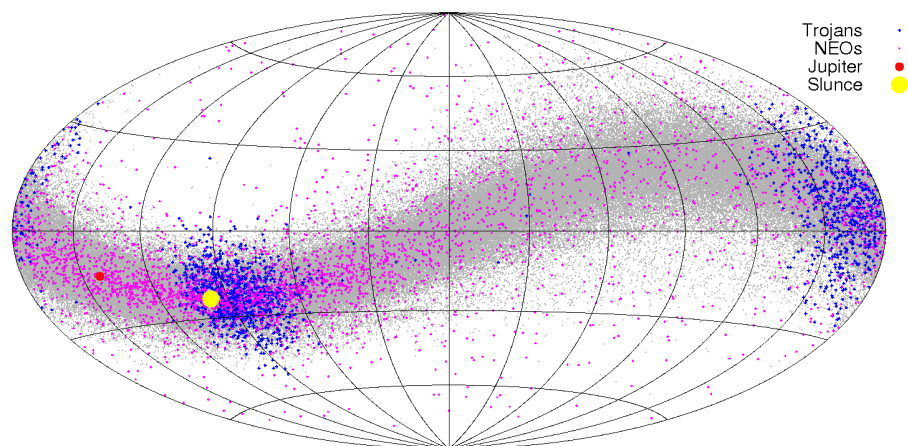


0.1 Planetky

Jak vlastně vypadají planetky na obloze? Jako malé „hvězdičky“, které se vzhledem ke vzdáleným hvězdám poměrně rychle pohybují, typicky o jednu úhlovou minutu za hodinu od východu k západu a okolo opozice o půl minuty zpětně. A kde se na obloze nacházejí? Prakticky všude, ale většina se soustředí podél ekliptiky (obr. 1).¹



Obr. 1 — Hammerova stejnoplochá projekce oblohy v rovníkových souřadnicích s polohami asteroidů v okamžiku 15. 12. 2005 0h UT; zvýrazněna jsou blízkozemní tělesa a Trojané (skupina obíhající před Jupiterem se někdy nazývá Řekové).

Asteroidy jsou nejpočetnější skupinou těles ve sluneční soustavě, počet pozorovaných je více než $4 \cdot 10^5$, z toho očíslovaných (majících přesné orbity) je $2 \cdot 10^5$.

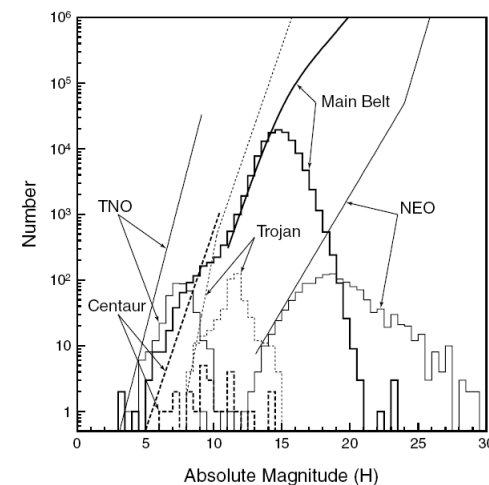
Co o nich *většinou* víme? Ne mnoho: dráhu a absolutní hvězdnou velikost. Ostatní parametry už je obtížnější zjistit. U 10^3 asteroidů známe světelné křivky (a tedy periody otáčení a amplitudy světelných změn), z toho asi u 10^2 bylo možné odvodit polohy rotačních os, případně modely tvaru. Spektra byla pořízena pro 10^3 těles, pro 10^5 těles máme alespoň fotometrii v širokopásmových filtrech. Pět asteroidů (Gaspru, Idu, Mathildu, Eros a Itokawu) navštívily

kosmické sondy, takže známe jejich detailní topografii, rozložení kráterů na povrchu apod. (obr. 2).

95 % katalogizovaných asteroidů se nachází v *hlavním pásu* mezi 2,1 a 3,3 astronomickými jednotkami; někdy se populárně říká „mezi Marsem a Jupiterem“, ale za Marsem a před Jupiterem je ještě pěkná mezera. 5 000 těles se pohybuje po dráhách křížících dráhu planet a 1 600 patří mezi blízkozemní asteroidy, které kříží dráhu Země nebo se k ní alespoň přibližují a mohou se v budoucnu stát potenciálně nebezpečnými.

Mezi zbývajících 5 % jsou *Trojané*, skupiny asteroidů obíhajících po podobné dráze jako Jupiter, v okolí Lagrangeových bodů L_4 a L_5 , tzn. asi 60° před a za Jupiterem. *Kentaurů*, obíhající v oblasti mezi Jupiterem a Neptunem, známe asi 10^2 , a *transneptunických těles* (TNO) 10^3 . Nebudeme se na ně soustředit, nás zajímá hlavní pás.

Skutečný počet všech asteroidů hlavního pásu větších než 1 km (včetně dosud nepozorovaných) je 10^6 . Trojanů je kupodivu více, 10^7 , pozorujeme jich méně jen proto, že jsou vzdálenější a poněkud tmavší než asteroidy hlavního pásu. Kentaurů a TNO je mimochodem ještě víc (viz obr. 3).



Obr. 3 — Pozorovaná diferenciální rozdělení četnosti absolutních hvězdných velikostí různých populací asteroidů („schody“) a vypočítané skutečné populace s uvažáním observační nedostatečnosti (čáry). Převzato z [8].

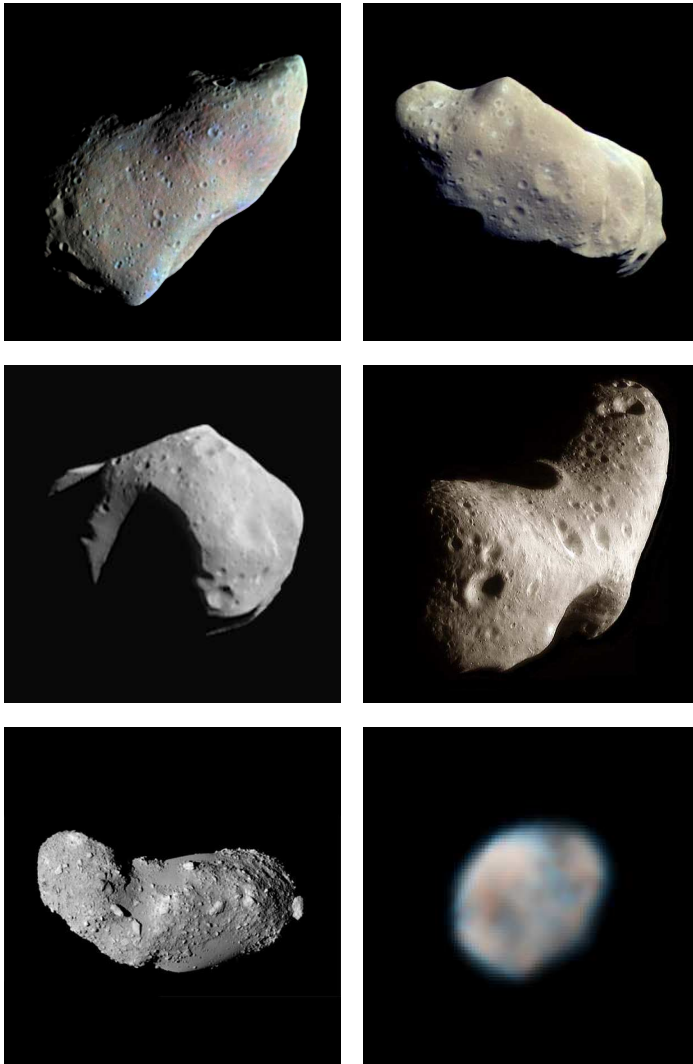
0.1.1 Kde získat data?

Pro nalezení orbitálních dat, včetně absolutních hvězdných velikostí, můžeme zadat Googlovi následující klíčová slova: MPC Minor Planet Center (zde jsou

¹ Hammerova stejnoplochá projekce je definovaná:

$$x = \frac{2R\sqrt{2}\cos\phi\sin\frac{\lambda}{2}}{\sqrt{1+\cos\phi\cos\frac{\lambda}{2}}}, \quad y = \frac{R\sqrt{2}\sin\phi}{\sqrt{1+\cos\phi\cos\frac{\lambda}{2}}},$$

kde λ a ϕ jsou délková a šířková souřadnice.



Obr. 2 — Tvar a topografie planetek (951) Gaspra, (243) Ida, (253) Mathilda, (433) Eros, (25143) Itokawa a (4) Vesta, podle snímků pořízených sondami Galileo (první tři), NEAR, Hayabusa; v posledním případě se jedná o model tvaru odvozený ze snímků HST, planetku navštíví sonda Dawn v roce 2011. Největší rozměry těchto šesti těles se velmi různí: 18 km, 54 km, 66 km, 34 km, 0,54 km, 578 km. Taxonomické typy jsou postupně: S, S, C, S, S, V. Všimněme si též rozdílných topografických charakteristik: na Gaspře a Idě je husté kráterování (svědčí o ≈ 2 miliardy let starém povrchu), na Mathildě však najdeme pouze několik velkých kráterů, na Erosu jsou i hladké plochy, na povrchu Itokawy se válejí valouny, na Veste se nachází jeden obří kráter s centrálním vrcholem. © NASA, JAXA, STScI.

i výpočty efemerid); AstOrb Lowell; JPL Horizons (i efemeridy); NeoDyS AstDyS (vlastní elementy); Sloan Digital Sky Survey Moving Object Catalogue.

Klíčová slova pro periody a světelné křivky jsou: Collaborative Asteroid Lightcurve Link; Petr Pravec NEO; Josef Ďurech models; NASA ADS (zde publikace o jednotlivých asteroidech). Nakonec pro spektra (nebo barvy): SMASS; S3OS2; Planetary Data System; SDSS MOC.

0.1.2 Nomenklatura

Planetky s přesně určenou dráhou se označují číslem v závorce a jménem přiděleným příslušnou pracovní skupinou Nomenklatura malých těles (SBN) Mezinárodní astronomické unie (IAU), většinou na návrh pozorovatele, který nejvíce přispěl k určení oné dráhy. Příkladem může být (1) Ceres, (153) Hilda, (6489) Golevka, (134340) Pluto. Není-li ještě přidělené jméno, uvádí se za definitivním číslem ještě předběžné označení, např. (6486) 1991 FO.

