlovou rychlostí ω_{\oplus} , příslušný vektor $\vec{\omega}_{\oplus}$ míří tedy kolmo z obrázku (pravidlo pravé ruky). Nyní určíme výsledný moment sil \vec{F}_1 a \vec{F}_2 : Moment síly je definován jako součin síly a příslušného ramene, protože jsou ale obě ramena stejně dlouhá, stačí uvažovat jen velikosti sil. Výdutě s hmotným středem E je Měsíci blíže než druhá výdutě, proto podle Newtonova gravitačního zákona je síla F_1 větší než F_2 , tudíž pro příslušné momenty sil platí $M_1 > M_2$. Směr těchto vektorů určíme podle pravidla pravé ruky, \vec{M}_1 míří kolmo do obrázku, \vec{M}_2 kolmo z obrázku. Protože je $M_1 > M_2$, tak výsledný moment $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$ míří kolmo do obrázku ve směru většího vektoru \vec{M}_1 . Výsledný moment \vec{M} má tedy opačný směr než vektor úhlové rychlosti Země $\vec{\omega}_{\oplus}$, působí tedy proti rotaci Země, čímž ji zpomaluje.



Obrázek 1.31: Zpomalování rotace Země. Země rotuje proti směru hodinových ručiček (naznačenou šipkou ω_{\oplus}), Měsíc obíhá Zemi ve shodném směru (naznačeno vektorem \vec{v}_{ζ}). Země je rozdělena na tři části – pevnou část se středem O (bíle), dvě výdutě s hmotnými středy E a F. Měsíc působí gravitačními silami na obě výdutě, síly \vec{F}_1 a \vec{F}_2 , které působí na Zemi nenulovým momentem sil. Tento moment působí proti rotaci Země, zpomaluje ji. Obrázek není ve správném měřítku.

Zpomalování rotace neznamena nic jiného než prodlužování dne. Aktuální hodnota zpomalování rotace Země je 1,7 ms za století. Tato hodnota vyplývá z měření doby zákrytů hvězd Měsícem a zatmění Měsíce a Slunce a odpovídá posledním 2 700 rokům historických záznamů, měření rotace Země se rovněž provádí moderními metodami, [33]. Je to velká nebo malá změna? Na to nám odpoví související změna kinetické rotační energie Země: Označme dnešní hodnotu úhlové rychlosti Země ω_{\oplus} , hodnotu před sto lety ω'_{\oplus} , pro příslušné periody tedy platí $T'_{\oplus} = (T_{\oplus} - 1,7 \text{ ms})$.

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_k(\text{před 100 lety}) - E_k(\text{dnes}) = \frac{1}{2}J\omega'^2_{\oplus} - \frac{1}{2}J\omega^2_{\oplus} = \frac{J}{2} \left(\frac{(2\pi)^2}{T'^2} - \frac{(2\pi)^2}{T^2} \right) = \\ &= 2\pi^2 J \left(\frac{1}{T'^2} - \frac{1}{T^2} \right) \approx 2\pi^2 \cdot 8,04 \cdot 10^{37} \cdot \left(\frac{1}{(86\,164 - 1,7 \cdot 10^{-3})^2} - \frac{1}{86\,164^2} \right) \text{ J} \approx \\ &\approx 8,44 \cdot 10^{21} \text{ J} \approx 10^{22} \text{ J}. \end{aligned}$$

Řádově je výsledkem hodnota přibližně 10^{22} J. O tuto energii tedy Země přijde vlivem zpomalení rotace za 100 let. Za 1 rok je výsledkem hodnota stokrát menší, 10^{20} J. Srovnáme-li tuto hodnotu s aktuální kinetickou energií rotace Země

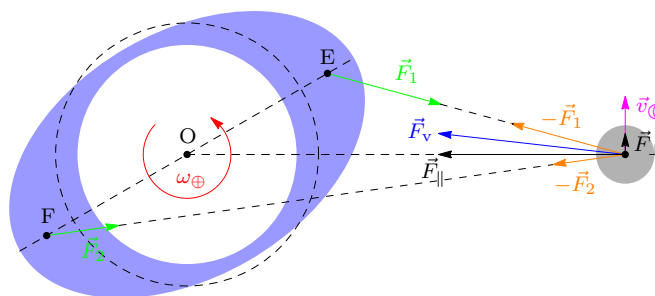
$$E_k(\text{dnes}) = \frac{1}{2}J\omega^2_{\oplus} \approx 4,23 \cdot 10^{29} \text{ J} \approx 10^{29} \text{ J},$$

pak vidíme, že je mezi nimi rozdíl 9 řádů, takže roční ztráta energie v důsledku slapového zpomalování rotace je pro Zemi poměrně zanedbatelná. Energetickou ztrátu Země ještě porovnejme s celkovou roční světovou spotřebou energie, která v roce 2011 činila necelých $5 \cdot 10^{20}$ J, [22], což je řádově shodná hodnota.

Podle zákona zachování energie se ztráta kinetické rotační energie Země musí někde projevit. Ale kde? Na to odpovíme v další podkapitole.

1.4.2 Vzdalování Měsíce

Mírné natočení slapových výdutí způsobených Měsícem má důsledky nejen pro rotaci Země, ale i pro svého původce, tedy pro Měsíc. Musíme si totiž uvědomit, když Měsíc působí gravitačními silami na výdutě, působí i výdutě na Měsíc stejně velkými silami opačných směrů podle 3. pohybového zákona. Do Obrázku 1.31 tak pouze doplníme další vektory, čímž vznikne Obrázek 1.32⁹. Pokud označíme vektory gravitačních sil Měsíce \vec{F}_1 a \vec{F}_2 působících na výdutě jako akce, pak příslušnými reakcemi jsou síly $-\vec{F}_1$ a $-\vec{F}_2$, které mají stejné velikosti, ale opačné směry než \vec{F}_1 a \vec{F}_2 , a jejich působiště je ve středu Měsíce. Protože je síla F_1 větší než F_2 , míří výslednice \vec{F}_v těchto sil před střed Země (ve směru obíhání Měsíce kolem Země). Abychom určili její pohybové účinky, rozložíme ji do směru do středu Země a do směru kolmého, čímž získáme její složky \vec{F}_{\parallel} a \vec{F}_{\perp} . Složka \vec{F}_{\parallel} míří do středu Země a udržuje Měsíc na jeho trajektorii kolem Země (je to pouze část celkové síly, která způsobuje obíhání Měsíce kolem Země, další část působí od pevné Země, kterou v obrázcích nekreslíme, obíhání Měsíce kolem Země ovlivňuje samozřejmě celková hmotnost Země, v našem rozdělení tedy pevná Země a obě výdutě). Nejzajímavější je poměrně malá, avšak nezanedbatelná složka v kolmém



Obrázek 1.32: „Urychlování“ Měsíce. Podle 2. pohybového zákona působí na Měsíc výdutě Země silami $-\vec{F}_1$ a $-\vec{F}_2$ (oranžově). Jejich výslednicí je síla \vec{F}_v (modře), která nemíří do středu Země, ale mírně před něj (ve směru obíhání Měsíce). Abychom zjistili účinky této síly, rozložíme ji do směru do středu Země \vec{F}_\parallel a do směru kolmého \vec{F}_\perp . Vidíme, že výsledná síla \vec{F}_v má nenulovou kolmou složku \vec{F}_\perp , která má stejný směr, jako vektor rychlosti Měsíce \vec{v}_ζ . Tato kolmá složka způsobuje „urychlování“ Měsíce. Pro další vysvětlení viz Obrázek 1.31. Obrázek není ve správném měřítku.

směru \vec{F}_\perp , která míří ve směru vektoru oběžné rychlosti Měsíce. Způsobuje tak jeho „urychlování“.

Nyní tedy můžeme odpovědět na otázku, kde se projeví ztráta kinetické rotační energie Země $\Delta E_{\oplus k}$. Většina této energetické ztráty je způsobena třením mezi vodou a pevnou částí Země, o zbylou část $\Delta E'_{\oplus k}$ se zvýší celková mechanická energie Měsíce, tj. součet přírůstků kinetické $\Delta E_{\zeta k}$ a potenciální $\Delta E_{\zeta p}$ energie. Dosud jsme hovořili o „urychlování“ Měsíce a toto slovo jsme dávali do uvozovek. Slovo jsme použili z toho důvodu, že složka \vec{F}_\perp míří ve směru pohybu Měsíce, měla by jej proto urychlovat. Jenže je nutné si uvědomit, že oběžná rychlost souvisí se vzdáleností (od obíhaného tělesa), a jak jsme již uvedli, platí

$$\Delta E'_{\oplus k} = \Delta E_{\zeta k} + \Delta E_{\zeta p}.$$

Nyní musíme uvést vzorec, který se na některých školách probírá, na jiných nikoli. Jde o vzorec na výpočet gravitační potenciální energie dvou těles o hmotnostech m a M , která se nacházejí ve vzájemné vzdálenosti r :

$$E_p = -\frac{GmM}{r}, \quad (1.18)$$

kde mínus označuje skutečnost, že s rostoucí vzdáleností r tato energie roste (z velkých záporných hodnot směrem k nule). Největší gravitační potenciální energii má těleso o hmotnosti m , když je co nejdále od tělesa s hmotností M , tedy v nekonečnu. Pak je jeho gravitační potenciální energie nulová. Připomeňme vzorec na výpočet kruhové rychlosti tělesa obíhajícího Zemi

$$v_k = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}, \quad (1.19)$$

takže můžeme určit celkovou mechanickou energii Měsíce:

$$E_{\zeta c} = E_{\zeta k} + E_{\zeta p} = \frac{1}{2}M_\zeta v_{\zeta k}^2 - \frac{GM_\oplus M_\zeta}{r} = \frac{1}{2}M_\zeta \cdot \frac{GM_\oplus}{r} - \frac{GM_\oplus M_\zeta}{r},$$

⁹V obrázku neuvažujeme deformaci Měsíce způsobenou slapovými silami Země.

$$E_{\zeta c} = -\frac{GM_{\oplus}M_{\zeta}}{2r}. \quad (1.20)$$

Celková mechanická energie Měsíce obíhajícího Zemi (předpokládali jsme kruhovou trajektorii) se tedy s rostoucí vzdáleností zvětšuje (směrem k nule). Vztah se navíc velmi podobá vzorci na výpočet gravitační potenciální energie, ale je zde navíc jedna polovina. Z odvození rovněž vyplývá, že pro oběžnou kinetickou energii a gravitační potenciální energii obíhajícího tělesa platí $-E_p = 2E_k$, neboli pro celkovou energii

$$E_c = E_k + E_p = E_k - 2E_k = -E_k. \quad (1.21)$$

Nyní, když víme, jak souvisí energie Měsíce s jeho vzdáleností od Země, vidíme, že pokud Měsíc získá energii $\Delta E'_{\oplus k}$, dojde rovněž ke vzrůstu jeho vzdálenosti od Země, neboli **Měsíc se od Země vzdaluje**, což je způsobeno právě mírným natočením slapových výdutí. Jestliže se tedy zvětší vzdálenost Měsíce od Země, znamená to zároveň, že jeho oběžná rychlost podle vzorce (1.19) klesne. Proto jsme používali uvozovky pro „urychlování“ Měsíce. Místo toho, aby se kinetická energie Měsíce zvýšila o $\Delta E'_{\oplus k}$ a potenciální nezměnila, ve skutečnosti se kinetická energie **zmenší** o $\Delta E'_{\oplus k}$, a naopak potenciální energie zvětší o $2\Delta E'_{\oplus k}$ (to vyplývá z výše uvedeného závěru $-E_p = 2E_k$). Celkem se tedy jeho energie zvětší právě o $\Delta E'_{\oplus k}$.

To je poměrně obtížné pochopit, proto úvahy shrňme: Celková mechanická energie Měsíce obíhajícího kolem Země závisí na vzdálenosti od Země tak, že s větší vzdáleností energie Měsíce vzrůstá. Zároveň ale platí, že s větší vzdáleností od Země klesá oběžná rychlost Měsíce. Takže při jakémkoli zvýšení energie Měsíce nutně dochází k jeho vzdálení od Země a poklesu jeho oběžné rychlosti. A nic na tom nemění fakt, že složka \vec{F}_{\perp} míří ve směru pohybu Měsíce a měla by jej proto „urychlovat“. K pochopení by navíc mohla posloužit analogie (převzatá od Brože [5]): když rozkutálíme kuličku směrem do kopce, tak ji sice na začátku urychlíme, ale kulička i přes to bude neustále zpomalovat. Ale právě díky tomu zpomalování se bude nacházet výš a výš na kopci, v místě s větší potenciální energií.

Jakou rychlostí se Měsíc od Země vzdaluje? Z velmi přesných měření (pomocí výkonných laserů a koutových odražečů na Měsíci, které na Měsíc dopravily posádky programu Apollo) vyplývá, že se Měsíc vzdaluje od Země rychlostí 3,84 cm za rok (Brož [5]). Čtyři centimetry si každý snadno dovede představit oproti odpovídající změně rotace Země, tedy necelým dvěma milisekundám za 100 let. Nárůstem vzdálenosti se má na mysli zvyšování střední vzdálenosti Měsíce od Země (jinak samozřejmě vzdálenost Měsíce od Země kolísá kvůli eliptické trajektorii). Měsíc se proto pohybuje po **spirále** směrem od Země.

Shrneme předchozí poznatky:

Působením slapových sil se rotace Země zpomaluje (a den se proto prodlužuje) rychlostí 1,7 ms za století a Měsíc se od Země vzdaluje rychlostí 3,84 cm za rok.

Ještě učiňme drobnou poznámku¹⁰. V předešlém shrnutí jsme uvedli, že vše je způsobeno slapovými silami. Při vysvětlování jsme však uvažovali gravitační síly Měsíce působící na výdutě a jejich reakce působící na Měsíc. Jak to, že za to tedy mohou slapové síly? Slapové síly jsou totiž prvotní příčinou toho všeho, a sice způsobují vznik dvou výdutí.

1.4.3 Vázaná rotace

Další zajímavostí pohybu Měsíce kolem Slunce je skutečnost, že neustále vidíme pouze část jeho povrchu (*přivrácená strana Měsíce*), zatímco na jinou část se vůbec nepodíváme (*odvrácená strana Měsíce*)¹¹. Jak je to možné? **Perioda oběhu Měsíce kolem Země – siderický měsíc – je rovná rotační periodě Měsíce kolem své osy.** Tomuto stavu říkáme **vázaná (synchronní) rotace**. Tato skutečnost je často mylně vysvětlována tak, že Měsíc kolem své osy nerotuje. Proto jsme připravili animaci *Jedna strana Měsíce*, ze které je ihned jasné, že kdyby Měsíc kolem osy nerotoval, viděli bychom jeho povrch celý (během jeho obíhání kolem Země). Porovnání skutečné situace a situace bez rotace kolem osy rovněž znázorňují Obrázky 1.33. Když Měsíc kolem své osy rotuje, člověk stojící na Měsíci postupně mění svou orientaci (vzhledem ke vzdáleným hvězdám), kdyby Měsíc kolem osy nerotoval, člověk na Měsíci by svou orientaci neměnil, směřoval by stále stejným směrem, neboli ze Země by bylo možné postupně vidět celý povrch Měsíce. V animaci lze rovněž zvolit jiný vztah periody rotace a oběhu Měsíce a je opět patrné, že i v těchto případech bychom viděli postupem času celý povrch Měsíce. Neboli **jediná možnost**, abychom ze Země viděli stále stejnou část povrchu Měsíce, je rovnost periody oběhu Měsíce kolem Země a periody rotace Měsíce kolem osy. Jakákoli jiná možnost (jedna perioda větší či menší než druhá, Měsíc by kolem osy nerotoval) by vedla k tomu, že bychom vždy viděli celý povrch Měsíce během jeho obíhání kolem Země.

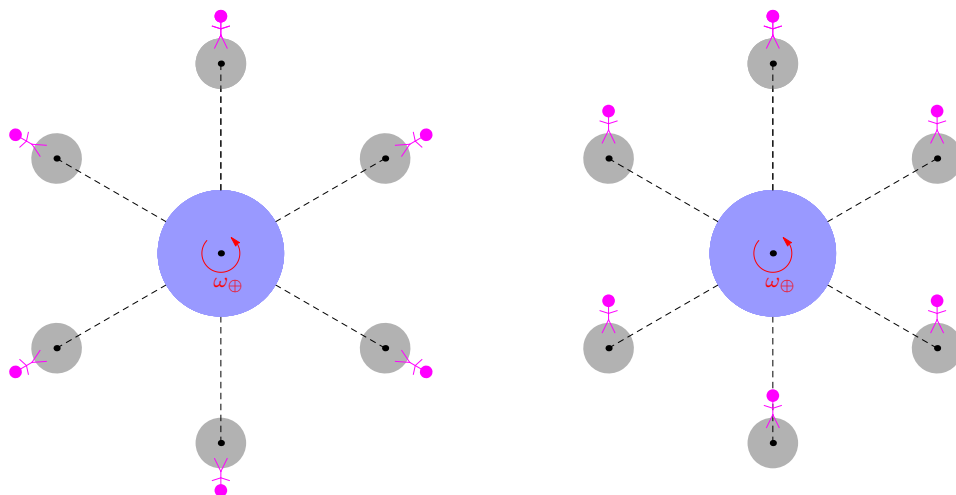
Žáky by mohlo napadnout, že jde o náhodu, že se příslušné periody rovnají. To jim snadno vyvrátíme údaji o ostatních měsících sluneční soustavy: oba Marsovy měsíce mají vázanou rotaci, Jupiter má takových měsíců 7, Saturn 9, Uran 5 a Neptun 1. Celkem tedy ve sluneční soustavě máme minimálně¹² 25 měsíců s vázanou rotací. A to už nemůže být náhoda! Mohou za to právě slapové síly, které způsobují vznik dvou výdutí. Stejně jako Měsíc působí na Zemi slapovými silami, působí i Země na Měsíc slapovými silami. Protože jsou slapové síly úměrné výšce přílivu, spočítáme místo jejich velikosti teoretickou výšku přílivu, kdyby byl Měsíc pokrytý vodou. Použijeme vzorec (1.16), který snadno modifikujeme (zaměníme symboly \oplus a ζ , pouze vzdálenost mezi tělesy necháme):

$$h = R_{\zeta} \frac{M_{\oplus}}{M_{\zeta}} \left(\frac{R_{\zeta}}{r_{\zeta}} \right)^3 = 1,74 \cdot 10^6 \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{7,34 \cdot 10^{22}} \left(\frac{1,74 \cdot 10^6}{3,84 \cdot 10^8} \right)^3 \text{ m} \approx 13,2 \text{ m.}$$

¹⁰Na tomto místě rovněž zmiňme moment hybnosti, který se ovšem na středních školách neprobírá. Zpomalení rotace Země má za následek úbytek momentu hybnosti Země, nárůst vzdálenosti Měsíce od Země však zvýší příslušný moment hybnosti Měsíce a celkový moment hybnosti soustavy Země-Měsíc zůstává zachován (podle zákona zachování momentu hybnosti). Moment hybnosti Země se tak přenáší na Měsíc.

¹¹Záměrně nepíšeme, že vidíme pouze polovinu povrchu, protože vlivem *libračních pohybů* Měsíce lze celkem spatřit až 59 % jeho povrchu.

¹²U některých měsíců zatím nejsou jejich rotační periody přesně změřeny, je tedy možné, že se tento počet ještě zvýší.

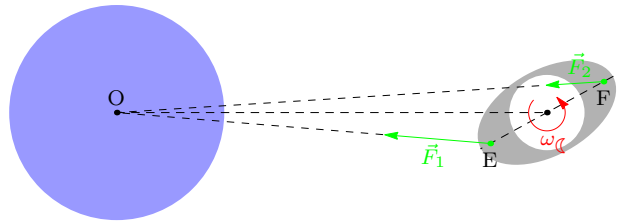


Obrázek 1.33: Porovnání vázané rotace Měsíce a situace, kdyby Měsíc kolem osy nerotoval. Obrázek není ve správném měřítku a nejsou v něm znázorněné slapové výdutě. Rotace Země je naznačena šipkou ω_{\oplus} , Měsíc kolem Země obíhá stejným směrem, jako rotuje Země kolem osy, Měsíc rovněž kolem své osy rotuje tímto směrem. V obrázku vlevo je znázorněna vázaná rotace, kdy se člověk na Měsíci společně s Měsícem otáčí, ale v tomto postavení by nikdy na Zemi nedohlédl (nachází se na odvrácené straně). V obrázku vpravo Měsíc kolem osy nerotuje a člověk na Měsíci by tak postupem času na Zemi viděl, protože by směřoval stále ke stejným vzdáleným hvězdám. Viz také animaci *Jedna strana Měsíce*.

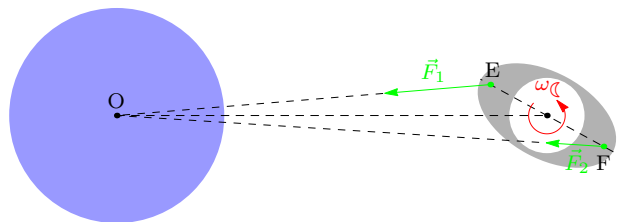
Na Měsíci tedy působí mnohonásobně větší slapové síly od Země než slapové síly na Zemi od Měsíce, přibližně 36,7krát (Měsíc na Zemi způsobuje teoretickou výšku přílivu 36,0 cm). A nyní provedeme úplně stejné úvahy, které jsme provedli pro Zemi. Následující obrázky proto budou analogické k Obrázku 1.31. Protože chceme vysvětlit vznik vázané rotace, předpokládejme, že periody rotace Měsíce a jeho oběhu kolem Země nejsou rovné. Země na Měsíci způsobuje existenci dvou výdutí, ty jsou kvůli různým periodám oběhu a rotace vlivem tření mírně natočeny před spojnicí středů Země a Měsíce, nebo jsou mírně pozadu za touto spojnicí. Měsíc rozdělíme na tři části, kulovou část a dvě výdutě. Země působí gravitačními silami na dvě výdutě na Měsíci, tyto síly působí na Měsíc nenulovým momentem, který buď rotaci Měsíce zpomaluje, nebo urychluje podle toho, jaký je vztah mezi periodami oběhu a rotace. Pro detaily viz popisky u Obrázků 1.34 a 1.35. Výsledkem působení nenulového momentu sil na Měsíc je vázaná rotace, kdy jsou výdutě natočeny podél spojnice středů Země a Měsíce, jak je znázorněno na Obrázku 1.36. V tomto případě totiž gravitační síly Země působící na výdutě na Měsíci leží podél spojnice středů Země a Měsíce, takže mají nulový moment, rotaci Měsíce tedy neovlivňují.

A jak to bylo v minulosti? Rotoval Měsíc rychleji než dnes a docházelo tedy ke zpomalování jeho rotace, nebo rotoval pomaleji než dnes a docházelo k urychlování jeho rotace? Na to nám odpoví odpovídající změna vzdálenosti. Už totiž víme, že dochází-li ke zpomalování rotace Země, dochází zároveň ke vzdalování Měsíce od Země. Tentýž jev se v minulosti samozřejmě uplatňoval při změně rychlosti rotace Měsíce kolem osy (vysvětlení znovu nebudeme uvádět, je totiž zcela analogické k vysvětlení v podkapitole 1.4.2 Vzdalování Měsíce). Dnešní všeobecně přijímaný

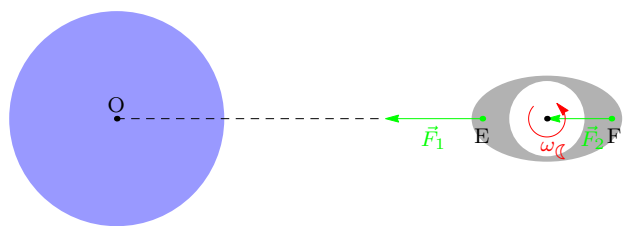
pohled na vznik Měsíce je takový, že se Země srazila s poměrně velkým tělesem před 4,53 miliardami let a z materiálu vzniklého touto kolizí se zformoval Měsíc poměrně blízko u Země, zhruba ve vzdálenosti necelých 20 000 km, viz [5] a rovněž podkapitulu 1.4.6 Rocheova mez. Takže kdyby docházelo k urychlování rotace Měsíce, vzdálenost mezi Měsícem a Zemí by se zmenšovala a Měsíc by tak po svém vzniku dopadl na Zemi. Měsíc proto v minulosti rotoval rychleji, než obíhal kolem Země, a při zpomalování jeho rotace postupně narůstala vzdálenost od Země, což je v souladu s tím, že rovněž dochází ke zpomalování rotace Země, a tedy dalšímu nárůstu vzdálenosti mezi Měsícem a Zemí.



Obrázek 1.34: Zpomalování rotace Měsíce. Situace pro případ, kdyby Měsíc rotoval kolem osy rychleji, než by obíhal kolem Země. Vlivem tření jsou výdutě natočeny mírně za spojnicí středů Země a Měsíce (ve směru pohybu Měsíce, rychlá rotace se výdutě snaží urychlit). Protože je výduť E blíže Zemi než výduť F, je gravitační síla F_1 větší než F_2 , a proto působí na Měsíc větším momentem než síla F_2 (obě síly mají stejně dlouhá ramena). Výsledný moment proto míří opačným směrem, než je směr vektoru rotace Měsíce (pravidlo pravé ruky), dochází proto ke zpomalování rotace Měsíce. Směr rotace Měsíce kolem osy je naznačen šipkou ω_ζ , směr obíhání kolem Země šipkou bez popisku (purpurová). Obrázek není ve správném měřítku. V tomto případě by navíc docházelo ke vzdalování Měsíce od Země (tento jev nemá vliv na rotaci Země).



Obrázek 1.35: Urychlování rotace Měsíce. Situace pro případ, kdyby Měsíc rotoval kolem osy pomaleji, než by obíhal kolem Země. Vlivem tření jsou výdutě natočeny mírně před spojnicí středů Země a Měsíce (ve směru pohybu Měsíce, pomalá rotace se výdutě snaží zpomalit). Protože je výduť E blíže Zemi než výduť F, je gravitační síla F_1 větší než F_2 , a proto působí na Měsíc větším momentem než síla F_2 (obě síly mají stejně dlouhá ramena). Výsledný moment proto míří stejným směrem, jako je směr vektoru rotace Měsíce (pravidlo pravé ruky), dochází proto k urychlování rotace Měsíce. Směr rotace Měsíce kolem osy je naznačen šipkou ω_ζ , směr obíhání kolem Země šipkou bez popisku (purpurová). Obrázek není ve správném měřítku. V tomto případě by navíc docházelo k přibližování Měsíce k Zemi (tento jev nemá vliv na rotaci Země).



Obrázek 1.36: Vázaná rotace. Měsíc kolem Země obíhá se stejnou periodou, s jakou se otáčí kolem osy. V tomto případě nedochází k žádnému tření mezi výdutěmi a tuhými částmi Měsíce. Obě gravitační síly F_1 a F_2 , kterými Země působí na výdutě, leží na přímce středů Země a Měsíce, na Měsíc proto působí nulovými momenty. K žádnému ovlivňování rotace Měsíce nedochází. Směr rotace Měsíce kolem osy je naznačen šipkou ω_ζ , směr obíhání kolem Země šipkou bez popisku (purpurová). Obrázek není ve správném měřítku.

1.4.4 Konečný stav soustavy Země-Měsíc

Již tedy víme, že v současné době Měsíc rotuje vázaně, ze Země tedy nikdy neuvidíme na odvrácenou stranu Měsíce. Kdyby ovšem stál člověk na přivrácené straně Měsíce, viděl by Zemi postupem času celou. Země tedy vůči Měsíci vázaně nerotuje, právě proto dochází ke zpomalování rotace Země a vzdalování Měsíce od Země. Kdy se tento vývoj zastaví a neunikne Měsíc ze *sféry gravitačního vlivu* Země (viz Kapitola 2)? Odvození konečného stavu výrazně přesahuje látku střední školy, lze je najít v knize [5], uvedeme zde pouze výsledky:

V konečném stavu soustavy Země-Měsíc bude platit rovnost tří period: rotace Země kolem osy bude rovná rotaci Měsíce kolem osy, která (jako je tomu již dnes) bude rovná periodě jeho oběhu kolem Země. Tyto periody budou dlouhé přibližně **47 dní**. Takto dlouho tedy bude v budoucnosti trvat den na Zemi. Výsledkem tedy bude, že nejen na Měsíci, ale i na Zemi budou slapové výdutě natočeny podél spojnic středů Země a Měsíce, jak je znázorněno na Obrázku 1.37. Již nebude docházet k žádným změnám v rychlosti rotace Země či Měsíce. Konečná vzdálenost Měsíce od Země bude zhruba 554 000 km, Měsíc bude tedy přibližně 1,44krát dále než dnes, což je ještě stále uvnitř sféry gravitačního vlivu Země, a bude se Zemi stále gravitačně svázán. Za jak dlouho Země s Měsícem dosáhnou konečného stavu? Můžeme provést velmi hrubý odhad na základě změřených hodnot. Dnes siderický den trvá necelých 24 h, tedy 1 den, do konečného stavu se musí den prodloužit o 40 dní a rychlost prodloužování je 1,7 ms za století, takže

$$\frac{40 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 1\,000 \text{ ms}}{1,7 \text{ ms}} \cdot 100 \text{ let} \approx 203 \text{ miliard let.}$$

Ovšem pomocí rychlosti vzdalování dostáváme výsledek

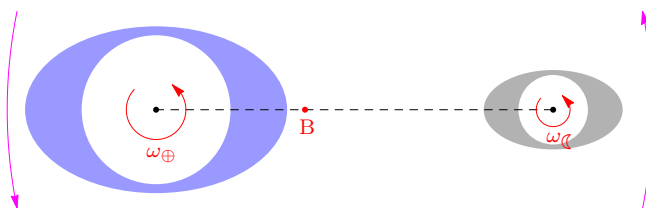
$$\frac{(554\,000 - 384\,000) \cdot 10^5 \text{ cm}}{3,84 \text{ cm}} \cdot 1 \text{ rok} \approx 4,43 \text{ miliardy let.}$$

To jsou velmi rozdílné výsledky, je to dáno tím, že kromě slapových sil, které rotaci Země zpomalují, působí na rychlost rotace Země další vlivy, které rotaci naopak urychlují (např. pohyby zemské kůry). Proto je směrodatnější výsledek

získaný pomocí vzdalování Měsíce. A navíc lze očekávat, že se rychlost vzdalování Měsíce bude snižovat s tím, jak se Měsíc bude vzdalovat, neboť nejde o lineární jevy, velikost slapových sil klesá se vzdáleností jako $\sim \frac{1}{r^3}$. Můžeme proto pouze konstatovat, že **dolní odhad**, kdy soustava Země-Měsíc dospěje do konečného stavu jejich slapového vývoje, je zhruba **4,5 miliardy let**¹³. Ještě spočítejme (opět hrubý odhad), za jak dlouho se den prodlouží např. o 1 minutu

$$\frac{60 \cdot 1\,000 \text{ ms}}{1,7 \text{ ms}} \cdot 100 \text{ let} \approx 3,53 \text{ miliónu let,}$$

a to už není z astronomického hlediska příliš dlouhá doba.



Obrázek 1.37: Konečný stav systému Země-Měsíc. Slapové výdutě na Zemi způsobené Měsícem budou orientovány podél spojnice středů Země a Měsíce a rovněž i slapové výdutě na Měsíci způsobené Zemí budou takto orientovány. Obrázek není ve správném měřítku. Směr rotace Země je naznačen šipkou ω_{\oplus} , směr rotace Měsíce šipkou ω_{\lrcorner} a směry obíhání Měsíce a Země kolem barycentra jsou naznačeny purpurovými šipkami. Poloha barycentra je označena písmenem B, barycentrum bude podle výpočtu (1.22) ležet mimo Zemi.

Je zajímavé provést několik výpočtů pro konečný stav. Např. poloha barycentra pak bude

$$\frac{5,54 \cdot 10^8 \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{5,97 \cdot 10^{24} + 7,34 \cdot 10^{22}} \text{ m} \approx 6\,730 \text{ km} > R_{\oplus}, \quad (1.22)$$

barycentrum tedy bude ležet mimo Zemi zhruba 350 km nad povrchem. Teoretická výška přílivu způsobená Měsícem bude podle (1.16) 12,0 cm, tedy třikrát menší než dnes. Navíc vzdálenost Měsíce od Země ovlivní zatmění Slunce a Měsíce a jistě by se našly další příklady.

Dále je zajímavé podívat se, jak tomu bylo v minulosti. Již jsme uvedli, že Měsíc se po srážce dvou těles zformoval před 4,53 miliardami let zhruba ve vzdálenosti necelých 20 000 km a podle Gutha [20] byla tehdy rotační perioda Země pouhých 5 hodin. V tu dobu však rozhodně ani Měsíc ani Země nebyli tuhými tělesy. Slapové síly měly značnou velikost, proto se Měsíc od Země poměrně rychle vzdaloval, jeho rotace kolem osy se rychle zpomalovala, stejně jako se rychle zpomalovala rotace Země. Podle Langa [33] byla před dvěma miliardami let rotační perioda Země 10 h a před 400 milióny let trval jeden den 22 hodin. Protože oběžná doba Země se v minulosti příliš neměnila, lze z těchto odhadů určit počet dnů v roce. Pro délku dne 22 hodin dostáváme $365 \cdot \frac{24}{22} \text{ d} \approx 398$ dní, pro délku dne 10 h pak dokonce 876 dní. Na této úvaze jsou právě založeny odhady délky dne v minulosti, neboť pokud byl den kratší, na dané místo na Zemi během jednoho

¹³Vzhledem k očekávanému vývoji Slunce Země s Měsícem nejspíš vůbec nestihnou dosáhnout konečného stavu jejich slapového vývoje.

oběhu Země kolem Slunce dopadalo více slunečního záření než dnes, takže z porovnání rychlosti zvětšování zkamenělých korálů nebo řas se současnými ročními přírůstky korálů lze učinit odhad délky dne.

Dalším důsledkem působení slapových sil je *cirkularizace trajektorií* (kterou se v práci zabývat nebudeme), což je postupné snižování numerické excentricity, takže z eliptické trajektorie se nakonec stane kružnice. V konečném stavu tak bude Měsíc kolem Země obíhat po kružnici.

Když zmiňujeme konečný stav systému Země-Měsíc, musíme určitě uvést příklad systému, který už takového stavu dosáhl. Jedná se o systém Pluto-Charon. Perioda rotace Pluta kolem osy, perioda rotace Charonu kolem osy a perioda oběhu Pluta a Charonu kolem jejich společného hmotného středu je 6,39 dne, a přesně proto odpovídají Obrázku 1.37. Do konečného stavu rovněž dospěly některé dvojplanetky.

Má-li těleso vázanou rotaci, pak je ke svému mateřskému tělesu natočeno stále stejnou stranou. Této skutečnosti se využilo ke stabilizaci kosmických lodí Gemini 11 a 12 (1966), aby byly stále natočeny na Zemi, jak uvádí Souchay [51].

Ještě uvedme jeden zajímavý údaj. Víme, že se vzdálenost Měsíce od Země zvětšuje. Na Zemi však působí slapovými silami rovněž Slunce a zjistilo se, že se Země od Slunce vzdaluje rychlostí 15 cm za rok, jak uvádí Kulhánek [32]. Na vzdalování Země od Slunce má vliv právě slapové působení Slunce na Zemi a vysvětlení je úplně stejné jako v případě soustavy Země-Měsíc. Slapové výdutě na Zemi způsobené Sluncem mírně zpomalují rotaci Slunce (ale to není možné měřit, neboť jde o opravdu malý vliv), což má právě za následek vzdalování Země od Slunce. Není to však jediný jev, který způsobuje vzdalování Země od Slunce.

Dále se podíváme na slapové jevy na jiných měsících sluneční soustavy, což už jsme ostatně v některých případech udělali.

1.4.5 Změna vzdálenosti měsíce od planety

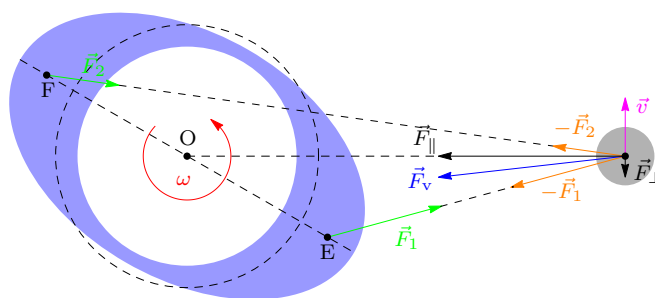
Už jsme vysvětlili, proč se Měsíc od Země vzdaluje vlivem působení slapových sil. Při vysvětlování bylo v obrázcích důležité, jakým směrem Země rotuje a jakým směrem ji Měsíc obíhá. Obecně, pokud měsíc obíhá planetu ve směru rotace planety kolem osy, pak hovoříme o *prográdním obíhání*, pokud měsíc planetu obíhá opačným směrem, než se planeta kolem své osy otáčí, hovoříme o *retrográdním obíhání*. Pro změnu vzdálenosti měsíce od planety je navíc důležitý vztah rotační periody planety a periody oběhu měsíce kolem planety. Situace znázorněná na Obrázku 1.32 platí pro značnou část měsíců sluneční soustavy, takže většina měsíců se od svých planet postupně vzdaluje. Musíme nyní upřesnit, ve kterém případě to nastává: perioda rotace planety T_p je menší, než perioda oběhu měsíce T_m kolem planety a měsíc obíhá planetu prográdně, pak dochází ke vzdalování měsíce od planety. Podíváme se však na další, zajímavější případy.

V Obrázku 1.38 je znázorněna situace pro případ, kdy měsíc obíhá planetu prográdně, ale rychleji, než se planeta otáčí, neboli $T_p > T_m$. V tomto případě pomalá rotace planety výdutě vlivem tření brzdí oproti pohybu měsíce, výdutě jsou tak natočeny mírně pozadu oproti spojnici středů planety a měsíce. Provedeme-li analogické úvahy jako při vysvětlování Obrázku 1.32, pak vidíme, že kolmá složka F_{\perp} výsledné síly působící na měsíc, má opačný směr, než směr rychlosti měsíce. Dochází tak ke „zpomalování“ měsíce. Již však víme, že v tomto případě musí

docházet k přibližování měsíce k planetě a ve skutečnosti se tak měsíc pohybuje rychleji. Měsíc se tedy pohybuje po spirále směrem k planetě. Kolika měsíců se tento případ týká? Marsova měsíce Phobos, Jupiterových měsíců Metis a Adrastea, Uran má takových měsíců 11 a Neptun 5 (Saturn nemá žádné). Všechny tyto měsíce se tedy po spirálách pomalu přibližují ke svým planetám, budou tedy nakonec slapově roztrhány (viz dále). Pozorovatelům na těchto rychle obíhajících měsících by tak připadalo, že příslušné planety mají retrográdní rotace. Změřená je rychlost přibližování Phobosu k Marsu: 20 cm za rok, [5]. Opět můžeme provést hrubý výpočet, za jak dlouho by měl Phobos dopadnout na povrch Marsu (dosazeny hodnoty z Dodatku):

$$\frac{(9,38 \cdot 10^6 - 3,40 \cdot 10^6) \text{ m}}{0,2 \text{ m}} \cdot 1 \text{ rok} \approx 29,9 \text{ miliónů let,}$$

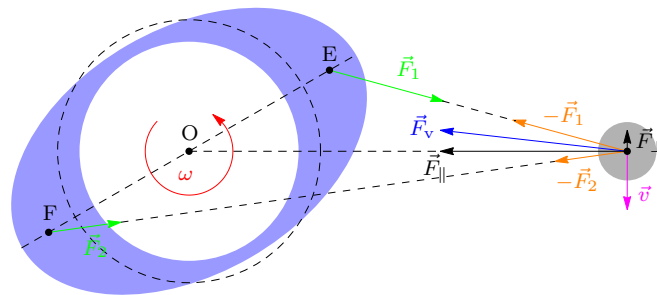
v tomto případě se jedná o **horní odhad**, neboť rychlost přibližování Phobosu k Marsu bude pomalu narůstat. Za méně než 30 miliónů let se tedy Phobos rozpadne působením slapových sil (viz dále) a kolem Marsu vznikne prstenec. Tato doba je navíc z astronomického hlediska velmi krátká.



Obrázek 1.38: Přibližování měsíce k planetě. Měsíc obíhá kolem planety prográdně (vektor rychlosti měsíce je označen jako \vec{v} , směr rotace planety naznačen šipkou ω) a doba oběhu měsíce kolem planety je menší, než perioda rotace planety. Rotace planety způsobuje tření mezi výdutěmi a zbytkem planety, toto tření se snaží výdutě zpomalit oproti pohybu měsíce, takže výdutě jsou natočeny mírně za spojnicí středů měsíce a planety (ve smyslu obíhání měsíce). Výsledná síla \vec{F}_v , kterými výdutě planety působí na měsíc, míří za střed planety (ve smyslu obíhání měsíce), takže její kolmá složka \vec{F}_\perp má opačný směr než vektor oběžné rychlosti měsíce \vec{v} . Měsíc se proto přibližuje k planetě. Pro další detaily viz popisek u Obrázku 1.32. Obrázek není ve správném měřítku.

Rovněž je zajímavý další případ, kdy měsíc obíhá planetu retrográdně. Pak nezáleží na vztahu rotační periody planety a oběžné doby měsíce, neboť planeta rotuje na opačnou stranu, než jí obíhá měsíc, a tření mezi planetou a výdutěmi tak vždy výdutě natáčí proti směru pohybu měsíce, zpožďují se proto za měsícem. Situace je znázorněná na Obrázku 1.39. Výsledkem je, že kolmá složka výsledné síly, kterou výdutě planety působí na měsíc, má opačný směr, než jakým směrem se pohybuje měsíc, takže stejně jako v minulém případě dochází k přibližování měsíce k planetě. Jupiter má takových měsíců 52 (největší z nich má poloměr 18 km), Saturn má takových měsíců 29 (kromě jednoho, který má poloměr přibližně 110 km, poloměry ostatních nepřesahují 16 km), Uran 8 (největší z nich

má poloměr 75 km), Neptun má 4 (kromě Tritona jde o rozměry pod 30 km). Až na Triton, největší měsíc Neptunu, jde o malá tělesa, která se navíc nachází velmi daleko od svých planet, jedná se o zachycené malé planetky. Vzhledem k jejich malým rozměrům a velkým vzdálenostem od planet bude trvat velmi dlouho, než se dostanou vlivem slapového působení do blízkosti ke svým planetám (a budou roztrhány slapovými silami, viz dále). Výjimkou je v tomto ohledu jednoznačně Triton s poloměrem 1 350 km a hmotností $2,14 \cdot 10^{22}$ kg. Zatímco v předchozích případech přibližování měsíců ke svým planetám se jednalo o malé měsíce, jejichž přibližování k planetám nemělo na rotaci planet v podstatě žádný vliv, přibližování Tritonu k Neptunu znamená zpomalování rotace Neptunu. Žádné konkrétní hodnoty však zatím naměřeny nebyly. Slapové roztrhání Tritonu však bude znamenat vznik mohutného prstence, momentálně největší systém prstenců má Saturn, celková hmotnost je odhadována na necelých $4 \cdot 10^{19}$ kg. Kolem Neptunu by se mohl vytvořit prstenec více než 500krát masivnější než všechny Saturnovy prstence dohromady.



Obrázek 1.39: Přibližování měsíce k planetě. Měsíc obíhá kolem planety retrográdně (vektor rychlosti měsíce je označen jako \vec{v} , směr rotace planety naznačen šipkou ω), na vztahu rotační periody planety a oběžné doby měsíce nezáleží. Rotace planety způsobuje tření mezi výdutěmi a zbytkem planety, toto tření se snaží výdutě natočit proti pohybu měsíce, takže výdutě jsou natočeny mírně za spojnicí středů měsíce a planety (ve smyslu obíhání měsíce). Výsledná síla \vec{F}_v , kterými výdutě planety působí na měsíc, míří za střed planety (ve smyslu obíhání měsíce), takže její kolmá složka \vec{F}_\perp má opačný směr než vektor oběžné rychlosti měsíce \vec{v} . Měsíc se proto přibližuje k planetě. Pro další detaily viz popisek u Obrázku 1.32, od kterého se tento obrázek liší pouze směrem vektoru \vec{v} . Obrázek není ve správném měřítku.

