

## 0.1 Měsíce a slapy

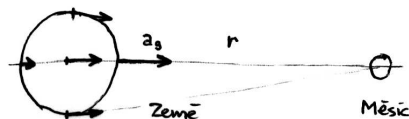
Měsíce a jejich planety se pohybují relativně blízko sebe, a jsou tak příkladem systému, kde slapové jevy mohou výrazně měnit oběžný a rotační pohyb.

### 0.1.1 Gravitační slapová síla

Co jsou to slapy? Obecně je to působení síly, která se *mění v objemu tělesa*, a může tak způsobit změny jeho tvaru. Například gravitační síla působená Měsícem je různá v různých místech Země (v hmotném středu, v bodě nejbližší Měsíci, v bodě nejdál od Měsíce, ...); podle Newtonova gravitačního zákona má síla různou velikost i směr, neb se různí polohový vektor  $\mathbf{r}_{\oplus\mathbb{C}} = r\hat{r}$ :

$$\mathbf{F}_g = G \frac{m_{\text{„kousku“ } \oplus} M_{\mathbb{C}}}{r^2} \hat{r}. \quad (1)$$

Způsobuje proto deformace zemského tělesa. Připomeňme, že zrychlení můžeme vypočítat podle II. Newtonova pohybového zákona jako  $\mathbf{a}_g = \frac{\mathbf{F}_g}{m}$ .



Obr. 1 — Různá gravitační zrychlení Měsíce působící na Zemi.

Jak odhadnout *velikost slapů*? Docela jednoduše — jako rozdíl mezi gravitací Měsíce na dvou různých místech Země (například v bodě nejbližší Měsíci a v hmotném středu):

$$\begin{aligned} \delta a_g &= \frac{GM_{\mathbb{C}}}{(r + R_{\oplus})^2} - \frac{GM_{\mathbb{C}}}{r^2} = GM_{\mathbb{C}} \frac{\overbrace{-2rR_{\oplus} - R_{\oplus}^2}^{\doteq -2rR_{\oplus}}}{\underbrace{(r + R_{\oplus})^2}_{\doteq r^4} r^2} \doteq -\frac{2GM_{\mathbb{C}}}{r^3} R_{\oplus} \doteq \\ &\doteq -\frac{2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}{3,8 \cdot 10^8} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 10^{-7} g \quad (2) \end{aligned}$$

Nebo to při  $R_{\oplus} \ll r$  můžeme udělat elegantněji — spočteme *gradient*  $a_g$  uprostřed Země a pak tento gradient vynásobíme poloměrem Země  $R_{\oplus}$ :

$$\nabla_r a_g = \frac{da_g}{dr} = -\frac{2GM_{\mathbb{C}}}{r^3} \Rightarrow \delta a_g = -\frac{2GM_{\mathbb{C}}}{r^3} R_{\oplus}. \quad (3)$$

Zde je vidět, proč se říká, že slapy klesají se vzdáleností jako  $\frac{1}{r^3}$  (tedy strměji než gravitační síla  $\frac{1}{r^2}$ ).

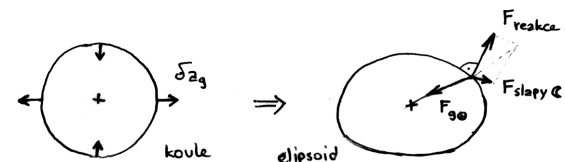
### 0.1.2 Země–Měsíc

Slapové působení v soustavě Země–Měsíc popíšeme ve třech krocích:

1. Měsíc svými slapy způsobuje na Zemi dvě vzduťi;
2. tření na rychle (nesynchronně) rotující Zemi si vynucuje natočení vzduťi ve směru rotace Země;
3. vzájemná gravitační přitažlivost natočených vzduťi a Měsíce způsobuje vzdalování Měsíce a zároveň zpomalování rotace Země.

Ad 1. Nejprve se podívejme na Zemi v *inerciální* vztažné soustavě s počátkem v hmotném středu soustavy Země–Měsíc (obr. 2).<sup>1,2</sup> Pozor! V takové soustavě nejsou *žádné* odstředivé síly a podobné „nesmysly“. Pouze gravitace Měsíce. Vidíme, že gravitační zrychlení  $\mathbf{a}_g$  jsou různá, ale Země jako celek obíhá okolo společného hmotného středu, pro což jsou potřeba stejná zrychlení. Odchyly  $\delta \mathbf{a}_g$  od zrychlení  $\mathbf{a}_g$  ve středu  $\oplus$  jsou právě slapy způsobující deformaci zemského tělesa.