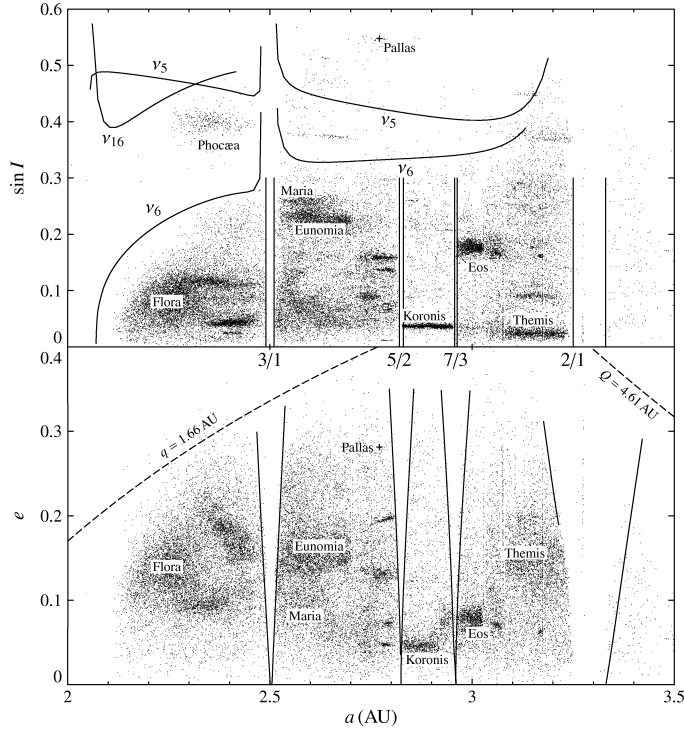
Předběžné označení má tvar: rok objevu, písmeno označující pořadí „dvoutýdnu“ od počátku roku, kdy bylo těleso objeveno, pak písmeno označující pořadí v tomto dvoutýdnu. Když písmena abecedy nestačí, což je dnes pravidlem, pokračuje se doplněním čísla (nebo indexu) 1, pak 2, atd. Zřejmě bude lepší uvést konkrétní příklad z katalogu AstOrb [12], kde můžeme najít tyto planetky objevené v prvních 14 dnech měsíce dubna (tj. ono G): 2004 GA, 2004 GB, ..., 2004 GZ, 2004 GA₁, ..., 2004 GZ₁, ..., 2004 GA₂, ..., 2004 GZ₂, ..., 2004 GW₇₆. Přitom některá označení mohou být vynechána, zejména pokud se záhy zjistí, že dráha odpovídá nějakému dříve objevenému tělesu, použije se pochopitelně starší označení.

Nepříjemné je, že po přidělení definitivního jména z katalogu zmizí předběžné označení. Pro dohledání starších označení pak musíme využít třeba službu [80].

0.1.3 Dráhy

Jak vypadají excentricity a sklony drah? Jeden příklad za všechny je uveden v tab. 1. Většinou díky působení Jupitera a Saturna dost oscilují, $\Delta e \approx 0,1$ až $0,3$, $\Delta i \approx 5^\circ$ až 10° , s periodami řádu 10^1 až 10^5 y. Tyto rychlé oscilace způsobují „rozmazání“ jemných struktur v hlavním pásu, takže abychom je mohli studovat, zavádíme *vlastní elementy*, stabilní po ~ 10 Myr. Počítají se analyticky (Milani a Knežević, 1994) nebo numericky.²

² My používáme nejprve víceetapový konvoluční filtr (na bázi Kaiserova okna) dle Quinn aj. (1991), na jehož výstupu jsou střední elementy. Na ně aplikujeme zpřesněnou Fourierovu transformaci (Šidlichovský a Nesvorný, 1996)), zjistíme tak frekvence přítomné v signálu, „zahodíme“ známé planetární frekvence a jejich kombinace (protože jejich amplitudy jsou úměrné e, I_{planetky} a nejsou vlastní planetce). Vlastní element planetky je pak amplituda



Obr. 4 — Grafy vlastní velká poloosa a_p versus vlastní excentricita e_p a vlastní velká poloosa versus vlastní sklon I_p . Čárkované hyperboly značí hranice křížení drah s planetami: perihélium $q = a(1 - e)$, afélium $Q = a(1 + e)$, když $q = Q_{\text{Marsu}} \doteq 1,66$ AU nebo $Q = q_{\text{Jupitera}} \doteq 4,61$ AU, dostanu pro $e(a)$ právě rovnici hyperboly. Převzato z [2].

planetka	a	e	I	D	P	LV
(1) Ceres	2,767 AU	0,116	9,66°	960 km	9,1 h	0,04

Tab. 1 — Oskulační elementy dráhy, průměr D , rotační perioda P a amplituda světelné křivky LV pro planetku (1) Ceres.

Na grafech vlastní velká poloosa – vlastní excentricita nebo sklon (obr. 4) si hned všimneme několika důležitých vlastností hlavního pásu: i) mezery; ii) shluky; iii) ostré hranice; iv) v průměru jsou e_p , I_p docela veliké. Proč to tak vypadá?

Kirkwoodovy mezery (Kirkwood, 1857) se nacházejí na takových velkých poloosách, kde je střední pohyb (úhlová frekvence oběhu) $n = \sqrt{GM/a^3}$ pla-

největšího ze zbývajících členů. Při filtrování se užívají nesingulární elementy $h = e \cos \varpi$, $k = e \sin \varpi$, $p = \sin \frac{I}{2} \cos \Omega$, $q = \sin \frac{I}{2} \sin \Omega$.

netek v poměru malých celých čísel se středním pohybem Jupiteru (např. 3/1, 5/2, 2/1). To je jasná nápověda, že jde o gravitační rezonance s Jupiterem.³

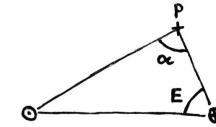
Shluky, neboli *Hirayamovy rodiny* (Hirayama, 1918), jsou pozůstatky srážek mezi planetkami. Jejich vzájemné rychlosti⁴ bývají řádově vyšší než únikové⁵, čili dochází ke katastrofickým rozpadům. Přitom fragmenty mateřských těles bývají vymrštěny rychlostmi menšími než orbitální⁶, takže výsledkem je shluk planetek s podobnými drahami. Mimochodem, o srážkách spekuloval již Olbers (1802), hned po objevu 2. planetky, protože Pallas měla velmi podobnou dráhu jako Ceres.

Hranice hlavního pásu mají pravděpodobně původ v dávné minulosti, kdy se měnila dráha Jupitera (směrem dovnitř) i Saturna (směrem ven), a s nimi se pohybovaly i příslušné rezonance. Planetkám, k nimž se rezonance přiblížily, se zvýšila excentricita dráhy, dostaly se tak na dráhy křížící dráhy planet a při těsných přiblíženích byly z hlavního pásu odstraněny.

Velké hodnoty excentricit a sklonů zřejmě také vznikly v rané „divoké“ sluneční soustavě — v období, kdy ještě v oblasti existovala planetární embrya, která narušovala dráhy menších těles. Svědčí o tom i současná malá celková hmotnost hlavního pásu $5 \cdot 10^{-4} M_{\oplus} \doteq 1,5 \cdot 10^{-9} M_{\odot}$; předpokládáme, že dříve byl 100 krát hmotnější.

0.1.4 Světelné křivky

Nejprve připomeneme definici *absolutní hvězdné velikosti* H pro planetku: je to zdánlivá hvězdná velikost v případě, že $r = 1$ AU od Slunce, $\Delta = 1$ AU od Země (na níž sedí pozorovatel) a fázový úhel $\alpha = 0^\circ$ ($\odot p \oplus$, obr. 5). Vlastně to znamená, že se na planetku poněkud nesmyslně díváme „ze středu Slunce“.



Obr. 5 — Trojúhelník \odot, \oplus , planetka, elongace E , fázový úhel α .

³ Přibližnou polohu rezonance $n/n_J = 3/1$ ve velké poloose spočteme ze III. Keplerova zákona: $a = a_J (n_J/n)^{1,5} \cdot 5,2 \cdot (1/3)^{1,5}$ AU $\doteq 2,5$ AU.

⁴ Vzájemné rychlosti přibližujících se těles jsou $\simeq 5$ km/s kvůli nenulovým e , I .

⁵ Hodnota v_{esc} plyne ze zákona zachování energie: $v \propto \sqrt{E_K} = E_G = 0$, čili $\frac{1}{2} m_{\text{moje}} v_{\text{esc}}^2 - \frac{GM_{\text{planetky}} m_{\text{moje}}}{R} = 0$ a $v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3} \pi G \rho \cdot R} \propto R$. Pro Ceres je: $R \doteq 500$ km, $M = 10^{21}$ kg $\doteq 5 \cdot 10^{-10} M_{\oplus}$ a $v_{\text{esc}} \doteq 500$ m/s. Pro malé kilometrové planetky však vycházejí spíše jednotky metrů za sekundu.

⁶ Kruhová (keplerovská) rychlost $v_{\text{kepl}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, protože $m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$, konkrétně $v_{\text{kepl}} \doteq \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}}$ m/s $\doteq 20$ km/s.

Pro planetku o průměru $D = 1$ km s geometrickým albedem $p_V = 1$ statisticky vychází $H = 15,648$ mag [8]. Je-li planetka větší a tmavší, poměr $\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{D}{1\text{ km}}\right)^2 \frac{p_V}{1}$, tudíž $H_2 - H_1 = -2,5(2\log[D]_{\text{km}} + \log p_V)$ a po úpravě:

$$0,4[H]_{\text{mag}} + 2\log[D]_{\text{km}} + \log p_V = 6,259. \quad (1)$$

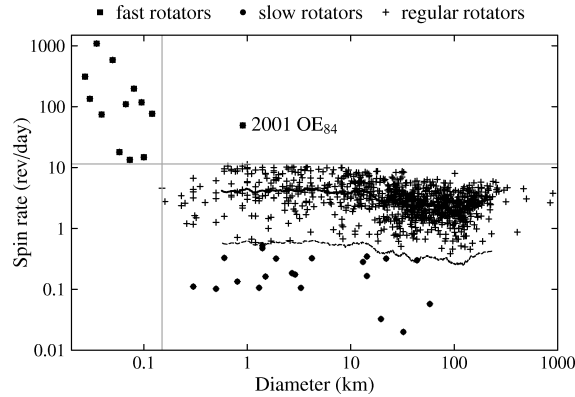
Vztah samozřejmě nefunguje obecně, zvláště ne pro šišaté planetky a velké fázové úhly, kdy dochází ke stínění.⁷

Zaznamenáváme-li zdánlivé hvězdné velikosti planetky v čase, získáme *světelnou křivku*. Z její amplitudy LV můžeme ihned odhadovat „šišatost“ planetky: představíme si, že planetka je trojosý elipsoid; odpovídá-li rotační osa ose c , vidím střídavě plochy elips πac a πbc ; plocha je přitom úměrná energii odraženého záření, podle Pogsonovy rovnice tedy musí být:

$$LV = -2,5 \log \frac{a}{b}. \quad (2)$$

Typické amplitudy pozorovaných světelných křivek jsou 0,1 až 0,3 mag, čemuž odpovídá $\frac{a}{b} \simeq 1,1$ až 1,3.