1.4.6 Rocheova mez

V této podkapitole odvodíme podmínku pro vzdálenost, pod kterou když se dostane měsíc, slapové síly planety budou mít takovou velikost, že měsíc roztrhají. Odvození provedeme obecně pro planetu o hmotnosti M_p , měsíc poloměru R_m a hmotnosti M_m a vzájemná vzdálenost měsíce a planety bude r . Již víme, jak se spočítá gravitační síla na jednotku hmotnosti a slapová síla na jednotku hmotnosti, viz vzorce (1.2) a (1.13). Pro bod A měsíce, který je nejbližší planetě platí, že na něj působí jednak gravitační síla (směrem do středu měsíce) a jednak slapová síla (směrem od středu měsíce, do středu planety). Měsíc bude (gravitačně)

držet pohromadě, pokud bude gravitační síla měsíce a_{gm} (na jednotku hmotnosti) větší než slapová síla planety a_{sp} , tedy $a_{\text{gm}} > a_{\text{sp}}$:

$$\frac{GM_{\text{m}}}{R_{\text{m}}^2} > \frac{2GM_{\text{p}}R_{\text{m}}}{r^3},$$

odkud vyjádříme vzdálenost r měsíce od planety

$$r > R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{2M_{\text{p}}}{M_{\text{m}}}} \approx 1,26 R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{M_{\text{p}}}{M_{\text{m}}}}.$$

Tento vztah se obvykle přepisuje namísto hmotností pomocí hustot:

$$r \approx 1,26 R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{M_{\text{p}}}{M_{\text{m}}}} = 1,26 R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{p}} \frac{4}{3} \pi R_{\text{p}}^3}{\rho_{\text{m}} \frac{4}{3} \pi R_{\text{m}}^3}} = 1,26 R_{\text{p}} \sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{p}}}{\rho_{\text{m}}}}.$$

Pokud se tedy měsíc k planetě přiblíží pod tuto vzdálenost, bude roztrhán slapovými silami. Tato vzdálenost, jak vidíme, závisí na hustotě měsíce, pro různé měsíce je proto různá. Pro měsíce s malou hustotou je tato vzdálenost větší, neboli měsíc s větší hustotou se může k planetě přiblížit více než měsíc s malou hustotou, aby nebyly roztrhány slapovými silami. Ovšem vzorec platí jen pro statický případ, měsíce kolem planet samozřejmě obíhají a rotují kolem svých os, v odvození tedy musíme pokračovat (a vzorec výše můžeme považovat jako hrubé přiblížení hledané vzdálenosti). Budeme předpokládat, že měsíc má vázanou rotaci, což mají v podstatě všechny měsíce, které se nachází blízko svých planet (a ve větších vzdálenostech jim slapové roztrhání nehrozí). Pro kruhovou rychlost platí vzorec (1.19), za předpokladu, že měsíc obíhá po kružnici, pak máme

$$v_{\text{k}} = \sqrt{\frac{GM_{\text{p}}}{r}} = \frac{2\pi r}{T_{\text{o}}},$$

kde T_{o} značí periodu, s jakou měsíc obíhá kolem planety. Vyjádříme periodu oběhu, kterou budeme dále potřebovat

$$T_{\text{o}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_{\text{p}}}{r}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_{\text{p}}}}.$$

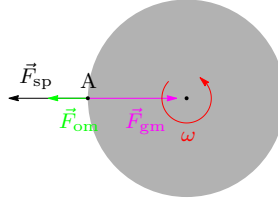
Odstředivé zrychlení, které působí na bod měsíce, který je nejbližší k planetě (máme na mysli odstředivé zrychlení způsobené rotací měsíce kolem osy) spočítáme podle

$$a_{\text{o}} = \omega^2 R_{\text{m}} = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{r}}}\right)^2 R_{\text{m}},$$

kde T_{r} značí periodu rotace měsíce kolem osy. Pro vázanou rotaci platí $T_{\text{o}} = T_{\text{r}}$, takže z posledních dvou vzorců dostáváme

$$a_{\text{o}} = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{r}}}\right)^2 R_{\text{m}} = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{o}}}\right)^2 R_{\text{m}} = \frac{4\pi^2}{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_{\text{p}}}} R_{\text{m}} = \frac{GM_{\text{p}} R_{\text{m}}}{r^3}.$$

Výsledek připomíná vzorec na výpočet slapové síly (1.13), odstředivá síla je nicméně dvakrát menší než slapová síla (v uvažované situaci). Na bod A měsíce, který je nejbližší k planetě tedy působí tyto síly: (1) gravitační síla měsíce



Obrázek 1.40: Síly působící v bodě A měsíce, který je nejbližší k planetě. \vec{F}_{gm} značí gravitační sílu měsíce, \vec{F}_{sp} slapovou sílu planety a \vec{F}_{om} odstředivou sílu způsobenou rotací měsíce kolem osy. Směr rotace měsíce kolem osy je naznačen šipkou ω , jde o pohled shora (nad pólem).

\vec{F}_{gm} (držící měsíc pohromadě), která míří do středu měsíce, (2) slapová síla planety \vec{F}_{sp} , která míří od středu měsíce a (3) odstředivá síla \vec{F}_{om} způsobená rotací měsíce kolem osy, která míří od středu měsíce, viz Obrázek 1.40. Aby se měsíc nerozpadl, musí tedy platit $F_{\text{gm}} > F_{\text{sp}} + F_{\text{om}}$, neboli

$$\frac{GM_{\text{m}}}{R_{\text{m}}^2} > \frac{2GM_{\text{p}}R_{\text{m}}}{r^3} + \frac{GM_{\text{p}}R_{\text{m}}}{r^3} = \frac{3GM_{\text{p}}R_{\text{m}}}{r^3},$$

$$r > R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{3M_{\text{p}}}{M_{\text{m}}}} \approx 1,44R_{\text{m}} \sqrt[3]{\frac{M_{\text{p}}}{M_{\text{m}}}} = 1,44R_{\text{p}} \sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{p}}}{\rho_{\text{m}}}}. \quad (1.23)$$

Dostali jsme tak podobný výsledek jako ve statickém případě, ovšem s větším číselným násobkem, měsíc se tedy k planetě může přiblížit na větší vzdálenost. Édouard Albert Roche však zohlednil ve výpočtech i deformaci tělesa vlivem působení slapových sil, neboli že bod A se dostane působením slapových sil dále od středu, do větší vzdálenosti než je poloměr měsíce. Výpočet provedl v roce 1848 pro případ tekutého tělesa a obdržel výsledek

$$r_{\text{Roche}} = 2,46R_{\text{p}} \sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{p}}}{\rho_{\text{m}}}}. \quad (1.24)$$

My tak můžeme konstatovat, že kritická hranice, pod kterou by měsíc mohl být slapovými silami roztrhán, je někde v rozmezí vzorců (1.23) a (1.24), tedy hledaný číselný násobek příslušného výrazu v těchto vzorcích je někde v intervalu 1,44 až 2,46. Nad hranicí (1.24) měsíc slapovými silami určitě roztrhán nebude. Provedme výpočty pro vybrané měsíce planet, při nichž budeme uvažovat oba dva vzorce (1.23) a (1.24). Nejprve ale spočítáme Rocheovu mez pro Měsíc:

$$r_{\text{Roche}} = 2,46 \cdot 6,38 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{\frac{5\,510}{3\,340}} \text{ m} \approx 18\,500 \text{ km} \approx 3R_{\oplus},$$

podle vzorce (1.23) s číselným násobkem 1,44 bychom dostali výsledek 10 900 km. Měsíc je tedy hodně daleko za touto kritickou hranicí. Na druhou stranu jsme již uvedli, že Měsíc se v minulosti zformoval právě někde kolem vzdálenosti $3R_{\oplus}$.

Spočítat Rocheovu mez má smysl pouze pro měsíce, které jsou velmi blízko u své planety. Z těchto měsíců mají nejlépe známé parametry měsíce Saturnu díky sondě *Cassini*. Spočítáme proto pro 7 nejbližších měsíců Saturnu jejich Rocheovy meze podle obou vzorců (1.23) a (1.24). Pro blízké měsíce ostatních planet by

výsledky byly nejspíše velmi podobné. Z Tabulky 1.6 vidíme, porovnáme-li hodnoty středních vzdáleností měsíců s jejich kritickými vzdálenostmi, že zatímco podle vzorce (1.23) jsou všechny měsíce v bezpečné vzdálenosti od planety, podle vzorce (1.24) už bezpečnou vzdálenost překročily. Měsíce však nejsou tekuté, proto pro ně vzorec (1.24) neplatí a existují i pod touto kritickou hranicí. Žádný z měsíců se zatím nenachází v oblasti pod hranicí (1.23).

měsíc	$\frac{r_m}{\text{km}}$	$\frac{\rho_m}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}}$	$\frac{r_1}{\text{km}}$	$\frac{r_{\text{Roche}}}{\text{km}}$
Pan	134 000	420	102 000	175 000
Daphnis	137 000	340	110 000	188 000
Atlas	138 000	500	96 500	165 000
Prometheus	139 000	480	97 900	167 000
Pandora	142 000	490	97 200	166 000
Epimetheus	151 000	640	88 900	152 000
Janus	151 000	630	89 400	153 000

Tabulka 1.6: Rocheova mez vybraných měsíců Saturnu. r_m značí střední vzdálenost měsíce od Saturnu, ρ_m hustotu měsíce, r_1 Rocheovu mez spočítanou podle vzorce (1.23) a r_{Roche} Rocheovu mez spočítanou podle vzorce (1.24), hodnoty byly převzaté z [45].

Příkladem slapového roztrhání tělesa je rozpad komety Shoemaker-Levy 9 v roce 1994, kdy ji roztrhaly slapové síly Jupitera. To vše pozorovala sonda *Galileo*. Slapové roztrhání těles je jednou z příčin vzniku prstenců planet.

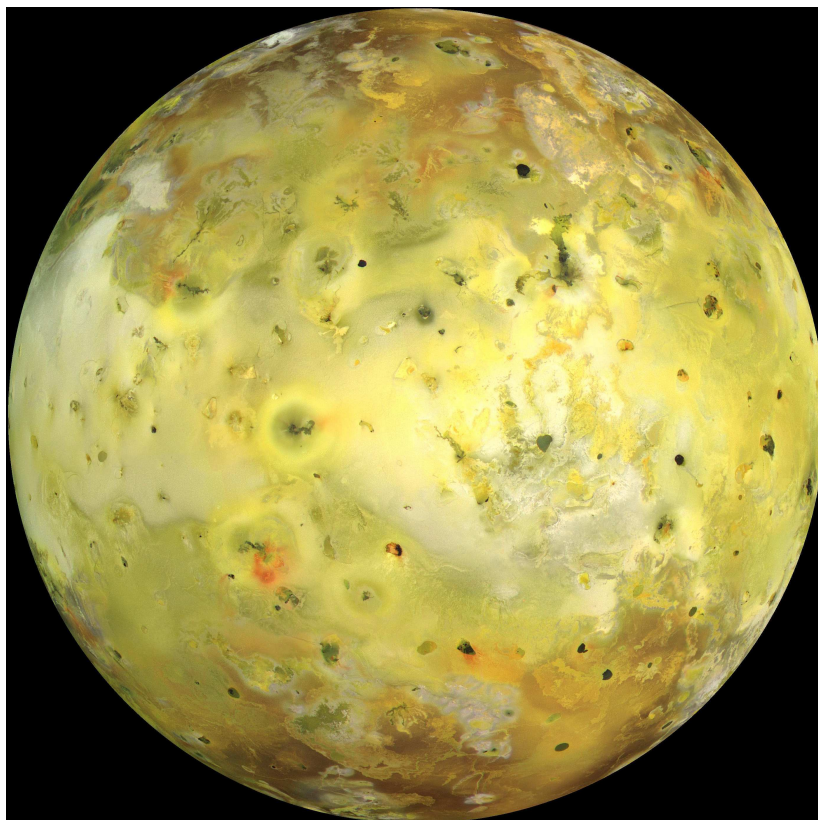
Slapové síly nepůsobí jen mezi planetou a měsícem, nebo mezi hvězdou a planetou, ale také mezi galaxiemi. Při srážce dvou galaxií, kdy se k sobě dvě galaxie teprve přibližují, jsou prvním projevem budoucí srážky právě slapové síly, které dokáží změnit původní tvar galaxie k nepoznání.

Slapové síly se nejvíce projevují v okolí extrémních objektů, tedy v okolí neutronových hvězd a černých děr. Jakékoli těleso, které se dostane do blízkosti takového objektu, je slapovými silami roztrháno, a protože slapové síly způsobují roztahení tělesa v jednom směru a zploštění tělesa ve směru kolmém, tak se někdy používá přirovnání, že „kdybychom padali po přímce do černé díry, dopadli bychom tam jako velmi tenká a zároveň velmi dlouhá špageta.“

1.4.7 Slapový ohřev

V této podkapitole probereme ještě jeden velmi důležitý projev působení slapových sil, a sice **slapový ohřev**. Již víme, že slapové síly deformují měsíce, způsobují vznik dvou výdutí (a dvou zploštění). Trajektorie měsíců kolem planet jsou elipsy, což znamená, že s měnicí se vzdáleností měsíce od planety se rovněž mění velikost slapových sil, a tedy i následná deformace měsíce. Měsíc je tedy při svém obíhání kolem planety deformován měnicími se slapovými silami, čímž dochází k vnitřnímu tření hornin, při kterém vzniká teplo. Pokud by deformace byla výrazná, mohla by způsobit až roztavení vnitřních vrstev měsíce. A přesně to se děje na Jupiterově měsíci Io, který je znám svou mohutnou **vulkanickou činností**, viz Obrázky 1.41 a 1.42. Io je považováno za vulkanicky nejaktivnější těleso sluneční soustavy, neboť se na něm nachází více než 400 aktivních sopek.

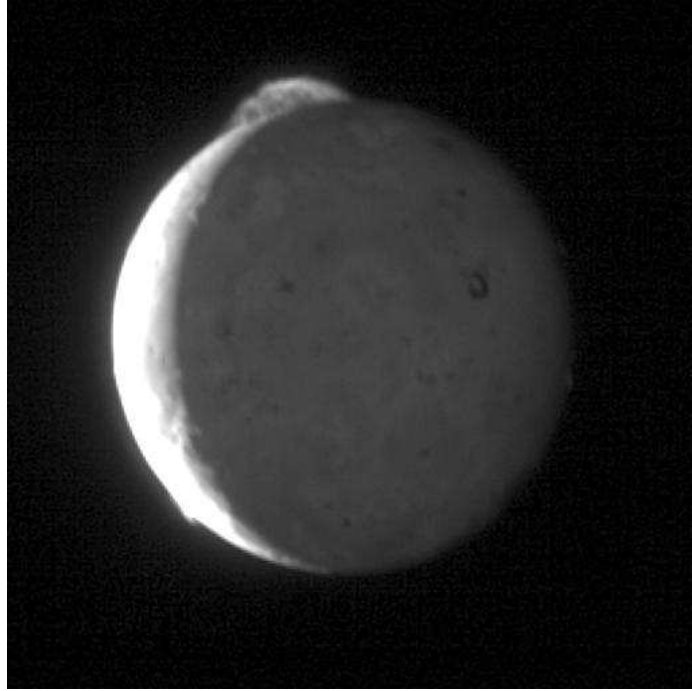
Podle NASA [39] dosahují změny ve slapových výdutích až 100 metrů, ačkoli Io nemá povrch tvořený vodou jako Země (kde rozdíly přesahují maximálně 16 m). Slapový ohřev tedy může vést k vulkanismu. Ještě upozorníme na skutečnost, že by se na první pohled mohlo zdát, že na Io by nic takového nemělo existovat, neboť Io má vázanou rotaci, za slapovým ohřevem však stojí právě časově proměnné slapové síly kvůli eliptické trajektorii¹⁴.



Obrázek 1.41: Měsíc Io v pravých barvách. Fotku pořídila sonda *Galileo* v roce 1999. Zabarvení povrchu měsíce způsobují různé sloučeniny síry. Obrázek byl převzat z [42].

Io je však jediným tělesem sluneční soustavy, na kterém vulkanická činnost v této podobě, tj. výrony roztavených hornin, existuje. Nicméně pokud dojde k roztavení zmrzlého materiálu, vzniká obdoba vulkanické činnosti, tzv. **kryovulkanismus**. Tento projev slapových sil byl pozorován sondou *Voyager 2* v roce 1989 na Tritonu, na kterém dochází k tavení zmrzlého dusíku, který pak v kapalné podobě tryská až do výšky 8 km nad povrch, [5]. Kryovulkanickou činnost rovněž potvrdila sonda *Cassini* na Enceladu. Tento měsíc je nesmírně zajímavý, neboť sonda *Cassini* prolétla jedním gejzírem a zjistila, že slanost vody obsažené ve vyvrženém materiálu je velmi podobná slané vodě na Zemi a navíc obsahuje organické molekuly, [39]. Viz Obrázky 1.43 a 1.44.

¹⁴Rovněž by nás mohlo napadnout, že by trajektorie Io měla být již kruhová kvůli značným slapovým silám, tento měsíc je nicméně zachycen v rezonanci 2:1 s Europou a ta je v rezonanci 2:1 s Ganymedem. To znamená, že jejich oběžné doby jsou v tomto poměru. Jejich oběžné doby jsou podle [45] 1,77 d pro Io, Europa obíhá Jupiter 3,55 d a Ganymed 7,15 d. Taková konfigurace způsobuje zachování eliptické trajektorie Io.



Obrázek 1.42: Výron hmoty nad povrch Io. Vyvržený materiál se v tomto případě dostal až do výšky 330 km nad povrch měsíce. Aktivní sopku zachytila sonda *New Horizons* v roce 2007. Obrázek byl převzat z [42].

Kryovulkanická činnost se dále předpokládá na těchto měsících: Europa a Ganymed (Jupiter), Dione a Titan (Saturn), Miranda a Ariel (Uran). Proč zrovna na těchto měsících, na to by mohla odpovědět Tabulka 1.7. Pro vybrané větší měsíce sluneční soustavy jsou v této tabulce uvedeny některé jejich vlastnosti a následně je pomocí nich spočítána teoretická výška přílivu, kdyby byly tyto měsíce tekuté (připomínáme, že tato výška je přímo úměrná slapovým silám a slouží k lepší představě o velikosti těchto sil). Vzorec (1.16) snadno přeznačíme na výpočet pro tyto měsíce (označení viz popisek u Tabulky 1.7)

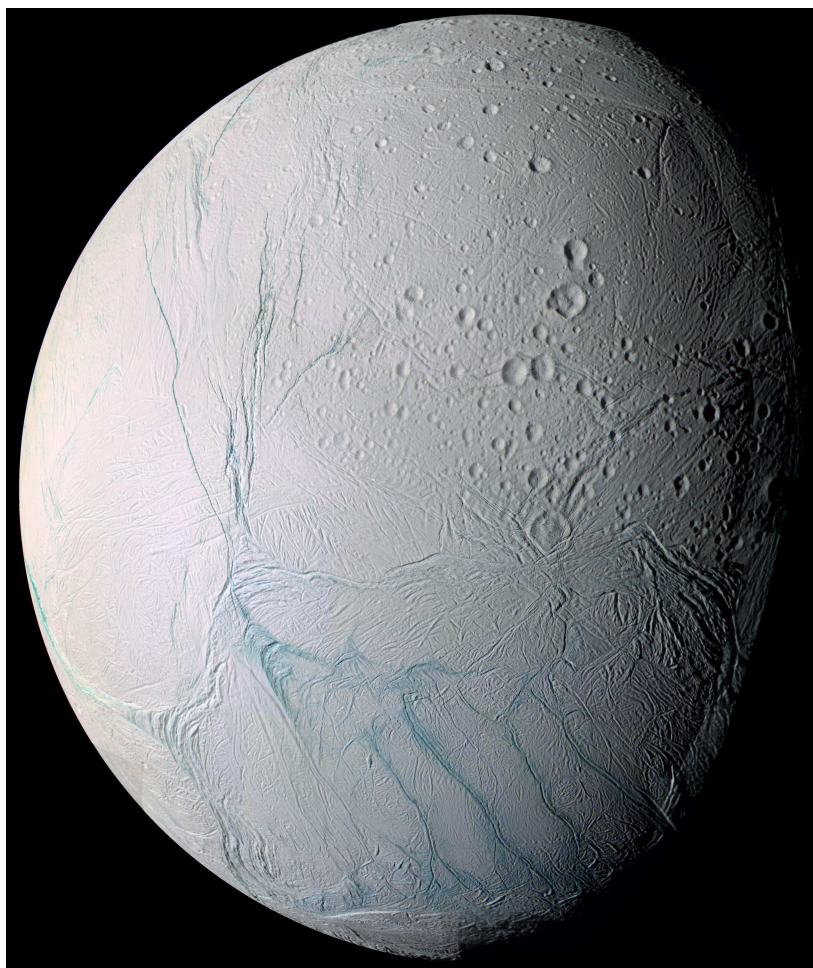
$$h_m = R_m \frac{M_p}{M_m} \left(\frac{R_m}{r_m} \right)^3. \quad (1.25)$$

Abychom mohli dále určit, jestli na některých měsících může existovat kryovulkanická činnost, spočítejme poměry velikostí slapových sil (výšek přílivů) v okamžicích, kdy se měsíc nachází v pericentru (označeno $h_m(r_{mp})$), a kdy se měsíc nachází v apocentru své trajektorie (označeno $h_m(r_{ma})$):

$$\frac{h_m(r_{mp})}{h_m(r_{ma})} = \frac{R_m \frac{M_p}{M_m} \left(\frac{R_m}{r_{mp}} \right)^3}{R_m \frac{M_p}{M_m} \left(\frac{R_m}{r_{ma}} \right)^3} = \left(\frac{r_{ma}}{r_{mp}} \right)^3 = \left(\frac{r_m(1+\varepsilon)}{r_m(1-\varepsilon)} \right)^3 = \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^3, \quad (1.26)$$

kde ε značí číselnou výstřednost. Vidíme tedy, že hledaný poměr lze vyjádřit pouze pomocí číselné výstřednosti.

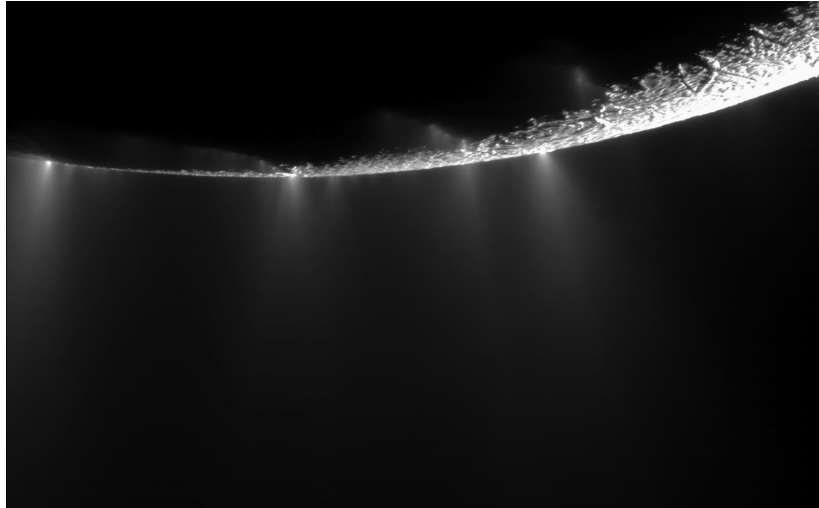
Z Tabulky 1.7 plyne, že největší slapové síly působí na Mimas. Tento měsíc však nepatří k možným měsícům s kryovulkanickou činností vzhledem k jeho vnitřní struktuře. Druhé největší slapové síly působí na Io, jediný měsíc s vulkanickou činností. Při vysvětlení tohoto jevu byla nutná eliptická trajektorie, a vidíme,



Obrázek 1.43: Enceladus. Snímek pořídila sonda *Cassini* v roce 2005. Enceladus je nejsvětlejším tělesem sluneční soustavy, téměř 100 % dopadajícího záření odráží zpět díky vodnímu ledu na jeho povrchu. Obrázek byl převzat z [42].

že k masivní vulkanické činnosti jsou potřeba značné slapové síly a kolísání jejich velikosti s poměrem 1,02, což je vcelku malé číslo. Na Dione, Mirandě i Ariel působí poměrně značné slapové síly, proto není divu, že se o nich uvažuje jako o možných měsících s kryovulkanickou činností. Na Titan však působí už poměrně malé slapové síly (ve srovnání s ostatními měsíci této tabulky), avšak v posledním sloupci vidíme, že slapové síly v pericentru a apocentru se liší 1,19krát. Značné slapové síly působí na Tethys, avšak, jak z tabulky vidíme, Tethys obíhá kolem Saturnu po kružnici, takže slapové síly mají konstantní velikost. Z porovnání měsíců, o kterých vědci uvažují, že by mohly vykazovat kryovulkanickou činnost, je jednoznačně nejzajímavější Europa. Je to proto, že se jedná o velmi velký měsíc, který se navíc nachází u Jupiteru (ten je k Zemi blíže než Saturn, takže pro vyslání případné mise s přistáním na povrchu měsíce s kryovulkanickou činností je Europa nejlepší volbou i přes to, že na ní byly dosud pozorovány jen nepřímé důkazy kryovulkanické činnosti).

Jestliže při kryovulkanické činnosti je vyvrhován ledový materiál včetně vodní páry, nemohl by existovat pod povrchem oceán (tj. voda v tekutém stavu)? Mohl! Již jsou potvrzené dva případy. Prvním je Titan, na kterém byl podpovrchový oceán potvrzen nepřímo změřením změn tvaru měsíce sondou *Cassini*. Zjistilo



Obrázek 1.44: Kryovulkanická činnost na Enceladu. Snímek vznikl složením dvou fotografií pořízených sondou *Cassini* v roce 2009. Na snímku je možné pozorovat více než 30 výtrysků chladného materiálu včetně vodní páry. Sonda následně jedním z gejzírů prolétla. Vyvržený chladný materiál dosahuje výšek až 480 km nad povrchem měsíce. Obrázek byl převzat z [42].

se totiž, že deformace měsíce dosahuje až 10 m (změny ve slapových výdutích). Je spočítáno, že kdyby Titan byl tvořen pouze pevným materiálem, tyto změny by dosahovaly přibližně 1 m. Potvrzení oceánu již proběhlo i na Enceladu (opět sondou *Cassini*) a předpokládá se existence oceánu kolem jižního pólu s hloubkou až 10 km, [39]. A již víme, že slanost se velmi podobá mořské vodě na Zemi (navíc některé živé organismy na Zemi k životu vůbec nepotřebují světlo), Enceladus je proto možným místem ve sluneční soustavě, kde by mohl existovat mimozemský život. Dále se existence podpovrchového oceánu předpokládá na třech velkých (ledových) měsících Jupiteru: Europě, Ganymedu i Callisto. V současné době ESA plánuje misi *JUICE* (**JU**piter **ICy** moons **E**xplorer) se startem v roce 2022, která by právě měla zkoumat ledové měsíce Jupiteru, a nakonec by se měla stát oběžnicí Ganymedu, [8].

Posledním projevem slapového ohřevu, o kterém se zmíníme, je magnetické pole Ganymeda. Toto je jediný měsíc sluneční soustavy, který má vlastní magnetické pole, musí mít tedy tekuté jádro. Podíl na jeho ohřevu mají slapové síly, ale podle teoretických modelů se ukazuje, že pouze slapové síly by na udržení roztaženého jádra nestačily, Ganymed se totiž nachází již poměrně daleko od Jupiteru, [3].

Dodatečné informace o projevech působení slapových sil je možné najít v článkách [10] a [12].

V celé kapitole jsme se vůbec nezmnili o historii a vývoji názorů na vznik přílivu a odlivu. To však nebylo naším cílem, alespoň se odkážeme na knihu Davida Cartwrighta [6], která obsahuje přehled, jak se postupně rozvíjela teorie o působení slapových sil.

Ještě na závěr kapitoly uvedme, že jsme vlastně od vysvětlení vzniku přílivu a odlivu na Zemi nakonec došli až k možné existenci (jednoduchého) života mimo Zemi!

měsíc	$\frac{r_m}{\text{km}}$	ε	$\frac{R_m}{\text{km}}$	$\frac{M_m}{10^{20} \text{ kg}}$	$\frac{h_m}{\text{m}}$	$\frac{h_m(r_{\text{mp}})}{h_m(r_{\text{ma}})}$
Měsíc	384 000	0,0549	1 740	734	13,2	1,39
Io	422 000	0,0040	1 820	893	3 110	1,02
Europa	671 000	0,0101	1 560	480	776	1,06
Ganymed	1 070 000	0,0015	2 630	1 480	501	1,01
Callisto	1 880 000	0,0070	2 410	1 080	89,3	1,04
Mimas	186 000	0,0202	208	0,379	4 360	1,13
Enceladus	238 000	0,0045	257	1,08	1 700	1,03
Tethys	295 000	0,0000	538	6,18	3 000	1,00
Dione	377 000	0,0022	563	11,0	968	1,01
Rhea	527 000	0,0010	765	23,1	575	1,01
Titan	1 220 000	0,0292	2 580	1 350	103	1,19
Hyperion	1 480 000	0,1040	180	0,056	32,8	1,87
Iapetus	3 560 000	0,0283	746	18,1	2,15	1,19
Miranda	129 000	0,0027	240	0,66	2 030	1,02
Ariel	191 000	0,0034	581	13,5	1 050	1,02
Umbriel	266 000	0,0050	585	11,7	462	1,03
Titania	436 000	0,0022	789	35,2	115	1,01
Oberon	584 000	0,0008	761	30,1	48,6	1,00
Triton	355 000	0,0000	1 350	214	354	1,00

Tabulka 1.7: Teoretické výšky přílivu na vybraných měsících planet, r_m značí střední vzdálenost měsíce od planety, ε číselnou výstřednost, R_m poloměr měsíce, M_m hmotnost měsíce, h_m teoretickou výšku přílivu určenou podle (1.25) a v posledním sloupci je uvedený poměr výšek přílivu v pericentru a apocentru spočítaný podle (1.26), [45].

Kapitola 2

Gravitační manévr

Gravitační manévr, populárně označovaný jako *gravitační prak*, je název pro techniku či způsob obletu planety (nebo měsíce), kdy sonda vhodně přiletí k planetě či měsíci a gravitační síla planety (měsíce) ji buď urychlí, nebo zpomalí *vůči Slunci* (*vůči planetě*). Navíc sonda změni směr letu, často i rovinu, ve které se původně kolem Slunce pohybovala. To vše sondě šetří zejména palivo, se kterým by jinak musela startovat. Tento manévr již využilo mnoho sond a s jeho využitím se počítá i pro sondy budoucí. Občas se můžeme setkat s krátkou zprávou o gravitačním manévru v médiích, jako v případě sondy *Juno* a jejího manévru u Země: „Gravitační prak zvýšil rychlost Juna ze 125 000 kilometrů na 140 000 kilometrů za hodinu...“, [52]. Na jakém fyzikálním principu však ke změnám rychlosti sondy *vůči Slunci* dochází? Na to odpovíme v této kapitole.

Protože je velmi důležité, vůči kterému tělesu rychlost uvažujeme, budeme v celé kapitole tuto skutečnost zdůrazňovat kurzívou. Začneme jedním důležitým pojmem, bez kterého se v této kapitole neobejdeme.

2.1 Sféra gravitačního vlivu

Na sondu, která obléhá planetu, působí gravitační silou nejen planeta, ale i Slunce. Kolem planety existuje oblast, kde výrazně převládá gravitační síla planety nad gravitační silou Slunce, gravitační sílu Slunce v této oblasti můžeme proto zanedbat. Tato oblast se nazývá **sféra gravitačního vlivu** planety a její poloměr r_{sgv} se určí podle vzorce

$$r_{\text{sgv}} = D \left(\frac{M_{\text{p}}}{M_{\odot}} \right)^{\frac{2}{5}},$$

kde M_{p} je hmotnost planety a D je střední vzdálenost planety od Slunce. Odvození vzorce přesahuje látku střední školy, lze ho najít např. v [7]. Podle tohoto vzorce můžeme spočítat sféry gravitačního vlivu všech planet, výsledky jsou v Tabulce 2.1, kde navíc pro přehlednost uvádíme vzdálenosti planet od Slunce a jejich hmotnosti (i když jsou samozřejmě uvedeny rovněž v Dodatku). Podle hodnot v této tabulce vidíme, že Měsíc obíhá kolem Země bezpečně uvnitř sféry gravitačního vlivu a že plynné planety díky velké vzdálenosti od Slunce a velké hmotnosti mají poloměry sfér gravitačního vlivu řádově několik desítek miliónů kilometrů.

planeta	$\frac{D}{10^6 \text{ km}}$	$\frac{M_p}{10^{24} \text{ kg}}$	$\frac{r_{\text{sgv}}}{\text{km}}$
Merkur	57,9	0,330	112 000
Venuše	108	4,87	615 000
Země	150	5,97	927 000
Mars	228	0,642	577 000
Jupiter	779	1 900	48 300 000
Saturn	1 430	568	54 600 000
Uran	2 870	86,8	51 700 000
Neptun	4 500	102	86 500 000

Tabulka 2.1: Sféry gravitačního vlivu planet. D značí střední vzdálenost planety od Slunce, M_p hmotnost planety a r_{sgv} sféru gravitačního vlivu planety.

2.2 Pohyb tělesa po eliptické trajektorii

V této kapitole se rovněž neobejdeme bez některých znalostí o pohybu tělesa po eliptické trajektorii, proto zde odvodíme vzorce, které později budeme potřebovat. Uvažujme pohyb tělesa, které se pohybuje kolem Slunce po elipse. Pro vzdálenosti tělesa v perihéliu a aféliu platí

$$r_p = a - e, \quad r_a = a + e, \quad (2.1)$$

kde a značí délku hlavní poloosy elipsy (střední vzdálenost od ohniska, ve kterém se nachází Slunce) a e výstřednost (vzdálenost středu elipsy a jednoho z ohnisek). Pro okamžitou rychlost tělesa v perihéliu \vec{v}_p platí, že je kolmá na úsečku SP (viz Obrázek 2.1), pro vektor okamžité rychlosti tělesa v aféliu \vec{v}_a platí, že je kolmý na úsečku SA. Podle 2. Keplerova zákona musí platit, že obsahy ploch opsané průvodičem planety jsou za jednotku času konstantní (pro jakoukoli část trajektorie, tedy i v okolí perihélia a afélia). Zvolíme-li za jednotku času velmi malý časový interval Δt , pak příslušnými plochami v perihéliu i aféliu jsou přibližně pravoúhlé trojúhelníky. Musí proto platit

$$\frac{1}{2}r_p v_p \Delta t = \frac{1}{2}r_a v_a \Delta t,$$

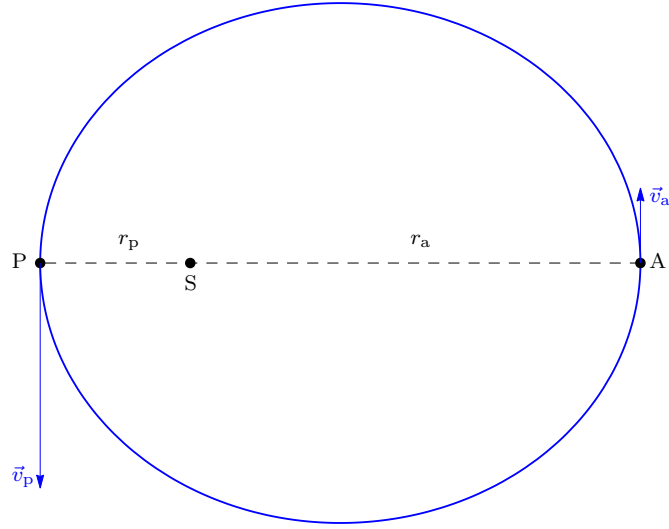
odkud dostáváme

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p}. \quad (2.2)$$

Protože je $r_a > r_p$, pak z této rovnosti ihned plyne $v_p > v_a$.

Dále odvodíme vzorec na výpočet velikosti okamžité rychlosti tělesa o hmotnosti m obíhajícího tělesa o hmotnosti M po eliptické trajektorii. Ze vzorce (2.2) po jednoduché úpravě dostáváme

$$v_a = \frac{r_p}{r_a} v_p. \quad (2.3)$$



Obrázek 2.1: Rychlosti v perihéliu a aféliu při oběhu tělesa kolem Slunce po eliptické trajektorii. Vzdálenost v perihéliu je označena r_p (délka úsečky SP) a příslušný vektor rychlosti \vec{v}_p , vzdálenost v aféliu r_a (délka úsečky SA) a vektor rychlosti v aféliu \vec{v}_a . Platí $v_p > v_a$. Bod S značí Slunce.

Ze zákona zachování mechanické energie pro energii tělesa o hmotnosti m v perihéliu a aféliu dostáváme rovnost (viz vzorec (1.18))

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GmM}{r_p} = \frac{1}{2}mv_a^2 - \frac{GmM}{r_a} \quad (2.4)$$

a pro energii tohoto tělesa v obecném bodě trajektorie a energii v perihéliu rovnost

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GmM}{r_p}, \quad (2.5)$$

kde v značí velikost okamžité rychlosti tělesa o hmotnosti m ve vzdálenosti r od tělesa o hmotnosti M . Z těchto tří rovnic chceme tedy vyjádřit rychlost v . Nejprve dosadíme rovnost (2.3) do (2.4) (rovnici (2.4) navíc vydělíme hmotností m a vynásobíme dvěma):

$$v_p^2 - \frac{2GM}{r_p} = \left(\frac{r_p}{r_a}v_p\right)^2 - \frac{2GM}{r_a},$$

dále budeme potřebovat v_p^2 , takže pokračujme v úpravách

$$\begin{aligned} v_p^2 - v_p^2 \left(\frac{r_p}{r_a}\right)^2 &= \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a}, \\ \frac{r_a^2 - r_p^2}{r_a^2} v_p^2 &= \frac{2GM(r_a - r_p)}{r_p r_a}, \\ v_p^2 &= \frac{2GM}{r_a + r_p} \frac{r_a}{r_p} = \frac{2GM}{2a} \frac{r_a}{r_p} = \frac{GM}{a} \frac{a+e}{a-e}, \end{aligned}$$

kde jsme využili rovnosti (2.1) a skutečnost, že součet vzdálenosti v perihéliu a aféliu je roven dvojnásobku střední vzdálenosti a . Dále dosadíme právě odvozenou rovnici pro v_p^2 do (2.5) (rovnici (2.5) vydělíme hmotností m a vynásobíme dvěma):

$$v^2 - \frac{2GM}{r} = v_p^2 - \frac{2GM}{r_p} = \frac{GM}{a} \frac{a+e}{a-e} - \frac{2GM}{a-e} = GM \frac{a+e-2a}{a(a-e)},$$

$$v^2 = \frac{2GM}{r} + GM \frac{e-a}{a(a-e)} = \frac{2GM}{r} - \frac{GM}{a},$$

odkud již snadno vyjádříme hledaný vzorec

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}. \quad (2.6)$$

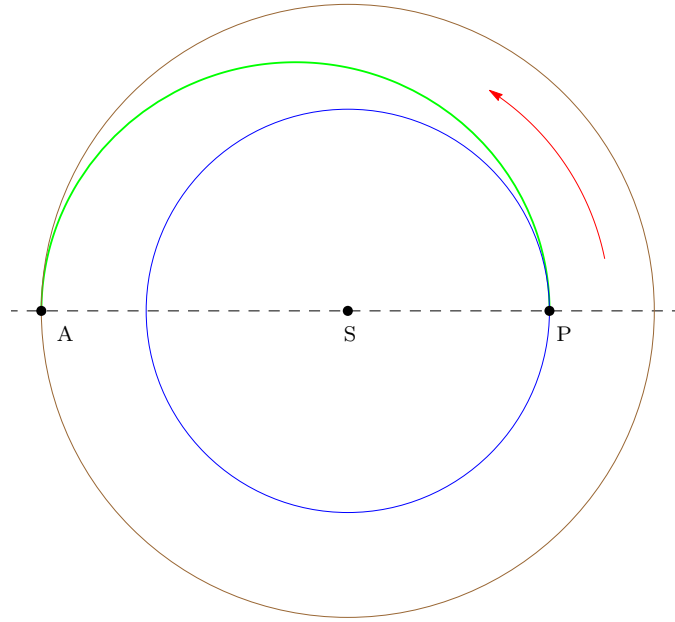
Pomocí tohoto vzorce tak spočítáme hodnotu okamžité rychlosti tělesa o hmotnosti m ve vzdálenosti r od tělesa M v případě, že se jedná o oběh po eliptické trajektorii s délkou hlavní poloosy a .

2.3 Hohmannova přechodová trajektorie

Cílem této podkapitoly je odpovědět na otázku, jakou dobu letí sonda vypuštěná ze Země k planetě, která je od Slunce dále než Země, ovšem bez použití motorů (tj. sonda použije motory pouze při startu). Budeme předpokládat, že všechny planety se pohybují kolem Slunce po kružnicích (podle 1. Keplerova zákona je tato podmínka splněna poměrně přesně), a navíc, že všechny planety se pohybují v rovině ekliptiky (ve skutečnosti mají planety mírné sklony od roviny ekliptiky, největší odchylku má Merkur, a sice $7,00^\circ$). Řekněme, že sonda nejprve obíhá kolem Slunce po určité trajektorii, a následně má obíhat po jiné. Právě část letu sondy, při které je navedena na novou trajektorii, nazýváme **přechodová trajektorie**. Energeticky nejvýhodnější přechodovou trajektorií mezi dvěma kruhovými trajektoriemi je tzv. **Hohmannova přechodová trajektorie**, což je **polovina elipsy, jejíž perihélium je v bodě trajektorie Země a afélium v bodě trajektorie cílové planety na opačné straně Slunce než je perihélium této trajektorie**, viz Obrázek 2.2. Energeticky nejvýhodnější trajektorie znamená, že při zážehu motorů při startu se spotřebuje nejméně paliva v porovnání s jinými přechodovými trajektoriemi (pokaždé však sonda musí k cílové planetě doletět). Důkaz, že v tomto případě jde opravdu o energeticky nejvýhodnější trajektorii, přesahuje možnosti střední školy a lze jej nalézt např. v [7]. Poprvé odvození publikoval Walter Hohmann v roce 1925. Jinou možností (kromě startu ze Země a okamžitého navedení na přechodovou trajektorii k jiné planetě) je, že se po startu sonda bude pohybovat kolem Slunce po nějaké eliptické trajektorii a po jednom oběhu kolem Slunce, kdy se sonda vrátí do bodu trajektorie Země, kde byla vypuštěna, se provede zážeh motorů, který sondě udělí potřebné zvýšení pohybové energie a tím pádem ji navede na přechodovou trajektorii.

Z Obrázku 2.2 vidíme, že délka hlavní poloosy a přechodové trajektorie souvisí se středními vzdálenostmi Země a_\oplus a cílové planety a_p od Slunce jako

$$a = \frac{a_\oplus + a_p}{2}.$$



Obrázek 2.2: Hohmannova přechodová trajektorie. Sonda se má dostat ze startu ze Země (bod P) k vnější planetě (do bodu A). Energeticky nejvýhodnější trajektorie je polovina takové elipsy, která má perihélium v bodě P a afélium v bodě A, přičemž spojnice AP prochází Sluncem. Trajektorie sondy je znázorněna zeleně, trajektorie Země modře a trajektorie vnější planety hnědě. Měřítko obrázku odpovídá letu na Mars. Červenou šipkou je znázorněn směr obíhání planet kolem Slunce (bod S).