Kulatou Zemi by natahovaly ve směru k Měsíci a od Měsíce. Když ale Země změní tvar na elipsoid protáhlý ve směru Země–Měsíc (jakoby „ragbyový míč“), ustaví se znovu *rovnováha sil* mezi gravitací Země, reakcí Země (neboli gradientem tlaku v horninách Země neboli odpudivým elektromagnetismem) a gravitačními slapy Měsíce.



Obr. 2 — Odchyly gravitačních zrychlení Měsíce od hodnoty ve středu Země a tomu odpovídající deformace Země.

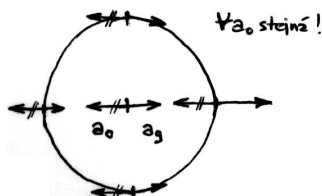
Teď to zkusme ještě jednou, ale v soustavě *neinerciální*, která má počátek v hmotném středu Země a *korotuje* s Měsícem. Tady samozřejmě musíme

<sup>1</sup> Tento hmotný střed je uvnitř objemu Země:

$$T_x = \frac{\sum x_i M_i}{\sum M_i} = \frac{0 \cdot M_{\oplus} + r \cdot M_{\mathbb{C}}}{M_{\oplus} + M_{\mathbb{C}}} \doteq \frac{3,8 \cdot 10^8 \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}{6,0 \cdot 10^{24} + 7,4 \cdot 10^{22}} \text{ m} \doteq 4700 \text{ km} < R_{\oplus}. \quad (4)$$

<sup>2</sup> Pro začátek zcela zapomeneme, že se Země točí okolo své osy.

kromě gravitačních zrychlení  $\mathbf{a}_g$  Měsíce uvážit také *odstředivá zrychlení*  $\mathbf{a}_o$ . Nejdůležitější je uvědomit si, že všechna  $\mathbf{a}_o$  jsou stejná, protože při obíhání Země okolo hmotného středu soustavy se všechny body Země pohybují po *stejných kružnicích* (jinak by Země nadržela pohromadě, že).<sup>3</sup> Součet  $\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_o$  nám dává výsledná zrychlení působící na Zemi. Vidíme, že se jí snaží zdeformovat do elipsoidu. Pochopitelně, oba dva pohledy, inerciální a neinerciální, jsou ekvivalentní a dávají stejné výsledky.



Obr. 3 — Gravitační a odstředivá zrychlení v rotující neinerciální soustavě.

Názorný pokus: Je to něco takového, když na gumičku připevníme tři korálky, delší provázek a roztočíme to. Gumička se protáhne a tři korálky se od sebe navzájem vzdálí, obdobně jako se deformuje Zeměkoule.

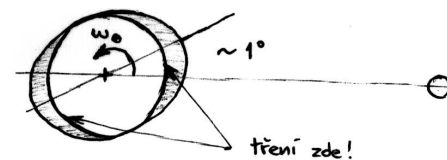
Všimněme si důležité věci, že *vzdutí jsou evidentně dvě*, nikoli jedno. Ostatně proto se na povrchu Země obvykle střídá *příliv a odliv* přibližně po 6 hodinách (plus nějakých minutách). Země se totiž „pod vzdutími“ poměrně rychle otáčí okolo své osy.<sup>4</sup>

Ad 2. Nyní do hry vstupuje otáčení Země kolem osy jednou za 23 h 56 min a 4 s. Pevné zemské těleso se totiž snaží urychlit vzdutí ve směru rotace, a to za pomoci *tření*. Zejména jde o tření mezi oceány a zemskou kůrou v pevninských šelfech, kde se voda „hrne“ na pobřeží. Výsledkem je *natočení vzdutí* od směru Země–Měsíc řádově o  $1^\circ$ .<sup>5</sup>

<sup>3</sup> Liší se to podstatně od rotace kolem osy, kde odstředivá zrychlení rostou se vzdáleností od osy a ještě se mění jejich směr:  $\mathbf{a}_o = \omega_{\text{rot}}^2 \mathbf{r}$ .

<sup>4</sup> Z několika důvodů to neplatí přesně: voda má jistou setrvačnost a viskozitu, takže nějakou dobu trvá než doteče na pobřeží — záleží na místních podmínkách proudění a profilu mořského dna, maximum přílivu na pobřeží tedy nemusí odpovídat kulminaci Měsíce na obloze; zemská osa není kolmá k oběžné dráze Měsíce, tudíž u pólů mohou potkat pouze jednu přílivovou vlnu za den a ne dvě; navíc se do toho pletou slapy Slunce.