Základní perioda světelné křivky odpovídá rotační periodě planetky. Statistiku period pro asteroidy hlavního pásu a blízkozemní objekty můžeme nahlédnout na obr. 6. Základními pozorovanými fakty jsou: i) prakticky neexistují velké rychle rotující planetky; ii) existuje skupina výrazně pomalých velkých rotátorů a také iii) rychlých malých rotátorů.



Obr. 6 — Závislost rotační frekvence ω (v otáčkách za den) na velikosti pro planetky hlavního pásu a blízkozemní objekty. Čtverečky je odlišena skupina rotátorů rychlých, kroužky skupina pomalých. Převzato z [2].

⁷ Pro Ceres je $H = 3,34$ mag a $A = 0,12$, takže $D = 10^{0,5 \cdot (6,259 - 0,4 \cdot 3,34 - \log 0,12)} \text{ km} \simeq 835$ km. Rovníkový a polární průměr podle přímého zobrazení HST je 975 a 909 km (Rus-sel aj., 2006).

Vysvětlení prvního je jednoduché. Existuje totiž mezní frekvence otáčení, při níž obvodová rychlost překračuje únikovou:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \omega_{\text{crit}} R, \quad \omega_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi G \rho} \propto \sqrt{\rho}. \quad (3)$$

Kupodivu nezávisí na rozměru! Pro kámen s $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ vychází $\omega_{\text{crit}} = (8 : 3 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,5 \cdot 10^3)^{0,5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \simeq 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \simeq 11$ otáček/den. Tento výpočet platí, pokud jsou planetky vázané pouze gravitací (jsou to hromady sutí). Na první pohled by se mohlo zdát, že neexistence velkých rychlých rotátorů svědčí o tom, že velké asteroidy musejí být hromadami sutí. Podrobnější výpočty (Holsapple, 2005) se započtením mohr–coulumbovské soudržnosti realistických materiálů ale ukazují, že elektromagnetické vazby v horninách vůbec nejsou schopné zadržet rozpad velkých asteroidů. Nicméně alespoň malá tělesa (pod 200 m v průměru) tyto vazby udrží tak, že mohou rotovat nadkriticky.

Extrémně rychlé i pomalé rotátory mají pravděpodobně stejného původce — YORP efekt, tedy moment síly vznikající kvůli neizotropní emisi tepelného záření s povrchu planetky. YORP je schopen dlouhodobě zrychlovat nebo zpomalovat rotaci, i měnit směr rotační osy.

Tvar světelné křivky pochopitelně úzce souvisí s tvarem planetky a jejím aktuálním natočením vzhledem ke Slunci a k Zemi. Výpočet zdánlivých hvězdných velikostí m_i , nebo energií E_i , v daných časových okamžicích t_i je v principu jednoduchý *přímý problém*:

$$E_i = f(\underbrace{a, e, I, \omega, \Omega, M}_{\text{orbitální parametry}}, \underbrace{P}_{\text{perioda}}, \underbrace{\lambda, \phi}_{\text{poloha pólu}}, \underbrace{T, V, A, R}_{\text{model tvaru}}, \underbrace{D, p_V}_{\text{rozměr, albedo}}, \underbrace{c_L, c_{LS}}_{\text{zákon rozptylu}}, t_i), \quad (4)$$

ovšem jenom pokud znám funkci f včetně všech parametrů. Naproti tomu nalezení neznámých parametrů funkce f je *inverzní problém*. Místo inverzní bychom klidně mohli říct „ošklivý nejednoznačný“. Orbitální parametry sice znám předem z astrometrie, periodu P mohu hledat nejdříve pomocí periodogramu, polohu pólu (λ, ϕ) třeba pomocí elipsoidální aproximace, a pak je brát jako neměnné parametry. S ostatními parametry jsou ale potíže. Rozměr D a albedo p_V spolu úzce souvisejí (1), bez zjištění p_V jiným způsobem (z infračervených měření a tepelného modelu) nelze určit absolutní velikost tělesa. Místo „ T, V, A, R “ si musím představit mnoho desítek parametrů popisujících tvar: délky radiusvektorů r_j , amplitudy sférických funkcí $P_{\ell m}$ nebo plochy površek S_j . Parametry f hledám takové, aby:

$$\chi^2(T, V, A, R) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{E_i - f(\dots, t_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (5)$$

bylo minimální. Minimalizace mnoharozměrné nelineární funkce χ^2 je numericky náročná úloha, ve které se často objevují nejednoznačnosti. Například někdy není možné rozhodnout mezi polohami pólu ϕ a $(180^\circ - \phi)$. Pro nekonvexní tvary je dokonce úloha špatně definovaná. Naštěstí existuje teorém o jednoznačnosti, který říká, že alespoň pro *konvexní tvary* má úloha za určitých předpokladů jednoznačné řešení. Abychom byli schopni zjistit tvar tělesa (resp. jeho konvexní obálku), bývá potřeba stovek fotometrických měření vhodně rozestětých během tří nebo více opozic.



Obr. 7 — Konvexní tvar asteroidu (1862) Apollo odvozený ze světelných křivek. Převzato z Kaasalinen aj. (2007).

Účinným nástrojem pro hledání *lokálního* minima N -rozměrné funkce, kterým můžeme velmi uspořit výpočetní čas, je metoda *simplexu*. Funguje tak, že vyčíslíme χ^2 v $(N+1)$ bodech prostoru volných parametrů (pro $N = 3$ si je můžeme představit jako vrcholy čtyřstěnu) a pak zkoušíme provádět následující operace („kroky“ v prostoru): reflexe, reflexe a expanze, kontrakce, vícenásobná kontrakce (obr. 8). Pokud najdeme *nový* bod, ve kterém je χ^2 nižší, zahodíme bod s nejvyšším χ^2 a pokračujeme tak dlouho, až simplex zkonverguje (dostane se „údolí“, kde se body simplexu liší jen nepatrně).

Konkrétní implementace algoritmu je snadná, máme-li již hotovou funkci pro výpočet χ^2 . Pokud využijeme hotové subrutiny z Numerical Recipes ([102], str. 404), vypadá kód ve Fortranu 77 zhruba následovně:

```
c pripravena funkce pro vypocet chi^2
  real function chi2_func(x)
  ...
end

c nacteni pocatecnich hodnot a charakteristickych skal volnych parametru
  read(*,*) (x(i), i=1,ndim)
  read(*,*) (e(i), i=1,ndim)

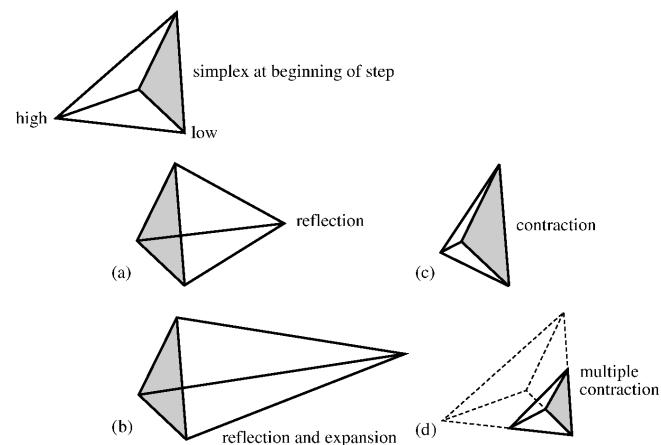
c inicializace simplexu - pole p(,)
  do i = 1,ndim+1
    do j = 1,ndim
```

```
      if (j.eq.i) then
        p(i,j) = x(j) + e(i)
      else
        p(i,j) = x(j)
      endif
    enddo
  enddo

c pole y()
  do i = 1,ndim+1
    do j = 1,ndim
      xtry(j) = p(i,j)
    enddo
    y(i) = chi2_func(xtry)
  enddo

  mp = ndim+1
  np = ndim
  ftol = 1.e-6
  iter = 0

c spusteni simplexu
  call amoeba(p,y,mp,np,ndim,ftol,chi2_func,iter)
```

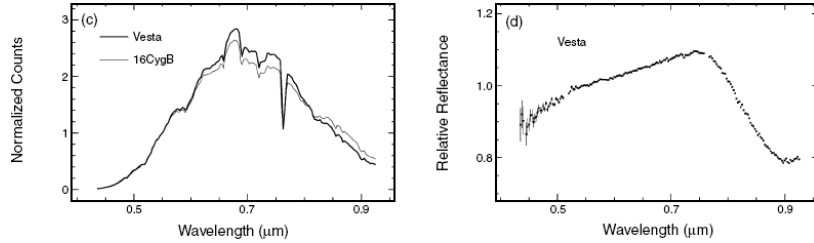


Obr. 8 — Schéma metody simplexu, které ukazuje operace prováděné v N -rozměrném prostoru volných parametrů (zde je $N = 3$). Převzato z [102].

0.1.5 Spektra a barvy

Pořídíme-li spektrum planety, zjistíme, že se velmi podobá spektru Slunce. Aby ne, když planetka září odraženým slunečním světlem. Při podrobnějším pohledu však ve spektru uvidíme vliv zemské atmosféry a také *odrazivosti*

planetky, která není stejná pro všechny vlnové délky, a právě tato odrazivost nás zajímá. Zjistíme ji tak, že od spektra planetky odečteme spektrum Slunce získané ovšem stejným přístrojem. Protože měření dalekohledu třídy Gemini na Slunce by skončilo katastrofou, vezmeme zavděk hvězdou Slunci podobnou, například 16 Cygni B (obr. 9).



Obr. 9 — Spektrum asteroidu (4) Vesta a refleční spektrum po redukci na sluneční analog. Převzato z [8].