Podle 3. Keplerova zákona dále máme

$$\frac{a^3}{a_{\oplus}^3} = \frac{T'^2}{T_{\oplus}^2},$$

kde T' značí dobu oběhu po celé elipse, takže hledaná doba T přeletu sondy od Země ke vnější planetě je poloviční. Z posledních dvou rovností plyne

$$T'^2 = \frac{\left(\frac{a_{\oplus} + a_p}{2}\right)^3}{a_{\oplus}^3} T_{\oplus}^2 = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{a_p}{a_{\oplus}}\right)^3 T_{\oplus}^2,$$

$$T = \frac{T_{\oplus}}{2} \sqrt{\frac{1}{8} \left(1 + \frac{a_p}{a_{\oplus}}\right)^3}.$$

Protože počítáme dobu přeletu, nejčastěji se uvedený vzorec vyjadřuje pouze pomocí oběžných period Země a cílové planety kolem Slunce, k čemuž se využije opět 3. Keplerův zákon:

$$\frac{a_p^3}{a_{\oplus}^3} = \frac{T_p^2}{T_{\oplus}^2},$$

$$T_H = \frac{T_{\oplus}}{2} \sqrt{\frac{1}{8} \left(1 + \sqrt[3]{\left(\frac{T_p}{T_{\oplus}}\right)^2}\right)^3}. \quad (2.7)$$

Získali jsme tak hledaný vztah pro dobu přeletu sondy od Země k vnější planetě pro případ nejmenší spotřeby paliva. Z rovností (2.1) ještě můžeme snadno odvodit vztah pro výpočet číselné výstřednosti Hohmannovy přechodové trajektorie, podle definice je $\varepsilon = \frac{e}{a}$, kde e je výstřednost. Dále platí

$$\frac{r_a}{r_p} = \frac{a + e}{a - e} = \frac{a \left(1 + \frac{e}{a}\right)}{a \left(1 - \frac{e}{a}\right)} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}.$$

Právě odvozený vztah platí zcela obecně pro jakoukoli eliptickou trajektorii, nejen Hohmannovu. Odtud dále plyne (pro vzdálenosti v perihéliu r_p a aféliu r_a zohledníme výše učiněné závěry z Obrázku 2.2)

$$\varepsilon = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = \frac{a_p - a_\oplus}{a_p + a_\oplus}. \quad (2.8)$$

Nyní můžeme podle vzorců (2.7) a (2.8) spočítat doby přeletu k vnějším planetám a číselné výstřednosti přechodových trajektorií. Z údajů v Tabulce 2.2 vidíme, že kromě letu k Marsu se jedná o velmi protáhlé elipsy a že doba letu k Neptunu by trvala přes 30 let (za zde uvažovaných podmínek).

planeta	$\frac{T_p}{r}$	$\frac{a_p}{\text{au}}$	$\frac{T_H}{r}$	ε
Mars	1,88	1,52	0,709	0,206
Jupiter	11,9	5,20	2,74	0,677
Saturn	29,5	9,58	6,06	0,811
Uran	84,0	19,2	16,0	0,901
Neptun	165	30,1	30,6	0,936

Tabulka 2.2: Doby přeletu sondy od Země k vnějším planetám pro Hohmannovy přechodové trajektorie a příslušné číselné excentricity těchto trajektorií. V tabulce pro přehlednost uvádíme oběžné doby planet T_p a délky jejich hlavních poloos a_p , r značí siderický rok (pro Zemi), tedy dobu 365,256 d.

Doby přeletu z Tabulky 2.2 odpovídají takové přeletové trajektorii, která vyžaduje nejmenší spotřebu paliva. V knize [60] však lze najít důkaz, že taková trajektorie zároveň znamená nejdelsí možný přelet k jiné planetě, příliš se proto nepoužívá. V Tabulce 2.3 můžeme např. porovnat doby letu sond, které letěly k Jupiteru. Nejrychleji to zvládla sonda *New Horizons*, za 1,11 r (která navíc drží rekord, neboť se jedná o sondu, která po startu odlétala nejvyšší rychlostí vůči Zemi, $16,26 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$), další velmi rychlou sondou byla *Ulysses* 1,34 r, pro další sondy se tato doba pohybuje v intervalu 1,5 r až 1,9 r a pro sondy *Galileo*, *Cassini* a *Juno* jsou doby letu mnohem delší, tyto sondy však neletěly k Jupiteru přímo. Pro Hohmannovu trajektorii by sondy k Jupiteru letěly 2,74 r. Znamená to tedy, že sondy při vypuštění ze Země startovaly s vyšší rychlostí oproti minimální rychlosti, která je potřeba pro přelet k Jupiteru.

2.4 Odlišnosti letu vesmírné sondy a letadla

Tato podkapitola bude krátká, ovšem velmi důležitá. Ze života máme totiž zkušenosti s létáním letadel, které se ale podstatně liší od vesmírných letů. Jaké jsou odlišnosti letu letadla a vesmírné sondy?

1. Podstatným rozdílem už na první pohled je, že letadla se pohybují v atmosféře, sondy ve vakuu.
2. Letadlo používá motory po celou dobu letu, zatímco sonda pouze při startu a dále při korekčních manévrech, kdy motory zapíná maximálně na několik desítek minut.
3. Když má letadlo např. před přistáním zpomalit, zmenší se tah motorů a o zpomalení se postará odpor vzduchu (letadlo tedy při snižování rychlosti vlastně šetří palivo), ale když potřebuje zpomalit sonda, jedinou možností je použití motorů, které natočí proti směru letu.
4. Dále si musíme uvědomit, že letadlo velmi snadno opraví špatný kurz. Malá chyba v plánování letu sondy však následný let může výrazně ovlivnit. Některé sondy totiž uletí více než miliardu kilometrů, než doletí k cíli, a na takové vzdálenosti velmi malá odchylka ve směru letu může způsobit, že sonda svůj cíl mine až o několik miliónů kilometrů. A použití motorů ke korekci takové chyby znamená, že sonda nebude mít dost paliva ve chvíli, kdy se s jeho využitím původně počítalo (sondy nicméně mají vždy určité množství paliva navíc než jen palivo na všechny plánované manévry).
5. Dalším rozdílem je způsob obsluhy. Letadlo řídí pilot a při neočekávané události může ihned vhodně změnit kurz letadla. Sonda je ovládána na dálku a signál, který se ve vakuu šíří rychlostí světla, musí nejprve dorazit na Zemi, kde ho vědci vyhodnotí a pak pošlou instrukce zpět k sondě, ke které se signál opět nějakou dobu šíří. Pro představu uvažujme sondu *Cassini* obíhající Saturn. Signál ze sondy se šíří zhruba 70 minut než dorazí na Zemi, nějakou dobu jej vědci vyhodnocují, a pokyny pak sonda obdrží za dalších 70 minut. A to je více než dvouhodinové zpoždění. Mezi tím sonda může urazit více než 100 000 km.

Nyní již máme vše připravené pro vlastní část o gravitačním manévru.

2.5 Příklady sond, které využily gravitační manévry

Než vysvětlíme, na jakém fyzikálním principu gravitační manévry funguje, podívejme se na konkrétní příklady vesmírných sond, které tuto techniku použily. Jejich přehled najdeme v Tabulce 2.3, kde jsou data startu, data gravitačních manévry, seznam planet, u kterých daná sonda gravitační manévry využila, a vzdálenost sondy od planety při největším přiblížení. Údaje z této tabulky nebudeme v následujícím textu uvádět a ani se nebudeme neustále na tuto tabulku odkazovat. Při výčtu informací o jednotlivých misích se zaměříme pouze na vybrané detaily letu, nebudeme zde prezentovat objevy ani fotografie, které sondy pořídily.

Pro následující mise jsme vytvořili animace letů, které jsou na přiloženém CD: *Cassini*, *Dawn*, *Deep Impact-EPOXI*, *Galileo*, *Juno*, *MESSENGER*, *NEAR Shoemaker*, *New Horizons*, *Pioneer 10 a 11*, *Rosetta*, *Stardust-NEXT*, *Ulysses*, *Voyager 1 a 2*. Opět se v následujícím textu u těchto misí nebudeme neustále odvolávat na příslušné animace. Velmi doporučujeme při čtení informací o dané misi rovnou přehrávat příslušnou animaci a zkoumat diskutované detaily letu. Všechny animace byly vytvořeny pomocí skutečných dat získaných z rozhraní [26]. Data pro jiné mise, které v textu uvedeme, nejsou v tomto rozhraní k dispozici, animace jsme proto nemohli vytvořit.

Rozhraní [26] představuje nesmírně cenný zdroj dat nejen o sondách, ale i planetách, měsících a dalších tělesech sluneční soustavy. Můžeme zde získat mj. rychlosti sond i souřadnice, jak se daná sonda pohybovala. Navíc je možné volit různé počátky souřadnic, kromě Slunce lze zvolit jako počátek i planetu, takže snadno pomocí tohoto rozhraní získáme průběh rychlosti jak *vůči Slunci*, tak i *vůči planetě*, u které sonda provedla gravitační manévru. Nebudeme zde popisovat, jak získaná data převést do programu *Wolfram Mathematica* [64] (nebo jiného programu) a vytvořit z nich např. graf rychlosti, návody lze najít v článcích [9] a [11] nebo rovněž na stránkách [16]. Také je potřeba žákům zdůraznit, že **grafy rychlostí, trajektorií i všechny animace z této kapitoly jsou vytvořené pomocí skutečných dat, nejde tedy o modelované průběhy rychlostí či trajektorií.**¹⁵. A nyní již uveďme informace o sondách.

První sondou, která proletěla pásem planetek a následně pořídila snímky Jupiteru, byl ***Pioneer 10***. Díky gravitačnímu manévru u Jupiteru rychlost sondy *vůči Slunci* přesáhla hodnotu únikové rychlosti od Slunce. Sonda míří přibližně k hvězdě Aldebaran, která je vzdálená 65 světelných let od Slunce, a sonda se do jejího okolí dostane za více než 2 milióny let. Poslední slabý signál od této sondy byl zachycen 23. ledna 2003, [39]. Kolem Jupiteru následně proletěla sonda ***Pioneer 11*** (k Jupiteru se přiblížila na třikrát menší vzdálenost než *Pioneer 10*), a díky gravitačnímu manévru změnila směr téměř o 180° a následně proletěla jako první sonda kolem Saturnu. Pomocí gravitačního manévru u Saturnu získala sonda dostatečnou rychlost na únik ze sluneční soustavy. Tato sonda míří do souhvězdí Orla, komunikace se sondou byla ukončena 30. 9. 1995, [39], [43].

Mariner 10 byl první sondou, která použila gravitační manévru u jedné planety (Venuše), aby se dostala k jiné (Merkuru). Díky gravitačnímu manévru u Venuše se snížila rychlost sondy *vůči Slunci* a sonda tak mohla proletět kolem Merkuru. Bez gravitačního manévru by potřebné snížení rychlosti nebylo možné. Kolem Merkuru proletěla celkem třikrát (a vždy došlo ke gravitačními manévry, aby se zajistil následný další průlet). Upozorníme především na třetí oblet Merkuru, který byl ve vzdálenosti pouhých 327 km od povrchu. Kontakt se sondou byl ukončen 24. 3. 1975, [43].

Voyager 1 během letu navštívil nejprve Jupiter, kde byl pomocí gravitačního manévru nasměrován k Saturnu. Jeho průlet kolem Saturnu byl naplánován tak, aby proletěl rovněž kolem Titanu, což znamenalo proletět „pod“ Saturnem,

¹⁵Z rozhovorů s žáky se totiž často ukazuje, že žáci pod pojmem *modelování* vidí jen něco teoretického, jak by se něco mohlo chovat, ale že skutečnost se pak od modelu může dost lišit.

a to sondu nasměrovalo pod úhlem 35° nad rovinu ekliptiky. *Voyager 2* nejprve proletěl kolem Jupiteru, díky gravitačnímu manévru následně proletěl kolem Saturnu, u Saturnu sonda opět díky gravitačnímu manévru změnila směr a díky tomu proletěla jako první kolem Uranu, opět změnila směr pomocí gravitačního manévru a proletěla rovněž kolem Neptunu. *Voyager 2* je dosud jedinou sondou, která proletěla kolem Uranu a Neptunu. Díky gravitačním manévřům navštívil 4 planety, což by nebylo možné bez vhodného uspořádání planet, které se opakuje jednou za 175 let. Pro obě sondy *Voyager* bylo prostudováno přes 10 000 možných trajektorií, z nichž nakonec byly vybrány dvě výše zmíněné. Obě sondy díky gravitačnímu manévru u Jupiteru získaly dostatečnou rychlost na únik ze sluneční soustavy. Průlet kolem Neptunu byl naplánován tak, aby sonda *Voyager 2* mohla pozorovat Triton, což zároveň znamenalo zpomalení sondy vůči Slunci, avšak sonda stále měla rychlost vyšší, než je hodnota únikové rychlosti od Slunce (v dané vzdálenosti od Slunce). Všechny tyto informace je možné najít na stránce [27] věnované těmto sondám, kde můžeme zjistit aktuální vzdálenost sond od Slunce. V srpnu 2014 byla vzdálenost *Voyageru 2* od Slunce více než 105 au a *Voyager 1* byl dokonce více než 128 au od Slunce, což ho činí nejvzdálenější sondou ve vesmíru. Tato sonda se navíc nyní nachází v mezihvězdném prostoru. Obě sondy stále posílají na Zemi data z některých přístrojů, např. údaje o detekovaných částicích, které přilétají ze sluneční soustavy, nebo právě z mezihvězdného prostoru. Energie by přístrojům měla dojít zhruba kolem roku 2020. Za 38 měsíců letu se *Voyager 1* u Saturnu zpozdil oproti původnímu plánu o 2 minuty a ve vzdálenosti přibližně 1,5 miliardy kilometrů od Slunce minul vypočtený průletový bod o pouhých 19 km ([47], s. 148). V případě *Voyageru 2* však podobná čísla mají ještě mnohem hlubší význam, než jen vyjádření neuvěřitelné přesnosti průběhu letu. U Uranu se při porovnání sondou pozorovaných měsíců s původně vypočtenými polohami Uranových měsíců zjistilo, že si polohy neodpovídají. Vysvětlením bylo, že tato planeta má hmotnost o 0,25 % vyšší, než se do té doby soudilo. Kdyby sonda proletěla původně naplánovaným bodem největšího přiblížení k Uranu, minula by Neptun o 4 milióny km. Proto byl bod největšího přiblížení k Uranu posunut zhruba o 300 km dále od Uranu oproti původnímu plánu, ([47], s. 195). Nejbližší bod průletu kolem Neptunu *Voyager 2* minul velmi těsně, zhruba o 33 km. To vyvrátilo možnou existenci planety X, kdyby totiž ještě za Neptunem měla existovat nějaká výrazně hmotná planeta, ovlivnila by trajektorii sondy velmi výrazně, ([47], s. 246 a 248). U informací o sondách *Voyager* nelze nedoporučit knihu *Příběh nesmrtelných poutníků* ([47]), která poutavým způsobem přibližuje průběh celé mise, od prvních plánů až po průlet kolem Neptunu.

Sonda *Giotto* proletěla nejprve kolem komety 1P/Halley dne 14. 3. 1986 ve vzdálenosti 605 km. Po průletu byla sonda v dobrém stavu, byla proto navedena na oblet Země, kde jí gravitační manévry nasměroval na průlet kolem další komety, a to 26P/Grigg-Skjellerup, přičemž se sonda ke kometě přiblížila 10. 7. 1992 nejbližší na vzdálenost 200 km. Sonda *Giotto* tak jako první využila gravitační manévry u Země. Mise byla oficiálně ukončena 23. 7. 1992. Již vypnutá sonda prolétla kolem Země 1. 7. 1999 ve vzdálenosti 219 000 km, [43].

První sondou, která se stala oběžnicí Jupiteru, byla sonda *Galileo*. Aby sonda o startovní hmotnosti 2 223 kg k Jupiteru vůbec doletěla, využila nejprve gra-

vitační manévry u Venuše a další dva manévry u Země. Při druhém byla sonda jen 303 km od povrchu, neboli proletěla kolem Země blíže, než v jaké vzdálenosti dnes kolem Země obíhá Mezinárodní vesmírná stanice. Tyto tři gravitační manévry zvýšily rychlost sondy *vůči Slunci* celkem o $11,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Takového urychlení bez gravitačních manévru by bylo možné dosáhnout pomocí 10 900 kg paliva, což je přibližně pětkrát více, než vážila sonda i s palivem na startu. Sonda jako první proletěla kolem planety, konkrétně šlo o planetku 951 Gaspra. Nejtěsnější průlet byl ve vzdálenosti 1 600 km od povrchu dne 29. 10. 1991. Rovněž jsme již zmínili, že sonda pozorovala rozpad komety Shoemaker-Levy 9 vlivem působení slapových sil Jupiteru (červenec 1994). Na oběžnou trajektorii kolem Jupiteru byla sonda navedena 7. 12. 1995. Při tom bylo využito gravitačního manévru u měsíce Io (nejtěsnější průlet ve vzdálenosti 897 km), při kterém došlo ke zpomalení sondy *vůči Jupiteru*. Navíc ke zpomalení sonda rovněž na 49 minut zapnula motory. Z toho je jasné, že navedení sondy na oběžnou trajektorii kolem planety je nesmírně složité. Sonda oběhla Jupiter celkem 34krát, než byla navedena do Jupiterovy husté atmosféry, kde 21. 9. 2003 shořela. Sonda *Galileo* rovněž vykonala 35 obletů Jupiterových měsíců a musíme si uvědomit, že při každém došlo ke gravitačnímu manévru. S tím se však samozřejmě dopředu počítalo. Gravitační manévry u jednoho měsíce umožnil oblet dalšího. Kdyby sonda měla realizovat všechny oblety bez gravitačních manévru, musela by mít navíc dalších 3 600 kg paliva, [43].

Sonda *Ulysses* je nejlepším příkladem použití gravitačního manévru ke změně oběžné roviny kolem Slunce, neboť díky gravitačnímu manévru u Jupiteru byla navedena do takové oběžné roviny kolem Slunce, že s rovinou ekliptiky svírala úhel 80° . Cílem zkoumání totiž bylo studium heliosféry z polární trajektorie. Než sondě začalo zamrzat palivo a mise byla ukončena 30. 6. 2009, obíhala Slunce již potřetí. Již nefunkční sonda stále kolem Slunce obíhá s oběžnou periodou 6,2 roku, [8].

Sonda *NEAR Shoemaker* se jako první stala oběžnicí planety, a to planety 433 Eros. Zkratka *NEAR* znamená **N**ear **E**arth **A**steroid **R**endezvous. Dne 12. 2. 2001 sonda pomocí motorů směřovala k povrchu rychlostí $1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ačkoli nebyla určena k přistání, po dopadu zůstaly některé přístroje ještě několik dní funkční. Poslední signál pak byl zachycen 1. 3. 2001, [43].

Sonda *Cassini* se stala první sondou, která obíhá Saturn. Sonda navíc nesla modul *Huygens*, který měl přistát na Titanu. Samotná sonda společně s modulem *Huygens* a palivem vážila 5 700 kg. I když byla vypuštěna pomocí nejsilnější rakety (Titan IVB/Centaur), k Saturnu by nikdy nedoletěla (ani kdyby letěla po Hohmannově přechodové trajektorii). Proto sonda využila celkem 4 gravitační manévry, první ji *vůči Slunci* urychlil o $3,7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, druhý o $3,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, u Země byla sonda urychlena o $4,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ a Jupiter ji nakonec zvýšil rychlost o dalších $2,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Je spočítáno ([39]), že takové zvýšení rychlosti by vyžadovalo 75 tun paliva (což je více než desetinásobek startovní hmotnosti). Všimněme si, že sonda se k Jupiteru nejvíce přiblížila na vzdálenost téměř 10 miliónů km, a to stačilo na urychlení sondy o $2,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ *vůči Slunci*, sféra gravitačního vlivu Jupiteru je téměř 50 miliónů km (Tabulka 2.1). K navedení na oběžnou trajektorii kolem Saturnu došlo 1. 7. 2004. Při něm musela sonda snížit svou rychlost *vůči Saturnu*.

K tomu využila své motory po dobu 96 minut. Sonda je stále aktivní a předpokládá se, že bude fungovat minimálně do roku 2017. Modul *Huygens* úspěšně přistál na povrchu Titanu 14. 1. 2005. Na stránce [24] lze najít detailní informace o aktuální poloze sondy, informace o průletech kolem měsíců atd.

Sonda *Stardust* byla původně určena pouze ke zkoumání komety 81P/Wild 2 (nejtěsnější průlet 2. 1. 2004 ve vzdálenosti 236 km od jádra komety). Protože i poté byly přístroje ve velmi dobrém stavu, byla mise prodloužena a k názvu byla přidána zkratka *NExT*, **N**ew **E**xploration of **T**empe**l** 1. Mezitím totiž byla úspěšná sonda *Deep Impact*, když její modul dopadl na povrch komety 9P/Tempel 1 (viz dále). Vzhledem ke vzájemné poloze sondy, komety a Země bylo rozhodnuto, že sonda *NExT* provede u Země gravitační manévr, který ji nasměruje právě ke kometě Tempel 1. Sonda *Stardust-NExT* pak kolem této komety prolétla 14. 2. 2011 (nejmenší vzdálenost 200 km) a vyfotografovala místo dopadu impaktního modulu ze sondy *Deep Impact*. Původní cíl mise *Stardust*, a sice sběr částic z okolí komety Wild 2, byl rovněž splněn a dne 15. 1. 2006 pouzdro se vzorky úspěšně přistálo v poušti nedaleko Salt Lake City, [39].

Japonská sonda *Hayabusa* byla první sondou s iontovými motory, která využila gravitační manévr. Manévr u Země sondu urychlil o $4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ vůči *Slunci* a nasměroval k planetce 25143 Itokawa, kterou sonda nejprve obíhala. Dne 25. 11. 2005 přistála na povrchu, přičemž odebrala několik vzorků, a následně od planety odletěla. Vzorky na Zemi sonda úspěšně dopravila 14. 6. 2010, kdy pouzdro se vzorky přistálo v Austrálii, zatímco samotná sonda plánovaně shořela v atmosféře, neboť nebyla vybavená tepelnými štíty, [23].

Sonda *Rosetta* se má jako první stát oběžnicí komety. Pro tuto misi byla vybrána kometa 67P/Churyumov–Gerasimenko. Má zkoumat aktivitu komety, když se bude kometa blížit ke svému perihéliu. Sonda navíc vypustí modul *Philae*, který má na povrchu komety přistát. V současné době (srpen 2014) se sonda postupně přibližuje ke kometě, modul *Philae* by měl na kometě přistát nejspíše v listopadu 2014. Při gravitačním manévru u Marsu se sonda dostala do vzdálenosti pouhých 250 km od povrchu planety, [8].

Druhou misí k Merkuru je sonda *MESSENGER* (**M**ERcury **S**urface, **S**pace **E**Nvironment, **G**Eochemistry and **R**anging). Tato sonda se jako první stala oběžnicí Merkuru dne 18. 3. 2011. Aby toho dosáhla, musela letět po nesmírně komplikované (avšak dopředu naplánované) trajektorii zahrnující 6 gravitačních manévřů a ještě navíc při přiletu k Merkuru použila své motory po dobu 15 min k brzdění. K 1. srpnu 2014 sonda obletěla Merkur celkem 3 308krát. Na stránce [28] lze opět najít aktuální informace o sondě.

Sonda *Deep Impact* proletěla 4. 7. 2005 kolem komety 9P/Tempel 1 a vypustila při tom 370kg impaktní modul, který dopadl na povrch komety a vytvořil malý kráter (který následně vyfotografovala sonda *NExT*). Původní cíle mise byly splněny, ale protože sonda byla ve velmi dobrém stavu, bylo rozhodnuto o prodloužení mise a přejmenování na *EPOXI* = **E**xtrasolar **P**lanet **O**bservation and **D**eep **I**mpact **e**Xtended **I**nvestigation. Sonda využila tři gravitačních manévřů u Země, aby následně 4. 11. 2010 prolétla kolem komety 103P/Hartley 2, [41].

Sonda *New Horizons* je první sondou, která proletí okolo Pluta a později Kuiperovým pásem. Nejtěsnější průlet kolem Pluta je naplánován na 14. 7. 2015. Nyní se sonda již nachází více než 30 au od Slunce. Již jsme uvedli, že sonda *New Horizons* je nejrychleji vypuštěnou sondou (rychlost vztahena vůči Zemi). Nejtěsnější průlet kolem Pluta by měl být ve vzdálenosti 10 000 km, nebo méně, podle aktuálních pozorování při přibližování k Plutu. Gravitační manévry u Jupiteru urychlil sondu o $3,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ vůči Slunci, bez něj by sonda k Plutu doletěla nejdříve v roce 2018. Sonda v době startu i s palivem vážila pouhých 478 kg, čili téměř pětkrát méně, než sonda *Galileo*. Takto málo vážící sondu umíme vypustit dostatečnou rychlostí, aby doletěla až k Plutu, zatímco pětkrát těžší sonda by bez gravitačních manévru nedoletěla ani k Jupiteru. Tím spíš je jasné, proč musela sonda *Cassini* vážící 2,5krát více než sonda *Galileo* použít gravitační manévry k letu k Saturnu, [29].

Sonda *Dawn* se nejprve stala oběžnicí planety 4 Vesta (přilet 15. 7. 2011), a po přibližně 1 roce a 2 měsících (odlet 4. 9. 2012) se vydala stát se oběžnicí další planety, a sice největší planety vůbec, 1 Ceres. K tomu by mělo dojít v únoru 2015. Gravitační manévry u Marsu měl za úkol především změnit rovinu oběhu kolem Slunce tak, aby se po manévru oběžná rovina sondy kolem Slunce shodovala s oběžnou rovinou Vesty, [25].

Sonda *Juno* se stane po sondě *Galileo* další sondou, která bude zkoumat Jupiter, poprvé však z polární trajektorie. Na oběžnou trajektorii kolem Jupiteru bude navedena 5. 7. 2016. Hmotnost sondy při startu byla 3 625 kg. I když startovala přibližně 22 let po sondě *Galileo*, takto těžká sonda by k Jupiteru opět nedoletěla bez použití gravitačního manévru (*Juno* nicméně váží o 1 400 kg více než vážila sonda *Galileo*). Gravitační manévry u Země sondu urychlil o $3,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, [38].

S využitím gravitačního manévru se počítá i pro budoucí mise. Již nyní se plánuje další mise k Merkuru, *BepiColombo*. Sonda se má opět stát oběžnicí Merkuru. Podobně jako *MESSENGER* bude mít i tato sonda velmi komplikovanou trajektorii zahrnující 8 gravitačních manévru (tedy o dva více než *MESSENGER*). Oběžnicí Merkuru by se sonda měla stát 1. 1. 2024, [8].

Solar Probe Plus by se po 7 gravitačních manévrech u Venuše měla dostat do vzdálenosti pouhých (necelých) 6 milionů km od Slunce, tedy téměř osmkrát blíže, než se ke Slunci při svém oběhu přibližuje planeta Merkur (její perihélium je ve vzdálenosti 46 milionů km, [45]). Poprvé by se do této vzdálenosti měla sonda dostat 19. 12. 2024). Při každém manévru dojde ke snížení rychlosti sondy vůči Slunci, čímž se vždy ke Slunci přiblíží (viz dále, proč zpomalení zároveň znamená přiblížení ke Slunci), [30].

JUICE je zkratka pro **J**Uper **I**Cy moons **E**xplorer. Jedná se o sondu, která se po sondách *Galileo* a *Juno* stane třetí v pořadí, která bude zkoumat Jupiter, především pak jeho ledové měsíce Ganymed, Callisto a Europu. K Jupiteru by sonda měla dorazit v lednu 2030, v roce 2032 by se pak měla stát oběžnicí Ganymedu, [8].

Jméno sondy	Start	Manévr	Datum manévru	$\frac{h}{km}$
Pioneer 10	02-03-1972	Jupiter	04-12-1973	130 000
Pioneer 11	05-04-1973	Jupiter	03-12-1974	42 760
		Saturn	01-09-1979	20 900
Mariner 10	03-11-1973	Venuše	05-02-1974	5 768
		Merkur 1	29-03-1974	703
		Merkur 2	21-09-1974	48 069
		Merkur 3	16-03-1975	327
Voyager 2	20-08-1977	Jupiter	09-07-1979	570 000
		Saturn	25-08-1981	41 000
		Uran	24-01-1986	81 500
		Neptun	25-08-1989	5 000
Voyager 1	05-09-1977	Jupiter	05-03-1979	206 700
		Saturn	12-11-1980	64 200
Giotto	02-07-1985	Země	02-07-1990	22 000
Galileo	18-10-1989	Venuše	10-02-1990	16 000
		Země 1	08-12-1990	960
		Země 2	08-12-1992	303
Ulysses	06-10-1990	Jupiter	08-02-1992	380 000
NEAR Shoemaker	17-02-1996	Země	23-01-1998	540
Cassini	15-10-1997	Venuše 1	26-04-1998	337
		Venuše 2	24-06-1999	598
		Země	18-08-1999	1 166
		Jupiter	30-12-2000	9 720 000
Stardust-NExT	07-02-1999	Země 1	15-01-2001	6 000
		Země 2	14-01-2009	9 200
Hayabusa	09-05-2003	Země	19-05-2004	3 700
Rosetta	02-03-2004	Země 1	04-03-2005	1 955
		Mars	25-02-2007	250
		Země 2	13-11-2007	5 301
		Země 3	13-11-2009	2 480
MESSENGER	03-08-2004	Země	02-08-2005	2 348
		Venuše 1	24-10-2006	2 987
		Venuše 2	05-06-2007	338
		Merkur 1	14-01-2008	200
		Merkur 2	06-10-2008	200
		Merkur 3	29-09-2009	228

pokračování na další straně

Jméno sondy	Start	Manévr	Datum manévru	$\frac{h}{\text{km}}$
pokračování z minulé strany				
Deep Impact-EPOXI	12-01-2005	Země 1	31-12-2007	15 568
		Země 2	29-12-2008	43 450
		Země 3	27-06-2010	36 900
New Horizons	19-01-2006	Jupiter	28-02-2007	2 300 000
		Pluto	14-07-2015	10 000
Dawn	27-09-2007	Mars	17-02-2009	542
Juno	05-08-2011	Země	09-10-2013	560
BepiColombo	09-07-2016	Země	16-07-2018	?
		Venuše 1	22-09-2019	?
		Venuše 2	04-05-2020	?
		Merkur 1	23-07-2020	?
		Merkur 2	14-04-2021	?
		Merkur 3	06-07-2022	?
		Merkur 4	29-12-2022	?
		Merkur 5	04-02-2023	?
Solar Probe Plus	30-07-2018	Venuše 1	27-09-2018	?
		Venuše 2	21-12-2019	?
		Venuše 3	05-07-2020	?
		Venuše 4	15-02-2021	?
		Venuše 5	10-10-2021	?
		Venuše 6	15-08-2023	?
		Venuše 7	31-10-2024	?
JUICE	červen 2022	Země 1	?	?
		Venuše	?	?
		Země 2	?	?
		Země 3	?	?

Tabulka 2.3: Přehled vybraných vesmírných sond, které využily gravitační manévr, nebo manévr použijí. Data jsou ve formátu dd-mm-rrrr. h značí vzdálenost od planety v okamžik nejtěsnějšího průletu, u kamenných planet jde o vzdálenost od povrchu, u plyných planet jde o vzdálenost od horních částí atmosféry.

Další informace o sondách, které využily gravitační manévr, lze najít v článku [14]. Dosud jsme vůbec nezmínili využití gravitačního manévru u Měsíce, to nyní ve stručnosti napravíme.

Jedno z prvních použití gravitačního manévru (možná úplně první) se odehrálo v dubnu 1970 při záchraně posádky *Apollo 13* (došlo k výbuchu kyslíkové nádrže), kdy pomocí gravitačního manévru u Měsíce (a několika velmi krátkých zážehů motorů) byl raketoplán nasměrován zpět směrem k Zemi, navíc ve vhodném směru pro vstup do atmosféry. Bez gravitačního manévru by se jinak Apollo 13 na Zemi nevrátilo.

Bez dalších podrobností ještě uvedme, že gravitační manévr u Měsíce se také využívá, a to poměrně často. Tyto sondy jej minimálně jednou použily, v zá-

vorkách jsou uvedena data startu: *International Sun/Earth Explorer 3* (1978), *Hiten* (1990), *Nozomi* (1998), *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (2001), *STEREO-A* a *STEREO-B* (obě 2006).

2.6 Použití gravitačního manévru

Ještě před tím, než uvedeme, jak gravitační manévr funguje, vysvětlíme některá fakta uvedená v předešlé podkapitole.

Gravitační manévr některé sondy využily mj. k dostatečnému zvýšení rychlosti *vůči Slunci*, aby nyní mohly unikat ze sluneční soustavy. Graf vývoje rychlosti sondy *Voyager 2* je na Obrázku 2.3. Jedná se o závislost rychlosti sondy *vůči Slunci* na vzdálenosti od Slunce. V grafu je rovněž zanesen průběh únikové rychlosti v_u od Slunce, která se v dané vzdálenosti r od Slunce určí podle vzorce

$$v_u = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{r}}. \quad (2.9)$$

Tento vzorec snadno odvodíme ze zákona zachování mechanické energie a znalosti vzorce (1.18). V dané vzdálenosti r od Slunce má sonda o hmotnosti m kinetickou energii (danou hodnotou únikové rychlosti) a rovněž gravitační potenciální energii (obojí *vůči Slunci*), a pokud má úplně uniknout z gravitačního vlivu Slunce, musí se dostat do nekonečně velké vzdálenosti od Slunce. Tam sonda zastaví (neboť všechnu energii využije na únik) a bude mít největší gravitační potenciální energii, tedy nulovou. Musí proto platit

$$E_k + E_p = 0,$$

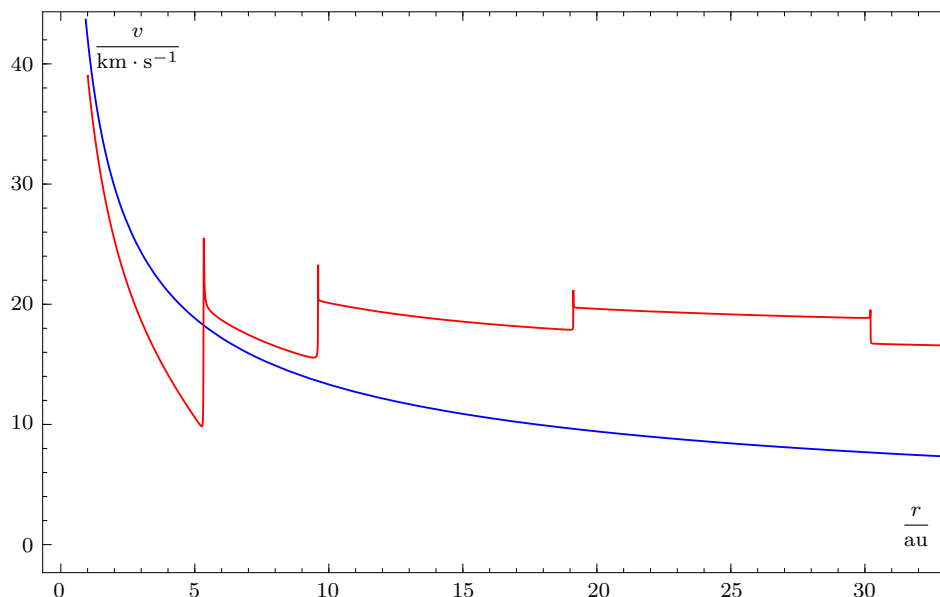
$$\frac{1}{2}mv_u^2 - \frac{GmM_\odot}{r} = 0,$$

odkud již plyne vzorec (2.9).

Z Obrázku 2.3 vidíme, že díky gravitačnímu manévru u Jupiteru sonda přesáhla hodnotu únikové rychlosti od Slunce. K dalšímu zvýšení rychlosti *vůči Slunci* došlo u Saturnu i Uranu a již jsme uvedli, že u Neptunu naopak došlo ke snížení rychlosti (rychlost sondy však stále byla o dost vyšší než úniková rychlost). Můžeme tedy konstatovat, že **díky gravitačnímu manévru sonda přesáhla hodnotu únikové rychlosti od Slunce**. Svou rychlost nad hodnotu únikové rychlosti od Slunce zvýšily ještě další tři sondy: *Pioneer 10*, *Pioneer 11* a *Voyager 1*, vždy jim k potřebnému zvýšení rychlosti pomohl právě gravitační manévr. Shrnutí předchozího:

Pomocí gravitačního manévru může sonda zvýšit svou rychlost nad hodnotu únikové rychlosti od Slunce.

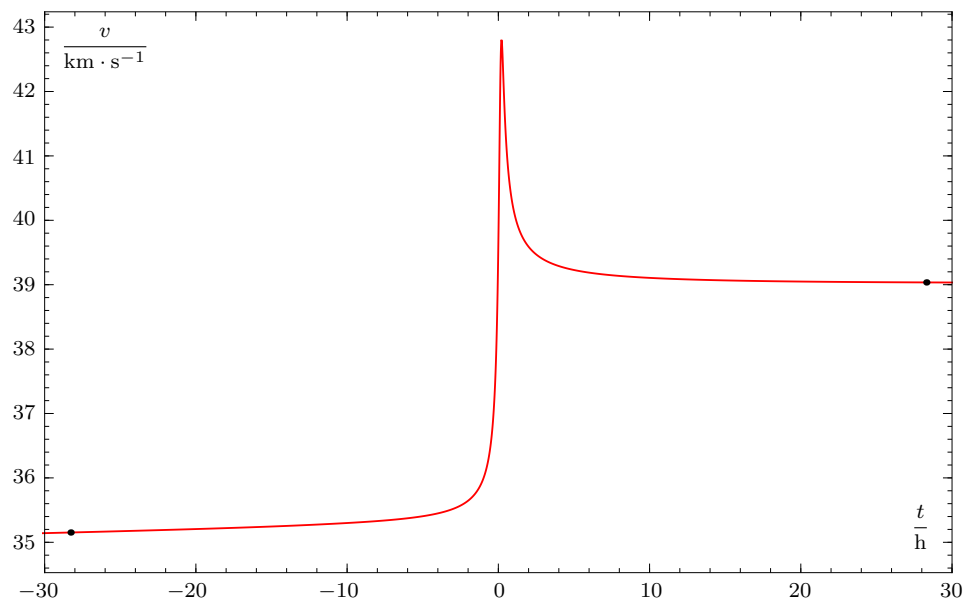
Obrázek 2.3 představuje celkový průběh rychlosti při letu sondy sluneční soustavou. Jak by ale vypadal detail průběhu rychlosti při gravitačním manévru? Jako příklad vezměme druhý průlet sondy *Galileo* kolem Země, kdy došlo k urychlení této sondy *vůči Slunci*. V Obrázku 2.4 je průběh rychlosti *vůči Slunci*, v Obrázku 2.5 je dále průběh rychlosti *vůči Zemi*. Jak vidíme z těchto grafů, *vůči Slunci* došlo k urychlení, zatímco *vůči Zemi* nikoli. Rychlosti porovnáváme při



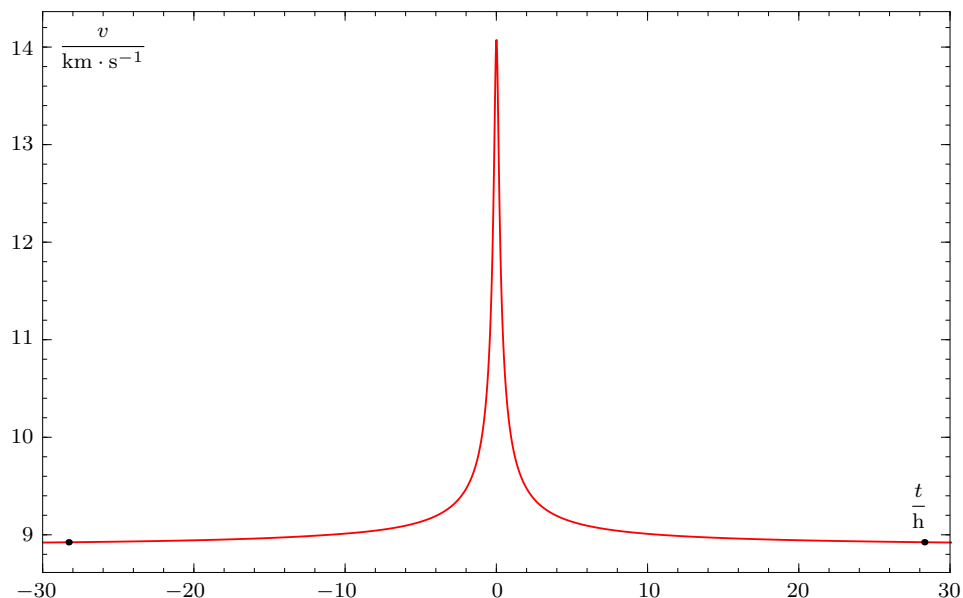
Obrázek 2.3: Vývoj rychlosti sondy *Voyager 2* vůči Slunci v závislosti na vzdálenosti od Slunce (červeně). Modře je znázorněna úniková rychlost od Slunce určená podle vzorce (2.9). Z vývoje rychlosti sondy vidíme, že ve vzdálenostech přibližně 5 au, 10 au, 20 au a 30 au došlo ke změnám jinak klesajícího vývoje rychlosti. V těchto vzdálenostech se nachází Jupiter, Saturn, Uran a Neptun a sonda při jejich obletu využívala gravitační manévry, který právě způsobil tyto změny rychlosti. Navíc vidíme, že hned první gravitační manévr zvýšil rychlost sondy nad hodnotu únikové rychlosti od Slunce. U Saturnu a Uranu došlo rovněž ke zvýšení rychlosti, zatímco u Neptunu došlo ke snížení rychlosti, stále ale byla nad hodnotou únikové rychlosti. Graf byl vytvořen pomocí skutečných dat získaných z webového rozhraní [26].

vstupu sondy do sféry gravitačního vlivu planety a při výstupu z ní, neboť, jak víme, v této oblasti ovlivňuje let sondy pouze planeta a mimo tuto oblast už je vliv planety na sondu zanedbatelný oproti vlivu Slunce. Jak by se tyto grafy změnil, kdybychom znázornili situaci pro případ, kdy dojde ke zpomalení sondy *vůči Slunci*? Žáci odhadnou průběh grafu *vůči Slunci*, ovšem *vůči planetě* si často představí opak grafu z Obrázku 2.5, tj. že místo výrazného maxima při největším přiblížení k planetě je rychlost sondy nejmenší¹⁶. Příkladem sondy, která využila gravitační manévr ke zpomalení *vůči Slunci*, je *MESSENGER* při obletu kolem Země. Průběh rychlosti *vůči Slunci* je v Obrázku 2.6, průběh rychlosti *vůči Zemi* je na Obrázku 2.7. Jak vidíme z těchto grafů, *vůči Slunci* došlo ke zpomalení, zatímco *vůči Zemi* k žádné změně rychlosti sondy opět nedošlo. Největším překvapením pro žáky je průběh rychlosti *vůči Zemi*. Jejich mylnou představou (viz výše) však snadno vyvrátíme, když si žáci uvědomí, že, i když dochází ke zpomalení *vůči Slunci*, se sonda musí k planetě nejprve přiblížit, čímž dochází k nárůstu velikosti gravitační síly, kterou planeta na sondu působí. Sonda je tedy urychlována a rychlost musí vzrůstat.