<sup>5</sup> Poznámka o vlivu rotačního zploštění Země na družice. Základní zploštění Země vzniká především rotací Země, nikoli slapy Měsíce, a je mnohem výraznější. (Polární a rovníkový průměr Země se liší o 20 km, kdežto slapové vzdutí oceánů je řádově 1 m a u pevnin řádově 10 cm.) Neovlivňuje Měsíc takovým způsobem jako slapové výdutě, protože zploštění má jiný tvar, asi jako „rozsednutý balón“. Není vzhledem k Měsíci natočené „napřed“ nebo „pozadu“; může ale způsobit precesi jeho dráhy, což dokumentují příslušné Gaussovy rovnice



Obr. 4 — Natočení vzdutí třením na rotující Zemi, vzhledem ke směru Země–Měsíc.

Ad 3. Rozdělíme si nyní Zeměkouli na tři části, koule a dvě výdutě, a nakreslíme si vzájemné gravitační přitažlivosti: Měsíce a koule, Měsíce a 1. výdutě, Měsíce a 2. výdutě (obr. 5). Podle III. Newtonova zákona akce a reakce jsou síly v každé z dvojic stejně veliké a opačného směru.

Podívejme se nejprve na Měsíc. Přitažlivost koule je jasná, směřuje přesně podél spojnice Země–Měsíc (radiálně) jejím pohybovým účinkem je oběh Měsíce kolem koule.

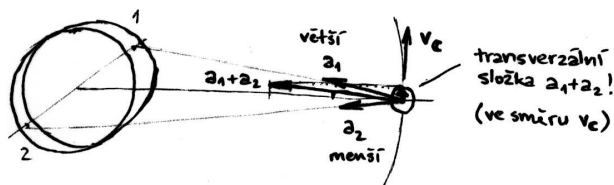
Další dvě síly jsou ale zajímavější: *nejsou* stejně velké, protože každá výdutě je jinak daleko, ani nemají stejný směr, protože výdutě jsou pootočené! Když je sečteme, zjistíme, že mají kromě radiální také *nenulovou transversální složku*

pro změny orbitálních elementů ( $a$  označuje velkou poloosu dráhy družice,  $e$  excentricitu,  $I$  sklon,  $n = \sqrt{GM_{\text{centra}}/a^3}$  střední pohyb,  $\eta = \sqrt{1-e^2}$ ; viz [5], str. 332):

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{de}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0 \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{3}{2}nJ_2 \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{\cos I}{\eta^4} \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{3}{4}nJ_2 \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{1-5\cos^2 I}{\eta^4} \end{aligned}$$

Vidíme, že délka výstupného uzlu  $\Omega$  a argument pericentra  $\omega$  precedují (rostou lineárně s časem, tudíž se mění periodicky v intervalu  $(0; 360^\circ)$ ). Hodnota gravitačního momentu  $J_2$  pro Zemi je řádu  $10^{-3}$ ; typická časová škála je pak  $\frac{1}{J_2} \simeq 10^3$  orbitálních period. Pro oběžnou periodu 2 h (typickou pro satelity na nízkých oběžných drahách) to znamená precesi s periodou 2 měsíce. Všimněme si též existence *kritického sklonu* dráhy k rovníku Země  $I_{\text{crit}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} \doteq 63^\circ$  pro který je  $\frac{d\omega}{dt} \simeq 0$ ; pro menší  $I$  nastává retrogradní precese, pro vyšší progradní. Využívají to například satelity Molniya umístěné právě na  $I_{\text{crit}}$ , jejichž perigeum pak zůstává nad stále stejnou zeměpisnou šířkou.

(tzn. ve směru rychlosti Měsíce), která Měsíc urychluje v dráze. Výsledkem působení radiálních a transverzálních sil je *spirálování* Měsíce pryč od Země.<sup>6,7</sup>



Obr. 5 — Vliv výdutí na Měsíc.

Pozoruhodné je, že přitom „urychlování“ vlastně Měsíc *zpomalí* — místo pouhého vzrůstu kinetické energie o  $+\Delta E_K$  totiž dojde k poklesu kinetické energie o  $-\Delta E_K$ , ale zároveň ke *dvojnásobnému* vzrůstu gravitační potenciální energie  $\Delta E_G = +2\Delta E_K$ , takže celková energie se zvýší o  $\Delta E = \Delta E_K + \Delta E_G = +\Delta E_K$  a „ZZE je zachráněn“.

Názorný pokus: je to něco takového, jako když cvrnkneme do kuličky kutálející se do kopce (proti směru gravitace). Moc jí nepomůžeme — bude neustále zpomalovat, ale zato se dokutálí výš do kopce (do místa s vyšší  $E_G$ ).

Nakonec se podíváme, co se děje na Zemi. Gravitační sílu Měsíce působící na kouli snad diskutovat nemusíme (je centrální). Avšak dvojice sil, která působí na výdutě, má *nenulový moment* — síly jsou různě veliké, různého směru a je tam pěkně dlouhé rameno ( $R_\oplus$ ). Působí proti směru otáčení Země, a tedy zmenšuje její moment hybnosti. Shrňme to: *disipace energie na Zemi přenáší moment hybnosti ze Země na Měsíc*.