Charakteristickými znaky reflečního spektra jsou *sklon* neboli zčervenání a absorpční čáry, respektive *pásky*. Nejvýraznější je na vlnové délce okolo 1 μm, způsobený přítomností silikátů (pyroxenu a olivínu). Podle tvaru spektra rozlišujeme *taxonomické typy* (obr. 10). Hlavními typy jsou S, C, X, D, V; celkem jich je asi 28. Zřetelná je také různá četnost typů podle vzdálenosti od Slunce:

typ **S** (převažuje na 2,3 AU) → **C** (3 AU) → **P** (4 AU) → **D** (5 AU a více).

Přitom blíž ke Slunci se obvykle nacházejí tělesa se světlejším povrchem (větším albedem) a ve větších vzdálenostech postupně tmavší (s menším albedem).

Protože spekter není nikdy dost, analyzují se často alespoň širokopásmové *barvy*, které jsou k dispozici pro velký počet planetek z přehlídky Sloan DSS. Tento dalekohled pořizuje snímky v pěti filtrech *u, g, r, i, z*. Místo pěti hodnot zdánlivých hvězdných velikostí ale používáme pro analýzu menší počet proměnných, které nejsou tak korelované. Získáme je *metodou hlavních komponent* (PCA).

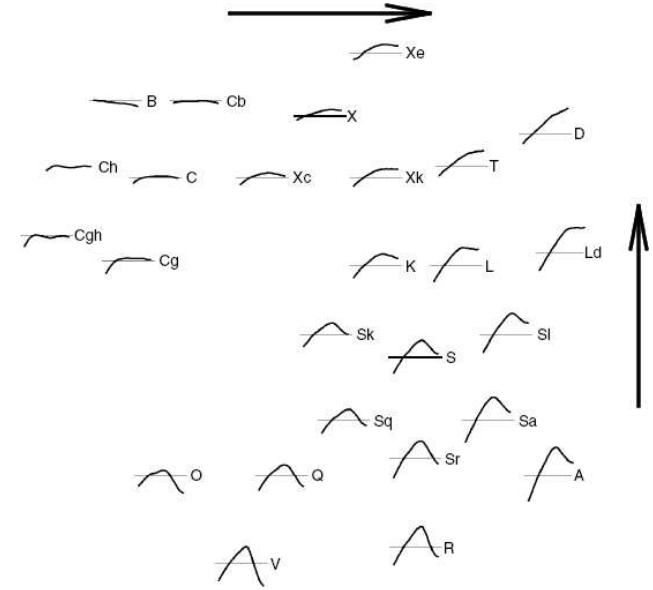
Obecný postup metody PCA je tento: i) pro dvojici proměnných x_i, y_i spočteme *kovarianci*.⁸

$$\text{cov}(x, y) = \text{cov}(y, x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1},$$

⁸ Tj. definice obdobná varianci (střední kvadratické odchylce na druhou):

$$s^2 \equiv \text{var}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1},$$

ale uzpůsobená pro dvě proměnné.



Obr. 10 — Taxonomická klasifikace planetek podle tvarů reflečních spekter. Typ C se vyznačuje plochým spektrem bez absorpčních pásů; typ S má naopak velký sklon spektra (odráží více červenou barvu) a výrazný pás na 1 mikronu; typ V odpovídá planetce (4) Vesta a jí příbuzným tělesům (Vestoidům); typ D je charakteristický výrazně červeným spektrem bez jakékoliv absorpce (najdeme jej nejčastěji u Trojanů a zejména transneptunických objektů). Šipky naznačují trendy při vývoji spekter kosmickým zvětráváním. Převzato z [8].

kde kladné znaménko kovariance naznačuje, že obě proměnné rostou společně, kdežto záporné opak (když x_i rostou, y_i klesají). Pro tři proměnné bychom mohli počítat kovariance $\text{cov}(x, y)$, $\text{cov}(x, z)$, $\text{cov}(y, z)$. Vytvoříme tak symetrickou *kovarianční matici* (o rozměru 3×3):

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, z) \\ \text{cov}(y, x) & \text{cov}(y, y) & \text{cov}(y, z) \\ \text{cov}(z, x) & \text{cov}(z, y) & \text{cov}(z, z) \end{pmatrix}.$$

ii) vypočítáme *vlastní hodnoty* λ matice \mathbf{C} a zejména *vlastní vektory* \mathbf{v} . Matematický význam vlastních vektorů kovarianční matice spočívá v tom, že se jedná o význačné směry ve třírozměrném prostoru (x, y, z) , ve kterých se data mění nejvýrazněji. Z definice splňují podmínku:

$$\mathbf{C} \times \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}, \quad (6)$$

neboli:

$$(\mathbf{C} - \lambda \mathbf{I}) \times \mathbf{v} = 0,$$

kde \mathbf{I} označuje matici s jedničkami na diagonále. Z algebry víme, že to je ekvivalentní:

$$\det |\mathbf{C} - \lambda \mathbf{I}| = 0,$$

což rozepsáno:

$$\begin{aligned} \det \begin{vmatrix} c_{11} - \lambda & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} - \lambda & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} - \lambda \end{vmatrix} &= (c_{11} - \lambda)(c_{22} - \lambda)(c_{33} - \lambda) + c_{21}c_{32}c_{13} + \\ &+ c_{31}c_{12}c_{23} - c_{13}(c_{22} - \lambda)c_{31} - c_{23}c_{32}(c_{11} - \lambda) - (c_{33} - \lambda)c_{12}c_{21} = \\ &= -\lambda^3 + (c_{11} + c_{22} + c_{33})\lambda^2 + \text{„mnoho } c“ \cdot \lambda + \text{„zbylá } c“ = 0 \end{aligned}$$

dává polynom 3. stupně pro λ , respektive charakteristickou rovnici. Jejím řešením získáme tři hodnoty $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Pro každou z nich musíme ještě zjistit souřadnice příslušného vlastního vektoru, což spočívá v řešení soustavy 3 lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} (c_{11} - \lambda)v_1 + c_{12}v_2 + c_{13}v_3 &= 0, \\ c_{21}v_1 + (c_{22} - \lambda)v_2 + c_{23}v_3 &= 0, \\ c_{31}v_1 + c_{32}v_2 + (c_{33} - \lambda)v_3 &= 0, \end{aligned}$$

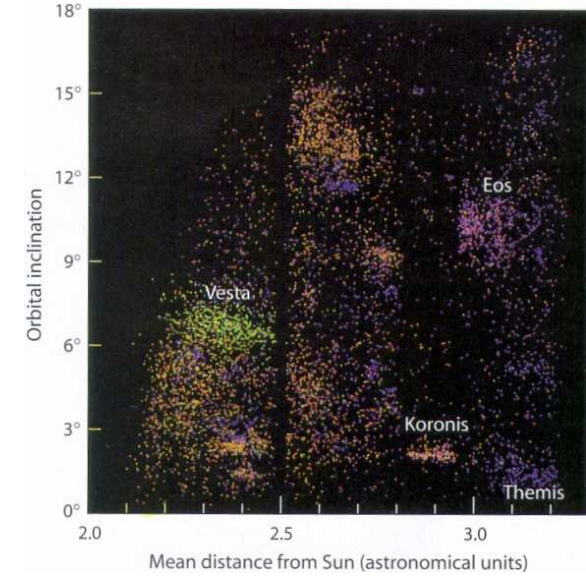
kteří je triviální. Drobnou překážkou je, že matice soustavy je singulární, což jsme mohli tušit podle rovnice (6), která má evidentně nekonečně mnoho řešení (konst. $\cdot \mathbf{v}$). Musíme proto zvolit jednu složku vlastního vektoru (např. $v_3 = 1$), převést příslušné členy na pravou stranu, vynechat poslední rovnici, aby soustava nebyla přeuredená, a vyřešit nesingulární soustavu 2 rovnic pro neznámé v_1, v_2 :

$$\begin{aligned} (c_{11} - \lambda)v_1 + c_{12}v_2 &= -c_{13}v_3, \\ c_{21}v_1 + (c_{22} - \lambda)v_2 &= -c_{23}v_3. \end{aligned}$$

Vektor (v_1, v_2, v_3) se ještě obvykle normalizuje. Zbývá iii) seřadit λ (spolu s normovanými \mathbf{v}) podle velikosti, a vypočítat nejvýznamnější *hlavní komponentu* (tzn. první souřadnici v prostoru určeném vlastními vektory):

$$PC_1 = v_1(x_i - \bar{x}) + v_2(y_i - \bar{y}) + v_3(z_i - \bar{z}),$$

pak případně druhou PC_2 , atd. Většinou nemá cenu počítat všechny tři, zvláště když vidíme, že příslušné vlastní číslo je relativně malé. Při větším počtu N_{dim} proměnných (rozměrů prostoru), je pochopitelně matice \mathbf{C} o rozměru $N_{\text{dim}} \times N_{\text{dim}}$, stupeň charakteristického polynomu N_{dim} a maximální počet hlavních komponent N_{dim} . Pro hledání vlatních hodnot a vektorů se v takovém případě užívají numerické iterační metody.



Obr. 11 — Graf vlastní velká poloosa versus vlastní sklon s barevně kódovanými hlavními komponentami PC_1 a PC_2 . Členové asteroidálních rodin jsou si podobní nejen dráhami, ale i barevně.

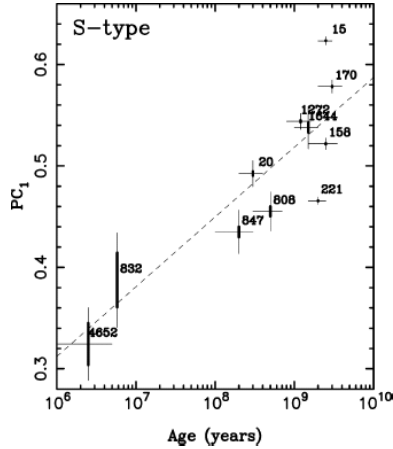
Pro data z SDSS preventivně nepoužijme pět hvězdných velikostí, ale jen čtyři barevné indexy (rozdíly $u-g, g-r, g-i, g-z$), abychom předešli problémům s absolutní kalibrací. Odečteme též sluneční analog, mající indexy: $(u-g)_{\odot} = 1,32$ mag, $(g-r)_{\odot} = 0,45$ mag, $(r-i)_{\odot} = 0,10$ mag, $(i-z)_{\odot} = 0,04$ mag. a získáme tak následující dvě významné hlavní komponenty (Ivezić aj., 2001):

$$\begin{aligned} PC_1 &= 0,396 (u-g) + 0,553 (g-r) + 0,567 (g-i) + 0,465 (g-z), \\ PC_2 &= -0,819 (u-g) + 0,017 (g-r) + 0,09 (g-i) + 0,567 (g-z). \end{aligned} \quad (7)$$

Jaký mají hlavní komponenty fyzikální význam? To nám čistě matematická metoda PCA sama neřekne, ale když se na jednotlivá spektra a příslušné hodnoty PC_1, PC_2 podíváme, prozřítme, že v prvním případě jde o sklon spektra a ve druhém o hloubku absorpčního pásu na $1 \mu\text{m}$.