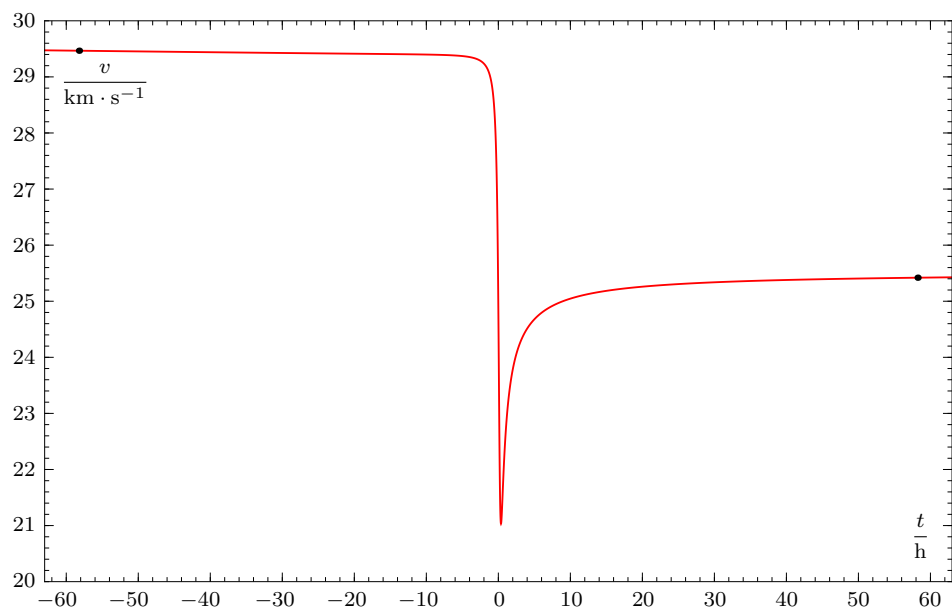
¹⁶Tyto poznatky získal autor při rozhovorech s žáky po přednáškách o gravitačním manévru.



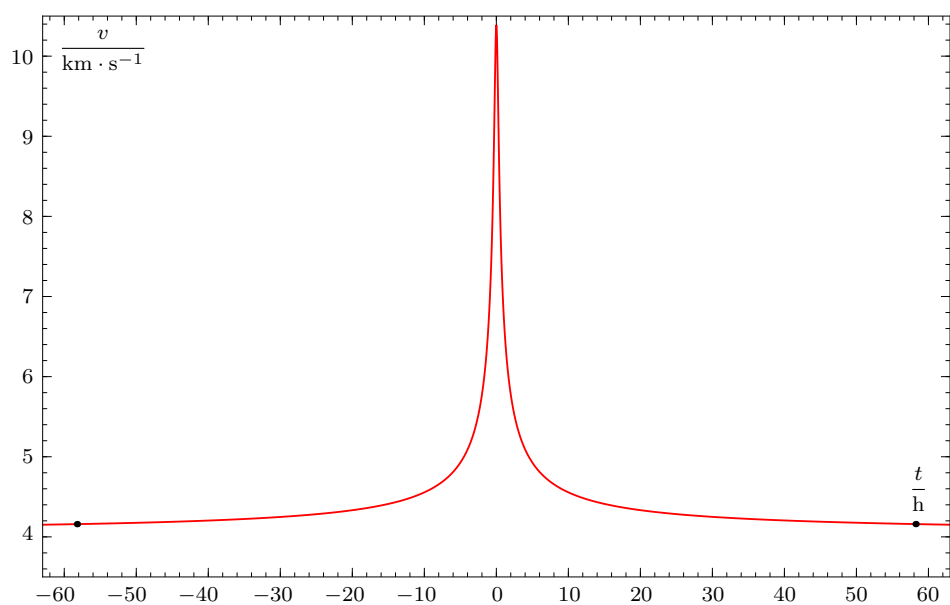
Obrázek 2.4: Průběh rychlosti sondy *Galileo vůči Slunci* během druhého průletu kolem Země. Černé body označují vstup do sféry gravitačního vlivu Země a výstup z ní. Čas na vodorovné ose představuje dobu před nejtěsnějším přiblížením k Zemi a dobu po něm. Vidíme, že došlo k nárůstu rychlosti *vůči Slunci*, konkrétně o $3,89 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Maximální rychlost *vůči Slunci* při průletu kolem Země byla $42,80 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Graf byl vytvořen pomocí skutečných dat získaných z rozhraní [26].



Obrázek 2.5: Průběh rychlosti sondy *Galileo vůči Zemi* během druhého průletu kolem Země. Černé body označují vstup do sféry gravitačního vlivu Země a výstup z ní. Čas na vodorovné ose představuje dobu před nejtěsnějším přiblížením k Zemi a dobu po něm. Při vstupu do sféry gravitačního vlivu Země a výstupu z ní byly rychlosti sondy totožné, $8,92 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, k žádné změně velikosti rychlosti *vůči Zemi* tedy nedošlo. Maximální rychlost *vůči Zemi* při průletu kolem Země byla $14,09 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Graf byl vytvořen pomocí skutečných dat získaných z rozhraní [26].



Obrázek 2.6: Průběh rychlosti sondy *MESSENGER* vůči Slunci během průletu kolem Země. Černé body označují vstup do sféry gravitačního vlivu Země a výstup z ní. Čas na vodorovné ose představuje dobu před nejtěsnějším přiblížením k Zemi a dobu po něm. Vidíme, že došlo k poklesu rychlosti vůči Slunci, konkrétně o $4,05 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Minimální rychlost vůči Slunci při průletu kolem Země byla $21,03 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Graf byl vytvořen pomocí skutečných dat získaných z [26].



Obrázek 2.7: Průběh rychlosti sondy *MESSENGER* vůči Zemi během průletu kolem Země. Černé body označují vstup do sféry gravitačního vlivu Země a výstup z ní. Čas na vodorovné ose představuje dobu před nejtěsnějším přiblížením k Zemi a dobu po něm. Vidíme, že k žádné změně rychlosti vůči Zemi nedošlo, při vstupu do sféry gravitačního vlivu a při výstupu z ní byly rychlosti totožné, konkrétně $4,16 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Maximální rychlost sondy vůči Zemi při průletu kolem Země byla $10,39 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Graf svým tvarem odpovídá grafu na Obrázku 2.5. Graf byl vytvořen pomocí skutečných dat získaných z rozhraní [26].

Shrneme poznatky z Obrázků 2.4 až 2.7:

Při gravitačním manévru dochází ke zvýšení nebo snížení rychlosti sondy *vůči Slunci*, *vůči planetě* k žádné změně velikosti rychlosti nedochází.

Gravitační manévr ke snížení rychlosti *vůči Slunci* využily sondy *Mariner 10* a *MESSENGER*, jejichž cílem byla planeta Merkur (druhá sonda Merkur stále zkoumá). K letu k Merкуру obě sondy využily několika gravitačních manévru, přičemž vždy hned ten první měl právě za úkol snížit rychlost sondy *vůči Slunci*. Proč je tak důležité snížení rychlosti při letu k Merкуру? Řekněme, že sonda má přejít z jedné eliptické trajektorie na jinou, přičemž nová trajektorie má mít perihélium blíže ke Slunci. Pro jednoduchost předpokládejme, že k přechodu dojde v aféliu (buď pomocí gravitačního manévru, nebo pomocí motorů). Situace je znázorněná na Obrázku 2.8. Je důležité si uvědomit, že **nová trajektorie bude stále procházet bodem, ve kterém došlo ke změně trajektorie**, tj. obě trajektorie mají stejné afélium. Veličiny týkající se nové trajektorie budeme značit s čárkou (horní index), veličiny týkající se původní trajektorie bez čárky. Protože nová trajektorie má perihélium blíže u Slunce, má kratší délku hlavní poloosy, platí tedy $a' < a$. Proto podle vzorce (2.6) na výpočet okamžité rychlosti sondy dostáváme

$$v_a = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a} \right)} > \sqrt{GM \left(\frac{2}{r'_a} - \frac{1}{a'} \right)} = v'_a,$$

neboť obě trajektorie mají stejné afélium, takže v okamžiku přechodu je okamžitá vzdálenost od Slunce stejná pro obě trajektorie, $r_a = r'_a$. Tím jsme dokázali, že sonda musí zpomalit, aby se dostala blíže ke Slunci. Kdyby k přechodu mělo dojít v jiném bodě původní trajektorie, provedl by se důkaz analogicky, pouze by se změnil Obrázek 2.8. Ještě uvedme jeden zajímavý fakt. Označme Δ vzdálenost, o kterou se sonda v perihéliu přiblíží ke Slunci, v Obrázku 2.8 jde o vzdálenost mezi perihélii P_1 a P_2 . Pak platí $r_p = r'_p + \Delta$, $2a = 2a' + \Delta$. Podle vzorce (2.6) dostáváme

$$v_p = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r'_p + \Delta} - \frac{1}{a' + \frac{\Delta}{2}} \right)},$$

$$v'_p = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r'_p} - \frac{1}{a'} \right)}.$$

Zkusme ověřit, jestli platí $v_p < v'_p$. Pak by podle předchozího mělo platit

$$\frac{2}{r'_p + \Delta} - \frac{1}{a' + \frac{\Delta}{2}} < \frac{2}{r'_p} - \frac{1}{a'},$$

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a' + \frac{\Delta}{2}} < \frac{2}{r'_p} - \frac{2}{r'_p + \Delta},$$

$$\frac{\frac{\Delta}{2}}{a' \left(a' + \frac{\Delta}{2} \right)} < \frac{2\Delta}{r'_p \left(r'_p + \Delta \right)},$$

$$\frac{1}{a' \left(2a' + \Delta \right)} < \frac{2}{r'_p \left(r'_p + \Delta \right)},$$

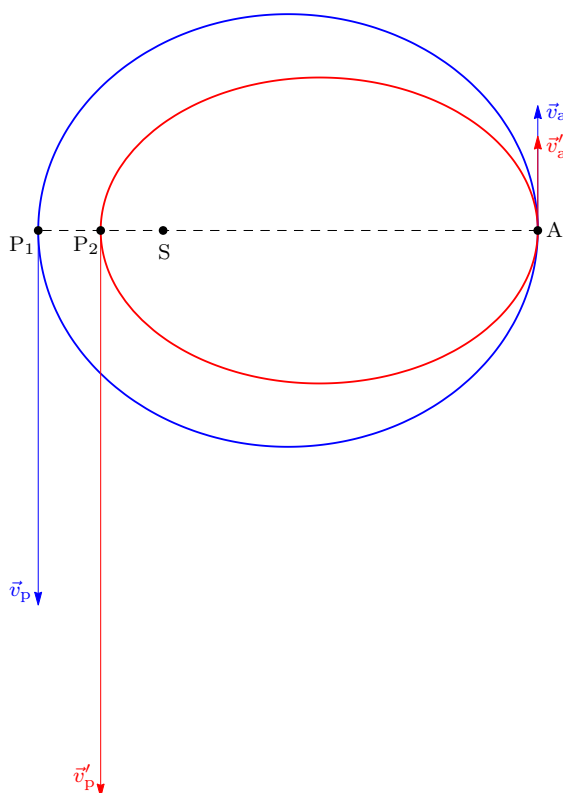
$$r'_p (r'_p + \Delta) < 2a' (2a' + \Delta),$$

což platí, neboť $2a' > r'_p$ (dvojnásobek délky hlavní poloosy je totiž součtem vzdáleností v perihéliu a aféliu, je tedy větší než tyto vzdálenosti).

Takže i když dojde v aféliu původní trajektorie ke zpomalení *vůči Slunci*, v perihéliu nové trajektorie se bude sonda pohybovat rychleji než v perihéliu původní trajektorie, jak je znázorněno na Obrázku 2.8.

Shrneme předešlé úvahy a můžeme říci:

Pokud se má sonda ze své původní eliptické trajektorie dostat na jinou eliptickou trajektorii, která má perihélium blíže u Slunce než původní trajektorie, musí *vůči Slunci* svou rychlost snížit.



Obrázek 2.8: Přechod z jedné oběžné trajektorie kolem Slunce (modře) na jinou trajektorii (červeně), která má perihélium P_2 blíže u Slunce než perihélium P_1 původní trajektorie. Sonda musí v aféliu A zpomalit *vůči Slunci* (pro rychlosti proto platí $v_a > v'_a$), v perihéliu P_2 se však poté pohybuje rychleji, než se pohybovala v perihéliu P_1 (platí proto $v_p < v'_p$). Bod S značí Slunce.

2.7 Vysvětlení gravitačního manévru

V předešlých kapitolách jsme uvedli příklady použití gravitačního manévru a nyní vysvětlíme, jak gravitační manévr funguje. Již z předešlého textu je jasné, že vysvětlení provedeme z pohledu dvou vztažných soustav: **vztažné soustavy s počátkem ve středu Slunce** a **vztažné soustavy s počátkem ve středu planety, kolem které sonda prolétá**. Označme $S1$ soustavu spojenou se Sluncem a $S2$ soustavu spojenou s planetou. Musíme si uvědomit základní vlastnosti

těchto soustav: **v soustavě S1 se pohybuje jak sonda, tak i planeta**, zatímco **v soustavě S2 se pohybuje pouze sonda** (a Slunce), **planeta je v klidu**. Dále učiníme následující rozlišení veličin: pokud se budou vztahovat *vůči Slunci*, označíme je velkými písmeny, veličiny vztahované *vůči planetě* označíme malými písmeny. Veličiny vztahující se k situaci před vstupem do sféry gravitačního vlivu planety budou označeny dolním indexem „-“ a veličiny vztahující se k situaci při výstupu sondy ze sféry gravitačního vlivu planety dolním indexem „+“. Např. vektor rychlosti sondy *vůči planetě* před vstupem do sféry gravitačního vlivu má podle dohody označení \vec{v}_- a vektor rychlosti sondy *vůči Slunci* při výstupu ze sféry gravitačního vlivu planety \vec{V}_+ .

Proč budeme porovnávat veličiny před vstupem sondy do sféry gravitačního vlivu planety a při výstupu z ní? Chceme totiž zjistit ovlivnění sondy planetou při gravitačním manévru a gravitační síla planety ovlivňuje let sondy právě pouze uvnitř sféry gravitačního vlivu.

Jak nalezneme převodní vztah mezi uvedenými soustavami? V soustavě S1 se planeta pohybuje rychlostí \vec{V}_p , v soustavě S2 je v klidu, takže hledanou transformací je odečtení vektoru \vec{V}_p od všech vektorů v soustavě S1 (potřebujeme planetu „zastavit“), nebo naopak, přechod ze soustavy S2 do S1 znamená přičtení vektoru \vec{V}_p ke všem vektorům v soustavě S2. Takže platí

$$\vec{V}_- = \vec{v}_- + \vec{V}_p \quad \text{a} \quad \vec{V}_+ = \vec{v}_+ + \vec{V}_p.$$

Proč dochází ke změně velikosti rychlosti sondy *vůči Slunci*? Odpovědí je **zákon zachování mechanické energie**. Jestliže se rychlost sondy při gravitačním manévru zvýší (sníží) *vůči Slunci*, vzroste (klesne) kinetická energie sondy *vůči Slunci* a o stejnou hodnotu se sníží (zvýší) kinetická energie planety *vůči Slunci*. Sonda při gravitačním manévru tedy odebírá kinetickou energii planetě, pokud má dojít k jejímu urychlení *vůči Slunci*, nebo naopak planetě kinetickou energii předává, pokud má dojít k jejímu zpomalení *vůči Slunci*. K předávání kinetické energie mezi planetou a sondou dochází na dálku prostřednictvím gravitační síly. To byl pohled z hlediska soustavy S1. V soustavě S2 samozřejmě stále platí zákon zachování mechanické energie, ale planeta je v této soustavě v klidu (její kinetická energie je nulová), proto v této soustavě k žádné změně velikosti rychlosti nedochází, neboť kinetická energie sondy musí být před vstupem do sféry gravitačního vlivu stejná jako kinetická energie při výstupu z ní. Zde musíme být při formulaci opatrní, protože během průletu sférou gravitačního vlivu se velikost rychlosti sondy mění. Mění se totiž její vzdálenost od planety, a tedy i gravitační potenciální energie sondy a planety. Podle zákona zachování mechanické energie se tudíž mění i kinetická energie sondy, a tedy i její rychlost, jak dokládají Obrázky 2.5 a 2.7. Pro velikosti rychlostí sondy proto platí:

$$v_+ = v_- \quad \text{a} \quad V_+ \neq V_-.$$

Shrňme-li výše uvedené poznatky:

Při gravitačním manévru dochází vlivem působení gravitační síly planety ke změně velikosti rychlosti sondy *vůči Slunci*, *vůči planetě* k žádné změně velikosti rychlosti sondy nedochází (při porovnání rychlostí sondy před vstupem do sféry gravitačního vlivu planety a při výstupu z ní). Změny rychlosti a odpovídající změny kinetické energie sondy jsou možné díky zákonu zachování mechanické energie, při gravitačním manévru se rovněž mění kinetická energie planety.

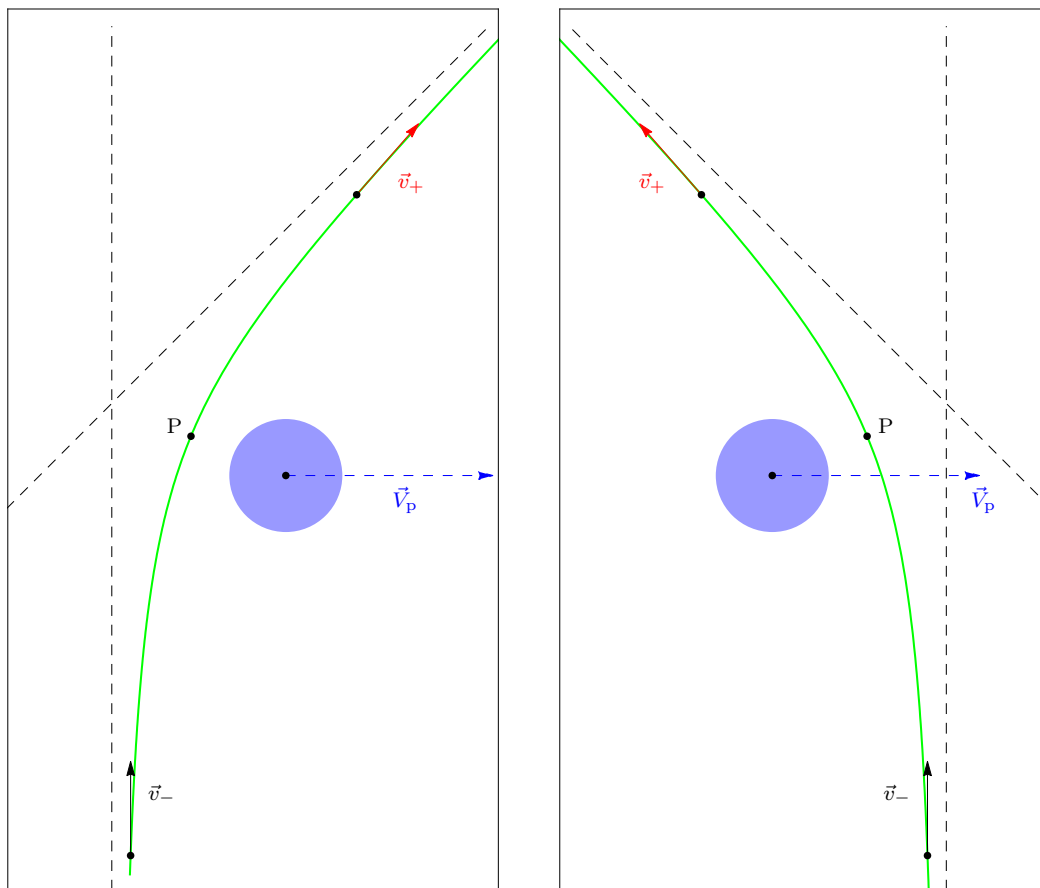
V Obrázcích 2.9, 2.10 a 2.11 jsou změny rychlosti sondy graficky vysvětleny (viz popisky u těchto obrázků). Z obrázků plyne, že ke zvýšení rychlosti sondy *vůči Slunci* dochází, pokud sonda obléhá planetu „zezadu“ (ve smyslu obíhání planety kolem Slunce), pokud sonda planetu obléhá „zepředu“, pak se *vůči Slunci* její rychlost snižuje.

Ještě musíme uvést jeden důležitý poznatek, a sice jaké jsou možné typy trajektorií sondy pohybující se v gravitačním poli Slunce. Odvození opět přesahuje možnosti střední školy, jde o tzv. *Problém dvou těles*, viz např. [5]. Pokud se sonda pohybuje rychlostí menší, než je hodnota únikové rychlosti (v dané vzdálenosti od Slunce), pak se pohybuje po **elipse**, jejíž jedno ohnisko je ve středu Slunce. Pokud se sonda pohybuje právě únikovou rychlostí, pak se pohybuje po **parabole** (Slunce je opět ohniskem, tato situace nicméně vyžaduje přesnou hodnotu rychlosti sondy, čehož je téměř nemožné docílit, proto se tato trajektorie v podstatě nerealizuje). Jestliže je rychlost sondy vyšší, než je hodnota únikové rychlosti, je trajektorií sondy **větev hyperboly** (Slunce je opět ohniskem). Z tohoto výčtu pro oblet sondy kolem planety při gravitačním manévru vyplývá, že se sonda *vůči planetě* pohybuje po hyperbole. Mimo sféru gravitačního vlivu planety se sonda pohybuje buď po elipse, nebo po hyperbole v případě, že uniká ze sluneční soustavy.

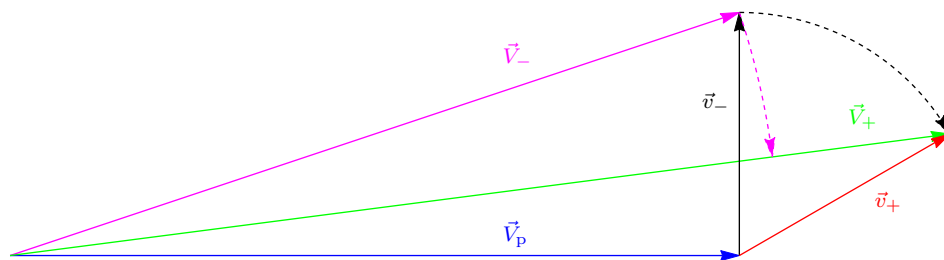
Závěry, které můžeme učinit z Obrázků 2.9, 2.10 a 2.11:

Při gravitačním manévru dochází vlivem působení gravitační síly planety ke změně směru rychlosti sondy, rychlost sondy *vůči Slunci* je dána vektorovým součtem její rychlosti *vůči planetě* a rychlosti planety *vůči Slunci*.

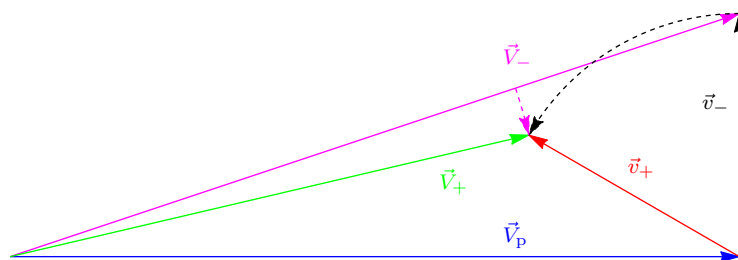
Při vysvětlování gravitačního manévru se lze poměrně často setkat s následující analogií (budeme předpokládat pouze dokonale pružné srážky). Když hodíme míček proti jedoucímu kamionu, míček se k nám zpět odrazí větší rychlostí (*vůči silnici*), protože získá kinetickou energii od kamionu (v našem označení jde o pohled v soustavě S1). Řidič kamionu však žádnou změnu rychlosti míčku pozorovat nebude (pohled v soustavě S2). Kdybychom míček hodili na zadní část kamionu (kamion už se od nás tedy vzdaluje), pozorovali bychom snížení rychlosti míčku. Jak však upozorňují Bartlett a Hord [2], tato analogie má několik zásadních nevýhod: (1) Aby došlo ke změně rychlosti míčku, je nutný dotyk s kamionem, při gravitačním manévru se však uplatňuje působení gravitační síly na dálku. (2) Gravitační síla je přitažlivá, kdežto při odrazu od kamionu se uplatní odpudivé síly mezi částicemi míčku a kamionu. (3) Abychom míček urychlili, musíme jej hodit proti jedoucímu kamionu, zatímco k urychlení sondy při gravitačním manévru dochází při obletu planety „zezadu“. V tomtéž článku pak uvádí některé další analogie, avšak každá má nějaké své nevýhody. Obecně **je lepší se analogiím gravitačního manévru vyhnout**, jednak se vyhneme případným nevýhodám, jednak je vysvětlení gravitačního manévru pomocí zákona zachování mechanické energie a skládání vektorů poměrně jednoduché.



Obrázek 2.9: Trajektorie sondy vůči planetě při gravitačním manévru. Trajektorie je znázorněna zeleně, vektor rychlosti sondy vůči planetě při vstupu do sféry gravitačního vlivu \vec{v}_- (černě), vektor rychlosti při výstupu ze sféry gravitačního vlivu \vec{v}_+ (červeně). Trajektorii je větev hyperboly (její asymptoty jsou znázorněny čárkovanými čarami). Bod P značí bod nejtěsnějšího přiblížení sondy k planetě. Planeta je znázorněna modře a vektor její rychlosti vůči Slunci \vec{V}_p (vektor je znázorněn čárkovaně, neboť v soustavě *vůči planetě* je planeta v klidu). V této soustavě gravitační síla planety pouze změní směr rychlosti sondy (gravitační síla je silou přitažlivou, takže trajektorie sondy se v obou případech „stočí“ k planetě). Velikost rychlosti sondy se v této soustavě nemění (ve smyslu porovnání rychlostí při vstupu do sféry gravitačního vlivu planety a výstupu z ní), *vůči Slunci* však dojde na obrázku vlevo ke zvýšení rychlosti, neboť sonda obléhá planetu „zezadu“ (ve smyslu pohybu planety kolem Slunce), na obrázku vpravo dojde ke snížení rychlosti *vůči Slunci*, neboť sonda obléhá planetu „zepředu“. Viz Obrázky 2.10 a 2.11.



Obrázek 2.10: Skládání vektorů rychlostí pro případ, kdy dochází k urychlení sondy vůči Slunci. Vektor rychlosti sondy vůči planetě před vstupem do sféry gravitačního vlivu je označen \vec{v}_- , vektor rychlosti při výstupu ze sféry gravitačního vlivu \vec{v}_+ , vektor rychlosti planety vůči Slunci \vec{V}_p , vektor rychlosti sondy vůči Slunci před vstupem do sféry gravitačního vlivu \vec{V}_- a vektor rychlosti sondy při výstupu z této oblasti \vec{V}_+ . Platí $\vec{V}_- = \vec{v}_- + \vec{V}_p$ a $\vec{V}_+ = \vec{v}_+ + \vec{V}_p$. Změna vektoru \vec{v}_- na \vec{v}_+ je naznačena černou čárkovanou šipkou. Z obrázku rovnou vidíme, že platí $V_+ > V_-$ (pro jednodušší porovnání je v obrázku purpurová čárkovaná šipka vyjadřující změnu vektoru \vec{V}_- , kdyby ke změně velikosti nedošlo). Směry vektorů \vec{v}_- a \vec{v}_+ odpovídají vektorům na Obrázku 2.9 vlevo. Srovnejte s Obrázkem 2.11.



Obrázek 2.11: Skládání vektorů rychlostí pro případ, kdy dochází ke zpomalení sondy vůči Slunci. Označení vektorů odpovídá Obrázku 2.10. Z obrázku rovnou vidíme, že platí $V_+ < V_-$ (pro jednodušší porovnání je v obrázku purpurová čárkovaná šipka vyjadřující změnu vektoru \vec{V}_- , kdyby měl tento vektor stejnou velikost jako \vec{V}_+). Směry vektorů \vec{v}_- a \vec{v}_+ odpovídají vektorům na Obrázku 2.9 vpravo. Srovnejte s Obrázkem 2.10.

Již jsme uvedli poměrně dost příkladů, jak se u sond měnily při gravitačních manévrech jejich rychlosti vůči Slunci. Podle zákona zachování mechanické energie se však musí měnit i rychlost planety vůči Slunci. Změny rychlostí sond jsou řádu kilometrů za sekundu, jakého řádu jsou změny rychlosti planet při gravitačních manévrech? Na to odpovíme v další podkapitole.

2.8 Vliv sondy na planetu

Již jsme uvedli, že při gravitačním manévru dochází ke změně rychlosti sondy *vůči Slunci* díky zákonu zachování mechanické energie, neboli že se při manévru mění kinetická energie planety. Spočítáme tedy změnu velikosti rychlosti planety *vůči Slunci*, označme ji ΔV_p . Vyjdeme z konkrétních hodnot, jako příklad bude sloužit sonda *Galileo* a její gravitační manévr u Země. Údaje jsou podle [26] a [43] následující:

$m_s = 2\,223 \text{ kg}$	hmotnost sondy Galileo
$V_- = 35,15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost sondy <i>vůči Slunci</i> před vstupem do sféry gravitačního vlivu Země
$V_+ = 39,04 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost sondy <i>vůči Slunci</i> při výstupu ze sféry gravitačního vlivu Země
$V_p = 30,22 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost Země <i>vůči Slunci</i> při vstupu sondy do sféry gravitačního vlivu Země

Podle zákona zachování mechanické energie musí platit¹⁷

$$\frac{1}{2}m_s V_-^2 + \frac{1}{2}M_p V_p^2 = \frac{1}{2}m_s V_+^2 + \frac{1}{2}M_p \tilde{V}_p^2,$$

kde jsme označili \tilde{V}_p rychlost planety *vůči Slunci* poté, co sonda opustila sféru gravitačního vlivu planety. Upravujeme

$$m_s V_+^2 - m_s V_-^2 = M_p V_p^2 - M_p \tilde{V}_p^2,$$

$$\frac{m_s}{M_p} (V_+^2 - V_-^2) = V_p^2 - \tilde{V}_p^2.$$

Hmotnosti sond jsou maximálně řádu 10^3 kg , nejlehčí planetou je Merkur, jehož hmotnost je řádu 10^{23} kg , takže poměr $\frac{m_s}{M_p}$ se řádově pohybuje kolem 10^{-20} . Z poslední rovnosti proto vyplývá, že změna rychlosti planety je velmi malá. Kdybychom z předchozí rovnosti rovnou vyjádřili \tilde{V}_p a dosadili číselné hodnoty, obdrželi bychom výsledek $30,22 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, což je původní rychlost planety. Abychom získali hodnotu malé změny rychlosti planety, musíme učinit následující zanedbání. Protože je výsledná rychlost planety prakticky totožná s původní hodnotou, platí

$$V_p^2 - \tilde{V}_p^2 = (V_p + \tilde{V}_p) (V_p - \tilde{V}_p) \approx 2V_p \Delta V_p,$$

v součtu $(V_p + \tilde{V}_p)$ jsme tedy uvážili $V_p \approx \tilde{V}_p$, což nelze stejně uvážit v rozdílu $(V_p - \tilde{V}_p)$, pak by totiž vyšla nula, a navíc tento rozdíl je právě hledanou změnou rychlosti planety. Pro hledanou změnu rychlosti planety dostáváme výsledek

$$\Delta V_p \approx \frac{1}{2V_p} \frac{m_s}{M_p} (V_+^2 - V_-^2). \quad (2.10)$$

¹⁷Někdo by mohl namítnout, že vůbec neuvažujeme gravitační potenciální energii, tím by se výpočty pouze staly více složitými, a odpovídající změna rychlosti planety by vyšla řádově naprosto stejná, jako vyjde pouze s uvážením kinetických energií (to proto, že změna potenciální energie sondy a Slunce je při obletu kolem planety zanedbatelná vůči změně kinetické energie sondy *vůči Slunci*). Při gravitačním manévru jde především o kinetickou energii a její změny.

Dosadíme (oblétanou planetou byla Země)

$$\Delta V_p \approx \frac{1}{2 \cdot 30\,220} \cdot \frac{2\,223}{5,97 \cdot 10^{24}} (39\,040^2 - 35\,150^2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 1,78 \cdot 10^{-18} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

což je opravdu velmi malá změna rychlosti planety. O tolik Země vlivem gravitačního manévru zpomalí. Pro srovnání zkusme spočítat urychlení komára při obletu jedoucího kamionu, kdyby oblet fungoval stejně jako gravitační manévr. Řekněme, že komár zvládne uletět 1 cm za 1 s a oblet kolem kamionu ho urychlí o 1 mm za sekundu. Hodnoty jsou proto následující

$m = 2 \text{ mg}$	typická hmotnost komára
$M = 30 \text{ t}$	typická hmotnost kamionu
$V_- = 1,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost komára před obletem kamionu (<i>vůči silnici</i>)
$V_+ = 1,1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost komára po obletu kamionu (<i>vůči silnici</i>)
$V_p = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$	rychlost kamionu (<i>vůči silnici</i>)

Číselné dosazení

$$\Delta V_p \approx \frac{1}{2 \cdot \frac{60}{3,6}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{30\,000} (0,011^2 - 0,010^2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a srovnání výsledků je potom

$$\Delta V_p \approx \frac{1}{2V_p} \frac{m_s}{M_p} (V_+^2 - V_-^2) \approx \begin{cases} 1,78 \cdot 10^{-18} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} & \text{pro Zemi,} \\ 4,20 \cdot 10^{-17} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} & \text{pro kamion,} \end{cases}$$

neboli komár by ovlivnil kamion zhruba desetkrát více, než ovlivnila sonda *Galileo* Zemi. Vliv sondy na planetu je tedy zanedbatelný. Dále spočítáme, jak se změní kinetické energie sondy a planety.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m_s V_+^2 - \frac{1}{2} m_s V_-^2 \approx 3,21 \cdot 10^{11} \text{ J} = 321 \text{ GJ}. \quad (2.11)$$

Tuto energii sonda získá, planeta o ni přijde. Původní kinetická energie planety však byla

$$E_{kp} = \frac{1}{2} M_p V_p^2 \approx 2,73 \cdot 10^{33} \text{ J},$$

což je o 22 řádů vyšší hodnota, pro planetu je to tedy mizivá ztráta. Původní kinetická energie sondy byla

$$E_{ks} = \frac{1}{2} m_s V_-^2 \approx 1,37 \cdot 10^{12} \text{ J} = 1\,370 \text{ GJ},$$

takže sonda *Galileo* díky gravitačnímu manévru zvýšila svou původní kinetickou energii o 23 % (což rozhodně není zanedbatelné). Výše spočítané kinetické energie jsou vztaženy *vůči Slunci*.

Ještě můžeme učinit jeden odhad, a sice podle vzorce (1.20) souvisí celková mechanická energie planety E_{pc} se vzdáleností r od Slunce jako (pouze přeznačíme ve vzorci (1.20) veličiny, navíc předpokládáme, že planeta obíhá kolem Slunce po kružnici)

$$E_{pc} = -\frac{GM_\odot M_p}{2r}. \quad (2.12)$$

Pokud tedy planeta o část energie přijde, podle tohoto vztahu se musí nutně ke Slunci přiblížit (celková energie planety roste se vzdáleností od Slunce k nule). Odhadneme proto, o kolik. Označme zvětšení vzdálenosti planety od Slunce Δr , pak platí

$$E_{\text{pc}} - \Delta E_{\text{k}} = -\frac{GM_{\odot}M_{\text{p}}}{2(r - \Delta r)},$$

$$r - \Delta r = -\frac{GM_{\odot}M_{\text{p}}}{2(E_{\text{pc}} - \Delta E_{\text{k}})} = -\frac{GM_{\odot}M_{\text{p}}}{2E_{\text{pc}}} \frac{1}{1 - \frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{pc}}}}.$$

Vzhledem k výše spočítaným hodnotám je poměr $\frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{pc}}}$ oproti jedničce zanedbatelný a pro malé hodnoty $x \leq 1$ platí přibližně

$$\frac{1}{1 - x} \approx 1 + x,$$

tento přibližný vzorec lze snadno ověřit pomocí kalkulačky dosazováním velmi malých hodnot. V odvození tak můžeme pokračovat

$$r - \Delta r \approx -\frac{GM_{\odot}M_{\text{p}}}{2E_{\text{pc}}} \left(1 + \frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{pc}}}\right),$$

dosadíme-li za původní vzdálenost r planety od Slunce vyjádření ze vztahu (2.12), obdržíme

$$r - \Delta r \approx r \left(1 + \frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{pc}}}\right),$$

$$-\Delta r \approx \frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{pc}}} r.$$

A podle (1.21) ihned máme

$$-\Delta r \approx -\frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{kp}}} r.$$

Navíc srovnáme-li (2.10) a (2.11), vidíme, že platí

$$\Delta E_{\text{k}} = \Delta V_{\text{p}} V_{\text{p}} M_{\text{p}},$$

takže pro hledanou změnu vzdálenosti planety od Slunce dostáváme výsledný vztah

$$\Delta r \approx \frac{\Delta E_{\text{k}}}{E_{\text{kp}}} r = \frac{\Delta V_{\text{p}} V_{\text{p}} M_{\text{p}}}{\frac{1}{2} M_{\text{p}} V_{\text{p}}^2} r = \frac{2\Delta V_{\text{p}}}{V_{\text{p}}} r.$$

Původní vzdálenost Země od Slunce r získáme z [26]: $r = 1,47 \cdot 10^{11}$ m (Země tedy byla poblíž perihélia) a můžeme spočítat změnu vzdálenosti

$$\Delta r \approx \frac{2 \cdot 1,78 \cdot 10^{-18}}{30\,220} \cdot 1,47 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 1,73 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 17,3 \text{ pm}.$$

Země se tedy přiblíží ke Slunci zhruba o 17 pikometrů, což ve srovnání se střední vzdáleností Země od Slunce 150 miliard metrů je o 22 řádů rozdílná hodnota. Navíc s uvažováním faktu, že se Země od Slunce vzdaluje rychlostí 15 cm za rok ([32]), je přiblížení o 17 pikometrů stále zanedbatelné (rozdíl 10 řádů).

A poslední srovnání, jestliže se Země zpomalí o $1,78 \cdot 10^{-18} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, pak se na své trajektorii kolem Slunce zpozdí o necelých 6 cm za 1 miliardu let, jak dokazuje tento jednoduchý výpočet:

$$\Delta s = \Delta V_p \cdot t = (1,78 \cdot 10^{-18} \cdot 1 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ m} \approx 5,61 \text{ cm}.$$

Předchozí výpočty můžeme shrnout:

Pro sondu znamená gravitační manévr výrazné zvýšení kinetické energie *vůči Slunci*, zatímco pro planetu jde o zanedbatelné změny.

Nesmíme však učinit závěr, že gravitační manévr nemá na planetu vůbec žádný vliv, pak bychom totiž marně hledali, odkud se zvýšená kinetická energie sondy vzala.

2.9 Gravitační manévr ve skutečnosti

My jsme při některých úvahách předpokládali, že planety obíhají kolem Slunce po kružnicích v rovině ekliptiky. Tak tomu ve skutečnosti není, trajektorie planet jsou elipsy s různými sklony vůči rovině ekliptiky. I když jsou číselné výstřednosti malé, stejně jako sklony oběžných rovin planet vůči rovině ekliptiky (inklinace), při plánování letu sondy to nelze zanedbat. Sondy během letu občas na několik málo minut zapínají motory kvůli korekcím trajektorie. Navíc se ukazuje, že změna rychlosti sondy *vůči Slunci* a změna směru letu sondy při gravitačním manévru je mnohem větší, pokud sonda v okamžiku nejtěsnějšího průletu kolem planety použije motory. Při použití motorů dojde ke snížení hmotnosti sondy, což rovněž ovlivní následný let.

Závěrečné shrnutí, k jakým účelům se gravitační manévr používá:

Gravitační manévr dodává těžkým sondám potřebné zvýšení kinetické energie *vůči Slunci*, aby mohly doletět k Jupiteru, Saturnu, Uranu a Neptunu. Gravitační manévr může naopak sondě snížit kinetickou energii *vůči Slunci*, aby mohla doletět k Merkuru nebo ke Slunci. Pomocí gravitačního manévru může sonda zvýšit svou rychlost *vůči Slunci* nad hodnotu únikové rychlosti od Slunce. Použití gravitačního manévru také zkracuje dobu letu sondy ke svému cíli. Rovněž se mění směr letu sondy, takže po obletu jednoho tělesa je sonda nasměrována k jinému. Dále gravitační manévr mění oběžnou rovinu sondy kolem Slunce, často tak sonda po gravitačním manévru obíhá kolem Slunce ve stejné rovině jako její cílové těleso. Použití gravitačního manévru nahrazuje sondám až desítky tun paliva, se kterými by jinak musely startovat. Pomocí gravitačního vlivu kosmického tělesa na sondu můžeme zpřesnit údaje o hmotnosti tohoto tělesa.

Pokud by se někdo chtěl zabývat lety kosmických sond mnohem podrobněji, velmi doporučujeme knihy *Orbital Mechanics for Engineering Students* [7] a *Astronautics: The Physics of Space Flight* [60]. Obě obsahují velké množství řešených příkladů a uvažují pohyb sond od těch nejjednodušších situací až po složité trajektorie ve sluneční soustavě ve 3D.

Kapitola 3

Výzkum znalostí

V této kapitole uvedeme výsledky výzkumu, jehož cílem bylo zjistit znalosti žáků českých středních škol o letech kosmických sond a slapových jevech a odhalit možné miskoncepce.

3.1 Dotazník

Dotazník v podobě, v jaké byl zadán žákům, je na přiloženém CD. Při jeho tvorbě jsme postupovali následujícím způsobem. Protože výzkum zaměřený na lety sond zřejmě dosud nebyl proveden ani v zahraničí, museli jsme sestavit vlastní otázky. Ty byly vybrány na základě poznatků, které autor získal během 5 přednášek na 3 středních školách: Gymnázium Teplice (celkem třikrát, vždy pro jinou skupinu žáků), Gymnázium Litoměřická (Praha) a Střední škole automobilní a informatiky Hostivař (Praha). Již při první přednášce jsme žákům zadali otázky týkající se letů sond a na základě jejich odpovědí a následujících diskuzí jsme otázky upravili, případně jsme do dotazníku zařadili otázky nové. Přepracovanou verzi jsme potom zadali jiné skupině žáků při další přednášce. Takto jsme postupovali, dokud nevznikla konečná podoba dotazníku. Při sestavování otázek týkajících se slapových jevů jsme se částečně inspirovali výzkumem, který byl již dříve proveden ve Finsku, [56] a [57]. Navíc jsme zařadili několik otázek vlastních. Ještě před zahájením pilotáže dotazník vyplnilo 52 žáků a 6 učitelů a na základě připomínek několika vybraných odborníků byly otázky upraveny. Otázky z hlediska astronomie zkontrolovali doc. RNDr. Marek Wolf, CSc. a Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., z hlediska dotazníkového šetření byly otázky posouzeny RNDr. Martinou Kekule, Ph.D. a RNDr. Vojtěchem Žákem, Ph.D. a vhodnost otázek pro středoškoláky ověřil RNDr. Stanislav Gottwald.