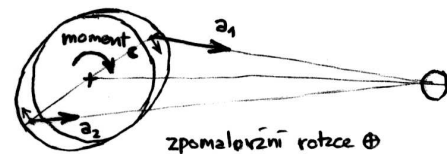
<sup>6</sup> Orbitální moment hybnosti  $L(r)$  Měsíce roste se vzdáleností. V prvním přiblížení  $M_C \ll M_\oplus$ , kdy Země „trčí“ na místě, stačí spočítat oběžnou rychlost a pak vynásobit rameno a hybnost:

$$F_{\text{dostředivá}} = M_C \frac{v_{\text{keplerovská}}^2}{r} = F_{\text{gravitační}} = G \frac{M_\oplus M_C}{r^2} \Rightarrow v_{\text{kepl}} = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}},$$

$$|\mathbf{L}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = r \cdot M_C v_{\text{kepl}} = M_C \sqrt{GM_\oplus} \cdot \sqrt{r}. \quad (5)$$

<sup>7</sup> Celková mechanická energie  $E(r)$  Měsíce, kinetická plus gravitační potenciální, roste se vzdáleností k 0 v  $\infty$ . Podobá se poněkud oné potenciální energii, ale je tam dvojka:

$$E = E_K + E_G = \frac{1}{2} M_C v_{\text{kepl}}^2 - G \frac{M_\oplus M_C}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M_\oplus M_C}{r} - G \frac{M_\oplus M_C}{r} = -G \frac{M_\oplus M_C}{2r}. \quad (6)$$



Obr. 6 — Vliv Měsíce na výdutě.

Názorný pokus: je to něco takového, jako když přiložíme ruku na otáčející se glóbus. Úplně jasně cítíme, jak nás tření mezi rukou a glóbem urychluje na oběžné dráze a zároveň přitom evidentně zpomaluje rotaci Země. Ruka zde vlastně simuluje gravitační vazbu mezi zemskými výdutěmi a Měsícem.

Důležitá otázka: **proč se  $L$  nedisipuje také?** Protože jej nelze přeměnit na neuspořádaný pohyb atomů! To by musely všechny spořádané rotovat okolo čehosi a navíc hrozně rychle...

**Jaký bude konečný stav soustavy Země–Měsíc?** Odpověď na tuto otázku získáme v principu snadno: napíšeme zákon zachování momentu hybnosti a rovnici pro mechanickou energii (není to zákon zachování energie!):

$$L = \underbrace{I_\oplus \omega}_{\text{rotace } \oplus} + \underbrace{\frac{\sqrt{G} M_\oplus M_C}{\sqrt{M_\oplus + M_C}} \sqrt{r}}_{\text{orbitální pohyb } \oplus, C} \quad (7)$$

$$E = \frac{1}{2} I_\oplus \omega^2 - \frac{GM_\oplus M_C}{2r} \quad (8)$$

Moment setrvačnosti Země je dle měření  $I_\oplus = 8,0 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .<sup>8</sup>  $\omega$  označuje úhlovou rychlost rotace Země okolo své osy. Orbitální moment hybnosti v rovnici (7) může vypadat záhadně, ale je to prostě oběh Země plus oběh Měsíce okolo společného hmotného středu.<sup>9</sup> Mimochodem, neuvažovali jsme rotaci Měsíce

<sup>8</sup> Je to o něco méně, než moment setrvačnosti homogenní koule  $\frac{2}{5} MR^2 = 9,7 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , protože hustota Země je v centru vyšší, čili hmota je vlastně blíž k ose otáčení.

<sup>9</sup> Podle přesného znění III. Keplerova zákona platí pro oběh Měsíce okolo středu Země  $a^3/T^2 = G(M_\oplus + M_C)/4\pi^2$ ; pro kruhové dráhy je tedy úhlová rychlost (zvaná střední pohyb)  $n^2 = G(M_\oplus + M_C)/r^3$ . My ale potřebujeme vyjádřit orbitální moment hybnosti  $\ell$  v inerciální soustavě se středem v těžišti, od kterého je Země vzdálená o  $r_\oplus = r M_C / (M_\oplus + M_C)$  (viz (4)) a obíhá okolo něj rychlostí  $v_\oplus = nr_\oplus$ :

$$\ell_\oplus = r_\oplus \cdot M_\oplus v_\oplus = \sqrt{r} \sqrt{G} M_C^2 M_\oplus (M_\oplus + M_C)^{-\frac{3}{2}}.$$

Pro Měsíc to uděláme snadno záměnou  $M_\oplus \leftrightarrow M_C$ :

$$\ell_C = \sqrt{r} \sqrt{G} M_\oplus^2 M_C (M_C + M_\oplus)^{-\frac{3}{2}}$$

kolem jeho osy, protože moment hybnosti a rotační energie tomu příslušející jsou zanedbatelné.