Na obr. 11 je dobře vidět, že asteroidální rodiny jsou si podobné i barevně, což je v souladu s teorií o jejich impaktním původu. Z těchto dat lze usuzovat i na *kosmické zvětrávání*, tady předpokládané postupné změny odrazivosti povrchu působením kosmického záření. Vysvětlují se jím například následující jevy: i) planetky typu S jsou sice podobné obyčejným chondritům, ale povrchy planetek se jeví červenější a mají mělký silikátový absorpční pás na $1 \mu\text{m}$; ii) na

povrchů detailně zkoumaných planetek (243) Ida, (951) Gaspra i (433) Eros jsou zřetelné odlišné barvy na svazích kráterů nebo sesuvech, kde byl odkrytý mladší povrch; iii) stáří asteroidálních rodin (určené z dynamiky) koreluje s taxonomickými typy (obr. 12). Suma sumárum: s plynoucími milióny let spektra červenají a absorpční pásy se zeslabují.



Obr. 12 — Korelace mezi hlavní komponentou PC_1 (zčervenáním reflektivního spektra) a stářím rodin taxonomického typu S. Rodina je vždy označena číslem největšího asteroidu. Převzato z Nesvorný aj. (2005).

0.1.6 Vnitřní struktura

Vnitřní strukturu neprůhledných planetek lze poznávat dost obtížně. Přitom je velmi důležitá pro pochopení dlouhodobého vývoje planetek, zejména pro modelování jejich vzájemných srážek.

My se budeme nejprve ptát, jaký je *tlak* uvnitř planetky? Gravitační síla musí být v rovnováze s elektromagnetickými silami, jež modelujeme jako *gradient* tlaku. Síla působící na objemový element ve tvaru kulové vrstvy (obr. 13) je $dp dS + G \frac{m(r) dm}{r^2} = 0$, kde $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho(r)$ je hmotnost koule uvnitř (gravitační působení kulové obálky vně je nulové) a $dm = dS dr \rho(r)$. Potom

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{4}{3} \pi G r \rho^2(r). \quad (8)$$

Problém je, že neznáme stavovou rovnici materiálu $\rho(p, T)$, zahrnující třeba fázové přechody horniny při vysokých tlacích a podobné složitosti. Naštěstí při

malých p mohu předpokládat primitivní stavovou rovnici $\rho \doteq \text{konst.}$ (Ostatně, zkuste si na kámen zatlačit.) Diferenciální rovnici pak integrujeme snadno:

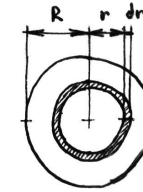
$$\int_0^{p_c} dp = -\frac{4}{3} \pi G \rho^2 \int_R^0 r dr, \quad [p]_0^{p_c} = -\frac{4}{3} \pi G \rho^2 \left[\frac{r^2}{2} \right]_R^0$$

a výsledný centrální tlak je:

$$p_c = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R^2. \quad (9)$$

Pro Ceres s $R \doteq 500$ km, $M = 10^{21}$ kg vychází číselně $p_c \doteq 2 \cdot 10^8$ Pa, což bychom si mohli přiblížit jako hydrostatický tlak ($p = h \rho g$) 20 km vysokého sloupce vody. Pro Zeměkouli by nám z jednoduché teorie vyšel tlak $2 \cdot 10^{11}$ Pa.

V reálném případě bude zřejmě $\rho(p, T)$ nějak růst s tlakem, takže p_c vyjde ještě vyšší. Pro Zemi vyplývá ze seismických měření, že jsou citlivá na profil hustoty, realističtější hodnota $3,6 \cdot 10^{12}$ Pa. To je mimochodem mnohem víc, než jsme schopni dosáhnout v laboratoři, tudíž $\rho(p, T)$ nemůžeme nijak snadno měřit.



Obr. 13 — Objemový element při integraci koule.

Jaká je pevnost Q^* materiálu planetky? Aneb „jak moc do ní musím praštit“, aby se kousky rozletěly do nekonečna? Nejprve se zabývejme vlastní gravitační přitažlivostí. Potenciální energie objemového elementu jako na obr. 13 je $dE_G = -G \frac{m(r) dm}{r}$, kde $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ a $dm = 4 \pi r^2 dr \rho$. Vazebnou gravitační energii homogenní sféry pak spočteme integrací:

$$E_V = \int_V -dE_G = \int_0^R \frac{16}{3} \pi^2 G \rho^2 R^4 = \frac{16}{3} \pi^2 G \rho^2 \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R = \frac{16}{15} \pi^2 G \rho^2 R^5. \quad (10)$$

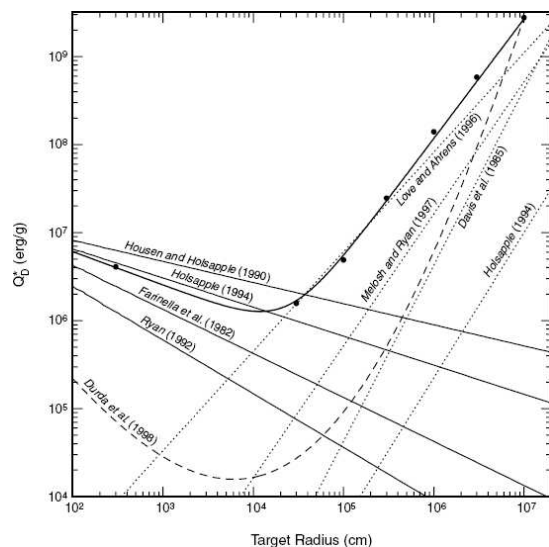
Tato energie normovaná na jednotku hmotnosti se nazývá gravitační *pevnost* a vychází:

$$Q_G^* = \frac{E_V}{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = \frac{4}{5} \pi G \rho R^2 \propto R^2. \quad (11)$$

Pro tělesa menší než asi 200 m jsou ale rozhodující elektromagnetické síly (pevnost materiálu), zde je přibližně:

$$Q_S^* \propto R^{-0,5}. \quad (12)$$

Důvodem nepřímé úměrnosti je, že ve větších kusech horniny se nějak častěji vyskytují praskliny a lze je pak snadněji rozlomit. (Ostatně, zkuste si rozlomit malý kamínek a velký kámen.) Celou závislost můžeme vidět na obr. 14.



Obr. 14 — Závislost pevnosti Q^* planetky na poloměru R , počítaná (různými autory) pro soudržný materiál. Přechodová velikost, kde se mění charakter závislosti, je okolo 100 m. Pro nesoudržné nebo sypké materiály mohou být pevnosti výrazně odlišné. Například pro hromadu sutí není třeba překonávat elektromagnetické vazby v materiálu, což by mohlo naznačovat menší pevnost tělesa, ale praskliny a porozita zase efektivně brání šíření rázové vlny v tělese, což naopak pevnost zvětšuje. Převzato z [8].

Hmotnosti, potažmo *hustoty* asteroidů, se určují těžko. Musíme využít průletů sond okolo planetek, při kterých se mění heliocentrická dráha sondy, nebo nepatrných změn drah při náhodných přiblíženích dvou planetek. Poměry hmotností lze také odvozovat z měření oběžných period dvojplanetek.

Překvapivé je, že *makroporozita*, tzn. poměr průměrné hustoty tělesa $\rho = \frac{M}{V}$ a hustoty předpokládaného materiálu, z něhož se planetka skládá ($\rho_{\text{kamene}} \simeq 2500 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{ledu}} \simeq 1000 \text{ kg/m}^3$) vychází v některých případech až desítky procent. Typickým příkladem planetky s vysokou porozitou je (16) Psyche.

0.1.7 Blízkozemní objekty

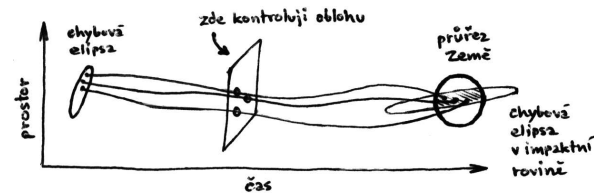
Blízkozemní objekty (NEO) jsou planetky nebo komety obíhající Slunce, ale přibližující se k Zemi. Jsou definovány tak, že jejich perihélium $q \leq 1,3 \text{ AU}$ a zároveň afélium $Q \geq 0,983 \text{ AU}$. Největšími planetkami, které do této kategorie spadají, jsou (1036) Ganymed a (433) Eros (o průměru asi 32 a 17 km). Rozlišujeme tři podskupiny: i) Apollo s $a \geq 1 \text{ AU} \wedge q \leq 1,017 \text{ AU}$ (neboť $e_{\oplus} = 0,017$); ii) Aten $a < 1 \text{ AU} \wedge Q \geq 0,983 \text{ AU}$; iii) Amor $1,017 \text{ AU} < q \leq 1,3 \text{ AU}$.

Bývá na ně soustředěna pozornost přehlídkových dalekohledů, protože případná srážka se Zemí pro nás představuje reálné nebezpečí. Především jsou ale NEO mnohem blíže než hlavní pás, což umožňuje detailní průzkum malých těles (až 10^1 m), v hlavním pásu nepozorovatelných. Mezi významné přehlídky, objevující asteroidy jako na běžícím pásu, patří Catalina, LINEAR, Spacewatch, NEAT, LONEOS a PanSTARRS.

Každá dráha planetky je známa pouze s určitou chybou, krátce po objevu bývá chyba větší, následná astrometrická pozorování ji postupně zmenšují. Obzvláště pozorování *radarem*, který měří přímo vzdálenost a rychlost, může chybu zmenšit velmi významně.

Pokud počítáme *pravděpodobnost srážky* se Zemí, může se stát, že zpočátku vychází malá nenulová hodnota. Po zpřesnění dráhy (tj. zmenšení chybové elipsy) se pravděpodobnost srážky (tj. vlastně poměr průřezu Země a plochy chybové elipsy) může dokonce *zvětšit*! Po dalším zpřesnění dráhy se však obvykle chybová elipsa dostane mimo Zemi a pravděpodobnost tak skočí k nule. Tedy alespoň zatím vždycky skočila k nule a ne k jedničce.