3.2 Pilotáž

Před zahájením hlavního výzkumu jsme aktuální podobu dotazníku ještě ověřili v pilotáži. Pro ni byly vybrány dvě střední školy, Gymnázium Sázavská a Gymnázium Špitálská (obě Praha). Dotazníky vyplnilo 79 žáků a 2 učitelé. Pilotáž proběhla v červnu 2013. Následně jsme dotazníky vyhodnotili a identifikovali jsme ty otázky, u nichž měli někteří žáci potíže s pochopením toho, na co mají odpovídat. Poté jsme v dotazníku provedli tyto změny:

- Vynechali jsme otázku „Technika gravitačního manévru se používá i ke zpomalování sondy. K čemu může být zpomalení sondy užitečné?“ Jednak je možnost, že na to žáci odpoví již v otázce „2. Jaké další výhody může podle Tebe technika gravitačního manévru přinášet (kromě změn směru letu a rychlosti)?“, a jednak drtivá většina žáků uváděla „lepší, kvalitnější snímky, když se u planety zpomalí“ – ve skutečnosti během gravitačního manévru má sonda vůči planetě největší rychlost v okamžiku největšího přiblížení, takže v podstatě všechny odpovědi v pilotáži byly chybné (pokud žáci vůbec na otázku odpovídali).
- Do obrázku, do kterého se má dokreslit trajektorie sondy (otázka 5.), byla doplněna šipka naznačující směr obíhání planet kolem Slunce. I když bylo v zadání otázky napsáno „planety obíhají Slunce proti směru hodinových ručiček“, někteří žáci tuto informaci vůbec nezaregistrovali a hledali budoucí polohu Jupiteru v jeho protipohybu.
- Obrázek, kde mají žáci zakreslit deformaci Země, kterou způsobují slapové síly (otázka 6.), byl rovněž upraven, původně obsahoval Zemi a Měsíc ve správném měřítku, jejich vzdálenost však ve správném měřítku nebyla – obrázek tedy obsahoval dvě různě velké kružnice. Část žáků nový tvar Země kreslila na Měsíc a několik žáků diskutovalo, jestli jsou velikosti Země a Měsíce opravdu ve správném poměru. Proto jsme se rozhodli Měsíc v obrázku úplně vynechat (nicméně při vlastním výzkumu se ukázalo, že nový obrázek také někteří žáci nepochopili, takže pro případný podobný výzkum navrhuje ještě další variantu obrázku, viz dále).
- Nakonec jsme ještě přidali otázky týkající se přivrácené strany Měsíce a porovnávání velikostí gravitačních sil působících na Zemi od Slunce a od Měsíce, stejně jako porovnávání vlivu Měsíce a Slunce na příliv a odliv (otázky 9. a 10.). Pro některé žáky bylo totiž při diskuzích během přednášek velmi šokující, že na výšku přílivu a odlivu má nezanedbatelný vliv i Slunce a že na Zemi působí větší gravitační silou Slunce než Měsíc, ačkoli je Měsíc podstatně blíže.

Výsledky pilotáže se dále zabývat nebudeme, cílem bylo zjistit, jestli jsou formulace otázek pro žáky srozumitelné. Navíc některé závěry pilotáže jsou obsahem článku [13]. Rovnou se zaměříme na hlavní výzkum.

3.3 Výsledky žáků

Výzkumu se účastnilo 800 žáků z 13 gymnázií z celé České republiky. Výběr škol probíhal „náhodně“¹⁸ podle [37], kde podle zadaných kritérií (vyhledání gymnázií v jednotlivých krajích) bylo nalezeno 351 gymnázií, ze kterých bylo postupně osloveno 110 učitelů. Pokud se z některého kraje při prvním rozeslání emailů nikdo neozval, byly do daného kraje poslány další emaily na jiné školy. Ze všech oslovených učitelů se výzkumu nakonec rozhodlo účastnit právě 13 osob (z námi provedeného „náhodného“ výběru tak sami oslovení učitelé provedli další výběr).

¹⁸ „Náhodný“ výběr probíhal tak, že jsme nejprve z nalezeného seznamu podle [37] vybrali každou druhou školu, a z ní vybrali jednoho učitele(ku) fyziky, kterého(ou) jsme oslovili.

Přehled zúčastněných škol je v Tabulce 3.1. Ze 14 krajů nebyly ve výzkumu zastoupeny pouze kraje Plzeňský, Karlovarský a Zlínský.

kraj	osloveno učitelů	zúčastněné školy	počet tříd	počet žáků
Hlavní město Praha	8	G Přípotoční G Christiana Dopplera	2 4	60 64
Středočeský	7	G Benešov	2	53
Jihočeský	2	G Písek G Český Krumlov	4 3	89 58
Plzeňský	16	—	—	—
Karlovarský	13	—	—	—
Ústecký	16	Podkrušnohorské G Most	2	39
Liberecký	2	Podještědské G Liberec	2	29
Královéhradecký	4	G Nový Bydžov	2	36
Pardubický	6	G Lanškroun	2	41
Vysočina	8	G Pelhřimov	4	70
Jihomoravský	8	G Tišnov	3	92
Olomoucký	2	G Jeseník	3	66
Moravskoslezský	2	G Český Těšín	4	103
Zlínský	16	—	—	—
celkem	110	13	37	800

Tabulka 3.1: Přehled škol, které se výzkumu účastnily. Písmeno G označuje gymnázium.

Zadání dotazníků probíhalo následovně. Učitelům byla zaslána obálka s dostatečným počtem dotazníků a pokyny pro jejich vyplnění. V obálce byla rovněž odpovědní obálka společně s poštovními známkami – učitelé tak nemuseli sami nic kopírovat ani platit poštovné (to jsme jim sdělili hned v prvním emailu, abychom případné zájemce neodradili tím, že by se mohli domnívat, že dotazníky budou sami kopírovat a ještě platit za posláním dotazníků zpět). Na vyplnění dotazníku byl stanoven maximální časový limit 45 minut (z pilotáže vyplynulo, že většině žáků stačí 30 minut). Žáci měli pracovat samostatně, nepoužívat žádnou literaturu ani internet, pokud někdo potřeboval, mohl použít klasický kapesní kalkulátor. Učitelé měli žákům zdůraznit, že většinu odpovědí na otázky v dotazníku mohou vymyslet, ačkoli témata (nejspíš) neprobírali.

Pro výzkum jsme vybrali žáky **druhých a třetích ročníků** čtyřletých gymnázií a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií – chtěli jsme mít jistotu, že žáci určitě probírali *Mechaniku*, zejména pak *Gravitační pole* (nechtěli jsme do výzkumu zahrnout maturitní ročníky, které jsou jednak vytížené přípravou na maturitu a jednak probírali *Mechaniku* už před poměrně dlouhou dobou). Vyplňování dotazníků probíhalo od listopadu 2013 do ledna 2014.

Po obdržení vyplněných dotazníků jsme učitelům poslali řešení otázek včetně doplňujících informací o slapových jevech a letech sond. Zároveň jsme jim sdělili odkaz na internetové stránky [16], odkud si mohli stáhnout námi vytvořené animace.

Všechny odpovědi žáků byly přepsány do elektronické podoby, příslušný soubor je na přiloženém CD.

3.3.1 Informace o žácích

Výzkumu se účastnilo 800 žáků, z toho 443 dívek a 353 chlapců (ve 4 případech pohlaví nebylo uvedeno). Dívky tedy byly zastoupeny 55 % a chlapci 44 %. Úvodní stránka dotazníku byla věnována samotným žákům, abychom získali stručný přehled o tom, kdo dotazníky vyplňoval. Věk žáků se pohyboval od 15 do 20 let, průměrný věk byl 16,84 let, detaily uvádí Tabulka 3.2. Výzkumu se účastnili žáci se všemi možnými známkami z fyziky (ačkoli pětku měl jen 1 žák), průměrná známka byla 2,39, detaily jsou v Tabulce 3.3.

věk	počet
15 let	1
16 let	269
17 let	380
18 let	138
19 let	3
20 let	1

Tabulka 3.2: Věk žáků. Průměrný věk žáka byl 16,84 let. Osm žáků svůj věk neuvedlo.

známka	počet
1	161
2	260
3	247
4	106
5	1
neuvedeno	25

Tabulka 3.3: Znamky žáků. 25 žáků známku neuvedlo, nebo si ji nepamatovalo. Průměrná známka byla 2,39.

Rovněž jsme se žáků ptali, jaké soutěže řeší. Nejčastější soutěží byla *Matematická olympiáda*. Žáci měli uvést, jak často se dané soutěže účastní, na to však odpovědělo jen několik žáků. Navíc 49 žáků dále uvedlo, že soutěže řešili jen na základní škole. Takže pokud někdo napsal jen název soutěže, nemůžeme určit, jak často a kdy naposledy ji řešil. Přehled nejčastějších soutěží je v Tabulce 3.4. Z méně četných soutěží se objevovaly tyto (počet řešitelů byl maximálně dva): *Internetová matematická olympiáda*, *Matematický korespondenční seminář*, *iBobr*, *Gymnazion*, *Logická olympiáda*, *Středoškolská odborná činnost*, *Pro chytré hlavy*, *Turnaj mladých fyziků*. Celkem 194 žáků uvedlo, že řeší alespoň jednu soutěž (zaměřenou na fyziku, matematiku, nebo astronomii). Z odpovědí vyplynulo o Gymnáziu Christiana Dopplera: „Matematickou olympiádu máme povinnou, Fyzikální olympiádu jsme měli minulý rok povinnou.“

Další otázkou zaměřenou na žáky byla volba oboru, který by chtěli studovat na vysoké škole. Žáci mohli volit více oborů najednou (málokdo je totiž v tomto věku již pevně rozhodnutý, co bude studovat). Nejčastější volbou jsou *Humanitní obory*, avšak *Přírodovědné obory*, *Technické obory*, a dokonce i *Matematika* či *fyzika* jsou rovněž poměrně časté. Pro podrobnosti viz Tabulku 3.5. Z jiných oborů byl

soutěž	počet
Matematická olympiáda	80
Fyzikální olympiáda	51
Astronomická olympiáda	42
Klokán (matematický)	33
FYKOS	7

Tabulka 3.4: Soutěže, kterých se žáci zúčastnili (jednou, či opakovaně). Další soutěže byly méně četné.

nejčetnější *Sport* (21 žáků), dále *Jazyky* (19 žáků) a *Psychologie* (16 žáků), ostatní obory byly méně četné. Položku *Jiný obor* někteří žáci používali jako upřesnění jejich volby, tj. zatrhlí volbu *Humanitní obory* a jako jiný obor uvedli, že chtějí studovat jazyky. Jiní žáci však neměli zatrhnuté *Humanitní obory* a přesto uvedli, že chtějí studovat jazyky.

obor	počet	obor	počet
Humanitní obory	301	Matematika či fyzika	134
Přírodovědné obory	194	Umělecké obory	129
Medicína	190	Ekonomie	109
Právo	144	Informatika, počítače	96
Technické obory	134	Jiný obor	95

Tabulka 3.5: Volba vysokoškolských oborů, které by žáci chtěli jít studovat. Žáci mohli zaškrtnout více oborů najednou.

Poslední otázkou zaměřenou na žáky samotné byla (tímto způsobem budeme uvádět všechny další otázky, a sice otázku oddělíme shora i zdola dvěma čarami):

Jaký je Tvůj zájem o astronomii (nebo kosmonautiku) – sleduješ články na internetu, odebíráš odborný časopis, apod.?

Než budeme diskutovat odpovědi žáků na tuto otázku, uvedme nejprve význam jednotlivých sloupců v Tabulce 3.6, protože tímto způsobem budeme uvádět výsledky všech dalších otázek. Každé odpovědi přiřadíme kód, na který se budeme dále odkazovat, formát kódu bude vždy písmeno „K“, dále číslo otázky, tečka a číslo odpovědi. Sloupec *celkový počet* udává celkový počet odpovědí v dané kategorii bez ohledu na pohlaví, *celkový podíl* udává příslušný podíl odpovědí v dané kategorii z celkového počtu 800 žáků, *počet dívek* udává počet odpovědí dívek v dané kategorii a *podíl p_1* udává podíl odpovědí dívek v dané kategorii z počtu 443 dívek. Analogicky sloupec *počet chlapců* udává počet odpovědí chlapců v dané kategorii a *podíl p_2* udává podíl odpovědí chlapců v dané kategorii z počtu 353 chlapců. Odpovědi ve většině tabulek budeme řadit podle *celkového počtu* odpovědí v dané kategorii. U každé otázky vždy uvedeme význam jednotlivých kódů.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K0.1	391	49 %	216	49 %	175	50 %
K0.2	322	40 %	187	42 %	135	38 %
K0.3	76	10 %	36	8 %	40	11 %
K0.4	11	1 %	4	1 %	7	2 %

Tabulka 3.6: Zájem žáků o astronomii (nebo kosmonautiku).

Význam kódů:

- K0.1 *žádný zájem, bez odpovědi.*
- K0.2 *náhodný zájem.* Do této kategorie patří odpovědi jako například tato „Přímo nevyhledávám články, ale když na nějaký takový narazím, přečtu si ho.“, dále jsme sem přiřadili odpovědi, pokud se jedná o „zběžný, občasný, povrchní“ zájem.
- K0.3 *větší zájem.* Do této kategorie jsme zařadili odpovědi podobné této: „Sleduji články na internetu.“
- K0.4 *značný zájem.* Sem jsme přiřadili odpovědi podobné těmto: „Sleduji dokumenty o vesmíru na ČT1.“ nebo „V létě pozoruju oblohu, občas koukám na internetové stránky, kdy bude na nebi k vidění něco zajímavého (komety, zatmění, Perseidy).“

V mnoha případech nebylo specifikováno, jak často danou činnost žák provádí, nebo odkud přesně čerpá, pak jsme takovou odpověď zařadili do kategorie K0.3, i když lze samozřejmě spekulovat, jestli některé odpovědi typu „Sleduji články na internetu.“ nepatří spíše do kategorie K0.2. Žáci často odpovídali, že se o astronomii zajímali, když byli malí: „Jako malá jsem měla ráda čtení o vesmíru (sluneční soustavě, kosmonautice, astronomii...)“, nebo „Jako malá ano, teď prodávám teleskop, takže už ne.“

Více než 50 % žáků si tedy alespoň občas přečte nějaký zajímavý článek na internetu a zhruba 1 % žáků se o astronomii zajímá podrobně, např. pravidelným sledováním dokumentů, odebíráním časopisů o astronomii, nebo se věnuje pozorování noční oblohy.

U odpovědí žáků budeme rovněž porovnávat podíly odpovědí dívek a chlapců (tedy hodnoty p_1 a p_2). Pohledem na hodnoty v Tabulce 3.6 vidíme, že u této otázky žádné výrazné rozdíly mezi dívkami a chlapci nebyly (např. kategorii K0.1 volilo 49 % zúčastněných dívek a 50 % chlapců).

Mezi odpověďmi na tuto otázku, se objevily některé zajímavé názory:

- „Je škoda, že astronomie není v osnovách, fyzika by byla hned zajímavějším předmětem.“
- „Asi nejzajímavější a nejzábavnější z celé fyziky.“

Z odpovědí rovněž vyplynulo, že na Gymnáziu Český Krumlov mají fyzikálně-chemický seminář, jehož součástí je astronomie, a na Gymnáziu Pelhřimov mají astronomický kroužek.

Soubor s kódovanými odpověďmi je také na přiloženém CD. Dále se podíváme na výsledky znalostních otázek.

3.3.2 Gravitační manévr – odpovědi žáků

1. Slyšel(a) jsi o této technice někdy dříve? Pokud ano, uveď co nejpřesněji kde (od učitele jakého předmětu, jen jako zmínku nebo delší výklad; na internetu – jaká stránka; v časopise – název časopisu; apod.).

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K1.1	500	63 %	321	72 %	179	51 %
K1.2	65	8 %	35	8 %	30	8 %
K1.3	64	8 %	24	5 %	40	11 %
K1.4	63	8 %	27	6 %	36	10 %
K1.5	37	5 %	6	1 %	31	9 %
K1.6	32	4 %	14	3 %	18	5 %
K1.7	17	2 %	6	1 %	11	3 %
K1.8	10	1 %	6	1 %	4	1 %

Tabulka 3.7: Přehled zdrojů, kde se žáci dozvěděli o gravitačním manévru.

Význam kódů:

- K1.1 *bez odpovědi, o tom jsem neslyšel(a).*
- K1.2 *od učitele.*
- K1.3 *v dokumentu v televizi.*
- K1.4 *na internetu.*
- K1.5 *ve filmu či seriálu.*
- K1.6 *zdroj nebyl uveden.*
- K1.7 *v časopise.*
- K1.8 *od kamaráda či příbuzného.*

Méně časté odpovědi, které jsme do Tabulky 3.7 neuváděli: 5 žáků se o gravitačním manévru dočetlo v encyklopedii či knize (konkrétní názvy nebyly uvedeny), 4 žáci gravitační manévr znají z her (*Angry Birds: Space, Kerbal Space Program*), dva žáci se s touto technikou seznámili v planetáriu, hvězdárně a astronomickém kurzu a jeden žák se o tom dozvěděl ze sci-fi komiksů.

Nejčastěji tedy žáci slyšeli o gravitačním manévru od svého učitele (v sedmi případech šlo o učitele zeměpisu). V podstatě stejně často o něm slyšeli v televizním dokumentu či na internetu. Filmy, ve kterých se podle žáků vyskytuje gravitační manévr: *Armagedon, Hvězdná pěchota, Apollo 11, Apollo 13, Europa Report*. Seriály se zmínkou o gravitačním manévru: *Farscape, Hvězdná brána, Teorie velkého třesku, Byl jednou jeden vesmír*¹⁹. Časopisy, ve kterých se žáci setkali

¹⁹Jestli ve všech těchto filmech a seriálech jde skutečně o gravitační manévr, jsme neověřovali.

s touto technikou: *21. století*²⁰, *Enigma*, *Tajemství vesmíru*.

Zajímavé odpovědi:

- „Většinou, když se na internetu objeví nějaká zpráva, která mě zajímá, dokážu se jí zabývat i celý den ve volném čase. Obvykle samozřejmě Wikipedia, ale někdy brouzdám i na stránkách univerzit vysokých škol. Mrzí mě ale, že tyto věci nejsou zahrnuty do výuky a někdy jim ani samotní učitelé nerozumí.“
- „Ano. Samostatně Wikipedia. Poté jsem to dostal všechno fyzikálně podložené + příklady na vypočítání na předmětech na ČVUT.“

Dvě odpovědi přesně vystihující použití gravitačního manévru:

- „Ano, v seriálu Stargate, když loď Destiny zpomalovala okolo plynné planety pro správnou rychlost vstupu do hvězdy.“
- „Ze seriálu Farscape ve kterém pomocí tohoto manévru odletí ze sluneční soustavy.“

Podle Tabulky 3.7 je zřejmé, že 63 % žáků nikdy o gravitačním manévru neslyšelo a dívky v tomto ohledu převažují. Větší rozdíl mezi dívkami a chlapci je ve sledování filmů a seriálů s vesmírnou tematikou, dívky na takové filmy asi moc nekoukají.

2. Jaké další výhody může podle Tebe technika gravitačního manévru přinášet (kromě změn směru letu a rychlosti)?

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K2.1	345	43 %	225	51 %	120	34 %
K2.2	242	30 %	91	21 %	151	43 %
K2.3	108	14 %	65	15 %	43	12 %
K2.4	85	11 %	49	11 %	36	10 %
K2.5	18	2 %	7	2 %	11	3 %
K2.6	9	1 %	4	1 %	5	1 %
K2.7	8	1 %	2	0 %	6	2 %
K2.8	6	1 %	3	1 %	3	1 %

Tabulka 3.8: Další výhody gravitačního manévru.

Význam kódů:

- K2.1 *bez odpovědi* či „nevím“.
- K2.2 *úspora paliva* či *energie*. Správná odpověď.
- K2.3 *fotografie, průzkum, nové informace*. Správná odpověď. Zde si nicméně někteří žáci představují, že sonda pomocí gravitačního manévru při průletu kolem nějakého tělesa zpomalí a pořídí tak „ostřejší“ snímky – již dříve

²⁰Časopis 21. století je navíc žáky považován za *vědecký* časopis.

jsme uvedli, že ve skutečnosti se sonda *vůči planetě* pohybuje v okamžiku největšího přiblížení nejrychleji (ale řadíme tyto odpovědi do stejné kategorie).

- K2.4 *nesmysl*.
- K2.5 *odklon vesmírných těles*. Sem jsme přiřadili i tyto odpovědi „záchrana světa“, „změna dráhy některých objektů“, „bezpečnost“, „vyhnutí se srážce s jiným tělesem“. Je to vlastně také správná odpověď, protože o odklonu vesmírných těles pomocí gravitačního manévru se teoreticky uvažuje.
- K2.6 *dostat se dále do vesmíru*. Správná odpověď. Při úniku ze sluneční soustavy je potřeba dosáhnout únikové rychlosti, čehož v minulosti pomocí gravitačního manévru využily sondy *Pioneer 10 a 11, Voyager 1 a 2*. V současné době je již možné dosáhnout potřebné rychlosti na únik ze sluneční soustavy bez gravitačního manévru, jako tomu bylo v případě sondy *New Horizons*.
- K2.7 *kratší doba letu*. Správná odpověď.
- K2.8 *dosažení jiných těles sluneční soustavy*. Zde měli žáci na mysli buď nějaké obecné těleso, nebo často vnější planety. V podstatě kromě Marsu a Venuše se manévr používá k letům k ostatním planetám. Správná odpověď.

Žáci často volili více odpovědí najednou, takže celkový součet všech kategorií převyšuje 800.

Dva žáci se domnívají, že gravitační manévr žádné další výhody nepřináší.

Jaké nesmysly se v K2.4 mezi odpověďmi objevily:

- „gravitační konstanta“
- „průlet sondy gravitačním polem“, „překonávání gravitačních polí“, „... pokud vědci nastaví vypuštění sondy tak dobře, že by se pohybovala prakticky jen kolem gravitačních polí...“
- „změna tlaku“
- „pohyb po Vesmíru“
- „výroba energie pomocí pohybu, vytvoření energie“, „příbytek tepla – když rotuje, zahřívá se, mohli bychom vzniklou energii upotřebit“
- „Mám dojem, že se používá při vzletu a přistání rakety, raketoplánu.“
- „schopnost vytvořit na nějaké planetě život“
- „úspora paliva a energie; posádka si může odpočinout“
- „Šetření energie při různých dálkových letech napříč galaxií“
- „ušetří benzín“

Z nesmyslů je patrné, že někteří žáci považují gravitační pole za konečné (to ostatně bude ještě více zřetelné u dalších otázek), sondy podle některých žáků létají na benzín, v sondách létá lidská posádka, sondy již létají „napříč galaxií“.

U této otázky se objevily tyto odpovědi zasluhující pozornost:

- „ Díky změřené gravitaci můžeme zjistit hmotnost, možná i velikost a snad i jiné údaje o planetě.“ K přesnějšímu určení hmotnosti oblétaného tělesa se gravitační manévr opravdu používá.
- Tři žáci zmínili, že první sondou, která tuto techniku použila, byl *Messenger 10*, avšak zřejmě šlo o opisování, neboť všichni žáci jsou z jedné třídy

(dotazníky navíc následovaly ihned po sobě)²¹.

- Jeden žák zmínil, že díky této technice byl zachráněn raketoplán.

Na tuto otázku neodpovědělo 43 % žáků, 11 % uvádělo nesmysly, 31 % (kategorie K2.2 a K2.7) uvedlo jednoznačně správnou odpověď a u dalších odpovědí si nemůžeme být zcela jistí, jak přesně žáci svou odpověď mysleli, byť jejich odpovědi patří spíše k těm správným.

Porovnáme-li odpovědi dívek a chlapců, pak z Tabulky 3.8 vidíme, že to byly ve větší míře dívky, kdo neodpovídal. Správnou odpověď K2.2 psali spíše chlapci. Ostatní odpovědi byly buď vyrovnané (z hlediska dívek a chlapců), nebo méně četné.

3. Pomocí kterých fyzikálních zákonů můžeme změny rychlosti sondy vysvětlit?

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K3.01	264	33 %	174	39 %	90	25 %
K3.02	168	21 %	81	18 %	87	25 %
K3.03	79	10 %	30	7 %	49	14 %
K3.04	76	10 %	42	9 %	34	10 %
K3.05	69	9 %	38	9 %	31	9 %
K3.06	59	7 %	26	6 %	33	9 %
K3.07	57	7 %	26	6 %	31	9 %
K3.08	44	6 %	25	6 %	19	5 %
K3.09	37	5 %	22	5 %	15	4 %
K3.10	36	5 %	14	3 %	22	6 %
K3.11	25	3 %	15	3 %	10	3 %
K3.12	20	3 %	8	2 %	12	3 %
K3.13	15	2 %	8	2 %	7	2 %
K3.14	11	1 %	9	2 %	2	1 %

Tabulka 3.9: Fyzikální zákony nutné k vysvětlení změn rychlosti sondy při gravitačním manévru.

Význam kódů:

- K3.01 *bez odpovědi* či „nevím“.
- K3.02 *Newtonův gravitační zákon*. Částečně správná odpověď.
- K3.03 *odstředivá* či *dostředivá síla*.
- K3.04 *gravitační síla*.
- K3.05 *gravitace*.
- K3.06 *Newtonovy pohybové zákony*.

²¹Tato situace nastala i u dalších otázek, kdy dvě nebo tři stejné odpovědi následovaly ihned po sobě, proto dále budeme rovnou uvádět, že danou odpověď věděl jen jeden žák.

- K3.07 1., 2., nebo 3. pohybový zákon.
- K3.08 Keplerovy zákony.
- K3.09 zákon zachování energie. Částečně správná odpověď.
- K3.10 nesmysl.
- K3.11 přitažlivost.
- K3.12 zrychlení. Žáci uváděli tato zrychlení: gravitační, tíhové, odstředivé, dostředivé; nebo byl uveden pouze tento pojem bez dalších podrobností.
- K3.13 gravitační pole.
- K3.14 gravitační zákon + zákon zachování energie. Správná odpověď.

Žáci často volili více odpovědí najednou, takže celkový součet všech kategorií převyšuje 800.

Z méně častých odpovědí zmiňme tyto:

- Einsteinův gravitační zákon, Teorie relativity či Obecná teorie relativity se objevili 9krát,
- tíhová síla 5krát,
- pětkrát byl uveden vzorec $F_g = mg$ (občas byl dokonce nazván gravitačním zákonem),
- pětkrát žáci napsali vzorec $v = \frac{s}{t}$,
- zákon zachování hmotnosti, nebo uvedena jen „hmotnost“ 5krát,
- zákon zachování hybnosti, nebo uvedena jen „hybnost“ 5krát,
- zákon zachování rychlosti či zákony rychlosti 3krát.

Někteří učitelé řadí gravitační zákon jako 4. pohybový zákon, takže je možné, že někteří žáci měli na mysli právě gravitační zákon, ale napsali „Newtonův pohybový zákon“, a tím pádem je odpověď zařazena v kategorii K3.06.

Jaké nesmysly se v K2.4 mezi odpověďmi objevily:

- „Faradayovy zákony“
- „magnetická síla“ a „magnetické pole“
- „termodynamické zákony“, „teplota“, „vnitřní energie tělesa“
- „Archimédův zákon“
- „odpudivé síly“
- „chemické složení“
- „odpor, tření“
- „rotace“, „úhlová rychlost“
- „vrhy“
- „trajektorie“
- „skládání vektorů“, „sčítání vektorových sil“
- „zákon odrazu“
- „kruhová rychlost“
- „hustota atmosféry“
- „odstředivý zákon“, „dostředivá rychlost“
- „Galileovy zákony“
- „zákon zachování kinetické energie“
- „gravitační konstanta“

Žáci pracují s pojmy jako „odstředivost“, „dostředivost“, „zákon(y) odstředivosti“, „zákon(y) dostředivosti“; nebo rozlišují zvlášť pohybové zákony a zvlášť

např. zákon akce a reakce či jiný z pohybových zákonů.

Některé mylné představy:

- „Čím více se sonda přiblíží k planetě, začne působit gravitace – urychlí se let.“
- „čím menší rychlost sondy, tím je gravitace silnější.“
- „... pokud je sonda v blízkosti k planetě s gravitací...“
- „ve Vesmíru není gravitace“

Tyto odpovědi uvádíme pro pobavení nad upřímností některých žáků:

- „Jsem ráda, že alespoň vím, co je to sonda.“
- „Těžko říct, nedělám v NASA.“
- „Nevím, nechci plácát nesmysly.“
- „Existuje jich tolik, že nevím, které si mám vybrat...“

Za pozornost stojí ojedinělá správná odpověď jednoho žáka: „Vzhledem k planetě se rychlost nemění – Zákon zachování mechanické energie“.

Z Tabulky 3.9 vidíme, že 33 % žáků neodpovědělo, zcela správnou odpověď napsalo 1 % žáků, částečně správnou 26 % (kategorie K3.02 a K3.09), 5 % psalo nesmysly a více jak 37 % žáků vůbec nenapsalo fyzikální zákon (především pracovali s pojmem *síla*). Kategorie K3.03 (a jiné) je vlastně také nesmyslnou odpovědí, ale je natolik početnou, že je v samostatné kategorii. U této otázky i dalších je proto nutné pohlížet na kategorii nazvanou *nesmysly* tak, že obsahuje méně četné nesmyslné odpovědi, nebo vyložené nesmysly.

I u této otázky platí, že spíše neodpovídaly dívky než chlapci. Byli to spíše chlapci, kdo uváděl *odstředivou* či *dostředivou sílu*.

4. Sonda Ulysses letěla k Jupiteru 1 rok a 4 měsíce. Sonda byla vypuštěna z raketoplánu Discovery z oběžné dráhy Země a byla vybavená osmi tryskovými motory. Odhadni, kolik procent z této doby (od vypuštění sondy až po její přilet k planetě Jupiter) používala k letu palivo (0 % = sonda palivo k letu vůbec nepoužila, 100 % = sonda používala palivo během celého letu). Svůj odhad vysvětli.

Všechny odhady jsme nejprve zapsali tak, jak žáci odpověděli a následně odpovědi rozdělili do jednotlivých intervalů, většinou o délce 10 %. Vyčlenili jsme krajní odpovědi 0 % a 100 % a dále odpověď 50 %, která byla úplně nejčastější (nepočítáme-li kategorii *bez odpovědi*). *Nesmysly* byly 4 (číslo nad 100 % či sada více čísel). Bohužel někteří žáci nepochopili zadání, a tak místo odhadu využití motorů psali odhad využití paliva, a možná právě proto byla odpověď 100 % tak častá. Tuto otázku bude nutné v případném dalším testování přeformulovat.

Správnou odpovědí je číslo (výrazně) pod 1 %, tedy interval (0 %; 1 %]. Sondy používají tryskové motory pouze ke korekcím trajektorie, správnému natočení k pozorovanému tělesu a při přiletu k planetě ke zpomalení, pokud se má sonda stát oběžnicí planety, tj. sondy tryskové motory k samotnému letu vůbec nepoužívají (pokud nepočítáme start). Po startu se sondy pohybují setrvačností v gravitačním poli Slunce. Pokud bychom udělali hodně nadnesený odhad, že by sonda používala tryskové motory celý jeden den (v souhrnu za celý let, nikoli jen při startu), vychází nám pro sondu *Ulysses* poměr 0,20 %. Bohužel, přesné detaily letu této sondy se nepodařilo najít, nicméně uvedme podobný příklad jiné

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
bez odpovědi + nesmysly	117	15 %	87	20 %	30	8 %
0 %	18	2 %	10	2 %	8	2 %
(0 %; 1 %]	40	5 %	4	1 %	36	10 %
(1 %; 5 %]	29	4 %	3	1 %	26	7 %
(5 %; 10 %]	59	7 %	18	4 %	41	12 %
(10 %; 20 %]	68	9 %	25	6 %	43	12 %
(20 %; 30 %]	67	8 %	31	7 %	36	10 %
(30 %; 40 %]	56	7 %	32	7 %	24	7 %
(40 %; 50 %)	18	2 %	12	3 %	6	2 %
50 %	77	10 %	57	13 %	20	6 %
(50 %; 60 %]	50	6 %	29	7 %	21	6 %
(60 %; 70 %]	58	7 %	40	9 %	18	5 %
(70 %; 80 %]	55	7 %	33	7 %	22	6 %
(80 %; 100 %)	31	4 %	16	4 %	15	4 %
100 %	57	7 %	46	10 %	11	3 %

Tabulka 3.10: Odhad využití motorů sondy během letu.

sondy. Sonda *Galileo* startovala z paluby raketoplánu Atlantis, od startu raketoplánu do vypuštění sondy uplynulo 6 h 22 min, za další 1 h 10 min už byly veškeré fáze startu samotné sondy ukončeny. Při příletu k Jupiteru byly použity motory po dobu 49 min a samotné korekce trajektorie trvají maximálně několik desítek minut. Celkem tak bylo potřeba zhruba 10 hodin používat motory, takže odhad 1 den používání motorů v případě sondy *Ulysses* je skutečně nadhodnocený (a dokonce pro sondu *Galileo*, která k Jupiteru doletěla po více než 6 letech, vychází diskutovaný poměr menší než 0,05 %!). Poznámka: dnes se začínají používat iontové motory, které mají velmi malý tah, ale na rozdíl od tryskových motorů mohou pracovat po celou dobu letu, avšak i v tomto případě se gravitační manévry bude i nadále používat (jak dokládají sondy *Hayabusa* a *Dawn*).

Nejčastější je opět kategorie *bez odpovědi*, ve které opět převažují dívky. Odhad 100 % jednoznačně volily spíše dívky, naopak správnou odpověď v intervalu (0 %; 1 %] výrazně psali spíše chlapci než dívky, a stejně tak další nejlepší volbu (1 %; 5 %]. Pohledem na hodnoty v Tabulce 3.10 můžeme učinit závěr, že dívky spíše volily větší odhad, zatímco chlapci nižší.

Nyní se podíváme, jak žáci své odhady vysvětlovali.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K4.01	251	31 %	176	40 %	75	21 %
K4.02	181	23 %	74	17 %	107	30 %
K4.03	94	12 %	23	5 %	71	20 %
K4.04	71	9 %	50	11 %	21	6 %
K4.05	70	9 %	15	3 %	55	16 %
K4.06	63	8 %	30	7 %	33	9 %
K4.07	46	6 %	15	3 %	31	9 %
K4.08	37	5 %	30	7 %	7	2 %
K4.09	29	4 %	14	3 %	15	4 %
K4.10	25	3 %	17	4 %	8	2 %
K4.11	24	3 %	10	2 %	14	4 %
K4.12	22	3 %	14	3 %	8	2 %
K4.13	19	2 %	8	2 %	11	3 %
K4.14	17	2 %	14	3 %	3	1 %
K4.15	14	2 %	8	2 %	6	2 %
K4.16	13	2 %	4	1 %	9	3 %
K4.17	12	2 %	5	1 %	7	2 %
K4.18	10	1 %	7	2 %	3	1 %
K4.19	10	1 %	3	1 %	7	2 %

Tabulka 3.11: Vysvětlení odhadu využití motorů sondy během letu.

Význam kódů z Tabulky 3.11:

- K4.01 *bez odpovědi* či „nevím“.
- K4.02 *jen při startu*. Sem dále patří „jen na opuštění gravitace Země“, „k nasměrování a udělení počáteční rychlosti“.
- K4.03 *korekce letu*.
- K4.04 *Jupiter si sondu přitáhl svou gravitační silou* – ve smyslu, že do té doby se palivo používalo.
- K4.05 *žádné tření, odpor vzduchu*. Do této kategorie jsme přiřadili i tyto odpovědi: „ve vesmíru věci nezpomalují,“ „jde o rovnoměrný pohyb“ – žáci ovšem zapomněli na gravitační síly, které sondy mohou zpomalit.
- K4.06 *jiná (nesmyslná) odpověď*. Často nešlo o odpověď na otázku, např. „musí se k ní dostat“ nebo nešlo o zdůvodnění: „spotřebovala cca 2500 litrů paliva“. Jeden žák použil pojem *kinetická síla*.
- K4.07 *setrvačnost, setrvačná síla*. Protože žáci nerozlišují mezi těmito dvěma pojmy, zařadili jsme je do společné kategorie.
- K4.08 *bez paliva nelze letět*.

- K4.09 „logické“ vysvětlení.
- K4.10 *potřeba nechat si palivo na cestu zpět.* Žáci se domnívají, že se sonda může od Jupiteru vrátit zpět na Zemi.
- K4.11 *využila gravitační manévr.* U Jupiteru, Marsu, nebo neuvedeno kde.
- K4.12 *využívala gravitační síly.*
- K4.13 *palivo nutné pro průlet k Jupiteru.*
- K4.14 *let vesmírem bez potřeby paliva.*
- K4.15 *část paliva jako rezerva.* Často uvedeno „pro případ nouze“, nebo neuvedeno na co.
- K4.16 *využito gravitace Marsu.*
- K4.17 *palivo využité na přistání.* Tito žáci zřejmě neví, že Jupiter je plynná planeta, a o přistání tedy nemá smysl hovořit.
- K4.18 *ve vesmíru není gravitace.*
- K4.19 *překonávání či využívání gravitačních polí planet.*

Správnou odpovědí je, že palivo sondy používají především při startu, dále ke korekcím letu a malá část paliva se nechává jako rezerva, jinak se sonda pohybuje setrvačností v gravitačním poli Slunce: jde o kategorie K4.02, K4.03, K4.07 a K4.15.

Příklady K4.09 „logických“ vysvětlení:

- „určitě by neunesla palivo na 1 rok a 4 měsíce“
- „sem tam vypla motor, aby se nepřehřála“
- „100 % to určitě být nemůže“
- „proč by sondě motory přimontovali, kdyby je nepoužívala“
- „Měla by vypotřebovat veškeré palivo, vždyť proč by jí dávali palivo, které nevyužije?“

Mylné představy žáků:

- „vymanění z gravitačního pole Slunce, které je u Země vyšší než to Jupiterovo (prakticky tam působí, protože jsou nekonečná)“
- „ve vesmíru není gravitace, ale vakuum“
- „většinu času letěla ve volném prostoru mimo gravitační pole planet“
- „v místě, kde není gravitace, nebylo nutné používat tolik paliva jako v místě s gravitací“
- „hodně planet má gravitační pole“
- „musela použít palivo, když se nacházela mimo gravitační pole.“
- „... v gravitačním poli Jupiteru (jestli ho má) ...“
- „využívala absenci gravitační síly“
- „Byla vypuštěna určitou rychlostí a díky setrvačnosti se dále pohybovala sama. Určitou část paliva spotřebovala na trasu, kdy už setrvačnost nepůsobila.“
- „Vzdálenost od Země k Jupiteru je velká, určitě několik světelných let.“
- „i letadlo musí používat palivo, aby letělo“
- „používala palivo během celého letu, jinak by spadla“; „občas musí palivo použít, aby nespadla“
- „sonda se ve vesmíru vznáší“
- „díky nulovému odporu ve vakuu rychlost zůstává stejná“; „pokud se ve vesmíru rozpohybujeme, tak už sami od sebe nezpomalíme“; „Ve vesmíru

sondu nic nebrzdí“

- „sonda musela použít palivo během celého letu, jelikož za tak krátkou dobu by se tam nedostala“
- „sonda nemůže letět tak dlouho na setrvačnost“
- „planeta Mars je poměrně malá, tak si myslím, že princip gravitačního praku není tak efektivní“

Za pozornost stojí tyto odpovědi:

- „Využila silnou gravitaci Jupiteru ke změně své oběžné dráhy. Jupiter ji jako gravitační prak vyhodil na oběžnou dráhu téměř kolmou k rovině ekliptiky a Ulysses jako první sonda začala prolétávat mezi dvěma póly Slunce.“
- „Vím, že existuje iontový motor, který je úsporný.“
- Třikrát byla zmíněna *druhá kosmická rychlost* při startu.

U většiny žáků odhad vůbec neodpovídal zdůvodnění, např. „palivo je potřeba jen na startu“ a odhad žáka byl 90 %. Odhad 50 % byl často v souladu se zdůvodněním *potřeba nechat si palivo na cestu zpět*, ale někdo dal i více s tím, že k Jupiteru musela překonávat gravitační sílu Slunce a zpět jí vlastně tato síla pomáhala.

Při porovnání dívek a chlapců můžeme opět konstatovat, že dívky ve větší míře neodpovídaly. Výrazné rozdíly byly v těchto kategoriích: K4.02 a K4.03 (správné odpovědi) psali více chlapci, K4.04 odpovídaly spíše dívky, K4.05 a K4.07 chlapci.

Ještě jednou zopakujme, že někteří žáci nepochopili, že měli odhadnout, kolik procent doby letu se používají motory, ale psali odhad, kolik procent paliva sonda využila k letu. Vzhledem k tomuto faktu nebudeme na závěr hodnotit, kolik žáků odpovědělo správně a kolik žáků má výrazně mylné představy o používání motorů. Z odpovědí však vyplynulo (bez ohledu na nepochopení otázky), že žáci považují gravitační pole za **konečné**, a myslí si, že gravitační pole mají pouze některá vesmírná tělesa.

5. Do obrázku na další straně dokresli trajektorii sondy pohybující se mezi Zemí a Jupiterem. Země se v okamžiku startu sondy nachází v bodě Z, planeta Jupiter v bodě J. Planety na obrázku obíhají Slunce proti směru hodinových ručiček (naznačeno šipkou). Bod S značí Slunce. Jedná se o skutečné postavení Země a Jupiteru v okamžiku vypuštění sondy Ulysses dne 6. 10. 1990. Tato sonda letěla k Jupiteru a cesta trvala 1 rok a 4 měsíce. Sonda během letu k Jupiteru gravitační manévry nepoužívala. Oběžná doba Jupiteru kolem Slunce je 12 let. Nakreslenou trajektorii zdůvodni.

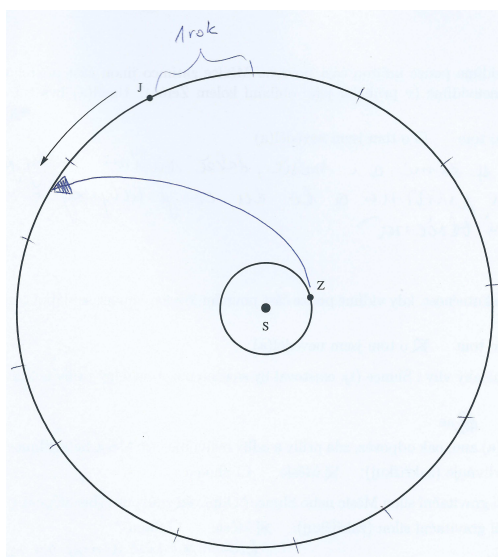
Tato otázka byla vyhodnocena tak, že jsme nejprve prošli zhruba 100 dotazníků, obrázky rozdělili do kategorií a všem obrázkům jsme pak přiřadili kódová označení. Poté, co jsme prohlédli všech 800 dotazníků, jsme přiřazení kategorií obrázkům znovu zkontrolovali. Kategorie jsou zapsány v Tabulce 3.12. Typické zástupce obrázků dané kategorie přikládáme dále, jde o originální žákovské náčrtky, viz Obrázky 3.1 až 3.15, u jejichž popisků je vysvětlen popis daných kategorií.

Kódové označení je následující. První písmeno „M“ určuje, že jde o náčrtky z části dotazníku o gravitačním manévru. Písmeno „A“ určuje správné, nebo téměř správné řešení, v kategorii „B“ jsou trajektorie úsečky, „C“ potom určuje správný tvar trajektorie, ale start opačným směrem oproti pohybu Země, „D“

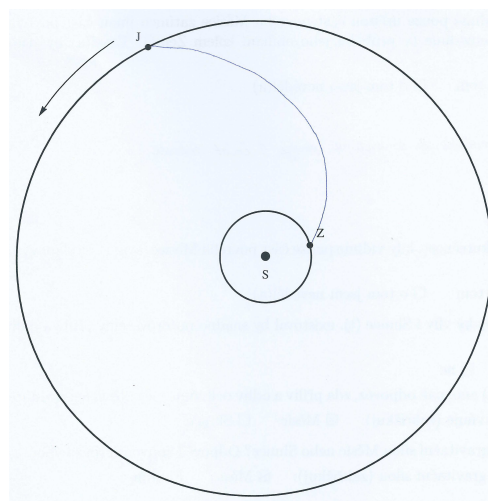
kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
MA1	190	24 %	70	16 %	120	34 %
MA2	46	6 %	36	8 %	10	3 %
MA3	20	3 %	10	2 %	10	3 %
MA4	87	11 %	36	8 %	51	14 %
MB1	60	8 %	30	7 %	30	8 %
MB2	9	1 %	6	1 %	3	1 %
MB3	24	3 %	13	3 %	11	3 %
MC1	6	1 %	4	1 %	2	1 %
MC2	10	1 %	5	1 %	5	1 %
MC3	7	1 %	3	1 %	4	1 %
MD1	12	2 %	9	2 %	3	1 %
MD2	34	4 %	24	5 %	10	3 %
ME1	7	1 %	7	2 %	0	0 %
ME2	163	20 %	95	21 %	68	19 %
ME3	125	16 %	95	21 %	30	8 %

Tabulka 3.12: Trajektorie sondy – obrázky žáků.