Uvědomíme si, co znamená „konečný stav“: Země se zpomalí natolik, že bude rotovat synchronně s oběhem Měsíce, její výdutě nebudou odchýleny od směru k Měsíci, Měsíc se nebude vzdalovat od Země, ustane disipace energie na Zemi, mechanická energie se nebude měnit s časem, tzn.  $\frac{dE}{dt} = 0$ , což je ekvivalentní:

$$\frac{dE}{dr} = 0. \quad (9)$$

Když z rovnice (7) vyjádříme  $\omega(r)$ , „šilžený“ zlomek označíme  $\alpha$ , dosadíme do (8) a zderivujeme jako v (9), získáme rovnici pro  $r$ :

$$\omega = \frac{L - \alpha\sqrt{r}}{I_{\oplus}},$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{1}{I_{\oplus}} (L^2 - 2L\alpha\sqrt{r} + \alpha^2 r) - \frac{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}{2r},$$

$$\frac{dE}{dr} = \frac{1}{2I_{\oplus}} \left( -\frac{L\alpha}{\sqrt{r}} + \alpha^2 \right) + \frac{GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}}}{2r^2} = 0,$$

$$\frac{\alpha^2}{I_{\oplus}} (\sqrt{r})^4 - \frac{L\alpha}{I_{\oplus}} (\sqrt{r})^3 + GM_{\oplus}M_{\mathbb{C}} = 0. \quad (10)$$

Je to polynom 4. stupně pro  $\sqrt{r}$ , jehož numerickým řešením obdržíme konečný stav:

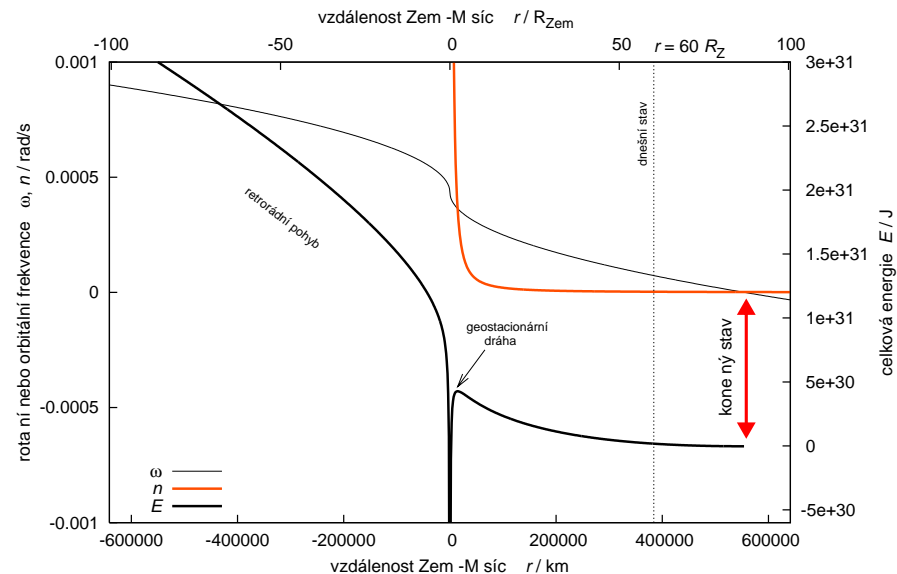
$$r \doteq 554\,000 \text{ km} \doteq 87 R_{\oplus} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{orb}\mathbb{C}} = P_{\text{rot}\oplus} \doteq 47 \text{ dní}. \quad (11)$$

Závislosti mechanické energie  $E(r)$ , středního pohybu  $n_{\mathbb{C}}(r)$  Měsíce, a rotační frekvence  $\omega_{\text{rot}\oplus}(r)$  Země jsou také znázorněny na obr. 7.

Nejpozoruhodnějším výsledkem je, že *Měsíc v budoucnu neunikne od Země!* Lagrangeův bod  $L_1$ , za nímž by se stal oběžnicí Slunce, je totiž ještě třikrát dál.

a součet je:

$$\ell = \ell_{\oplus} + \ell_{\mathbb{C}} = \sqrt{r} \sqrt{G} (M_{\mathbb{C}} + M_{\oplus})^{-\frac{3}{2}} M_{\oplus} M_{\mathbb{C}} (M_{\mathbb{C}} + M_{\oplus}) = \sqrt{r} \sqrt{G} (M_{\mathbb{C}} + M_{\oplus})^{-\frac{1}{2}} M_{\oplus} M_{\mathbb{C}}.$$



**Obr. 7** — Vypočtené funkce  $E(r)$ ,  $n_{\mathbb{C}}(r)$  a  $\omega_{\text{rot}\oplus}(r)$ . Konečnému stavu odpovídá bod, kde je  $\omega_{\text{rot}\oplus} = n_{\mathbb{C}}$  (tedy synchronizovaná rotace) a také  $\frac{dE}{dr} = 0$  (nulová disipace).