Někdy se pro rozhodnutí, zda je dráha kolizní či nikoli, používá technika *virtuálních impaktorů*: z chybové elipsy se vyberou dráhy, které v budoucnu končí srážkou se Zemí. Numericky se spočítá jejich orbitální vývoj. V příhodném okamžiku se vezme dalekohled a zkontroluje se, zda se na vypočítaných místech na obloze planetka opravdu nachází. Když ano, bude impakt. Když jsou všechna pozorování negativní, k dopadu nedojde.



Obr. 15 — Virtuální impaktory pohybující se po kolizní dráze se Zemí.

Důležité jsou nejen objevy, ale také znalost *observační nedostatečnosti*, abychom z pozorovaného počtu planetek mohli vypočítat jejich skutečný počet. Podle modelů populace NEO, které vytvořili Stuart (2001) na základě dat

LINEARu nebo Bottke aj. (2002) podle dat Spacewatch, vyplývá, že existuje asi 1 000 blízkozemních objektů větších než 1 km. Z toho je známo přes 60 % objektů, do roku 2014 by to mělo být 90 %.⁹

Blízkozemní tělesa mají *krátkou dynamickou životní dobu* — na dráze křížící dráhu Země setrvávají typicky 10 Myr. Nicméně podle datovaných kráterů na Měsíci se zdá, že populace impaktorů je v ustáleném stavu celé poslední tři miliardy let! Proto musí existovat nějaký *zdroj*, konkrétně dva:

1. hlavní pás, odkud se planetky i meteoroidy posouvají ve velké poloose Jarkovského jevem k rezonancím 3/1 s Jupiterem a ν_6 se Saturnem, pak působením rezonancí rychle narostou excentricity planetek, čímž se stanou blízkozemními (obr. 16);
2. vnitřní hlavní pás, kde účinkuje chaotická difuze v mnoha slabých rezonancích (např. s Marsem), čímž rostou excentricity a rovnou vznikají křížící Marsu i Země;

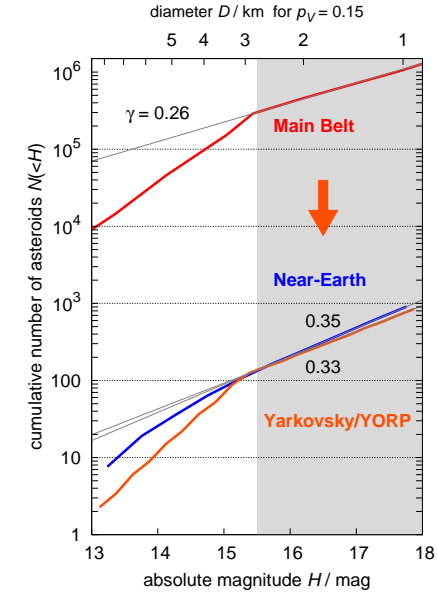
Celkem tyto dva mechanismy poskytují 80 až 90 % blízkozemních těles. Vnější hlavní pás přispívá jen 8 % a zbytek poskytuje populace komet.

0.1.8 Binární asteroidy

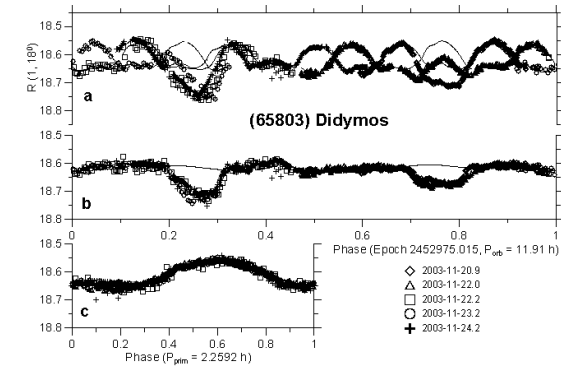
Asi 10^2 planetek se ukázalo být dvojitých. Kupodivu se takové dvojplanetky vyskytují ve všech populacích, od blízkozemní, přes hlavní pás až po transneptunická tělesa. Byly objevené v podstatě náhodou, při průletu sondy Galileo kolem planetky (243) Ida v roce 1993 se překvapivě ukázalo, že ji obíhá měsíček (pojmenovali ho Dactyl). Dalšími příklady mohou být (90) Antiope v hlavním pásu, objevená přímým zobrazením adaptivní optikou, blízkozemní (66391) 1994 KW₄, objevená radarem, (65803) Didymos, objevená podle světelné křivky s patrnými zákryty (obr. 17), nebo transneptunický vícenásobný systém (136108) Haumea (předběžně byl označený 2003 EL₆₁).

Ze všech blízkozemních asteroidů je až 20 % binárních. V celém hlavním pásu činí podíl binárů několik procent, ale vnitřní hlavní pás se zdá značně podobný blízkozemní oblasti. Charakteristickými vlastnostmi těchto binárů jsou: podíl velikostí složek 0,01 až 1, malá vzájemná vzdálenost ($< 10 R_{\text{primáru}}$), malá výstřednost oběžné dráhy, primár mívá krátkou rotační periodu (2–3 h).

⁹ Bottke aj. (2002) postupovali takto: i) vzali v úvahu pět zdrojů NEO: vnitřní, střední a vnější hlavní pás, komety Jupiterovy rodiny a transneptunický disk; ii) z dynamiky zjistili účinnost přenosu ze zdroje do blízkosti Země; iii) vypočítali, kolik kde kterých objektů bude pozorovatelných na obloze; iv) podle známé observační nedostatečnosti statisticky rozhodli, které z nich by mohl zachytit dalekohled Spacewatch; v) porovnali různé lineární kombinace pěti zdrojů s rozdělením NEO v prostoru orbitálních elementů, jak je Spacewatch skutečně pozoroval. Výsledkem je odhad skutečné populace NEO, a také pět pravděpodobností, že dané blízkozemní těleso pochází z určitého zdroje.

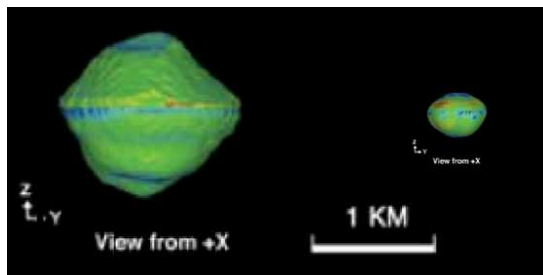


Obr. 16 — Transport planetek z hlavního pásu do blízkozemního prostoru znázorněný na grafu kumulativního rozdělení $N(<H)$ absolutních hvězdných velikostí H . Sklon pozorované populace NEO ($\gamma = 0,26$ pro $N(<H) \sim 10^H$) je *strmější* než u hlavního pásu ($\gamma = 0,35$). Vysvětluje se to mechanismem přenosu, Jarkovského/YORP jevem, který je závislý na velikosti jako $\frac{1}{R}$, takže z hlavního pásu se k Zemi dostávají malé asteroidy snáze než velké. Podle Morbidelli a Vokrouhlický (2003).



Obr. 17 — Dvouperiodická světelná křivka planetky (65803) Didymos. Krátká perioda odpovídá rotaci primáru, delší perioda době vzájemného oběhu. Převzato z [101].

Dvojplanetky blízkozemní, i v hlavním pásu, vznikají nejspíše působením radičního YORP jevu, který postupně roztáčí jednoduchou planetku na mez její soudržnosti (3), až se rozpadne a vznikne dvojice. Svědčí o tom podobnost binárů v oblasti NEO a vnitřním hlavním pásu. Z hlavního pásu jsou asteroidy dopravovány do blízkozemní oblasti, a proto jsou si podobné i populace binárů. Na binárním asteroidu (66391) 1994 KW₄ byl dokonce radarem pozorován rovníkový hřbet na primáru a sekundár obíhající přesně v rovníkové rovině, což svědčí o odvrhování hmoty při roztáčení (obr. 18).

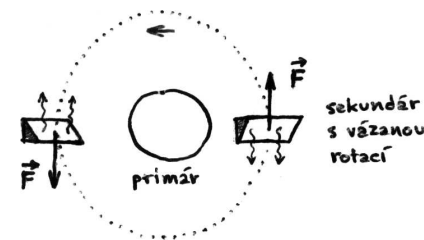


Obr. 18 — Model dvojplanetky (66391) 1994 KW₄, odvozený z radarových odrazů. Radar nezobrazuje přímo obrys tělesa, ale měří dobu mezi vysláním a příjmem rádiové vlny a změnu její frekvence Dopplerovým jevem. Doba je ovlivněna tím, že různé části povrchu planetky jsou různě daleko od radaru; frekvenční spektrum je rozšířené proto, že různé části povrchu dvojplanetky mají různou radiální rychlost, a to kvůli vlastní rotaci primáru, sekundáru a jejich vzájemnému oběhu. Převzato z Ostro aj. (2006).

Moment síly YORP se zdá být i příčinou postupného rozpadávání dvojplanetek (obr. 19). Ostatně byly v hlavním pásu objevené dvojice asteroidů na podobných dráhách, které mají pravděpodobně takový společný původ (Vokrouhlický a Nesvorný, 2008).

Dřívější hypotéza o vzniku binárů působením gravitačních slapových sil při těsných průletech okolo Země se nepotvrdila. Tento mechanismus je podle numerických simulací schopen vytvořit jen několik málo procent dvojplanetek, nikoli 20 %, a navíc samozřejmě vůbec nefunguje v hlavním pásu.

Část dvojplanetek, zejména v transneptunické oblasti, kde jsou povrchové teploty nízké, infračervená emise nepatrná a YORP jev zanedbatelný, vzniká zřejmě srážkami planetek, při nichž část fragmentů zůstane na oběžné dráze okolo mateřského tělesa, a vytvoří jeden nebo více satelitů. Může se přitom jednat o katastrofické rozpady nebo jen o menší kráterování.



Obr. 19 — YORP jev působící na dvojplanetku. Sekundár je zde schematicky zakreslen jako trojboký hranol, který obíhá okolo primáru a přitom rotuje *vázaně*. Sluníčko jste vy, zírajíce na obrázek (pro jiné polohy Slunce vzhledem k dvojplanetce byla teplota šikmé plošky menší). Tepelná emise ze šikmé plošky způsobuje silovou reakci, která urychluje sekundár v dráze, čili vede ke vzdalování a následnému rozpadu dvojplanetky slapovými silami Slunce.

Literatura

Učebnice

- [1] BEATTY, J. K., PETERSEN, C. C., CHAIKIN, A.: *The New Solar System*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0521369657.
- [2] BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D.: *Physics of the Solar System*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
- [3] DE PATER, I., LISSAUER, J. J.: *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521482194.