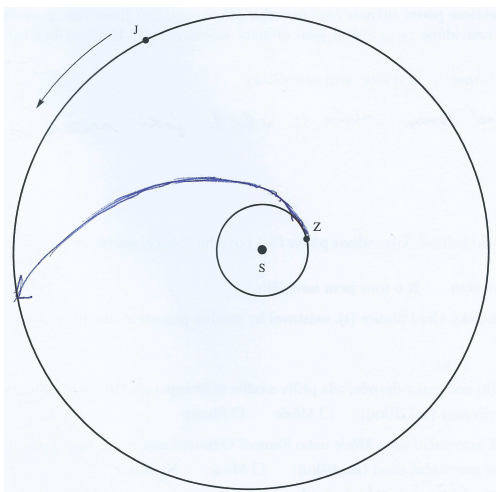
jsou spirály a „E1“ a „E2“ nesmysly, „E3“ žádné řešení. Pro bližší detaily viz popisky u Obrázků 3.1 až 3.15.



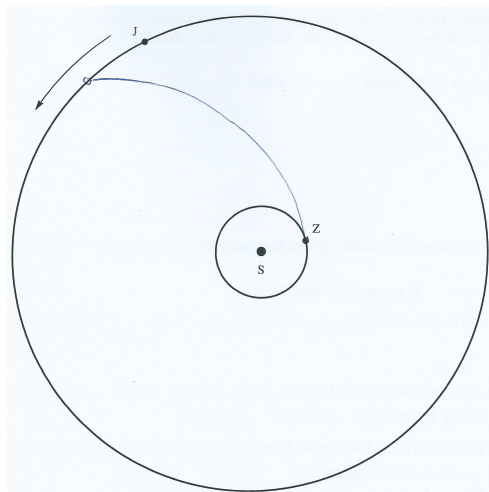
Obrázek 3.1: MA1. Správné řešení, trajektorie končí ve správné budoucí pozici Jupitera a má správný tvar.



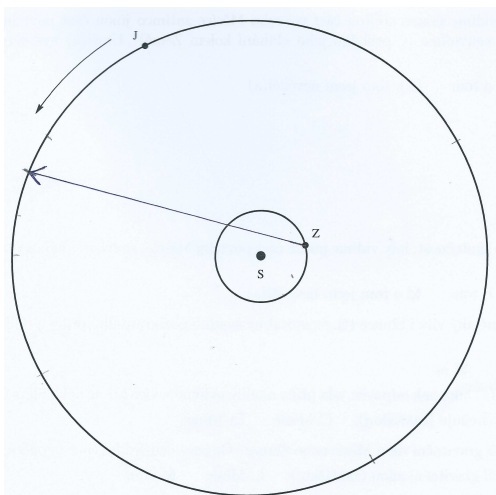
Obrázek 3.2: MA2. Trajektorie má správný tvar, avšak končí v původní poloze Jupitera.



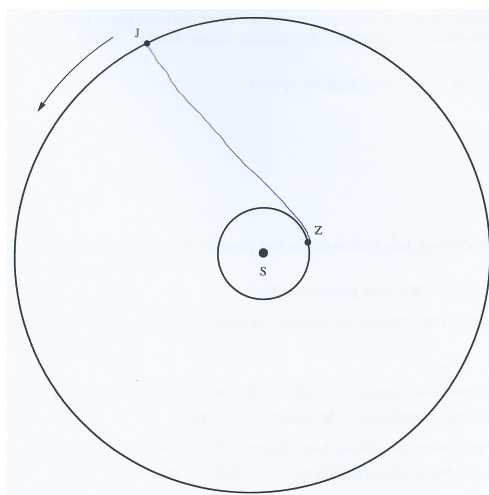
Obrázek 3.3: MA3. Trajektorie má správný tvar, avšak končí v budoucí poloze Jupitera, která je dále než správná budoucí poloha.



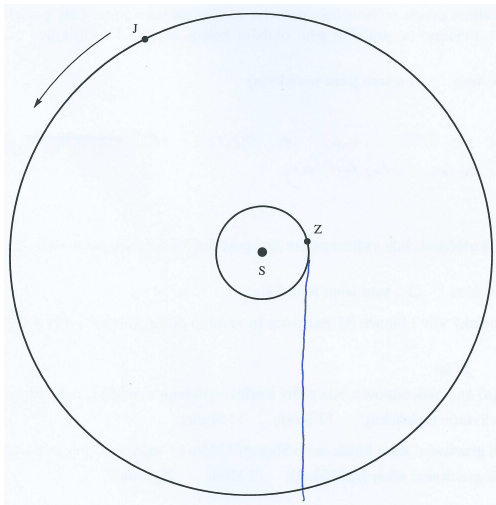
Obrázek 3.4: MA4. Trajektorie má správný tvar, avšak končí v budoucí poloze Jupitera, která je blíže než správná budoucí poloha.



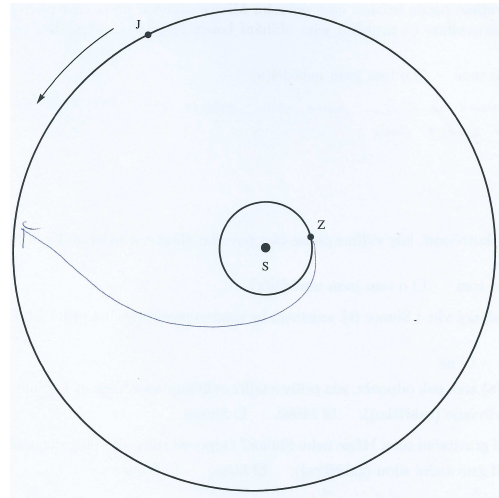
Obrázek 3.5: MB1. Trajektorie končí ve správné budoucí poloze Jupitera, ale jde o úsečku.



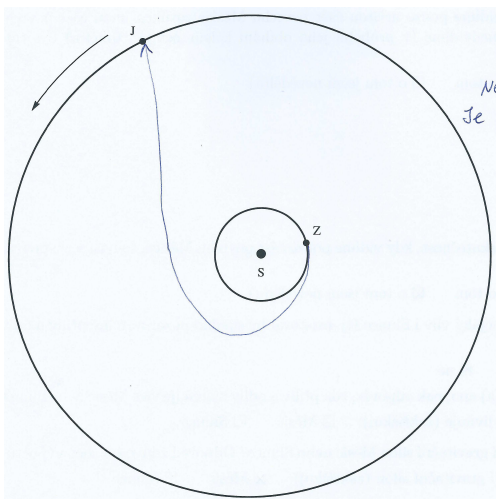
Obrázek 3.6: MB2. Trajektorie končí v původní poloze Jupitera a jedná se o úsečku.



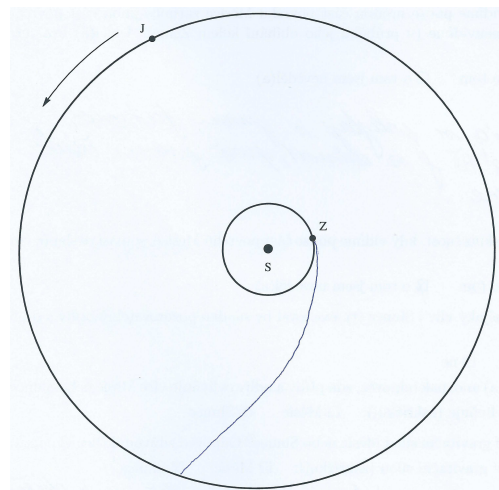
Obrázek 3.7: MB3. Trajektorie končí v jiné poloze Jupitera než správné budoucí či původní a jde o úsečku.



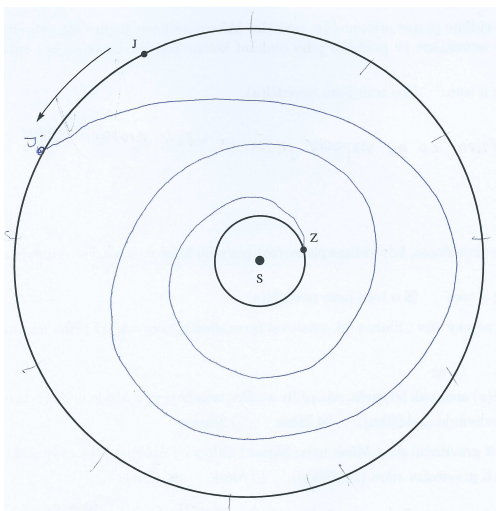
Obrázek 3.8: MC1. Trajektorie má správný tvar, končí ve správné budoucí poloze Jupitera, start sondy je proti směru pohybu Země.



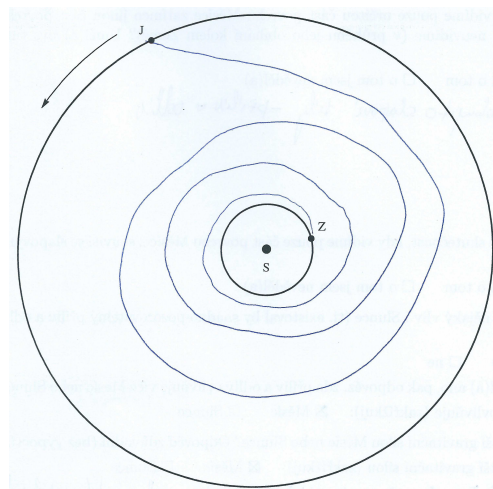
Obrázek 3.9: MC2. Trajektorie má správný tvar, avšak končí v původní poloze Jupitera a start sondy je proti směru pohybu Země.



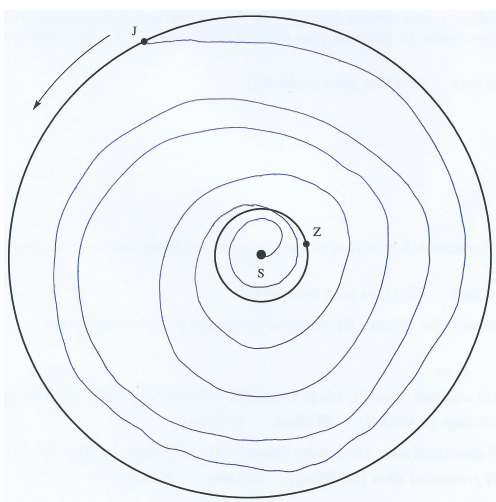
Obrázek 3.10: MC3. Trajektorie má správný tvar, končí v jiné poloze Jupitera než správné budoucí či původní a start sondy je proti směru pohybu Země.



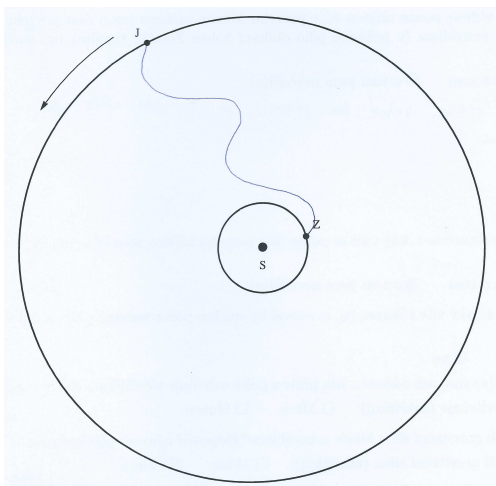
Obrázek 3.11: MD1. Trajektorií je spirála končící ve správné budoucí poloze Jupitera.



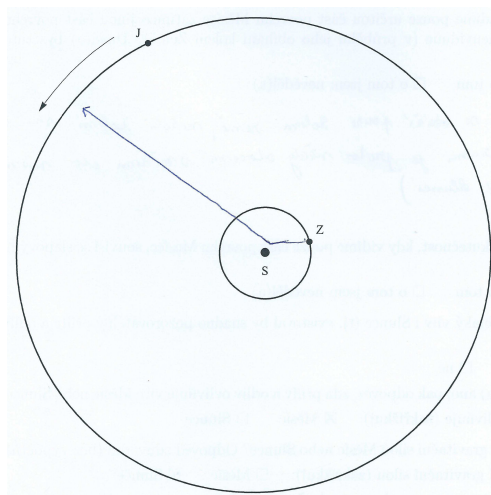
Obrázek 3.12: MD2. Trajektorií je spirála končící v původní poloze Jupitera.



Obrázek 3.13: ME1. Trajektorie (libovolného tvaru) začíná na Slunci.



Obrázek 3.14: ME2. Příklad nesmyslné trajektorie.



Obrázek 3.15: ME2. Další příklad nesmyslné trajektorie.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K5.01	464	58 %	281	63 %	183	52 %
K5.02	188	24 %	94	21 %	94	27 %
K5.03	75	9 %	39	9 %	36	10 %
K5.04	65	8 %	20	5 %	45	13 %
K5.05	18	2 %	10	2 %	8	2 %
K5.06	18	2 %	12	3 %	6	2 %
K5.07	11	1 %	3	1 %	8	2 %
K5.08	8	1 %	4	1 %	4	1 %
K5.09	7	1 %	4	1 %	3	1 %
K5.10	5	1 %	2	0 %	3	1 %

Tabulka 3.13: Trajektorie sondy – vysvětlení.

Význam kódů z Tabulky 3.13:

- K5.01 *bez odpovědi či „nevím“.*
- K5.02 *Jupiter se posunul.*
- K5.03 *jiná (nesmyslná) odpověď.* Často o zdůvodnění nešlo, např. „planety se stále točí“ nebo „přibližuje se k Jupiteru“.
- K5.04 *trajektorie zakřivená gravitační silou Slunce.*
- K5.05 *letí rovně, jde o nejkratší cestu.*
- K5.06 *Jupiter si sondu přitáhne.* Obvykle bylo dále uvedeno, že Jupiter při přitáhnutí sondy zakříví trajektorii.
- K5.07 *gravitační manévr nebyl použit.* Toto vlastně žádné zdůvodnění není.
- K5.08 *trajektorie zakřivená i gravitační silou Země.*
- K5.09 *zmíněna elipsa.*

- K5.10 *gravitační manévr*. V zadání otázky je jasně napsáno, že sonda gravitační manévr nepoužila.

Žáci často volili více odpovědí najednou, takže celkový součet všech kategorií převyšuje 800.

Mylné představy žáků:

- „letěla po hyperboloidu“ – očividně neví, že jde o těleso (i když musíme alespoň ocenit snahu křivku pojmenovat).
- „sonda držela směr ze začátku po oběžné dráze Slunce a potom opustila tento prostor“
- „na sondu působí tíhová síla Slunce“
- „sondu raketoplán vynesl nad atmosféru, odkud byla mimo gravitační pole vypuštěna“
- „sonda kvůli své velikosti nebyla moc ovlivněna gravitací Slunce“
- „Zakřivení je dáno reziduální kinetickou energií Země“
- „sonda nejdříve letěla po oběžné dráze Země, aby se nepoškodila v silné gravitační síle Slunce“
- „aby Slunce nepohltilo svou gravitační silou sondu (vyslat něco ze Země na Slunce není vůbec snadné)“
- poměrně často byla trajektorie nejprve nějak zakřivená a dále od Slunce rovná, protože dále od Slunce už není gravitace Slunce tak silná, tyto odpovědi jsme zařadili do K5.03.

Za pozornost stojí tato odpověď: „Prostoročas je zakřivený, čili přímá dráha není nejrychlejší → poletí po křivce.“

Z Tabulky 3.12 zjistíme, že správnou trajektorii nakreslilo 24 % žáků. U 12 % žáků končila trajektorie v původní poloze Jupitera (trajektorie MA2, MB2, MC2 a MD2). 12 % žáků nakreslilo úsečku (trajektorie MB1, MB2 a MB3). Celkem 35 % žáků vzalo do úvahy pohyb Jupitera a správně určili jeho polohu po 1 roku a 4 měsících od startu sondy (trajektorie MA1, MB1, MC1 a MD1). 6 % žáků si trajektorie sond představuje jako (většinou velmi komplikované) spirály. Dívky opět spíše neodpovídaly a správné řešení MA1 kreslili spíše chlapci. Nesmyslné trajektorie (ME2) kreslili chlapci v podstatě stejně často jako dívky. Zajímavostí je, že to byly pouze dívky, kdo kreslil trajektorie se začátkem na Slunci (ME1), nicméně to nebyla početná kategorie.

Když se podíváme na zdůvodnění obrázků do Tabulky 3.13, pak 58 % žáků vůbec neodpovědělo. Nejvíce žáci (správně) zdůvodňovali konec jejich trajektorie v budoucí poloze Jupitera (což ale nevysvětluje tvar), celkem 24 %. Tvar trajektorie nicméně mnoho žáků nezdůvodnilo – pouze 11 % (jediné kategorie zdůvodňují tvar – ať už správně nebo špatně – jsou K5.04, K5.05 a K5.08). Pouze 8 % správně zdůvodnilo tvar (K5.04) a pouze 7 žáků zmínilo, že se jedná o elipsu. 2 % žáků se domnívají, že sondy létají rovně, neboť jde o nejkratší cestu. Nicméně ani kategorie K5.04 plně nevysvětluje, proč je trajektorií tvar, jaký nakreslili. Musíme proto bohužel konstatovat, že **vůbec nikdo** úplně nevysvětlil nakreslený tvar trajektorie. Za úplně vysvětlení považujeme, že by se žáci měli opřít o tvrzení *1. Keplerova zákona*. Rozdíly mezi dívkami a chlapci při zdůvodňování tvaru trajektorie: dívky opět ve větší míře neodpovídaly a spíše chlapci psali (částečně) správná zdůvodnění K5.02 a K5.04.

3.3.3 Slapové jevy – odpovědi žáků

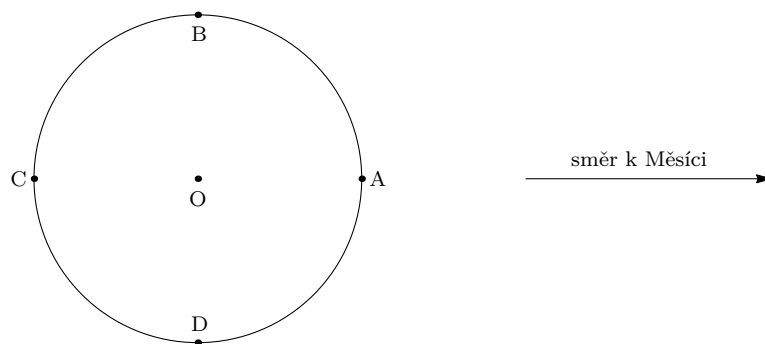
6. Do obrázku níže dokresli, jak slapové síly Měsíce deformují Zemi. Představ si, že by bez přítomnosti Měsíce byla Země kulatá. Co s původně kulovým tvarem Země udělá přítomnost Měsíce? Do obrázku tedy dokresli nový tvar Země deformovaný slapovým působením Měsíce. Šipka v obrázku značí směr k Měsíci. Nový tvar Země zdůvodni.

Tato otázka byla vyhodnocena tak, že jsme nejprve prošli zhruba 100 dotazníků, obrázky rozdělili do kategorií, všem obrázkům jsme pak přiřadili kódová označení, a poté jsme ještě znovu prošli všech 800 dotazníků a přiřazení kategorií obrázkům zkontrolovali. Kategorie jsou zapsány v Tabulce 3.14. Typické zástupce obrázků dané kategorie přikládáme dále, jde o originální žákovské náčrtky, viz Obrázky 3.17 až 3.29.

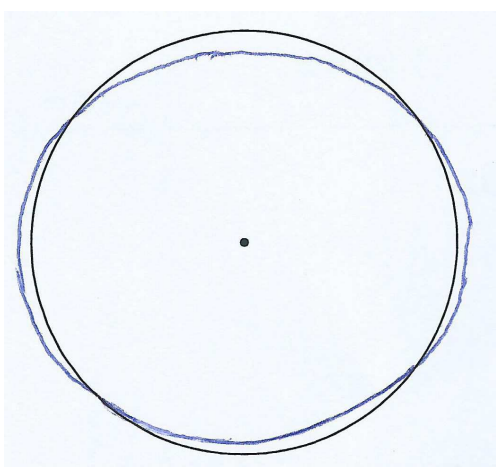
kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
SA1	139	17 %	55	12 %	84	24 %
SA2	16	2 %	6	1 %	10	3 %
SA3	69	9 %	47	11 %	22	6 %
SA4	50	6 %	34	8 %	16	5 %
SB1	35	4 %	20	5 %	15	4 %
SB2	18	2 %	13	3 %	5	1 %
SC1	10	1 %	7	2 %	3	1 %
SC2	16	2 %	7	2 %	9	3 %
SD1	29	4 %	13	3 %	16	5 %
SD2	73	9 %	42	9 %	31	9 %
SD3	168	21 %	109	25 %	59	17 %
SD4	174	22 %	88	20 %	86	24 %
SD5	3	0 %	2	0 %	1	0 %

Tabulka 3.14: Deformace Země způsobená slapovými silami – obrázky žáků.

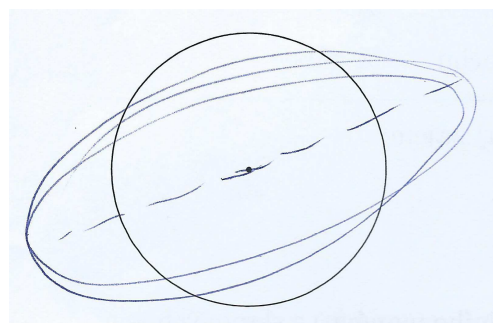
Kódové označení je následující. První písmeno „S“ určuje, že jde o náčrtky z části dotazníku o slapových jevech. Písmeno „A“ určuje správné, nebo téměř správné řešení, v kategorii „B“ jsou obrázky mající pouze jednu výduť, „C“ obsahuje změny ve tvaru Země ve směru kolmém ke směru k Měsíci, „D“ jsou nesmysly, „D3“ žádné řešení a „D5“ označuje žádnou změnu (tito žáci si myslí, že se s tvarem Země nic nestane). Pro bližší detaily viz popisky u Obrázků 3.17 až 3.29. Aby bylo jasné, o kterých změnách tvaru Země mluvíme, označme body na povrchu Země podle Obrázku 3.16.



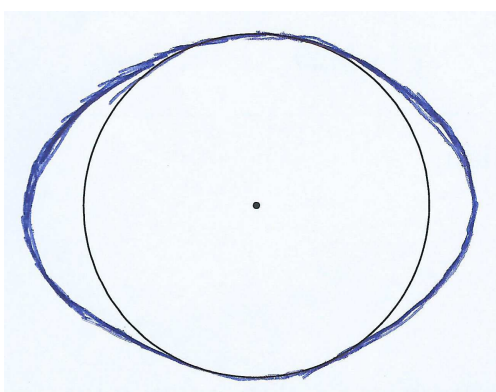
Obrázek 3.16: Označení bodů na povrchu Země. Bod A Země je nejbližší k Měsíci, bod C na Zemi je od Měsíce nejdále, body B a D jsou body povrchu Země, které leží na kolmici k úsečce AC, a tato kolmice prochází středem Země.



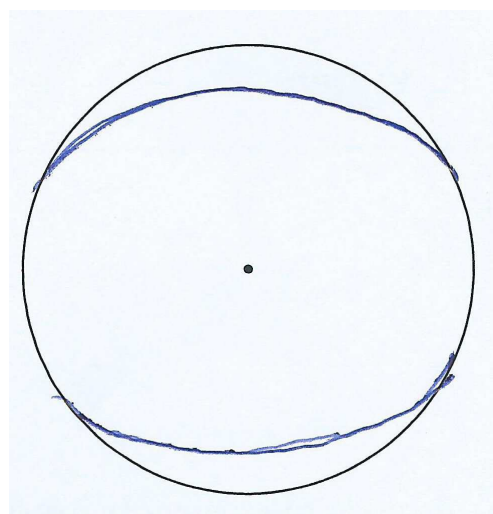
Obrázek 3.17: SA1. Správné řešení, výdutě u bodů A i C a zploštění u bodů B i D.



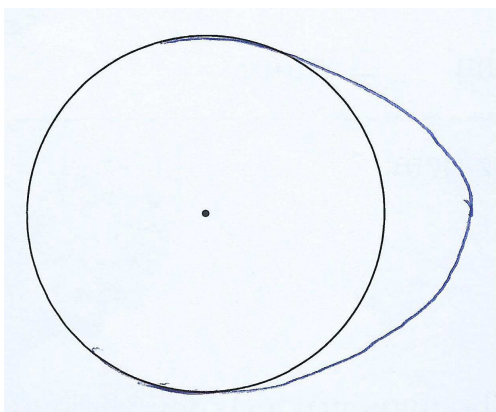
Obrázek 3.18: SA2. Správný tvar jako u kategorie SA1, ale mírně pootočen (ve směru či proti směru hodinových ručiček).



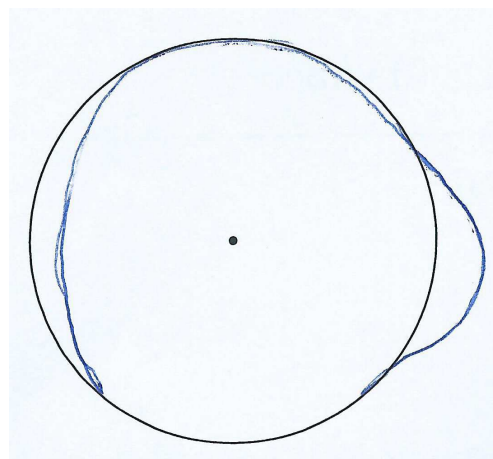
Obrázek 3.19: SA3. U bodů A i C jsou výdutě správně, ale u bodů B a D žádné zploštění.



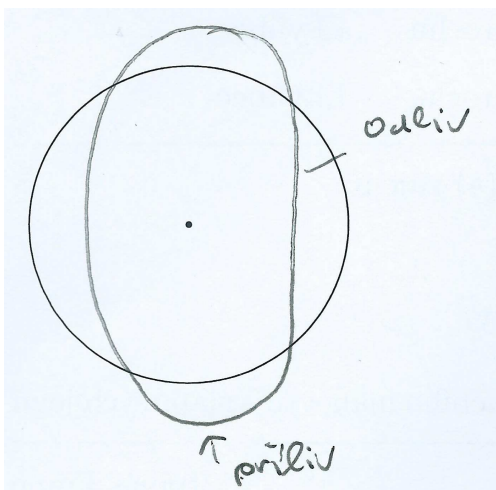
Obrázek 3.20: SA4. U bodů B a D nakresleno zploštění Země správně, ale u bodů A a C žádné výdutě.



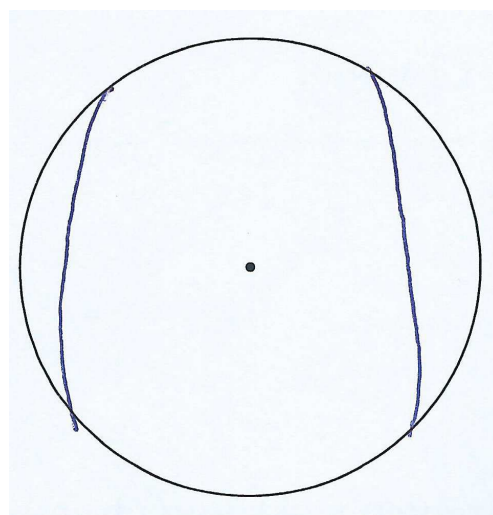
Obrázek 3.21: SB1. Pouze jedna výdut u bodu A, jinak žádné změny.



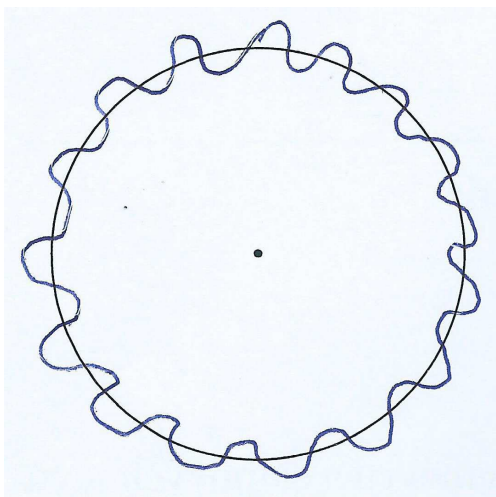
Obrázek 3.22: SB2. Pouze jedna výdut u bodu A, u bodu C zploštění, jinak žádné změny.



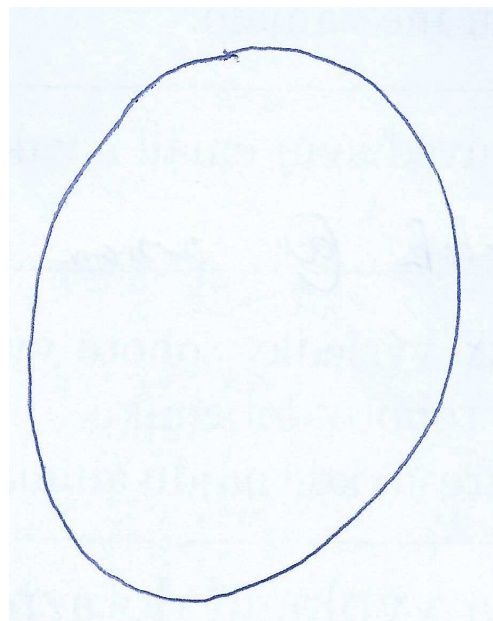
Obrázek 3.23: SC1. Správné řešení pootočené o 90° , u bodů A a C zploštění, u bodů B a D výdutě.



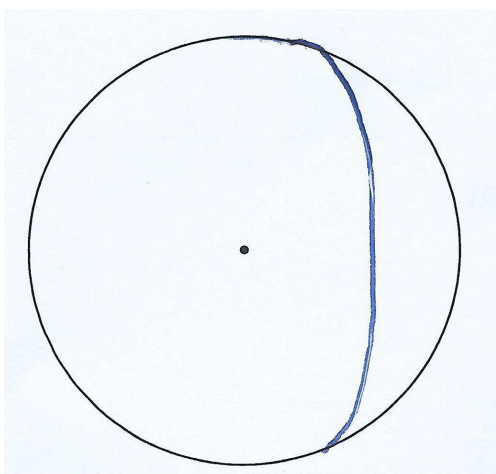
Obrázek 3.24: SC2. Kategorie SA4 pootočená o 90° , u bodů A a C zploštění, u bodů B a D žádná změna.



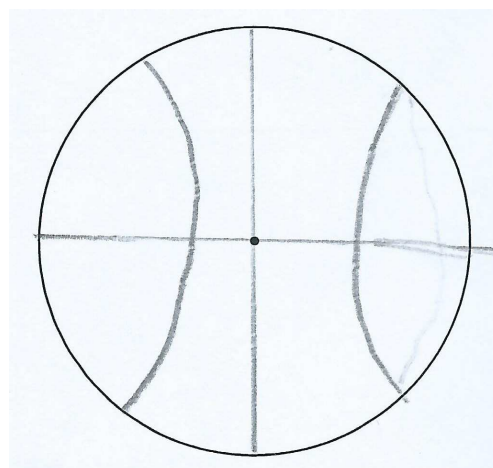
Obrázek 3.25: SD1. Povrch Země je různými způsoby deformován.



Obrázek 3.26: SD4. Nový tvar Země nakreslený mimo vyznačený obrázek Země, změny tvaru nebylo možné identifikovat.



Obrázek 3.27: SD2. První příklad nesmyslu, v tomto případě zploštění u bodu A, jinak žádné další změny.



Obrázek 3.28: SD2. Další příklad nesmyslu, v tomto případě prohnutí směrem ke středu Země u bodů A a C.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K6.01	461	58 %	281	63 %	180	51 %
K6.02	190	24 %	88	20 %	102	29 %
K6.03	51	6 %	33	7 %	18	5 %
K6.04	32	4 %	11	2 %	21	6 %
K6.05	18	2 %	5	1 %	13	4 %
K6.06	15	2 %	9	2 %	6	2 %
K6.07	10	1 %	0	0 %	10	3 %
K6.08	8	1 %	4	1 %	4	1 %
K6.09	6	1 %	4	1 %	2	1 %
K6.10	5	1 %	4	1 %	1	0 %
K6.11	5	1 %	1	0 %	4	1 %
K6.12	3	0 %	3	1 %	0	0 %
K6.13	3	0 %	0	0 %	3	1 %
K6.14	3	0 %	0	0 %	3	1 %

Tabulka 3.15: Deformace Země způsobená slapovými silami – vysvětlení.

Žáci často volili více odpovědí najednou, takže celkový součet všech kategorií v Tabulce 3.15 převyšuje 800.

Význam kódů z Tabulky 3.15:

- K6.01 *bez odpovědi či „nevím“.*
- K6.02 *Měsíc působí na Zemi přitažlivou silou.* Tato kategorie tedy není vysvětlením.
- K6.03 *jiná (nesmyslná) odpověď.*
- K6.04 *kombinace gravitace Měsíce a rotace Země.*
- K6.05 *pouze popsán nakreslený tvar.* Nejde tedy o vysvětlení.
- K6.06 *Měsíc působí na vodu.* Opět nejde o vysvětlení.
- K6.07 *zmíněn geoid.* Tito žáci se domnívají, že tvar geoidu je způsoben slapovými silami.
- K6.08 *síla Měsíce (gravitační či slapová) je větší na části Země přivrácené k Měsíci.*
- K6.09 *slapové nebo gravitační síly slabé, tvar se nezmění.*
- K6.10 *změnu tvaru Země způsobují pohyby vody.* Často myšleno ve smyslu, že pohyby vody Zemi „zbrousí“.
- K6.11 *největší gravitační či slapová síla působí na rovník.*
- K6.12 *největší gravitační či slapová síla působí na póly.*
- K6.13 *Země roztážená v rovině, ve které obíhá Měsíc.* Tito žáci se domnívají, že Země je takto vyboulená po celém obvodu a nejen na přímcu AC.
- K6.14 *na Zemi působí z jedné strany Měsíc a z druhé Slunce.* Země se roztáhne díky tomu, že z jedné strany působí Slunce a z druhé Měsíc.

Příklady K6.03:

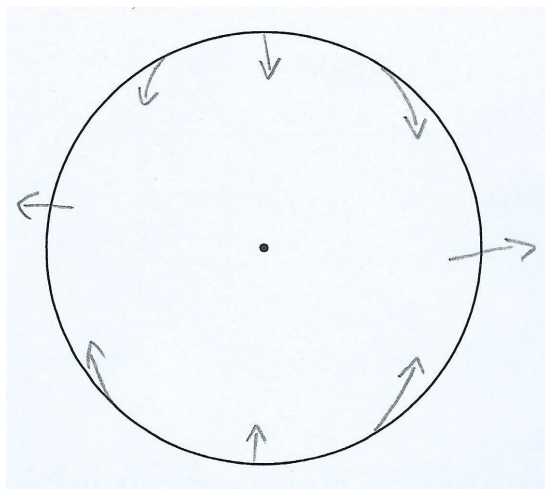
- „působí na sebe“
- „Měsíc zatlačí a přitáhne si vodu“
- „slapové síly stlačují atmosféru“
- „díky setrvačnosti se zploští“
- „Země se zmenšuje“
- Pouze uvedeno „slapové jevy či síly“ nebo „příliv a odliv“ = opět není vysvětlení.
- Dále byl použit pojem „gravitační obal Země“.
- „Gravitace Měsíce a Země nejspíš přitahuje vodu oceánů na jedné straně a odpuzuje na druhé.“
- „Hmota (Země i oceány) jsou díky Měsíci přitahovány doprostřed planety.“

Často uvedeno, že voda či hmota z pólů se přeskupí do vyboulení na rovníku (tak to ale není).

Tvar SA2 žáci kreslili zřejmě kvůli sklonu zemské osy.

Zajímavé odpovědi: „Zemská kůra se zvedá o 30 cm.“ – zmíněno třikrát, opravdu i zemská kůra se působením slapových sil „zvedá“, některé zdroje ([1]) navíc tento údaj 30 cm opravdu uvádí. Jedenkrát byla zmíněna Rocheova mez.

Správný náčrtek slapových sil (Obrázek 3.29) byl nakreslen jednou (obrázek slapových sil jsme nicméně nevyžadovali) – přičítáno setrvačné síle, nevíme však, kterou setrvačnou sílu měl tento žák na mysli (jestli setrvačnou sílu způsobenou otáčením Země kolem osy, nebo setrvačnou sílu způsobenou translačním pohybem Země kolem společného hmotného středu soustavy Země-Měsíc).



Obrázek 3.29: Jediný příklad nakreslených slapových sil.

Správný tvar nakreslilo 17 % žáků. Nejčastější tvar z dotazníkového šetření provedeného ve Finsku [56] byl SB1, čeští žáci kreslili spíše jiné tvary, jednu výduť nicméně nakreslila 4 % žáků. 21 % žádný tvar nenakreslilo a bohužel 22 % žáků nepochopilo, že nový tvar mají kreslit na původní tvar Země, a své obrázky kreslili vedle, kam původní tvar nenakreslili. Tím jsme přišli o značnou část odpovědí, neboť jsme nepoznali, co přesně jejich obrázek znamenal. U kategorie SA3 (9 % žáků) chybí odliv, naopak u kategorie SA4 chybí příliv (6 % odpovědí). Nesmysly se vyskytly u 13 % odpovědí, zajímavostí je kategorie SD1, kdy je deformován

celý povrch Země nejrůznějšími způsoby. Správný tvar kreslili spíše chlapci než dívky, dívky oproti chlapcům opět spíše neodpovídaly.

Bohužel **vůbec nikdo** tvar Země správně nevysvětlil (vysvětlení je na druhé stranu velmi komplikované, takže v tomto ohledu jsme tento výsledek čekali). Jednak 58 % žáků žádné vysvětlení nepodalo (opět více dívek než chlapců), většina odpovědí pak nakreslený tvar vůbec nevysvětluje (zejména K6.02, K6.05, K6.06). Šest žáků se domnívá, že slapové síly nemají na tvar Země žádný vliv.

7. Víš o tom, že stále vidíme pouze určitou část povrchu Měsíce, zatímco jinou část povrchu Měsíce ze Země nikdy neuvidíme (v průběhu jeho obíhání kolem Země)? Uměl(a) bys tuto skutečnost vysvětlit?

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
ano	670	84 %	367	83 %	303	86 %
ne	111	14 %	68	15 %	43	12 %
jiné	19	2 %	8	2 %	11	3 %

Tabulka 3.16: Kolik žáků ví, že neustále vidíme pouze část povrchu Měsíce.

Kategorie *jiné* znamená buď bez odpovědi, nebo zatrhnutí obou možností.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K7.01	278	35 %	175	40 %	103	29 %
K7.02	118	15 %	72	16 %	46	13 %
K7.03	80	10 %	55	12 %	25	7 %
K7.04	75	9 %	17	4 %	58	16 %
K7.05	73	9 %	26	6 %	47	13 %
K7.06	40	5 %	23	5 %	17	5 %
K7.07	32	4 %	18	4 %	14	4 %
K7.08	22	3 %	13	3 %	9	3 %
K7.09	16	2 %	9	2 %	7	2 %
K7.10	12	2 %	9	2 %	3	1 %
K7.11	12	2 %	5	1 %	7	2 %
K7.12	11	1 %	4	1 %	7	2 %

Tabulka 3.17: Vysvětlení, proč neustále vidíme pouze část povrchu Měsíce.

Význam kódů z Tabulky 3.17:

- K7.01 *bez odpovědi* či „nevím“.

- K7.02 *pohyb Měsíce + rotace Země*. Jde o otáčení Měsíce kolem jeho osy, nebo jeho obíhání kolem Země (nebo obojí) a rotaci Země kolem zemské osy.
- K7.03 *Měsíc kolem osy nerotuje*.
- K7.04 *vázaná rotace + její vysvětlení*. Správná odpověď. Vázaná rotace správně vysvětlena (rovnost mezi periodou otáčení Měsíce kolem osy a periodou jeho oběhu kolem Země).
- K7.05 *pohyb Měsíce*. Měsíc rotuje kolem osy, Měsíc obíhá kolem Země, či Měsíc rotuje kolem osy a zároveň obíhá kolem Země (nic o rotaci Země).
- K7.06 $T_{\text{rotace Země}} = T_{\text{rotace (oběh) Měsíce}}$. Myšleno ve smyslu, že Měsíc se kolem své osy otočí za 24 h, nebo že Měsíc za 24 h oběhne Zemi.
- K7.07 *vidíme jen to, co je osvětleno Sluncem*. Na odvrácenou stranu Měsíce nesvítí Slunce, např. „když je k nám otočen druhou stranou, tak na něj zrovna nesvítí Slunce“.
- K7.08 *jiná odpověď*. Příklady: „Měsíc se pohybuje stejně jako Země“, „Měsíc se otáčí stejným směrem jako Země“, „Měsíc je družice Země“, „Země obíhá kolem Měsíce“, „vlivem otáčení“ (nevedeno čeho), „když koukám na kouli, nikdy neuvidím druhou stranu“ (nepochopení otázky).
- K7.09 *vázaná rotace bez vysvětlení*. Nebylo uvedeno, co to znamená, proto jsme tuto odpověď vyčlenili oproti K7.04.
- K7.10 *souvislost se slapovými silami*. Nebylo nic víc uvedeno.
- K7.11 *souvislost s obíháním Země kolem Slunce*.
- K7.12 *Měsíc k Zemi otočen stále stejnou stranou*. Není vysvětlení.

Z kategorie K7.02 možná patří i některé odpovědi do kategorie K7.06, ale zařazení do K7.06 nebylo jednoznačné, např. „Měsíc kolem osy rotuje stejně jako Země“, abychom odpověď zařadili do K7.06, tak musela být explicitně napsaná rovnost příslušných period (kvůli tomu, že hodně žáků nerozlišuje mezi rotací Měsíce kolem osy a obíháním kolem Země).

Méně časté odpovědi:

- Měsíc kolem Země neobíhá: 2krát
- kvůli naklonění zemské či měsíční osy: 9krát
- Měsíc obíhá kolem Země na opačnou stranu, či Měsíc rotuje kolem osy na opačnou stranu, než Země: 5krát
- Měsíc se otáčí kolem osy velmi pomalu: 4krát
- Jde o stíny (jak obecně bez uvedení, od jakého tělesa stíny pochází, tak i o stíny Země): 4krát
- Fáze Měsíce, jde o vzájemné postavení Země, Měsíce a Slunce: 3krát
- Měsíc rotuje kolem zemské osy či kolem společné osy Země-Měsíc: 4krát

Zajímavostí je, že 4 žáci o odvrácené straně slyšeli ve filmu *Transformers: Dark of the Moon*. Tři žáci pak uvedli „Kdyby se točila jen Země kolem své osy a Měsíc ne, nebo kdyby se Země kolem osy netočila a naopak Měsíc ano, tak bychom druhou stranu Měsíce zpozorovat mohli“ → to je částečně pravda, ale nevysvětluje to, proč nyní vidíme pouze část povrchu Měsíce.

Mylné představy žáků:

- „Země se otáčí s periodou 28 dní“

- „Shodné periody jsou pouze náhodou“
- Žáci nerozlišují rotaci a obíhání: „Měsíc se otáčí kolem Země“.
- „Přivrácená strana Měsíce = jeho těžší část“
- „Měsíc se kolem Země otáčí stejně rychle jako Země kolem Slunce“
- „z jiného místa na Zemi je vidět jiná část povrchu Měsíce, než z ČR“
- „Slunce vykazuje fáze“
- „Měsíc je oproti Zemi mnohokrát větší“
- „Měsíc = planeta“
- „Země obíhá kolem Měsíce“
- „Měsíc je geostacionární družicí Země“ – očividně neví, co to je geostacionární.