**Jak rychle slapy působí?** Změnu orbitálního momentu hybnosti  $L$  za jednotku času pro Měsíc, ovlivňovaný výdutěmi Země, můžeme vypočítat podle vztahu „padlého z nebe“ [75]:

$$\dot{L}_{\mathbb{C}} = \frac{3}{2} \underbrace{k_{T\oplus}}_{\text{disipační faktor}} \underbrace{\frac{GM_{\mathbb{C}}^2 R_{\oplus}^5}{r^6}}_{\text{Loveho číslo}} \cdot \frac{\overbrace{\omega_{\text{rot}\oplus} - n_{\mathbb{C}}}}{|\omega_{\text{rot}\oplus} - n_{\mathbb{C}}|}. \quad (12)$$

toto je pouze znaménko

Pozor! Toto je pouze  $L_{\mathbb{C}}$  samotného Měsíce, celkový  $L$  se samozřejmě zachovává. Jedná se vlastně o míru rychlosti jeho vzdalování nebo přibližování. Všimněme si, že ve vztahu vystupují pěkně velké mocniny  $R_{\oplus}$  a  $r$ . Loveho číslo  $k_{T\oplus}$  popisuje velikost deformace Země. Disipační faktor  $Q_{\oplus}$  je zase úměrný tření a natočení výdutí.

Celý zlomek s absolutní hodnotou, úhlovou frekvencí  $\omega_{\text{rot}\oplus}$  a středním pohybem  $n_{\mathbb{C}}$  je vlastně jenom znaménko:  $L$  se bude zvětšovat, když Měsíc obíhá prográdně vně *geostacionární dráhy*<sup>10</sup> nebo retrográdně uvnitř. Naopak  $L$  by

<sup>10</sup> V současnosti je geostacionární dráha vzdálená od středu Země:

$$a_{\text{dostředivé}} = \omega_{\text{rot}\oplus}^2 r_{\text{geo}} = a_{\text{gravitační}} = \frac{GM_{\oplus}}{r_{\text{geo}}},$$

se zmenšovalo, kdyby Měsíc obíhal retrográdně vně nebo prográdně uvnitř. To přesně odpovídá natočení výdutí „napřed“ nebo „pozadu“.

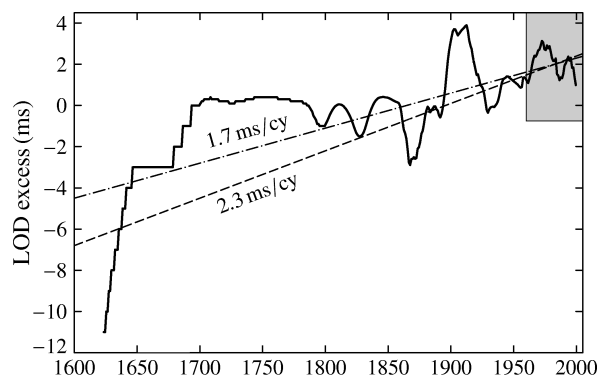
Systém Země–Měsíc se od všech jiných liší tím, že máme přesnou informaci o dnešní rychlosti vzdalování Měsíce a také o zpomalování rotace Země. První veličina se měří laserovými dálkoměry na Zemi a koutovými odražeči na Měsíci, které tam umístili kosmonauti v rámci programu Apollo:

$$\frac{dr}{dt} = 3,84 \text{ cm/rok} \Rightarrow \left( \frac{dP}{dt} \right)_{\text{působením slapů}} = 2,3 \text{ ms/století}. \quad (14)$$

Druhá je výsledkem sledování zákrytů hvězd a Slunce Měsícem a moderního měření rotace Země, které se provádí kvůli časomíře (obr. 8):

$$\left( \frac{dP}{dt} \right)_{\text{měřená}} = 1,7 \text{ ms/století}. \quad (15)$$

Vypadá to, jakoby měřené vzdalování Měsíce a měřené zpomalování rotace Země nebyly v souladu! Vysvětlujeme si to tak, že kromě slapů působí na Zemi ještě další vlivy, které naopak *rotaci Země urychlují*: přesuny hmot v zemském plášti, interakce planety s atmosférou, apod. Není ale jisté, co to přesně je.