Reference

- [4] ALVAREZ, L. W., ALVAREZ, W., ASARO, F., MICHEL, H. V.: *Extraterrestrial cause for the Cretaceous Tertiary extinction*. *Science*, **208**, s. 1095, 1980.
- [5] ARTEMIEVA, N., PIERAZZO, E., STÖEFFLER, D.: *Numerical modeling of tektite origin in oblique impacts: Implications to Ries-Moldavites strewn field*. *Bull. of the Czech Geological Survey*, **77**, 4, s. 303–311, 2002.
- [6] BERNARD, J. H., ROST, R. aj.: *Encyklopedický přehled minerálů*. Praha: Academia, 1992.
- [7] BOČEK, M.: *Petrologické složení povrchu a kůry Měsíce. Povětroň*, **14**, S1, 3, 2006.
- [8] BOTTKÉ, W. F., CELLINO, A., PAOLICCHI, P., BINZEL, R. P. (editoři): *Asteroids III*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2002. ISBN 0816522812.
- [9] BOTTKÉ, W. F., RUBINCAM, D. P., BURNS, J. A.: *Dynamical evolution of main belt meteoroids: Numerical simulations incorporating planetary perturbations and Yarkovsky thermal forces*. *Icarus*, **145**, s. 301–331, 2000.
- [10] BOTTKÉ, W. F., VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: *An asteroid breakup 160 Myr ago as the probable source of the K/T impactor*. *Nature*, **449**, 7158, s. 48–53.
- [11] BOTTKÉ, W. F. aj.: *Debiased orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects*. *Icarus*, **156**, 2, s. 399–433, 2002.
- [12] BOWELL, T.: *AstOrb* [online]. [cit. 2008-09-30]. <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>.
- [13] BROŽ, M.: *Impaktní kráter Steinheim*. Povětroň S1/2003, s. 3–10.
- [14] BROŽ, M.: *Impaktní krátery (2) — Ries*. Povětroň 5/2001, s. 6–13.
- [15] BROŽ, M.: *Yarkovsky Effect and the Dynamics of the Solar System*. Dizertační práce, Karlova univerzita, Praha, 2006.
- [16] BROŽ, M.: *Yarko-site* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/yarko-site/>.
- [17] BROŽ, M. aj.: *Planetární stezka v Hradci Králové* [online]. [cit. 2008-12-10]. http://www.astrohk.cz/planetarni_stezka/.
- [18] BROŽ, M., NOSEK, M., TREBICHAŤSKÝ, J., PECINOVÁ, D. Editoři : *Sluneční hodiny na pevných stanovištích. Čechy, Morava, Slezsko a Slovensko*. Praha: Academia, 2004. ISBN 8020012044.
- [19] BRUNS, H., *Acta Math.*, **11**, s. 25, 1887.
- [20] BURBINE, T. H. aj.: *Meteoritic parent bodies: their number and identification*. in *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolich, a R. P. Binzel (eds), Tuscon: University of Arizona Press, 2002, s. 653–667.

- [21] BURNS, J. A., LAMY, P. L., SOTER, S.: *Radiation forces on small particles in the Solar System*. *Icarus*, **40**, s. 1–48, 1979.
- [22] BURNS, J. A., SAFRONOV, V. S.: *Asteroid nutation angles*. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **165**, 403, 1973.
- [23] CALLIGAN, D. P., BAGGALEY, W. J.: *The radiant distribution of AMOR radar meteors*. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **359**, s. 551–560, 2005.
- [24] CARROL, S. M.: *Lecture Notes on General Relativity* [online]. [cit. 2010-03-08]. <http://preposterousuniverse.com/grnotes/>.
- [25] ČEPLCHA, Z.: *Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks*. *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, **38**, s. 222–234, 1987.
- [26] ČEPLCHA, Z. aj.: *Meteor phenomena and bolides*. *Space Science Reviews*, **84**, s. 327–471, 1998.
- [27] *Cryovolcanism and Geologic Analogies* [online]. [cit. 2009-04-30]. <http://mivo-sys.tripod.com/cryo.html>.
- [28] ČAPEK, D., VOKROUHLICKÝ, D.: *The YORP effect with finite thermal conductivity*. *Icarus*, **172**, s. 526–536, 2004.
- [29] *Earthquakes* [online]. [cit. 2010-03-01]. <http://pubs.usgs.gov/gip/earthq1/plate.html>.
- [30] FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D., HARTMANN, W. K.: *Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift*. *Icarus*, **132**, s. 378–387, 1998.
- [31] FERNÁNDEZ, J. A.: *Comets. Nature, dynamics, origin and their cosmogonical relevance*. Dordrecht: Springer, 2005.
- [32] FESTOU, M. C., KELLER, H. U., WEAVER, H. A. (ed.): *Comets II*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2004.
- [33] FOUKAL, P. V.: *Solar Astrophysics*. Weinheim: Wiley-VCH, 2004. ISBN 3527403744.
- [34] FRANKEL, C.: *Volcanoes of the Solar System*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996. ISBN 0521477700.
- [35] GABZDYL, P.: *Prohlídka Měsíce* [online]. [cit. 2009-02-05]. <http://www.moon.astronomy.cz/>.
- [36] *Geologischer Wanderweg im Steinheimer Becken* [online]. [cit. 2003-1-1]. <http://www.pg.aa.bw.schule.de/aktiv/geoproj/sbecken/wanderfr.htm>
- [37] GRADY, M. M.: *Catalogue of meteorites*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521663032.
- [38] *Gravity Probe B* [online]. [cit. 2010-04-01]. <http://einstein.stanford.edu/>.
- [39] GROSCHOFF, P., REIFF, W.: *Der geologische Wanderweg im Steinheimer Becken*. Steinheim am Albuch, 1993.
- [40] GÜDEL, M.: *The Sun in time: activity and environment* [online]. [cit. 2010-01-26]. *Living Rev. Solar Phys.*, **4**, 2007.
- [41] HACAR, B.: *Mechanika sluneční soustavy*. Praha: Jednota československých matematiků a fyziků, 1948.
- [42] *Hadley cell*. *Encyclopedia Britannica* [online]. [cit. 2010-02-24]. <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/251175/Hadley-cell>.
- [43] HAGIHARA, Y.: *Celestial Mechanics I*. Cambridge: MIT Press, 1970.
- [44] HALODA, J.: *Meteority a jejich význam pro studium procesů vzniku a vývoje těles sluneční soustavy* [online]. [cit. 2009-01-29]. <http://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST021/index.html>.
- [45] HAMILTON, A.: *Falling into a black hole* [online]. [cit. 2010-03-17]. <http://casa.colorado.edu/~ajsh/schw.shtml>.

- [46] HARMANEC, P., BROŽ, M.: *Stavba a vývoj hvězd* [online]. [cit. 2010-01-26]. <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/astrofyzika2/>, 2010.
- [47] HIRAYAMA, K.: *Groups of asteroids probably of common origin*. *Astron. J.*, **31**, 743, s. 185–188, 1918.
- [48] HOLMES, N.: *‘Shocking’ gas-gun experiments* [online]. [cit. 2008-11-13]. <https://www.llnl.gov/str/Holmes.html>.
- [49] HOLSAPPLE, K. aj.: *Asteroid spin data: no evidence of rubble-pile structures*. 36th Lunar and Planetary Science Conference, League City, Texas, 2005.
- [50] HORSKÝ, J., NOVOTNÝ, J., ŠTEFANÍK, M.: *Mechanika ve fyzice*. Praha: Academia, 2001. ISBN 8020002081.
- [51] HOWE, R.: *Solar internal rotation and its variation* [online]. [cit. 2010-01-26]. *Living Rev. Solar Phys.*, **6**, 2009.
- [52] HUTCHISON, R.: *Meteorites: A Petrologic, Chemical and Isotopic Synthesis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521035392.
- [53] CHANDRASEKHAR, S.: *The Mathematical Theory of Black Holes*. New York: Oxford University Press, 1998. ISBN 0198503709.
- [54] CHARBONNEAU, P.: *Dynamo models of the solar cycle* [online]. [cit. 2010-01-26]. *Living Rev. Solar Phys.*, **2**, 2005.
- [55] CHESLEY, S. R., aj.: *Direct detection of the Yarkovsky effect by radar ranging to asteroid 6489 Golevka*. *Science*, **302**, s. 1739–1742, 2003.
- [56] CHLUPÁČ, I. aj.: *Geologická minulost České republiky*. Praha: Academia, 2002.
- [57] CHRISTENSEN-DALSGAARD, J.: *Stellar Oscillations* [online]. [cit. 2010-01-26]. <http://www.eneas.info/>. 2003.
- [58] *International Earth Rotation and Reference Systems Service* [online]. [cit. 2008-11-13]. <http://www.iers.org/>.
- [59] IVEZIĆ, Ž. aj.: *Solar System objects observed in the Sloan Digital Sky Survey commissioning data*. *Astron. J.*, **122**, 5, s. 2749–2784, 2001.
- [60] JENNISKENS, P.: *Meteor showers and their parent comets*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521853491.
- [61] JOHANSENN, A. aj.: *Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks*. *Nature*, **448**, 7157, s. 1022–1025, 2007.
- [62] JOHNSON, C.: *Precession of a gyroscope and precession of the Earth’s axis* [online]. [cit. 2008-09-10]. <http://www.mb-soft.com/public/precess.html>.
- [63] *JPL Horizons system* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>.
- [64] *JPL planetary and lunar ephemerides, DE405* [online]. [cit. 2008-09-30]. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/>.
- [65] KAASALAINEN, M. aj.: *Acceleration of the rotation of asteroid 1862 Apollo by radiation torques*. *Nature*, **446**, 7134, s. 420–422, 2007.
- [66] KAVASCH, J.: *The Ries Meteorite Crater. A geological guide*. Donauwörth: Ludwig Auer GmbH, 1985.
- [67] KELLEY, M. S.: *Comet dust trails* [online]. [cit. 2009-01-31]. <http://www.physics.ucf.edu/~msk/projects/trails/>.
- [68] KENKMAN, T. aj.: *Structure and formation of a central uplift: A case study at the Upheaval Dome impact crater, Utah*. in *Large Meteorite Impacts III*, s. 85, 2003. ISBN 0813723841. <http://books.google.com/>.
- [69] KERR, R. P.: *Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics*. *Phys. Rev. Lett.*, **11**, s. 237–238, 1963.
- [70] KOZAI, Y.: *Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity*. *Astron. J.*, **67**, 9, 591, 1962.
- [71] KRING, D. A., BAILEY, J.: *Terrestrial impact craters* [online]. [cit. 2008-11-13]. http://www.lpi.usra.edu/science/kring/epo_web/impact_cratering/World_Craters_web/intromap.html.
- [72] KRONK, G.: *Cometography* [online]. [cit. 2009-01-20]. <http://cometography.com/>.
- [73] LEVISON, H., DUNCAN, M.: *Swift* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://www.boulder.swri.edu/~hal/swift.html>.
- [74] MANNINGS, V. aj. (Ed.): *Protostars and planets IV*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2000. ISBN 0816520593.
- [75] MARCAN, S.: *Phase diagram explanation* [online]. [cit. 2009-01-20]. <http://bhs.smuhsd.org/science-dept/marcan/>.
- [76] MCFADDEN, L.-A., WEISSMAN, P. R., JOHNSON, T. V. (Ed.): *Encyclopedia of the Solar System*. San Diego: Academic Press, 2007. ISBN 012088589.
- [77] MCSWEEN, H. Y.: *Meteorites and their parent planets*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [78] *MIAC. Antarctic meteorites* [online]. [cit. 2009-01-28]. <http://miac.uqac.ca/MIAC/antarc.htm>.
- [79] MILANI, A., KNEŽEVIĆ, Z.: *Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid main belt*. *Icarus*, **107**, 2, s. 219–254, 1994.
- [80] *Minor planet & comet ephemeris service* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://www.cfa.harvard.edu/iau/MPEph/MPEph.html>.
- [81] MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A.: *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1973. ISBN 0716703440.
- [82] MORBIDELLI, A., CRIDA, A., MASSET, F., NELSON, R. P.: *Building giant-planet cores at a planet trap*. *Astron. Astrophys.*, **478**, s. 929–937, 2008.
- [83] MORBIDELLI, A., LEVISON, H.: *Scenarios for the origin of the orbits of the trans-neptunian objects 2000 CR₁₀₅ and 2003 VB₁₂ (Sedna)*. *Astron. J.*, **128**, 2564, 2004.
- [84] MORBIDELLI, A. aj.: *Source regions and timescales for the delivery of water to Earth*. *Meteoritics & Planetary Science*, **35**, 6, s. 1309–1320, 2000.
- [85] MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F.: *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [86] *National Space Science Data Center* [online]. [cit. 2009-02-17]. <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/>.
- [87] NESVORNÝ, D., MORBIDELLI, A.: *Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt*. *Astron. J.*, **116**, 3029, 1998.
- [88] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D.: *Analytic theory of the YORP effect for near-spherical objects*. *Astron. J.*, **134**, 5, s. 1750–1768, 2007.
- [89] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D., BOTTKÉ, W. F.: *The breakup of a Main-Belt asteroid 450 thousand years ago*. *Science*, **312**, s. 1490, 2006.
- [90] NESVORNÝ, D. aj.: *Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey*. *Icarus*, **173**, 1, s. 132–152, 2005.
- [91] NORTON, O. R.: *The Cambridge Encyclopedia of Meteorites*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521621437.
- [92] ÖPIK, E. J.: *Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter*. *Proc. R. Irish Acad.*, **54**, s. 165–199, 1951.
- [93] OSTRO, S. J. aj.: *Radar imaging of binary near-Earth asteroid (66391) 1999 KW₄*. *Science*, **314**, 5803, s. 1276–1280, 2006.