Odpovědi stojící za pozornost: „Slapové síly zpomalují rotaci Měsíce“. Jedna žákyně zmínila barycentrum.

Nejméně 14 % žáků vůbec nevědělo, že vidíme pouze část povrchu Měsíce (otázkou samozřejmě je, kolik žáků bylo upřímných a přiznalo neznalost této skutečnosti). 9 % žáků tuto skutečnost umí vysvětlit (spíše chlapeci než dívky) a další 2 % znají pojem *vázaná rotace*, ale tento pojem nevysvětlili. 20 % dotázaných žáků si myslí, že tato skutečnost souvisí s rotací Země (K7.02 a K7.06). 10 % se domnívá, že Měsíc kolem své osy nerotuje. Na tuto otázku neodpovědělo 35 % žáků a opět spíše dívky než chlapeci.

8. Věděl(a) jsi o tom, že skutečnost, kdy vidíme pouze část povrchu Měsíce, souvisí se slapovými silami?

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
ne	551	69 %	293	66 %	258	73 %
ano	225	28 %	141	32 %	84	24 %
bez odpovědi	24	3 %	9	2 %	15	4 %

Tabulka 3.18: Kolik žáků vědělo, že vázaná rotace Měsíce souvisí se slapovými silami.

U této otázky tedy 69 % žáků přiznalo, že tento fakt nevěděli (a u 28 % žáků, kteří tuto skutečnost věděli, si nejsme jistí, zda byli upřímní, protože z rozhovorů autora s žáky při jeho přednáškách tento fakt žáky pouze udivuje a nikdy o tom dosud neslyšeli). Určitě stojí za pozornost, že tento fakt znají spíše dívky než chlapeci, ačkoli dívky ve větší míře neodpovídají a v předešlých otázkách to byli spíše chlapeci, kdo psal správné odpovědi.

9. Má na příliv a odliv nějaký vliv i Slunce (tj. existoval by snadno pozorovatelný příliv a odliv bez Měsíce)? Pokud jsi odpověděl(a) ano, pak odpověz, zda příliv a odliv ovlivňuje více Měsíc nebo Slunce.

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
ano	538	67 %	293	66 %	245	69 %
ne	240	30 %	142	32 %	98	28 %
jiné	22	3 %	8	2 %	14	4 %

Tabulka 3.19: Má Slunce nezanedbatelný vliv na příliv a odliv?

Kategorie *jiné* obsahuje variantu bez odpovědi, nebo zatržení obou možností.

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
Měsíc	567	71 %	315	71 %	252	71 %
Slunce	38	5 %	19	4 %	19	5 %
bez odpovědi	195	24 %	109	25 %	86	24 %

Tabulka 3.20: Které těleso má na příliv a odliv větší vliv – Slunce nebo Měsíc?

30 % dotázaných si myslí, že na příliv a odliv Slunce nemá vůbec žádný vliv, což není pravda. 5 % žáků si naopak myslí, že na příliv a odliv má Slunce větší vliv než Měsíc, což opět není pravda. Na druhou stranu 71 % žáků správně uvedlo, že na příliv a odliv má větší vliv Měsíc, a 67 % žáků se správně domnívá, že Slunce má na příliv a odliv nezanedbatelný vliv. V těchto dvou otázkách tedy byli žáci velmi úspěšní. Žádné výrazné rozdíly mezi dívkami a chlapci u těchto otázek nenastaly.

10. Působí na Zemi větší gravitační silou Měsíc nebo Slunce? Odpověď zdůvodni (bez výpočtů).

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
Slunce	521	65 %	280	63 %	241	68 %
Měsíc	240	30 %	139	31 %	101	29 %
jiné	39	5 %	24	5 %	15	4 %

Tabulka 3.21: Působí na Zemi větší gravitační silou Slunce nebo Měsíc?

Kategorie *jiné* obsahuje variantu bez odpovědi, nebo zatržení obou možností.

Význam kódů z Tabulky 3.22:

- K10.01 *bez odpovědi* či „nevím“.
- K10.02 *Země obíhá kolem Slunce, ne okolo Měsíce.* Správná odpověď.
- K10.03 *Slunce je těžší než Měsíc.* Např. ve spojení, že z toho plyne, že má proto silnější pole, působí větší gravitační silou atd.
- K10.04 *Slunce je větší než Měsíc.* Nic dalšího nebylo uvedeno.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K10.01	244	31 %	167	38 %	77	22 %
K10.02	136	17 %	61	14 %	75	21 %
K10.03	58	7 %	30	7 %	28	8 %
K10.04	47	6 %	33	7 %	14	4 %
K10.05	35	4 %	14	3 %	21	6 %
K10.06	28	4 %	15	3 %	13	4 %
K10.07	22	3 %	4	1 %	18	5 %
K10.08	19	2 %	7	2 %	12	3 %
K10.09	19	2 %	8	2 %	11	3 %
K10.10	19	2 %	17	4 %	2	1 %
K10.11	16	2 %	10	2 %	6	2 %
K10.12	13	2 %	9	2 %	4	1 %

Tabulka 3.22: Na Zemi působí větší gravitační silou Slunce – vysvětlení.

- K10.05 *Slunce je větší a těžší než Měsíc.* Např. ve spojení, že proto působí větší gravitační silou.
- K10.06 *Slunce je větší, a proto má větší hmotnost než Měsíc nebo a proto působí větší gravitační silou.*
- K10.07 *velikost Slunce převládá nad jeho velkou vzdáleností.*
- K10.08 *Slunce působí větší gravitační silou díky větší hmotnosti i přes větší vzdálenost.* Tito žáci vzali do úvahy jak hmotnost, tak i vzdálenost.
- K10.09 *Slunce je větší a Země kolem něj obíhá.* Částečně správná odpověď.
- K10.10 *silové působení je jednostranné (Měsíc na Zemi nepůsobí).* Slunce působí JEN na Zemi a Země JEN na Měsíc.
- K10.11 *Slunce působí větší gravitační silou.* Bez uvedení důvodu, není zdůvodnění.
- K10.12 *zvoleno Slunce, nesmysl.* Např. „Slunce je žhavější“, „Slunce má větší magnetické pole“, „Slunce vydává více energie a slunečního záření“.

V K10.05 nešlo poznat, zda jde o dvě nezávislé věci (velikost a hmotnost), nebo dvě věci, které spolu souvisí, tedy jestli žáci mají představu „Slunce je větší, a proto je těžší“, nebo „Slunce je jednak větší, a jednak těžší“.

Význam kódů z Tabulky 3.23:

- K10.13 *Měsíc je blíže než Slunce.*
- K10.14 *Měsíc je blíže než Slunce, hmotnost má menší vliv.*
- K10.15 *Měsíc má na příliv a odliv větší vliv, proto působí větší gravitační silou.*
- K10.16 *Měsíc je blíže než Slunce, velikost má menší vliv.*

Opačná vlastnost pro druhé těleso také zařazena do příslušné kategorie (do

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K10.13	102	13 %	51	12 %	51	14 %
K10.14	13	2 %	2	0 %	11	3 %
K10.15	13	2 %	8	2 %	5	1 %
K10.16	11	1 %	4	1 %	7	2 %

Tabulka 3.23: Na Zemi působí větší gravitační silou Měsíc – vysvětlení.

K10.13 tedy zařazeno „Slunce je dále“, do K10.04 „Měsíc je menší než Slunce“ atd.).

Méně časté odpovědi:

- zvoleno Slunce, protože je těžší a obíháme kolem něj: 5krát
- zvoleno Slunce, protože je Zemi blíže než Měsíc: 2krát
- zvoleno Slunce, ačkoli je to srovnatelné s Měsícem: 1krát
- zvolen Měsíc, působení těles je jednostranné (Země je přitahována ke Slunci, Měsíc k Zemi): 4krát
- zvoleno jedno těleso, ale vysvětlení spíše ukazuje na těleso druhé (např. zvoleno Slunce, protože je dále od Země než Měsíc): 4krát
- Měsíc působí na Zemi větší gravitační silou než Slunce (bez udání důvodu): 2krát
- zvolen Měsíc, nesmysl: 2krát
- zvolen Měsíc, protože je blíže a obíhá kolem Země: 2krát
- zvolen Měsíc, Měsíc je těžší než Slunce: 1krát

Mylné představy:

- „Slunce je středem vesmíru“, „Slunce je středem Galaxie“
- „Slunce drží celou Mléčnou dráhu“
- Žáci nerozlišují mezi rotací (otáčením) a obíháním – typicky „Země rotuje kolem Slunce“ – pohyb Země kolem Slunce je ovšem pohyb posuvný.
- „Slunce má větší pole než Měsíc“
- „Měsíc se pomalu přibližuje k Zemi, zatímco Země se pomalu vzdaluje od Slunce“ – Měsíc se ve skutečnosti od Země vzdaluje, Země se nicméně skutečně od Slunce vzdaluje.
- „Země se nepatrně přibližuje ke Slunci“
- Gravitační síla se spočítá podle vzorce $F_g = mg$ (uvedeno dvakrát)
- g je gravitační konstanta
- „Měsíc je v gravitačním poli Země, ale nikoli Slunce“
- Slunce řazeno mezi planety sluneční soustavy „Slunce má největší hmotnost ze všech planet“
- „Měsíc se otáčí kolem gravitačního pole země, kdežto Země se otáčí kolem gravitačního pole Slunce“
- „Slunce je 25krát větší než Měsíc“ (správný poměr je přibližně 400krát)

Jeden žák má velmi dobrý odhad (nebo to ví): „Slunce je asi 100x větší než Země“ (přesnější poměr je 109).

Většina žáků, 65 % se správně domnívá, že na Zemi působí větší gravitační silou Slunce, naopak 30 % žáků se domnívá, že větší gravitační silou na Zemi působí Měsíc. Vysvětlení neuvodilo 31 % žáků, 17 % žáků napsalo správnou odpověď. Představu, že velikost gravitační síly ovlivňuje velikost tělesa, má 20 % žáků (K10.04, K10.05, K10.06, K10.07, K10.09 a K10.16). Někteří žáci do svých úvah brali pouze porovnání vzdáleností, jiní pouze hmotností, velmi často svou odpovědí nic nevysvětlili. 2 % žáků má představu, že silové působení mezi vesmírnými tělesy je jednostranné.

Z porovnání dívek a chlapců opět vidíme, že dívky více neodpovídaly oproti chlapcům a spíše chlapci věděli správnou odpověď.

11. Víš o nějakých dalších slapových jevech kromě výše zmíněných? Nemusíš se nutně omezovat jen na Zemi a Měsíc.

kód	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
K11.01	663	83 %	369	83 %	294	83 %
K11.02	29	4 %	21	5 %	8	2 %
K11.03	21	3 %	9	2 %	12	3 %
K11.04	15	2 %	14	3 %	1	0 %
K11.05	17	2 %	9	2 %	8	2 %
K11.06	9	1 %	2	0 %	7	2 %
K11.07	9	1 %	7	2 %	2	1 %
K11.08	9	1 %	5	1 %	4	1 %
K11.09	5	1 %	2	0 %	3	1 %
K11.10	5	1 %	1	0 %	4	1 %
K11.11	5	1 %	0	0 %	5	1 %

Tabulka 3.24: Jaké další slapové jevy žáci znají.

Význam kódů z Tabulky 3.24:

- K11.01 *bez odpovědi či „nevím“.*
- K11.02 *skočný a hluchý příliv.* Součástí byl občas i popis, kdy to nastane.
- K11.03 *další tělesa ve vesmíru.* Nejčastěji uvedeno jen „na dalších měsících sluneční soustavy“ a nic konkrétního neuváděno, „jinde ve vesmíru“ a „mezi galaxiemi“.
- K11.04 *pohyby zemské kůry nebo litosférických desek.*
- K11.05 *jiná odpověď.*
- K11.06 *Coriolisova síla.*
- K11.07 *vítr, slapy v atmosféře, vliv na počasí.*
- K11.08 *nesmysl.*
- K11.09 *prstence.* Často zmiňovali prstence Jupiteru a Saturnu.
- K11.10 *kryovulkanismus či vulkanismus.*
- K11.11 *roztrhání tělesa.* Např. uvedeno „roztrhání tělesa u černé díry“.

Méně časté odpovědi:

- střídání dne a noci: třikrát
- střídání ročních období: čtyřikrát
- rotace Země: čtyřikrát
- Země-Slunce (ale co se tím myslí, nevíme): třikrát
- zpomalení rotace Měsíce: jednou
- mořské proudy: dvakrát
- rezonance: třikrát (z toho jedenkrát zmíněna dvojice Ganymed-Europa)
- vázaná rotace: dvakrát
- deformace těles: čtyřikrát

Žáci rozlišují příliv, odliv a dmutí.

Za pozornost stojí tyto odpovědi:

- Europa zmíněna dvakrát, Io třikrát.
- Rocheova mez zmíněna jedenkrát.
- Podpovrchový oceán zmínil jeden žák: „Zahřívání oceánu pod vrstvou ledu na Europě, kdy obrovská gravitace planety kolem které obíhá, ji deformuje a tím se zahřívá.“
- Stabilizaci sklonu zemské osy díky Měsíci uvedl jeden žák.

K11.08 příklady nesmyslů:

- „odstředivá síla“
- „let planety na oběžné dráze“
- „ovlivnění psychiky“
- „magnety“
- „dochází ke dvojnásobné změně poledníku“

K11.05 příklady jiných odpovědí:

- zemětřesení, tsunami, výbuchy sopek
- rovnodennost, slunovrat, perihélium, afélium, zatmění, fáze Měsíce
- slapové jevy v zemském jádru
- bouře na Jupiteru
- polární záře
- nutace

U této otázky žáci odpověď vymyslet nemohli, pokud nějaký projev slapových sil neznali. 83 % žáků proto na otázku vůbec neodpovědělo, 3 % napsala, že se projevy slapových sil zcela jistě objevují i na dalších měsících sluneční soustavy (K11.03). 4% znají skočný a hluchý příliv. Někteří žáci si myslí, že slapové jevy ovlivňují počasí nebo jsou původcem Coriolisovy síly. Tyto a další podobné odpovědi je však nutné brát spíše s rezervou, myslíme si, že tito žáci to spíše „zkusili tipnout“, než by si skutečně mysleli, že na Zemi fouká vítr díky přítomnosti Měsíce.

Několik žáků napsalo skutečné projevy slapových sil: prstence, kryovulkanismus či vulkanismus, roztrhání tělesa, dále byli zmíněny měsíce Europa a Io, Rocheova mez, podpovrchový oceán na Europě. V celkovém součtu jde zhruba o 3 % dotázaných žáků. U této otázky nemá smysl porovnávat dívky a chlapce, jednak stejnými podíly na tuto otázku neodpovídali, a jednak jsou ostatní kategorie velmi málo početné.

Jak žáky zaujala témata o gravitačním manévru a slapových jevech.

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
vůbec	217	27 %	163	37 %	54	15 %
trochu	397	50 %	208	47 %	189	54 %
hodně	161	20 %	60	14 %	101	29 %
jiné	25	3 %	12	3 %	13	4 %

Tabulka 3.25: Jak moc žáky zaujal gravitační manévr.

Kategorie *jiné* obsahuje variantu bez odpovědi, nebo zatržení více možností.

odpověď	celkový počet	celkový podíl	počet dívek	podíl p_1	počet chlapců	podíl p_2
vůbec	178	22 %	90	20 %	88	25 %
trochu	478	60 %	272	61 %	206	58 %
hodně	117	15 %	68	15 %	49	14 %
jiné	27	3 %	13	3 %	14	4 %

Tabulka 3.26: Jak moc žáky zaujaly slapové jevy.

Pohledem na Tabulky 3.25 a 3.26 lze konstatovat, že žáky gravitační manévr a slapové jevy zaujaly alespoň trochu, navíc poměrně dost žáků obě témata zaujala hodně. Na druhé straně samozřejmě značnou část žáků témata nezaujala vůbec. Výraznější rozdíl mezi dívkami a chlapci je u zaujetí gravitačním manévrem, kdy více dívek vůbec nezaujal, a naopak více chlapců zaujal hodně.

Měli žáci zájem o zaslání některých informací?

Žáků jsme se na závěr zeptali, jestli mají zájem o zaslání určitých informací na email. Svůj email uvedlo 330 žáků. O zaslání výsledků výzkumu projevilo zájem 272 žáků, 278 pak chtělo poslat řešení otázek z dotazníku a 173 chtělo poslat odkaz na internetové stránky [16] s animacemi. Zde nás překvapilo, že nejméně žáci chtěli poslat odkaz na animace demonstrující určité jevy z dotazníku.

3.4 Výsledky učitelů

Dotazník pro učitele obsahoval stejné znalostní otázky jako žakovský dotazník, lišil se však v obsahu první stránky (tato strana byla zaměřená na informace o žácích). Celkem jsme získali 13 vyplněných dotazníků od učitelů. Zjistili jsme však, že to občas nebyli ti stejní učitelé, které jsme oslovili, ale jejich kolegové. Výzkumu se účastnilo 13 škol, nicméně z jedné školy nám učitel dotazník nevyplnil a z jiné školy nám dotazníky vyplnili hned dva učitelé, celkem tedy počet učitelů

odpovídá počtu škol. Kvůli uvedeným skutečnostem nemáme jistotu, že daný učitel z dané školy učil danou třídu, od které máme dotazníky vyplněné, a tedy nemůžeme porovnávat odpovědi učitele a jeho žáků (to ani nebylo naším cílem, chtěli jsme především zmapovat znalosti žáků).

Z odpovědí učitelů vyplynulo, že všichni zúčastnění žáci určitě témata týkající se Newtonova gravitačního zákona i Keplerovy zákony probírali. Nebudeme zde detailně probírat odpovědi učitelů, pouze uvedme, že většinou učitelé psali správné, nebo částečně správné odpovědi a vyložené nesmysly se mezi jejich odpovědmi nevyskytly. Nicméně někteří učitelé občas nechali některou otázku bez odpovědi, stejně jako občas některé odpovědi učitelů vlastně žádné vysvětlení nepodal.

3.5 Srovnání škol

Než výsledky výzkumu shrneme, srovnajme ještě, jestli žáci některé školy nějakým způsobem nepřevyšují žáky ostatních škol. Při srovnání jednotlivých škol, jak jejich žáci odpovídali (nebo naopak neodpovídali) na otázky, vezmeme pouze kategorie odpovědí s celkovým podílem větším než 15 %. Většinou jde o kategorii *bez odpovědi* a několikrát i o (částečně) správnou odpověď. Pohledem na hodnoty v Tabulce 3.1 vidíme, že z jedné školy bylo ve výzkumu zastoupeno pouze 29 žáků, zatímco z jiné 103, což je výrazný nepoměr. Spočítali jsme proto podíly odpovědí žáků z dané školy v dané kategorii (tj. počet odpovědí v dané kategorii vztahený k celkovému počtu žáků z dané školy). V Tabulce 3.27 uvádíme pouze školy, které se od celkového podílu liší o více než 10 %, a to vždy maximálně tři školy v dané kategorii. Aby se všechny údaje do tabulky přehledně vešly, provedme toto zkrácení názvů škol (G označuje gymnázium): G Přípotoční = Pří, G Christiana Dopplera = Dop, G Benešov = Ben, G Písek = Pís, G Český Krumlov = Kru, Podkrušnohorské G Most = Mos, Podještědské G Liberec = Lib, G Nový Bydžov = Byd, G Lanškroun = Lan, G Pelhřimov = Pel, G Tišnov = Tiš, G Jeseník = Jes a G Český Těšín = Těš.

Pokud v přehledu některé otázky chybí, pak se v nich odpovědi žáků z jednotlivých škol příliš nelišily. V tabulce vždy v prvním řádku u dané kategorie uvedeme školy s vyššími podíly na odpovědích v dané kategorii než celkový podíl a v druhém řádku školy s nižšími podíly než celkový podíl. Pro snazší orientaci rovněž v každém řádku uvedeme znak „+“, jestli vyšší podíl školy než celkový podíl znamená pozitivní změnu, nebo negativní „-“ (analogicky pro nižší podíly škol), např. u kategorie *bez odpovědi* znak + patří ke školám, které mají nižší podíl než celkový podíl, neboť to znamená, že na této škole žáci více odpovídali oproti celkovému průměru. V řádcích se znakem + seřadíme podíly škol od nejlepšího, v řádcích se znakem - naopak (u kategorie *bez odpovědi* je tedy největší podíl nejhorším a nejmenší podíl nejlepším, u správných odpovědí je tomu naopak).

Z přehledu v Tabulce 3.27, kde jsou kategorie odpovědí s celkovými podíly vyššími než 15 %, je zřejmé, že téměř u každé otázky měla největší podíl kategorie *bez odpovědi* – v tabulce se objevilo celkem 25 kategorií a z toho je 13 kategorií *bez odpovědi*.

kód	celkový podíl	±	školy a jejich podíly					
			škola	podíl	škola	podíl	škola	podíl
K1.1	63 %	–	Pří	83 %	Pís	76 %	Kru	74 %
		+	Dop	31 %	Těš	44 %	—	—
K2.1	43 %	–	Pří	60 %	Kru	55 %	Mos	54 %
		+	Dop	27 %	Těš	31 %	—	—
K2.2	30 %	+	Dop	55 %	Těš	41 %	—	—
		–	Pří	10 %	Mos	18 %	Ben	19 %
K3.01	33 %	–	Mos	67 %	Pří	60 %	Pís	45 %
		+	Lan	12 %	Těš	13 %	Pel	21 %
K3.02	21 %	+	Těš	40 %	Lan	32 %	—	—
		–	Byd	8 %	Pís	10 %	—	—
4. bez odpovědi	15 %	–	Byd	31 %	Kru	31 %	Pří	28 %
		+	Dop	3 %	Pel	3 %	—	—
K4.01	31 %	–	Byd	50 %	Mos	49 %	Kru	47 %
		+	Dop	17 %	Pel	20 %	Těš	21 %
K4.02	23 %	+	Dop	47 %	—	—	—	—
		–	Mos	10 %	Pří	12 %	—	—
MA1	24 %	+	Dop	39 %	—	—	—	—
		–	Pří	7 %	Mos	8 %	Byd	11 %
ME2	20 %	–	Pís	33 %	—	—	—	—
ME3	16 %	–	Pří	45 %	Mos	38 %	Kru	28 %
		+	Dop	3 %	Pel	4 %	Lan	5 %
K5.01	58 %	–	Kru	76 %	Byd	75 %	Pís	71 %
		+	Lan	34 %	Těš	40 %	Dop	42 %
K5.02	24 %	+	Lan	39 %	Těš	38 %	—	—
		–	Pří	8 %	Kru	10 %	—	—
SA1	17 %	+	Dop	30 %	Pel	27 %	—	—
		–	Pří	5 %	—	—	—	—
SD3	21 %	–	Mos	46 %	Pří	40 %	—	—
		+	Byd	6 %	Pel	7 %	Těš	11 %
K6.01	58 %	–	Pří	82 %	Byd	81 %	Mos	79 %
		+	Těš	40 %	Pel	40 %	—	—
K7.01	35 %	–	Byd	58 %	Kru	57 %	Pří	55 %
		+	Těš	14 %	Pel	20 %	Dop	23 %

pokračování na další straně

kód	celkový podíl	±	školy a jejich podíly						
			škola	podíl	škola	podíl	škola	podíl	
pokračování z minulé strany									
9. ano	67 %	+	Těš	83 %	Pel	83 %	—	—	
		—	Pří	48 %	Lib	52 %	Mos	56 %	
9. ne	30 %	—	Lib	45 %	Mos	44 %	Pří	42 %	
		+	Pel	14 %	Těš	17 %	—	—	
9. Měsíc	71 %	+	Těš	86 %	Pel	84 %	—	—	
		—	Lib	48 %	Mos	56 %	Pří	60 %	
9. bez odpovědi	24 %	—	Lib	48 %	Mos	36 %	Pří	35 %	
		+	Pel	11 %	Těš	12 %	—	—	
10. Měsíc	30 %	—	Těš	44 %	—	—	—	—	
		+	Pís	20 %	—	—	—	—	
K10.01	31 %	—	Pří	53 %	Mos	49 %	—	—	
		+	Ben	13 %	Pel	17 %	Dop	19 %	
K10.02	17 %	+	Pel	30 %	Kru	29 %	Dop	27 %	
K11.01	83 %	—	Mos	97 %	Pís	96 %	Pří	93 %	
		+	Těš	59 %	Pel	66 %	—	—	

Tabulka 3.27: Srovnání škol podle nejčtenějších odpovědí.

Pokud se nejprve podíváme na řádky se znakem „—“ a spočítáme výskyty škol v těchto řádcích, pak nejčastěji se zde vyskytuje Gymnázium Přípotoční (18krát), dále Podkrušnohorské Gymnázium Most (14krát) a Gymnázium Český Krumlov (8krát). Na těchto školách tedy žáci odpovídali nejméně ze všech zúčastněných škol, případně měli nejmenší podíl na správných odpovědích. Podíváme-li se na řádky se znakem „+“, pak ostatní školy převyšuje Gymnázium Český Těšín (16krát), Gymnázium Pelhřimov (15krát) a Gymnázium Christiana Dopplera (13krát), takže na těchto školách měli žáci největší snahu odpovídat nebo měli největší podíl na správných odpovědích. Vůbec se v tabulce neobjevily Gymnázium Tišnov a Gymnázium Jeseník, ani v kladném směru ani v záporném. Připomeňme, že z odpovědí žáků vyplynulo, že na Gymnáziu Pelhřimov mají astronomický kroužek, není proto divu, že v astronomickém výzkumu tato škola převyšovala ostatní. Navíc Gymnázium Christiana Dopplera je škola zaměřená na matematiku s rozšířenou výukou fyziky. Budeme-li naopak hledat příčiny, proč se tři výše zmíněné školy umístily v tomto srovnání nejhůře, z Gymnázia Přípotoční se výzkumu zúčastnily třídy se sportovním zaměřením. I Podkrušnohorské Gymnázium Most má sportovní třídy (zde ale informace o tom, které třídy – jestli sportovní nebo všeobecné – se výzkumu účastnily, nemáme).

Srovnání škol však nebylo naším cílem, proto se jím více zabývat nebudeme.

3.6 Možné miskoncepce

Náš výzkum nebyl zaměřen na testování miskonceptů, nicméně z odpovědí žáků lze identifikovat některé mylné představy. V případném dalším výzkumu by se mohlo ověřit, zda jde skutečně o miskoncepce, nebo ne. Možnými miskoncepce jsou:

- Konečnost gravitačního pole.
- Gravitační pole ve vakuu neexistuje. Gravitační pole je vázané na atmosféru.
- Pouze některá tělesa ve vesmíru mají gravitační pole.
- Ve vesmíru, kde je vakuum, a tedy žádné tření, sondy nezpomalují.
- Sondy létají rovně, neboť jde o nejkratší možnou spojnicí mezi dvěma body.
- Měsíc kolem své osy nerotuje.
- Velikost gravitační síly závisí na velikosti tělesa.
- Gravitační působení mezi tělesy je jednostranné, např. Slunce působí na Zemi, ale Země na Slunce ne.

Do tohoto seznamu jsme vybrali jen ty nejčastější mylné představy, v odpovědích žáků lze najít i mnohé další, avšak ne tak početné. Rovněž by bylo vhodné zjistit, jak žáci rozlišují mezi: *fyzikálním zákonem*, *fyzikální silou*, *fyzikální vlastností* a *fyzikálním jevem*. Ukázalo se totiž zejména v otázce č. 3, že kde měli žáci napsat fyzikální zákon, nejčastěji místo něj uváděli právě sílu. Někteří žáci totiž zřejmě vůbec nerozlišují mezi těmito pojmy: *gravitační zákon*, *gravitační pole*, *gravitace*, *gravitační síla*, *gravitační zrychlení*, *gravitační konstanta*. Občas dokonce žáci psali neexistující zákony, takže by součástí případného výzkumu mohl být úkol, aby žáci z daného seznamu vybrali fyzikální zákony, které neexistují (např. *Galileovy zákony*, *zákon zachování rychlosti*, *zákon odstředivosti a dostředivosti*). Uvedené miskoncepce by navíc mohly být součástí libovolného didaktického výzkumu, ne nutně astronomického.

3.7 Návrhy na změny otázek v dotazníku

Pro případné další zadávání tohoto dotazníku navrhuje následující změny. Jde především o to, aby žáci pochopili zadání otázek a neodpovídali na něco jiného, než na co se ptáme, nebo aby kreslili obrázky tam, kam mají. Nová verze dotazníku je na příloženém CD.

- Na první straně doplnění možnosti délky studia o volbu *šestileté*.
- Na první straně u řešení soutěží: celá linka rozdělena na dvě části, na část pro název soutěže a na část pro upřesnění, jak často danou soutěž řeší a kdy naposledy ji řešili. Na uvedení těchto informací žáci totiž zapomínali.
- Otázka 4. Ve znění otázky jsme dotaz na „využití paliva“ změnili na otázku ohledně „využití motorů“. Hodně žáků totiž otázku pochopilo tak, že se ptáme na to, kolik procent paliva z počátečního stavu sonda během letu spotřebuje. A dále jsme do znění otázky přidali informaci o tom, že „Sonda během letu k Jupiteru gravitační manévry nepoužívala.“ Část žáků totiž svůj odhad vysvětlovala právě pomocí použití, nebo naopak nepoužití gravitačního manévru.

- Do obrázku v Otázce 5. jsme přidali šipku znázorňující směr pohybu Země (a podle toho drobně upravili znění otázky). Možná to některým žákům pomůže vyvarovat se trajektoriím typu „C“, tedy trajektoriím proti směru pohybu Země, viz Obrázky 3.8 až 3.10.
- Do obrázku v Otázce 6. jsme k šipce směřující k Měsíci přidali popisek „směr k Měsíci“, kolem celého obrázku jsme udělali rámeček a do znění otázky jsme přidali pokyn, aby své náčrtky kreslili právě do obrázku v rámečku. Celkem 174 žáků (22 % z celkového počtu) totiž své tvary Země kreslilo vedle šipky k Měsíci (zřejmě nečetli zadání pozorně) a z jejich kreseb pak nešlo nový tvar Země identifikovat, neboť už nenakreslili původní tvar Země. A to je velká škoda, obzvláště vzhledem k obecnému faktu, že téměř u všech otázek velká část žáků vůbec neodpovídala (a zde jsme tedy takto přišli o 174 odpovědí).
- Do znění Otázky 7. jsme přidali upřesňující informaci o tom, co máme na mysli pozorováním stále stejné části povrchu Měsíce: „Víš o tom, že stále vidíme pouze určitou část povrchu Měsíce, zatímco jinou část povrchu Měsíce ze Země nikdy nevidíme (v průběhu jeho obíhání kolem Země, tj. při každém úplňku vidíme přibližně stejnou část povrchu Měsíce)?“. Snad se pak nebudou objevovat odpovědi typu „když koukám na kouli, nikdy nevidím druhou stranu“.

3.8 Shrnutí výsledků výzkumu

Výzkumu se účastnilo 800 žáků z 13 „náhodně“ vybraných škol. Úvodní část dotazníku byla věnována informacím o žácích, další gravitačnímu manévru a poslední slapovým jevům. Rovněž jsme se žáků ptali, jak je tato dvě témata zaujala. V dotazníku byly jak otázky otevřené, tak otázky uzavřené s výběrem ze dvou možností.

Před vlastním sběrem dat proběhla pilotáž dotazníku, po které jsme některé otázky upravili, aby byly srozumitelnější. Validitu otázek posoudilo několik odborníků. Nicméně i přesto se našla značná část žáků, kteří některé otázky nepochopili, proto jsme navrhli pro případné další testování změny znění otázek, případně úpravy obrázků.

Obecným závěrem je jednoznačně skutečnost, že značná část žáků na otázky vůbec neodpovídala a jednalo se spíše o dívky. Dále se rovněž ukázalo, že žáci něco sice vysvětlují, ale ve skutečnosti jejich odpověď nic nevysvětluje (např. na otázku „Proč na Zemi působí větší gravitační silou Slunce“ je odpověď „Slunce působí na Zemi větší gravitační silou.“). Obecně se ukázalo, že otevřené otázky žákům dělají velké problémy a spíše je přeskakují, než když si mohou vybrat z nabízených možností (kdy u těchto otázek neodpovídalo pouze 5 % žáků).

Co se týká správných odpovědí, velmi úspěšnou otázkou byla např. uzavřená Otázka 9., kdy 71 % žáků uvedlo, že na příliv a odliv má větší vliv Měsíc než Slunce. Na druhém konci spektra správných odpovědí je Otázka 6., kdy bohužel vůbec nikdo správně nevysvětlil nový tvar Země způsobený působením slapových sil. To nicméně byla jednoznačně nejtěžší otázka, se kterou má problém i ne jeden učitel. Občas je dokonce v učebnicích uvedeno chybné vysvětlení (jak se ukazuje

ze zahraničních výzkumů, např. [56] a [57]). Proto nás tento výsledek českých žáků nepřekvapil, o to větší důraz jsme kladli na vysvětlení vzniku přílivu a odlivu, aby bylo (nejen správné, samozřejmě) co nejsrozumitelnější.

Na základě odpovědí jsme určili několik možných miskoncepcí, které by žáci mohli mít, což je podnět pro provedení dalšího výzkumu.

Cíle výzkumu se podařilo naplnit, chtěli jsme získat odpovědi od většího počtu žáků (původní předpoklad byl alespoň 500 žáků, což jsme nakonec výrazně přesáhli) a zjistit znalosti žáků o letech kosmických sond (a gravitačním manévru) a slapových jevech.

Závěr

Disertační práce se zabývá slapovými jevy, gravitačním manévrem a znalostmi, které mají žáci gymnázií o těchto jevech. Nejprve shrňme obsahy jednotlivých kapitol.

Kapitola **Slapové jevy** vysvětluje vznik slapových sil z hlediska inerciální vztažné soustavy i z hlediska neinerciální vztažné soustavy, ale učitelům doporučujeme, aby vznik slapových sil žákům vysvětlovali pouze z hlediska inerciální soustavy, které je snazší pochopit. Dále jsou v této kapitole spočítány velikosti slapových sil Měsíce a Slunce, je zohledněna měnící se vzdálenost Měsíce od Země a Země od Slunce. Pro větší názornost výsledků nejsou počítány přímo slapové síly, nýbrž teoretické výšky přílivů a odlivů, kdyby celá Země byla pokrytá vodou, neboť slapové síly jsou těmto výškám přímo úměrné. Kapitola se dále zabývá přílivem a odlivem ve skutečnosti, je spočítána perioda střídání přílivu a odlivu. V poslední části kapitoly je uveden přehled dalších slapových jevů, jakými jsou zpomalování rotace Země, vzdalování Měsíce od Země, vázaná rotace, konečný stav slapového vývoje Země a Měsíce. Slapové síly mají výrazné projevy rovněž na dalších tělesech sluneční soustavy, zmínili jsme vliv na vzdálenost měsíců od jejich planet, slapové roztrhání těles a slapový ohřev, jenž vede k vulkanické a kryovulkanické činnosti, a rovněž existenci podpovrchových oceánů na některých měsících sluneční soustavy, kde by mohly existovat živé organizmy. Tato kapitola tedy představuje ucelený přehled tématu slapových jevů, vše je v souladu s původním cílem vysvětlováno na středoškolské úrovni a doplněno množstvím názorných obrázků a 4 animacemi.

Druhá kapitola **Gravitační manévr** má následující členění. Nejprve jsou uvedeny partie nebeské mechaniky, které jsou k vysvětlení gravitačního manévru potřeba. Následuje poměrně obsáhlý přehled kosmických sond, které během letu gravitační manévr používaly. Dále jsme pomocí názorných grafů a odvození vysvětlili použití gravitačního manévru v konkrétních situacích. Pokud učitelé zvolí podobnou strategii při výkladu, pak věříme, že žáky bude velmi zajímat, na jakých fyzikálních principech gravitační manévr funguje. Vysvětlení gravitačního manévru jsme tedy záměrně zařadili až za uvedení příkladů jeho použití. Konec kapitoly se pak zabývá tím, jak sonda při gravitačním manévru ovlivňuje planetu a co všechno se ve skutečnosti musí vzít v úvahu při plánování letu sondy, která má manévr využít. Vytvořili jsme celkem 13 animací letů vesmírných sond, které gravitační manévr použily. Z autorovy zkušenosti můžeme uvést, že žáci velice oceňují skutečnost, že animace letů sond jsou vytvořeny pomocí *skutečných dat*, takže mohou sledovat, jak se daná sonda pohybovala sluneční soustavou.

Třetí kapitola se zabývá **výzkumem**, který byl proveden na 13 školách z celé České republiky a kterého se zúčastnilo celkem 800 žáků gymnázií. Shrnutí této nejdůležitější části celé práce jsme již provedli na konci příslušné kapitoly, nebu-

deme se zde proto opakovat, kromě tvrzení, že **cíle výzkumu se podařilo beze zbytku naplnit**.

Práce dále obsahuje Dodatek s přehledem fyzikálních hodnot, které jsme při výpočtech používali a slovníček vybraných anglických termínů, ten ocení zájemci o další informace, neboť drtivá většina zdrojů o slapových jevech a gravitačním manévru je právě v angličtině. V Příloze se pak nachází návody na ovládání animací a informace o tom, na jaké nejdůležitější souvislosti by se měli žáci při přehrávání dané animace soustředit. Důležitou částí disertační práce je také Seznam použité literatury, který představuje velké množství dalších zdrojů, kde se o slapových jevech a gravitačním manévru mohou zájemci, kterým tato práce nebude stačit, dozvědět další informace.

Zařazení témat slapových jevů a gravitačního manévru je možné nejen do astronomického semináře, ale i do běžné výuky. Při vysvětlení gravitačního manévru se neobejdeme bez práce s různými vztažnými soustavami, což se na středních školách moc nepoužívá. Téma gravitačního manévru by mohlo být vhodným zadáním domácího úkolu či referátu, kdy by žáci mohli vyhledávat informace o sondách, detaily o letu, jeho přípravě a startu, průběhu letu, objevech, které sonda učinila, obtížích, se kterými se vědci během mise potýkali, jaký byl konec mise. Vše by bylo doplněno působivými fotografiemi, které sonda z blízkosti pořídila a které bychom bez gravitačního manévru dosud neměli možnost spatřit. Takto by například mohl žák zahájit referátem o sondě, která využila gravitační manévru, a učitel by pak mohl navázat právě jeho vysvětlením. Za mnohé objevy slapových jevů vdčíme právě gravitačnímu manévru, takže přechod ke slapovým jevům od gravitačního manévru je v podstatě naprosto přirozený, a to tím spíš, pokud se podíváme na obvyklou strukturu učiva v prvním ročníku gymnázia: nejprve se probírají inerciální a neinerciální vztažné soustavy, dále zákon zachování mechanické energie, po kterém následuje gravitační pole. Právě pomocí těchto tří témat vysvětlíme slapové jevy i gravitační manévru.

Dalším využitím těchto témat ve výuce by mohl být například projekt, který by mohl mít třeba i přesahy do biologie (a samozřejmě i angličtiny, když mnoho informací je přímo na stránkách NASA [39], příliv a odliv se také probírá v geografii). Žáci by měli za úkol naplánovat misi s cílem přistání na Enceladu (na jiném měsíci sluneční soustavy se slapovými projevy). Plánování by zahrnovalo jak samotný start, tak let s využitím (zřejmě několika) gravitačních manévru, dále přistání a následný výzkum měsíce. Spolupráce s biologií se přímo nabízí, když víme, že na tomto měsíci existuje podpovrchový oceán se slaností velmi podobnou pozemským oceánům a ve výtrscích z kryovulkánů jsou obsaženy organické sloučeniny. „Biologická část“ týmu by měla za úkol vyhledat pozemské jednoduché organizmy, které k životu nepotřebují světlo, a zkusit určit, které z nich by se případně mohly vyskytovat právě na Enceladu.

Nesmíme zapomenout ani na předmět Informatika a výpočetní technika, ve kterém by žáci mohli např. v programu *Wolfram Mathematica* [64] vytvářet vlastní grafy rychlostí sond, jejich trajektorií atd. ze skutečných dat získaných z [26] podle návodů uvedených na stránkách [16] a v člancích [9] a [11]. Výsledkem by tak mohla být poměrně rozsáhlá sbírka grafů týkajících se průletů sond kolem planet, při kterých se využíval gravitační manévru. Z grafů by se pak už snadno zjistilo zvýšení či snížení rychlosti *vůči Slunci*. Takové grafy jsme při analýze dostupných materiálů nikde nenalezli.

To byly některé náměty na zařazení slapových jevů a gravitačního manévru do výuky. Tato témata lze tedy zařadit jak do běžné výuky ke zvýšení zájmu žáků o fyziku, tak samozřejmě do výběrového semináře, kde se jim lze věnovat velmi podrobně. Pro náměty využití animací letů kosmických sond ve výuce fyziky viz článek [17].

I když je práce určena především žákům středních škol, věříme, že některé pasáže mohou být srozumitelné i žákům škol základních, a naopak, že práce může sloužit rovněž studentům vysokých škol jako úvod do dané problematiky (a seznam literatury je pak nasměrovat k dalšímu studiu). Učitelům by práce měla výrazně usnadnit jejich přípravu na výuku.

Věříme, že práce poskytne inspiraci nejednomu učiteli fyziky pro výuku a že svým obsahem zaujme nejen žáky středních škol, kterým je primárně určena, ale jakékoli zájemce o danou problematiku.