**Obr. 8** — Pozorované změny délky dne (LOD) v závislosti na čase a přímky odpovídající změnám periody 1,7 a 2,3 milisekund za století. První odpovídá dlouhodobému průměru měřených dat LOD a druhá je vypočítaná z hodnoty slapového vzdalování Měsíce. Převzato z [5].

$$r_{\text{geo}} = \sqrt[3]{\frac{GM_{\oplus}}{\omega_{\text{rot}\oplus}^2}} \doteq \sqrt[3]{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(7 \cdot 10^{-5})^2}} \text{ m} \doteq 42000 \text{ km}. \quad (13)$$

V minulosti byla a v budoucnosti bude samozřejmě jinde, protože  $\omega_{\text{rot}\oplus}$  se mění.

Při vzniku Měsíce kolizí před 4,45 miliardami let bylo  $r$  mnohem menší než dnes,  $r_{-4,45 \text{ Gyr}} \simeq r_{\text{Roche}} \doteq 3 R_{\oplus} \doteq \frac{1}{20} r_{\text{ted}}$ , čili  $\dot{L}_{\oplus}(\oplus)$  bylo 64 milionkrát větší než dnes. Navíc byla Země roztavená (mohla mít větší  $k_T, Q$ ), takže to je spíše spodní limit. Takové obrovské slapy velmi rychle způsobí vázanou rotaci Měsíce, a také cirkularizaci jeho dráhy.

Kdybychom počítali, za jak dlouhou dobu se Měsíc mohl posunout ze  $3 R_{\oplus}$  na  $60 R_{\oplus}$ , vyjde nám pouhá 1 až 2 miliardy let. To, že ve skutečnosti vývoj trval 4,45 miliard let si vysvětlujeme tak, že v minulosti bylo na Zemi nejspíš *méně mělkých moří*, tedy i menší tření a Měsíc se vzdaloval pomaleji než dnes.

### 0.1.3 Měsíc–Země

Doposud jsme všechny úvahy dělali pro soustavu Země–Měsíc. Zkusme nyní ta dvě tělesa „prohodit“: Měsíc–Země.

1. Země svými slapy způsobuje na Měsíci dvě vzduťi;
2. tření na rychle rotujícím Měsíci by způsobilo natočení vzduťi;
3. gravitace těchto dvou vzduťi by způsobila zvětšování vzdálenosti Země a odpovídající zpomalování rotace Měsíce.

Dnešní situace je ale taková, že Měsíc *již rotuje vázaně*, tudíž tření je tam nulové, natočení výdutí také nulové a vzdalování Země také nulové. Uplatní se vlastně jen krok 1.

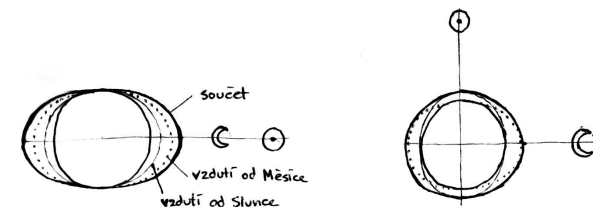
Naprosto stejný postup lze samozřejmě aplikovat i pro jiné soustavy: Země–Slunce, Slunce–Země, Venuše–Slunce, Jupiter–Io, Io–Jupiter, atd.

### 0.1.4 Země–Slunce

V případě Země–Slunce jsou slapová vzduťi asi poloviční oproti Zemi–Měsíci. Ostatně si to můžeme vypočítat:

$$\delta a_g = -\frac{GM_{\odot}}{r_{\oplus}^3} R_{\oplus} \doteq -\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(150 \cdot 10^9)^3} 6378 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq -5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

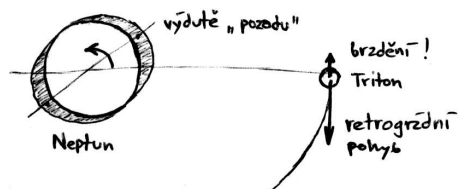
Když jsou Slunce a Měsíc blízko na obloze anebo naproti sobě, jsou vzduťi natočena stejným směrem a vzniká vysoký příliv. Když jsou naopak kolem  $90^\circ$  od sebe, každé vzduťi míří jinam a příliv je menší (hluchý).



**Obr. 9** — Vysoký a hluchý příliv.

### 0.1.5 Neptun–Triton

Triton obíhá Neptun *retrográdně*, opačným směrem než rotuje planeta. Je tedy zřejmé, že díky tření na Neptunu jsou pak vzdutí posunuta „dozadu“ (na opačnou stranu než je tomu u Země–Měsíce). Výsledkem je přibližování Tritonu a zároveň *zpomalování* rotace Neptunu (obr. 10). Momenty hybnosti Tritonu a Neptunu jsou totiž orientované opačně:  $l_{\text{Triton}}$  je záporné a roste k 0 (absolutní hodnota klesá),  $L_{\text{Neptun}}$  je kladné a klesá tak, že  $L_{\text{celkový}}$  zůstává zachován.