- [94] PECINA, P., CEPLECHA, Z.: *New aspects of in single-body meteor physics.* *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, **34**, 102, 1983.
- [95] PECINA, P., NOVÁKOVÁ, D.: *Meteorický radar v Ondřejově. Povětroň*, **10**, 6, s. 4, 2002.
- [96] PECHALA, F., BEDNÁŘ, J.: *Příručka dynamické meteorologie*. Praha: Academia, 1991. ISBN 8020001980.
- [97] PETERSON, C.: *A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect. Icarus*, **29**, s. 91–111, 1976.
- [98] POKORNÝ, Z.: *Astronomické algoritmy pro kalkulátory*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 1988.
- [99] PÖSGES, G., SCHIEBER, M.: *The Ries Crater – Museum Nördlingen*. München: Dr. Friedrich Pfeil, 1997.
- [100] PRAVEC, P. aj.: *Two-period lightcurves of 1996 FG3, 1998 PG, and (5407) 1992 AX: One probable and two possible binary asteroids. Icarus*, **146**, 1, s. 190–203, 2000.
- [101] PRAVEC, P. aj.: *Ondřejov Asteroid Photometry Project* [online]. [cit. 2008-09-09]. (<http://www.asu.cas.cz/~ppravec/>).
- [102] PRESS, W. R., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W., FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [103] PŘÍHODA, P. aj.: *Hvězdářská ročenka 2008*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2007. ISBN 9788086017471.
- [104] QUINN, T. R., TREMAINE, S., DUNCAN, M.: *A three million year integration of the earth's orbit. Astron. J.*, **101**, s. 2287–2305, 1991.
- [105] *Reduce* [online]. [cit. 2010-03-08]. (<http://www.reduce-algebra.com/>).
- [106] *Rieskrater-Museum Nördlingen* [online]. [cit. 2001-1-1]. (<http://www.iaag.geo.uni-muenchen.de/sammlung/Rieskrater/RieskraterMuseum.html>).
- [107] ROBERTSON, H. P.: *Dynamical effects of radiation in the Solar System. Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **97**, 423, 1937.
- [108] RUBIN, A. E.: *Mineralogy of meteorite groups. Meteoritics and Planetary Science*, **32**, 231, 1997.
- [109] RUBINCAM, D. P.: *Polar wander on Triton and Pluto due to volatile migration. Icarus*, **163**, 2, s. 63–71, 2002.
- [110] RUSSEL, C. T. aj.: *Dawn mission and operations. Asteroids, Comets, Meteors 2005*, editoři Lazzaro, D., Ferraz-Mello, S., Fernandez, J. A., Cambridge: Cambridge University Press, 2006, s. 97–119.
- [111] SACKMANN, I. J., BOOTHROYD, A. I., KRAEMER, K. E.: *Our Sun. III. Present and future. Astrophys. J.*, **418**, s. 457–468, 1993.
- [112] SEIDELMAN, P. K. (editor): *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. U. S. Naval Observatory, Washington, 1992.
- [113] SEPKOSKI, J. J.: *Ten years in the library: New data confirm paleontological patterns. Paleobiology*, **19**, s. 43–51, 1993.
- [114] SKÁLA, L.: *Úvod do kvantové mechaniky*. Praha: Academia, 2005. ISBN 8020013164.
- [115] SKÁLA, R.: *Impact process: An important geological phenomenon. Acta Mus. Nat-Pragae, Ser. B., Hist. Nat.*, **52**, s. 111–156, 1996.
- [116] SPURNÝ, P.: *Fotografické sledování bolidů ve střední Evropě. Corona Pragensis*, **2**, 2001, (<http://praha.astro.cz/crp/0101a.phtml>).
- [117] *Stardust, JPL, NASA* [online]. [cit. 2006-06-01]. (<http://stardust.jpl.nasa.gov>).
- [118] STAUDACHER, T. aj.: $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ ages of rocks and glasses from the Noerdlinger Ries crater and the temperature history of impact breccias. *J. of Geophysics*, **51**, 1, s. 1–11, 1982.
- [119] STIX, M.: *The Sun. An Introduction*. Berlin: Springer-Verlag, 2002. ISBN 3540537961.
- [120] STUART, J. S.: *A Near-Earth asteroid population estimate from the LINEAR Survey. Science*, **294**, 5547, s. 1691–1693, 2001.
- [121] SUNDMAN, K. E.: *Memoire sur le probleme de trois corps. Acta Math.*, **36**, s. 105–179, 1912.
- [122] ŠEDIVÝ, P.: *Kapitoly ze speciální teorie relativity*. Hradec Králové: MAFY, 2003. ISBN 8086148653.
- [123] ŠIDLICHOVSKÝ, M., NESVORNÝ, D.: *Frequency modified Fourier transform and its applications to asteroids. Cel. Mech. Dyn. Astron.*, **65**, 1–2, s. 137–148, 1996.
- [124] TILLOTSON, J. H.: *Metallic equations of state for hypervelocity impact*. General Atomic Report GA-3216, 1962.
- [125] *The Ries/Steinheim impact crater field trip* [online]. [cit. 2001-1-1]. (<http://www.-earthsciences.ucl.ac.uk/research/planetaryweb/field/knodle.htm>).
- [126] *The STScI Digitized Sky Survey* [online]. [cit. 2010-02-15]. (http://archive.stsci.edu/cgi-bin/dss_form).
- [127] TSIGANIS, K., GOMES, R., MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F.: *Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. Nature*, **435**, s. 459, 2004.
- [128] TUČEK, K.: *Meteority a jejich výskyty v Československu*. Praha: Academia, 1981.
- [129] VERNAZZA, J. E., AVRETT, E. H., LOESER, R., *Astrophys. J. Suppl.*, **45**, 635, 1981.
- [130] VOKROUHLICKÝ, D.: *A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments. Astron. Astrophys.*, **344**, s. 362–366, 1999.
- [131] VOKROUHLICKÝ, D., FARINELLA, P.: *Efficient delivery of meteorites to the Earth from a wide range of asteroid parent bodies. Nature*, **407**, 6804, 606, 2000.
- [132] VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: *Pairs of asteroids probably of a common origin. Astron. J.*, **136**, 1, s. 280–290, 2008.
- [133] VOKROUHLICKÝ, D., aj.: *Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families. Icarus*, **182**, 1, s. 118–142, 2006.
- [134] WEIDENSCHILLING, S. J.: *Formation of Planetesimals and Accretion of the Terrestrial Planets. Space Science Reviews*, **92**, 1/2, s. 295–310, 2000.
- [135] *Wikipedia* [online]. [cit. 2008-04-10]. (<http://www.wikipedia.org/>).
- [136] WHIPPLE, F.: *A comet model. I. The acceleration of Comet Encke. Astrophys. J.*, **111**, s. 375–394, 1950.
- [137] WOLF, M. aj.: *Astronomická příručka*. Praha: Academia, 1992. ISBN 802000467X.
- [138] ŽELDOVITCH, Ya. B. aj.: *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*. 1966. ISBN 0486420027. (<http://books.google.com>).
- [139] ZHONG, S., ZUBER, M. T.: *Degree-1 mantle convection and the crustal dichotomy on Mars. Earth and Planetary Science Letters*, **189**, s. 75–84, 2001.