Dodatek

název	značka	hodnota
hmotnost Země	M_{\oplus}	$5,97 \cdot 10^{24}$ kg
hmotnost Měsíce	M_{ζ}	$7,34 \cdot 10^{22}$ kg
rovníkový poloměr Země	R_{\oplus}	$6,38 \cdot 10^6$ m
střední vzdálenost Země-Měsíc	r_{ζ}	$3,84 \cdot 10^8$ m
gravitační konstanta	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ m ³ · kg ⁻¹ · s ⁻²
hmotnost Slunce	M_{\odot}	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg
střední vzdálenost Země-Slunce	r_{\odot}	$1,50 \cdot 10^{11}$ m
numerická excentricita Země	ϵ_{\oplus}	0,0167
numerická excentricita Měsíce	ϵ_{ζ}	0,0549
vzdálenost Země od Slunce v perihéliu	$r_{\oplus p}$	$1,47 \cdot 10^{11}$ m
vzdálenost Země od Slunce v aféliu	$r_{\oplus a}$	$1,52 \cdot 10^{11}$ m
vzdálenost Měsíce od Země v perigeu	$r_{\zeta p}$	$3,57 \cdot 10^8$ m
vzdálenost Měsíce od Země v apogeu	$r_{\zeta a}$	$4,07 \cdot 10^8$ m
siderický den	T_{\oplus}	23 h 56 min 4 s
siderický rok	—	365,256 d
siderický měsíc	T_{ζ}	27 d 7 h 43 min 12 s
synodický měsíc	—	29 d 12 h 44 min 3 s
anomalistický měsíc	—	27 d 13 h 18 min 33 s
drakonický měsíc	—	27 d 5 h 5 min 36 s
rovníkový poloměr Země (větší přesnost)	—	6 378,1 km
polární poloměr Země	—	6 356,8 km
sklon rotační osy Země vůči rovině ekliptiky	—	66,6°
sklon roviny oběhu Měsíce kolem Země vůči rovině ekliptiky	—	5,15°
moment setrvačnosti Země	J_{\oplus}	$8,04 \cdot 10^{37}$ kg · m ²
rovníkový poloměr Měsíce	R_{ζ}	$1,74 \cdot 10^6$ m
střední hustota Měsíce	—	3 340 kg · m ⁻³
rovníkový poloměr Marsu	—	$3,40 \cdot 10^6$ m
střední vzdálenost Phobosu od Marsu	—	$9,38 \cdot 10^6$ m

Tabulka 3.28: Přehled fyzikálních hodnot užitých v práci a jejich označení. Pokud hodnotu k žádným výpočtům nepoužíváme, její označení není potřeba. Většina hodnot je s přesností na 3 platné číslice. Hodnoty byly získány z těchto zdrojů: [40] a [45].

planeta	$\frac{T_p}{r}$	$\frac{a_p}{\text{au}}$	$\frac{R_p}{\text{km}}$	$\frac{M_p}{10^{24} \text{ kg}}$	$\frac{\rho_p}{\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}}$
Merkur	0,241	0,387	2 440	0,330	5 430
Venuše	0,615	0,723	6 050	4,87	5 240
Země	1,00	1,00	6 380	5,97	5 510
Mars	1,88	1,52	3 400	0,642	3 930
Jupiter	11,9	5,20	71 500	1 900	1 330
Saturn	29,5	9,58	60 300	568	687
Uran	84,0	19,2	25 600	86,8	1 270
Neptun	165	30,1	24 800	102	1 640

Tabulka 3.29: Vybrané údaje o planetách: oběžná doba kolem Slunce T_p (r ve významu siderického roku Země, 365,256 d), délka hlavní poloosy a_p , rovníkový poloměr R_p (poloměr plyných planet je uvažován pro tlak 10^5 Pa), hmotnost M_p a střední hustota ρ_p , [45]. Hodnoty jsou s přesností na tři platné číslice.

anglický termín	český význam
tides	obecný termín pro slapy
high tide, low tide	příliv, odliv
spring tide	skočný příliv
neap tide	hluchý příliv
perigean spring tide	skočný příliv pro případ, kdy je Měsíc poblíž perigea
diurnal tidal pattern	za 24 h 50 min nastává pouze jeden příliv a jeden odliv
semidiurnal tidal pattern	za 24 h 50 min nastávají 2 přibližně stejně vysoké přílivy a 2 přibližně stejně nízké odlivy
mixed tidal pattern	za 24 h 50 min se střídají dva různě vysoké přílivy a 2 různě nízké odlivy
higher high tide	vysoký příliv, za 24 h 50 min nastávají dva různě vysoké přílivy, jde o vyšší z nich
lower high tide	nízký příliv, za 24 h 50 min nastávají dva různě vysoké přílivy, jde o nižší z nich
tidal bulge	slapová výduť
tidal locking	jev, při kterém dochází k vázané rotaci
tidal tearing	slapové roztrhání tělesa
tidal heating	slapový ohřev
equilibrium tide	výsledný rovnovážný tvar tělesa, na které působí slapové síly
sphere of influence	sféra gravitačního vlivu
gravitational assist, slingshot effect	gravitační manévr
flyby, swingby	oblet planety či měsíce, při kterém dochází ke gravitačnímu manévru

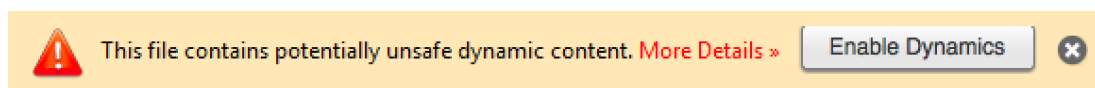
Tabulka 3.30: Vybrané anglické pojmy týkající se slapových jevů a gravitačního manévru a jejich české významy.

Příloha

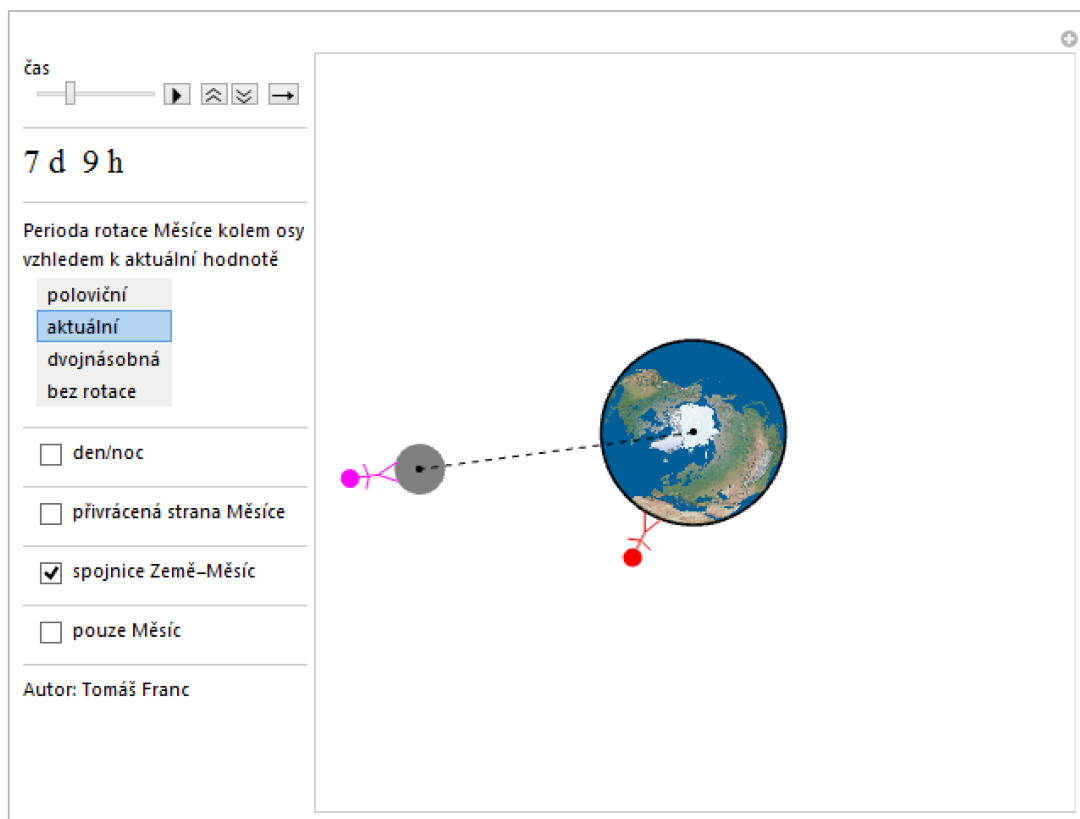
V této části práce uvedeme návody na ovládání animací a co všechno lze pomocí animací zkoumat. Animace byly vytvořeny v programu *Wolfram Mathematica* (verze 9) [64]. K jejich přehrání však stačí program *Wolfram CDF Player*, který je zcela zdarma ke stažení z [62]. V tomto programu zůstává zachována kompletní funkčnost všech prvků v animacích (stále je např. možné 3D obrázky natáčet). Na přiloženém CD jsou však nejen soubory programu *Wolfram CDF Player* (s příponou .cdf), ale i originální soubory programu *Wolfram Mathematica* (s příponou .nb), takže je možné prohlédnout si zdrojový kód animace a případně jej upravit podle vlastních potřeb (např. změnit barvu pozadí). S výjimkou animací *Pohyb Země kolem barycentra* a *Nesprávný pohyb Země kolem barycentra* jsou všechny animace dostupné rovněž na stránkách autora [16] (v české i anglické verzi) a dále na portálu *Wolfram Demonstrations Project* [63]. Animace všech letů kosmických sond byly vytvořeny pomocí skutečných dat získaných z rozhraní [26], jde tedy o reálné trajektorie sond. Návod, jak vložit data získaná z rozhraní [26] do programu *Wolfram Mathematica* je uveden na stránkách [16] a rovněž v článcích [9] a [11]. Celkem jsme vytvořili 13 animací letů sond a 4 animace související se slapovými jevy. Protože všechny animace letů sond vypadají podobně (co se týká nastavení), popíšeme zde pouze jednu animaci ve 2D zobrazení a jednu animaci ve 3D zobrazení.

Jedním ze základních požadavků na animaci je *intuitivní ovládání*, což jsme se při vytváření animací snažili dodržet. Nebudeme zde proto vysvětlovat všechna možná nastavení, která daná animace nabízí, budeme se především soustředit na to nejdůležitější, co lze v dané animaci pozorovat.

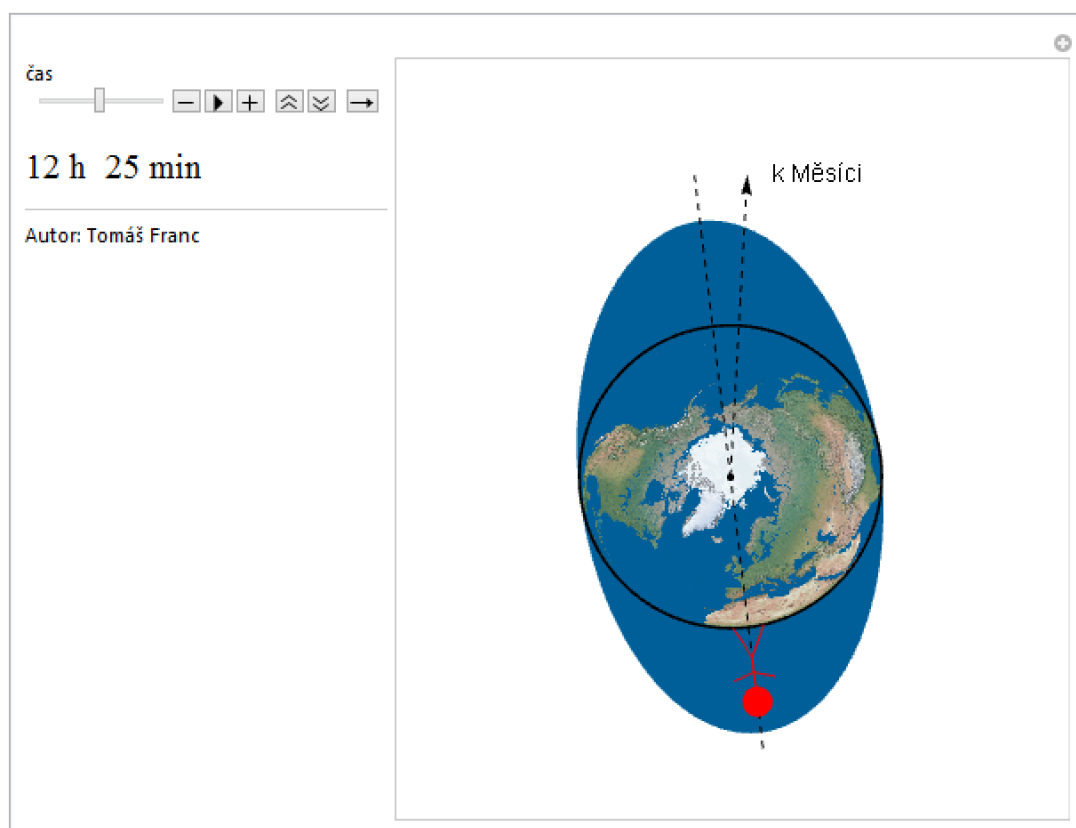
Všechny animace byly vytvořeny s cílem snadnějšího a názornějšího pochopení některých jevů uvedených v této práci.



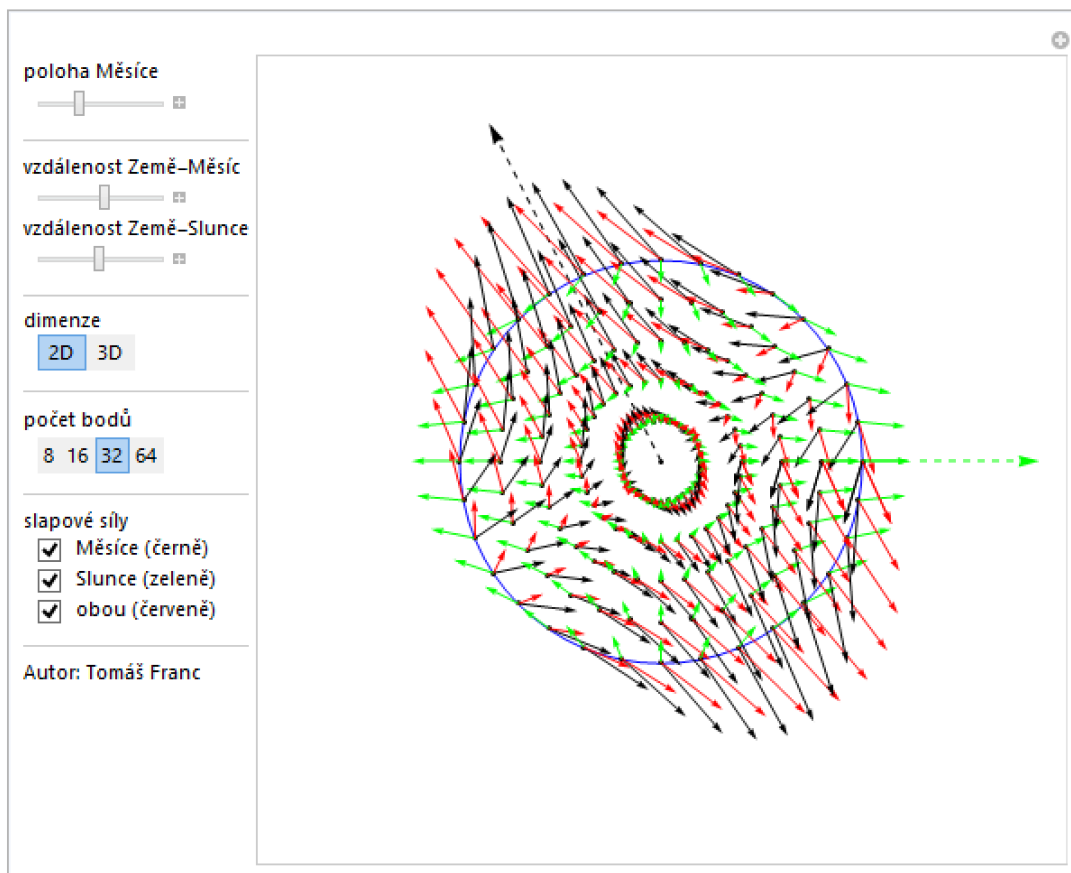
Obrázek 3.30: Varování před spuštěním animace. Je možné, že program *Wolfram CDF Player* při spuštění animace zobrazí toto varování. Animací na přiloženém CD či stránkách [16] se není třeba obávat, žádné viry neobsahují, jde opravdu pouze o varování, a můžeme proto zvolit „Enable Dynamics“.



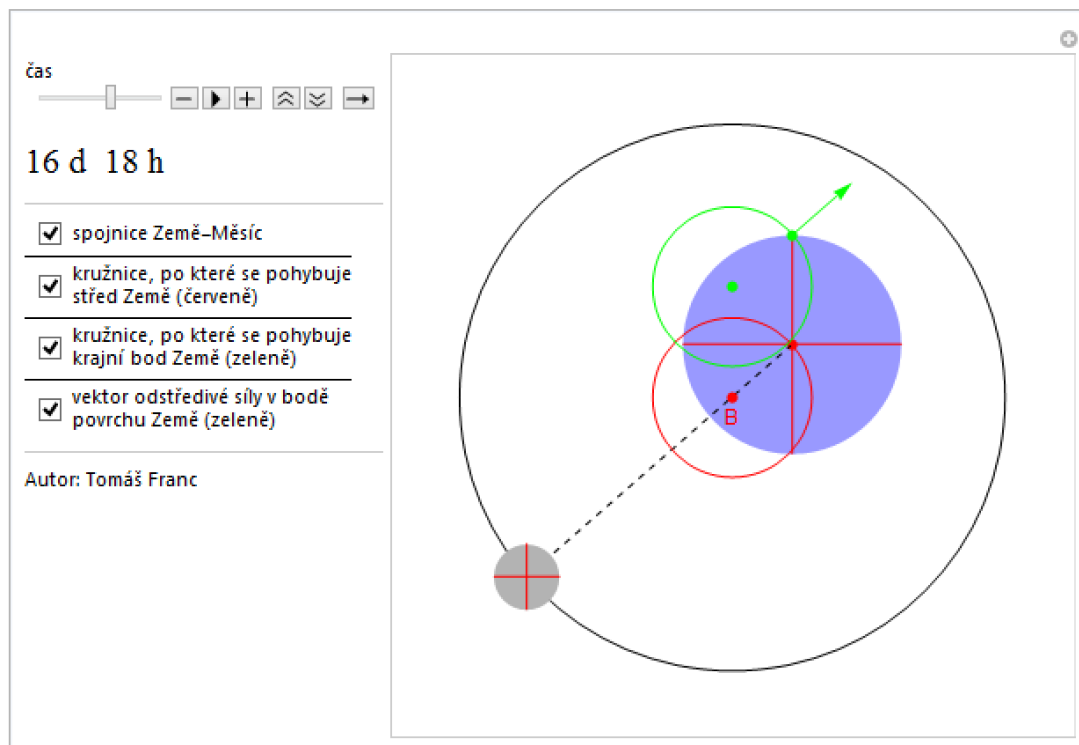
Obrázek 3.31: Animace *Jedna strana Měsíce*. Animace demonstruje, proč ze Země neustále vidíme pouze část povrchu Měsíce. V animaci je možné nastavit 4 různé poměry oběžné doby Měsíce kolem Země a rotační periody Země. *Aktuální* znamená rovnost obou period a v animaci vidíme, že v tomto případě člověk na Zemi nikdy neuvidí na člověka stojícího na odvrácené straně Měsíce. Pohled v animaci je z místa vysoko nad severním pólem, velikosti těles nejsou ve správném měřítku, navíc předpokládáme, že Měsíc obíhá kolem Země v rovině zemského rovníku. Jakékoli jiné nastavení rotační periody Měsíce však povede k tomu, že člověk na Zemi postupem času uvidí na člověka na Měsíci, zejména je důležité nastavení *bez rotace*, kdy bychom viděli celý povrch Měsíce během jeho oběhu kolem Země. Všechny animace je možné zvětšit. Jednou možností je kliknutí na číslo s procenty v pravém dolním rohu okna programu *Wolfram CDF Player* a následný výběr požadovaného zvětšení. Druhou možností je kliknutí na obrázek animace, čímž se animace oranžově orámuje. Poté táhnutí myši některého z rohů oranžového rámečku zvětší animaci do požadované velikosti.



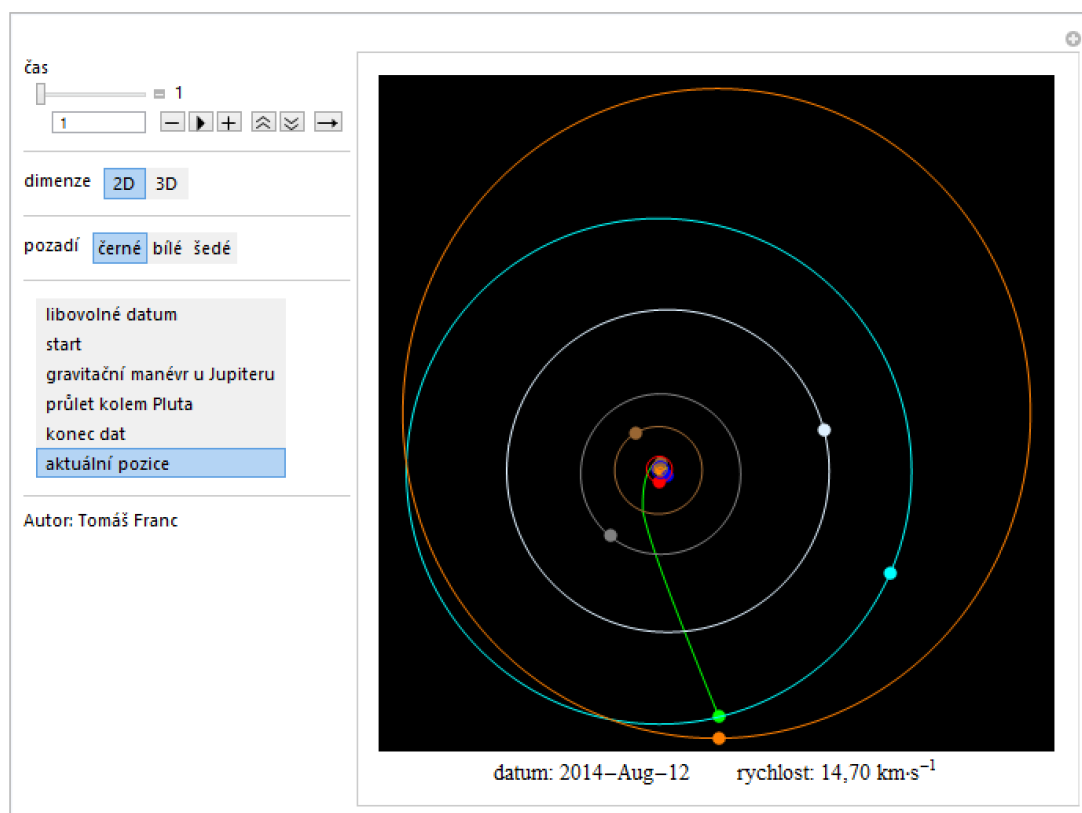
Obrázek 3.32: Animace *Perioda slapů*. Tato animace demonstruje, s jakou periodou se na daném místě na Zemi střídá příliv a odliv. V animaci je znázorněno natočení slapových výdutí před spojnicí středů Země a Měsíce (neodpovídá však pro názornost skutečnosti). Pohled v animaci je z hlediska pozorovatele pohybujícího se nad severním pólem společně se Zemí kolem Slunce a vidíme, že pro takového pozorovatele se vlastně člověk na Zemi dostává do oblasti přílivu vlivem rychlé rotace Země. Než se člověk na Zemi vrátí do „stejného přílivu“, uplyne doba přibližně 24 h 50 min kvůli změně polohy Měsíce. Doba, s jakou se na Zemi střídá příliv je proto poloviční, 12 h 25 min.



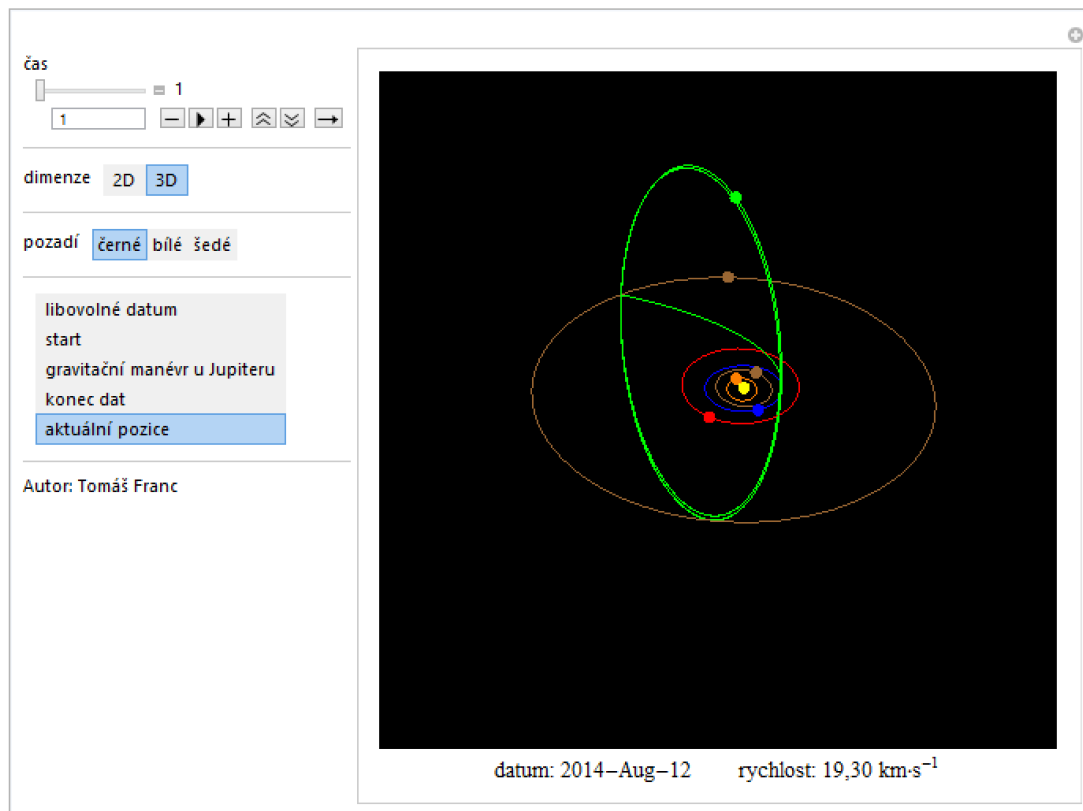
Obrázek 3.33: Animace *Slapové síly*. V animaci je možné zjišťovat vliv vzájemné polohy Země, Měsíce a Slunce a vliv excentricit oběžných trajektorií Země (kolem Slunce) a Měsíce (kolem Země) na velikosti a směry slapových sil. Můžeme si nechat zobrazit slapové síly pouze Měsíce, pouze Země, nebo výsledné slapové síly od společného působení Měsíce a Slunce na Zemi (případně kombinaci těchto možností). Rovněž je možné 3D zobrazení (pro ovládání animace ve 3D zobrazení viz popisek Obrázku 3.36). V animaci předpokládáme, že Měsíc obíhá kolem Země v rovině ekliptiky, rotaci Země kolem osy neuvažujeme. Černá čárkovaná šipka určuje směr k Měsíci, zelená šipka směr ke Slunci (Slunce je ve stálé poloze). Z animace vidíme, že výstřednost trajektorie Země nemá na velikost slapových sil Slunce velký vliv na rozdíl od výstřednosti trajektorie Měsíce. Dále můžeme zkoumat, jak se mění výsledné slapové síly od Měsíce a Slunce v závislosti na poloze Měsíce vůči Zemi a Slunci. Je také velmi užitečné sledovat, jak se v jednom daném bodě mění směr a velikost výsledné slapové síly Měsíce a Slunce při obíhání Měsíce kolem Země. Také můžeme pozorovat změny výsledné slapové síly v bodě nejbližším k Měsíci (tento bod se neustále posouvá s Měsícem). V animaci je zvolen směr obíhání Měsíce kolem Země proti směru hodinových ručiček. Nejprve slapová síla v bodě nejbližším k Měsíci míří k Měsíci, poté za Měsíc (ve smyslu jeho obíhání kolem Země), následně opět k Měsíci, a poté před Měsíc. Dále se to celé opakuje.



Obrázek 3.34: Animace *Pohyb Země kolem barycentra*. Animace názorně demonsthuje posuvný pohyb Země kolem barycentra, kdy červený kříž na Zemi nemění svou orientaci. V animaci neuvažujeme rotaci Země kolem osy, ani rotaci Měsíce. Rozměry a vzdálenosti těles nejsou ve správném měřítku. Spojnice středů Země a Měsíce neustále prochází barycentrem a vektor odstředivého zrychlení bodu povrchu Země (zeleně) je s touto spojnicí neustále rovnoběžný a míří od středu kružnice, po které se daný bod pohybuje. Všechny body Země se pohybují po různých kružnicích (mají různé středy), ale se stejnými poloměry (v animaci jsou pro přehlednost pouze dvě takové kružnice). Podobně vypadá animace *Nesprávný pohyb Země kolem barycentra* (nebudeme proto přikládat další obrázek), ve které Země kolem barycentra nesprávně vykonává rotační pohyb namísto posuvného. V tomto případě vidíme, že červený kříž na Zemi mění svou orientaci, pro srovnání Měsíc stále koná posuvný pohyb. Nyní se střed Země a bod povrchu pohybují po kružnicích o různých poloměrech (se stejným středem v barycentru), vektor odstředivého zrychlení (zeleně) míří stále od barycentra, není však neustále rovnoběžný se spojnicí středů Země a Měsíce.



Obrázek 3.35: Animace letu sondy *New Horizons* ve 2D zobrazení. Pokud chceme animaci přehrát automaticky (tlačítko *Play*), je nutné mít zároveň zvolené nastavení *libovolné datum*. Jiné nastavení (např. *gravitační manévr u Jupiteru*) animaci přepíná na statický obrázek znázorňující danou situaci. Kromě sond, které již zanikly, nebo pro ně nejsou další data k dispozici, je v animacích rovněž nastavení *aktuální pozice*, které přepne animaci na statický obrázek znázorňující polohu sondy a planet pro současné datum. Pod animací je zobrazeno datum (s anglickými zkratkami) a okamžitá rychlost sondy *vůči Slunci*. Trajektorie každé planety má ve všech animacích stejnou barvu (věříme, že každý snadno určí, které barvy patří kterým planetám). Pokud některé sondy měly komplikovanou trajektorii (jako např. *MESSENGER*), je v dané animaci rovněž nastavení *celá trajektorie*, pokud není zapnuté, pak se zobrazuje pouze část trajektorie za posledních 500 dní letu sondy. V některých animacích lze rovněž vypnout či zapnout zobrazení vybraných těles a jejich trajektorií. Kartézská soustava souřadnic ve všech animacích je tato: počátek je ve středu Slunce, kladná souřadnicová osa x míří k jarnímu bodu, rovina xy odpovídá rovině ekliptiky, planety obíhají Slunce proti směru hodinových ručiček.



Obrázek 3.36: Animace letu sondy *Ulysses* ve 3D zobrazení. Pro 3D zobrazení platí totéž, co pro 2D, navíc je možné obrázek animace různě natáčet, posouvat, přibližovat a oddalovat. Otáčení je možné po kliknutí levým tlačítkem myši na obrázek a následným tahem myši. Posouvání animace se provádí pomocí současného stisku klávesy SHIFT a táhnutí myši (po kliknutí na obrázek animace). Přibližování a oddalování animace je možné pomocí táhnutí myši a stisknutí tlačítka CTRL. Ve 3D zobrazení je zejména užitečné porovnávat oběžné roviny sondy kolem Slunce s oběžnými rovinami planet, planetek či komet a rovněž změny těchto rovin při gravitačních manévrech. Navíc je možné pozorovat, jestli při obletu planety docházelo ke zpomalení sondy nebo jejímu urychlení *vůči Slunci* jednak z vývoje rychlosti, jednak sledováním, jestli sonda letěla před planetou nebo za ní (to samozřejmě není vidět, ale lze to odhadnout z faktu, jestli byla sonda na oběžné trajektorii planety dříve, nebo později než planeta). V tomto obrázku můžeme pozorovat polární trajektorii sondy *Ulysses*, jejíž bod stále prochází bodem u trajektorie Jupiteru, kde sonda využila gravitační manévru. Aby vynikly ve 3D zobrazení rozdíly ve třetí souřadnici, není poměr měřítek os stejný.

Seznam použité literatury

- [1] ASTRONOMICKÝ SERVER PEDAGOGICKÉ FAKULTY ZČU V PLZNI. *Slapové jevy* [online]. Poslední změna 15. 1. 2010 [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://astronomia.zcu.cz/planety/zeme/1961-slapove-jevy>
- [2] BARTLETT, Albert A., HORD, Charles W. The slingshot effect: explanation and analogies. *The Physics Teacher*. 1985, **23**(8), 466-473.
- [3] BLAND, Michael T., SHOWMAN, Adam P., TOBIE, Gabriel. The production of Ganymede's magnetic field. *Icarus*. 2008, **198**, 384-399.
- [4] BRITANNICA ONLINE FOR KIDS. *Přilivová elektrárna na řece Rance v Saint-Servan ve Francii* [fotografie, online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://kids.britannica.com/elementary/art-118418>
- [5] BROŽ, Miroslav, ŠOLC, Martin. *Fyzika sluneční soustavy*. Praha: Matfyz-Press, 2013. 422 s. ISBN 978-80-7378-236-8.
- [6] CARTWRIGHT, David E. *Tides: A Scientific History*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 292 s. ISBN 0-521-79746-2.
- [7] CURTIS, Howard D. *Orbital Mechanics for Engineering Students*. 2. vyd. Burlington: Butterworth Heinemann, 2009. 722 s. ISBN 978-0-12-374778-5.
- [8] EUROPEAN SPACE AGENCY. *ESA Science and Technology: Home page* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z <http://sci.esa.int/home/>
- [9] FRANC, Tomáš. Animace letů vesmírných sond. In *Veletrh nápadů učitelů fyziky 17*. Praha, P3K, 2012, 87-91. ISBN 978-80-87343-13-5.
- [10] FRANC, Tomáš. Co vše se skrývá pod slapovými jevy? In *Veletrh nápadů učitelů fyziky 18*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2013, 45-49. ISBN 978-80-7435-372-7.
- [11] FRANC, Tomáš. Gravitational Assisted Trajectories – making your own pictures and trajectory study. In *Proceedings GIREP-EPEC Conference 2011 Physics Alive*. Jyväskylä: University of Jyväskylä, 2012, 202-207. ISBN 978-951-39-4801-6.
- [12] FRANC, Tomáš. Interesting Facts about Tides You Might Not Have Known. In *ICPE-EPEC 2013 Conference Proceedings*. Praha: MatfyzPress, 2014, 1131-1136. ISBN 978-80-7378-266-5.

- [13] FRANC, Tomáš. Students' Knowledge about the Gravitational Assist. In *Proceedings of the World Conference on Physics Education 2012*. Ankara, Pegem Akademi, 2014, 665-675. ISBN 978-605-364-658-7.
- [14] FRANC, Tomáš. The Gravitational Assist. In *WDS'11 Proceedings of Contributed Papers: Part III – Physics*. Praha, MatfyzPress, 2011, 55–60. ISBN 978-80-7378-186-6.
- [15] FRANC, Tomáš. Tides in the Earth-Moon System. In *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers: Part III - Physics*. Praha, MatfyzPress, 2012, 98–104. ISBN 978-80-7378-226-9.
- [16] FRANC, Tomáš. *Tomáš Franc homepage* [online]. Poslední změna 26. 9. 2013 [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~franc/>
- [17] FRANC, Tomáš. Využití animací letů kosmických sond ve výuce fyziky. *MATEMATIKA–FYZIKA–INFORMATIKA*. 2014. Přijato do tisku.
- [18] GALILI, I., LEHAVI, Y. The importance of weightlessness and tides in teaching gravitation, *American Journal of Physics*. 2003, **71**(11), 1127-1135.
- [19] GRIFFIN, Alan. Tides, as explained by Newton. *Physics Education*. 2008, **43**(2), 129-131.
- [20] GUTH, Vladimír, LINK, František, MOHR, J. M. a ŠTERNBERK, Bohumil. *Astronomie I*. 2. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 662 s.
- [21] HVĚZDÁRNA A PLANETÁRIUM HL. M. PRAHY *Hvězdářská ročenka 2014*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2013. 128 s. ISBN 978-80-86017-55-6.
- [22] INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. *Key World Energy Statistics 2013* [online]. Paříž: International Energy Agency, 2013 [cit. 9. 8. 2014]. 80 s. Dostupné z: <http://www.iea.org/publications/freepublications/>
- [23] JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY. *ISAS | Institute of Space and Astronautical Science* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://www.isas.jaxa.jp>
- [24] JET PROPULSION LABORATORY. *Cassini Solstice Mission* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://saturn.jpl.nasa.gov/index.cfm>
- [25] JET PROPULSION LABORATORY. *Dawn Mission: Dawn - Home Page* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://dawn.jpl.nasa.gov/>
- [26] JET PROPULSION LABORATORY. *HORIZONS Web-Interface* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>
- [27] JET PROPULSION LABORATORY. *Voyager – The Interstellar Mission* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://voyager.jpl.nasa.gov/index.html>

- [28] JOHNS HOPKINS UNIVERSITY APPLIED PHYSICS LABORATORY. *MESSENGER Web Site* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://messenger.jhuapl.edu/>
- [29] JOHNS HOPKINS UNIVERSITY APPLIED PHYSICS LABORATORY. *New Horizons Web Site* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://pluto.jhuapl.edu/index.php>
- [30] JOHNS HOPKINS UNIVERSITY APPLIED PHYSICS LABORATORY. *Solar Probe Plus: A NASA Mission to Touch the Sun* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://solarprobe.jhuapl.edu/>
- [31] KEKULE, Martina, ŽÁK, Vojtěch. Mají dívky a chlapci rozdílné postoje k fyzice a zájem o ni? Co s tím? *Pedagogická orientace*. 2009, **19**(3), 65-88.
- [32] KULHÁNEK, Petr. Země se vzdaluje od Slunce. In *Aldebaran Bulletin* [online]. 19. 6. 2009 [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: http://www.aldebaran.cz/bulletin/2009_24_zem.php
- [33] LANG, Kenneth R. *Essential Astrophysics*. Heidelberg: Springer, 2013. 635 s. ISBN 978-3-642-35962-0.
- [34] LOXSOM, Fred M. Explaining Tides. *The Physics Teacher*. 1977, **15**, 304.
- [35] MACH, Ernst. *The Science of Mechanics* [online]. 4. vyd. Londýn: The Open Court Publishing Co., 1919 [cit. 9. 8. 2014]. 605 s. Dostupné z: <https://archive.org/details/scienceofmechani005860mbp>
- [36] MACHÁČEK, Martin. *Fyzika pro gymnázia – Astrofyzika*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2004. 44 s. ISBN 80-7196-277-5.
- [37] MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY. *Rejstřík škol a školských zařízení* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://rejskol.msmt.cz/>
- [38] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *Home / Mission Juno* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://missionjuno.swri.edu/>
- [39] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *NASA* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z <http://www.nasa.gov/>
- [40] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *NASA – Eclipses and the Moon's Orbit* [online]. Poslední změna 12. 1. 2012 [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEhelp/moonorbit.html>
- [41] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *NASA – EPOXI Mission – Home* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://epoxi.umd.edu/>
- [42] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *Photojournal: NASA's Image Access Home Page* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>

- [43] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. *Solar System Exploration: Home Page* [online]. [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://solarsystem.nasa.gov/index.cfm>
- [44] NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION. *NOAA's National Ocean Service Education: Tides and water levels* [online]. [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://oceanservice.noaa.gov/education/kits/tides/>
- [45] NATIONAL SPACE SCIENCE DATA CENTER. *Planetary Fact Sheets* [online]. Poslední změna 6. 2. 2005 [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/planetfact.html>
- [46] OLSON, Donald W., DOESCHER, Russell L., SINNOT, Roger W. Did the Moon Sink the Titanic?, *Sky & Telescope*, 2012, **123**(4), 34-39.
- [47] POKORNÝ, Zdeněk. *Příběh nesmrtelných poutníků*. Brno: Rovnost, 1995. 261 s. ISBN 80-85826-12-7.
- [48] PUDIVÍTR, Petr. *Výuka astronomie na středních školách*. Praha: 2014. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Matematicko-fyzikální fakulta.
- [49] SAWICKI, Mikolaj. Myths about Gravity and Tides. *The Physics Teacher*. 1999, **37**, 438-441.
- [50] SIMANEK, Donald E. *Tidal Misconceptions* [online]. Poslední změna červen 2011 [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/tides.htm>
- [51] SOUCHAY, Jean, MATHIS, Stéphane, TOKIEDA, Tadashi. *Tides in Astronomy and Astrophysics*. Heidelberg: Springer, 2013. 375 s. ISBN 978-3-642-32960-9.
- [52] TECHNET.cz – Technika kolem nás. *Sonda Juno je po obletu Země v pořádku a míří k Jupiteru* [online]. Poslední změna 15. 10. 2013 [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://technet.idnes.cz/>
- [53] *Tides.INFO: Ocean and river tide predictions for locations around the globe* [online]. [cit. 9. 8. 2014]. Dostupné z: <http://www.tides.info/>
- [54] TOKANO, Tetsuya, NEUBAUER, Fritz M. Tidal Winds on Titan Caused by Saturn, *Icarus*. 2002, **158**, 499–515.
- [55] TWIDELL, John, WEIR, Tony. *Renewable Energy Resources*. 2. vyd. Abingdon: Taylor & Francis, 2006. 601 s. ISBN 0-419-25330-0.
- [56] VIIRI, Jouni. Students' understanding of tides. *Physics Education*. 2000, **35**(2), 105–110.
- [57] VIIRI, Jouni, SAARI, Heikki. Research-based teaching unit on the tides. *International Journal of Science Education*. 2004, **26**(4), 463-481.

- [58] VÝZKUMNÝ ÚSTAV PEDAGOGICKÝ V PRAZE. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia*. Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. ISBN 978-80-87000-11-3.
- [59] WALKER, John. *Lunar Perigee and Apogee Calculator* [online]. Poslední změna 5. 5. 1995 [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <https://www.fourmilab.ch/earthview/pacalc.html>
- [60] WALTER, Ulrich. *Astronautics: The Physics of Space Flight*. 2. vyd. Singapur: Wiley-VCH, 2012. 568 s. ISBN 978-3-527-41035-4.
- [61] *Wikimedia Commons* [online]. Poslední změna 1. 7. 2014 [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://commons.wikimedia.org/>
- [62] WOLFRAM. *Wolfram CDF Player for Interactive Computable Document Format* [online]. [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://www.wolfram.com/cdf-player/>
- [63] WOLFRAM. *Wolfram Demonstrations Project* [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://demonstrations.wolfram.com/>
- [64] WOLFRAM. *Wolfram Mathematica: Definitive System for Modern Technical Computing* [online]. [cit. 9. 8. 2014].
Dostupné z: <http://www.wolfram.com/mathematica/>

Seznam tabulek

1.1	Výšky přílivu a odlivu způsobené zvláště Měsícem a zvláště Sluncem.	18
1.2	Výšky přílivu a odlivu v závislosti na vzdálenosti Měsíce.	21
1.3	Výšky přílivu a odlivu v závislosti na vzdálenosti Slunce.	21
1.4	Výšky přílivu a odlivu při skočném přílivu.	22
1.5	Výšky přílivu a odlivu při hluchém přílivu.	23
1.6	Rocheova mez vybraných měsíců Saturnu.	49
1.7	Teoretické výšky přílivu na vybraných měsících planet.	54
2.1	Sféry gravitačního vlivu planet.	56
2.2	Doby přeletu sondy pro Hohmannovy přechodové trajektorie.	60
2.3	Přehled vesmírných sond, které využily gravitační manévru.	68
3.1	Přehled škol, které se výzkumu účastnily.	85
3.2	Věk žáků.	86
3.3	Známky žáků.	86
3.4	Soutěže, kterých se žáci zúčastnili.	87
3.5	Volba vysokoškolských oborů.	87
3.6	Zájem žáků o astronomii (nebo kosmonautiku).	88
3.7	Přehled zdrojů, kde se žáci dozvěděli o gravitačním manévru.	89
3.8	Další výhody gravitačního manévru.	90
3.9	Fyzikální zákony nutné k vysvětlení změn rychlosti.	92
3.10	Odhad využití motorů sondy během letu.	95
3.11	Vysvětlení odhadu využití motorů sondy během letu.	96
3.12	Trajektorie sondy – obrázky žáků.	99
3.13	Trajektorie sondy – vysvětlení.	103
3.14	Deformace Země způsobená slapovými silami – obrázky žáků.	105
3.15	Deformace Země způsobená slapovými silami – vysvětlení.	109
3.16	Kolik žáků ví, že neustále vidíme pouze část povrchu Měsíce.	111
3.17	Vysvětlení, proč neustále vidíme pouze část povrchu Měsíce.	111
3.18	Souvislost vázané rotace Měsíce se slapovými silami.	113
3.19	Má Slunce nezanedbatelný vliv na příliv a odliv?	114
3.20	Které těleso má na příliv a odliv větší vliv – Slunce nebo Měsíc?	114
3.21	Působí na Zemi větší gravitační silou Slunce nebo Měsíc?	114
3.22	Na Zemi působí větší gravitační silou Slunce – vysvětlení.	115
3.23	Na Zemi působí větší gravitační silou Měsíc – vysvětlení.	116
3.24	Jaké další slapové jevy žáci znají.	117
3.25	Jak moc žáky zaujal gravitační manévr.	119
3.26	Jak moc žáky zaujaly slapové jevy.	119
3.27	Srovnání škol podle nejčtetnějších odpovědí.	122

3.28	Přehled fyzikálních hodnot užitých v práci a jejich označení.	129
3.29	Vybrané údaje o planetách.	130
3.30	Vybrané anglické pojmy.	130