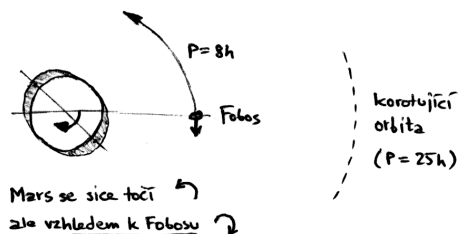


Obr. 10 — Natočení vzdutí Neptunu vzhledem k Tritonu.

Na grafu  $E(r)$  (obr. 7) by byl Triton na levé větvi, kde neexistuje místo s nulovou derivací  $\frac{dE}{dr}$ , tudíž neexistuje ustálený stav. Rychlost disipace energie na Neptunu neznáme přesně, ale odhadujeme, že za několik miliard roků by Triton mohl dosáhnout Rocheovy meze, působením slapů se rozpadnout a dát tak vzniknout monumentálnímu prstenci okolo Neptunu (Triton je 1 000 krát hmotnější než celý Saturnův prsteneček).

### 0.1.6 Mars–Fobos

Fobos obíhá Mars progradně, ale *vnitř stacionární dráhy*. Oběh Fobosu trvá 8 h, kdežto rotace bezmála 25 h. Jinými slovy: příslušná vzdutí jsou planetou bržděna, nikoli urychlována, oproti Fobosu jsou pozadu a způsobují tak jeho spirálování dovnitř. Fobos zřejmě spadne na Mars za několik desítek milionů roků, respektive se předtím rozpadne na úlomky a ty vytvoří nestabilní prsteneček.

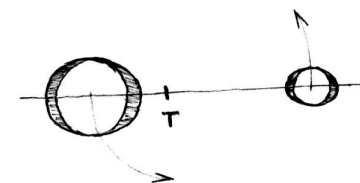


Obr. 11 — Natočení vzdutí Marsu vzhledem k Fobosu.

Otázkou je, kde se Fobos vůbec vzal?! I kdyby startoval z vyšší dráhy (stacionární je 11 000 km od Fobosu), stejně nemůže obíhat Mars delší dobu než 100 milionů roků. Navíc přímé zachycení na oběžnou dráhu v problému dvou těles není možné, muselo by se toho účastnit nějaké třetí těleso, například se původně mohlo jednat o prolétávající dvojplanetku. A ještě jeden problém: dráha Fobosu je prakticky kruhová a neskloněná k rovníku. Po zachycení obvykle těleso obíhá po protáhlé dráze. Slapy by musely působit relativně dlouhou dobu (delší než 100 milionů roků), aby se z eliptické dráhy stala kruhová.

### 0.1.7 Pluto–Charon, dvojplanetky

Pluto a Charon jsou jediným velkým systémem, který již dosáhl stavu *úplné synchronizace*. Otáčení Pluta, otáčení Charona i obíhání okolo společného těžiště trvá 6,4 dne. Vzdutě na Plutu i na Charonu směřují radiálně, disipace je nulová a systém se dále nevyvíjí.



Obr. 12 — Nákres plně synchronizovaného systému.

Kromě toho pozorujeme úplnou vázanou rotaci u některých dvojplanetek, zejména u souměřitelně velikých, jako (90) Antiope nebo (4769) Castalia.

### 0.1.8 Merkur–Slunce, Venuše–Slunce

U Merkuru a Venuše hrají zásadní roli slapy Slunce — podstatně zpomalily rotaci těchto planet. Merkur se zachytil v rotačně-orbitální rezonanci 3:2, neboť ta je při velké excentricitě dráhy Merkuru energeticky výhodnější než vázaná rotace (neboli rezonance 1:1). Venuše pod vlivem jiných (neslapových) procesů nakonec získala retrográdní rotaci pomalejší než oběh.<sup>11</sup>

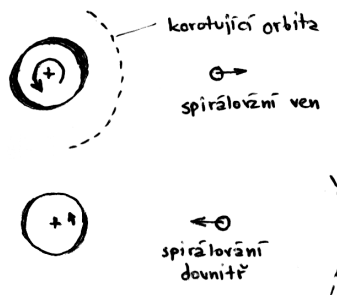
<sup>11</sup> Mimochodem, Venuše rotuje tak pomalu, že na změnu její rotace stačí vcelku malý nacentrální impakt. Zkusme cvičně spočítat velikost tělesa, které je potřeba na to, aby Venuši „překotilo“. Jeho moment hybnosti musí být srovnatelný s rotačním momentem hybnosti Venuše:

$$L_{\text{Venuše}} = I\omega \simeq L_{\text{impaktu}} \leq R_{\text{Venuše}} m_{\text{planetky}} v_{\text{planetky}}$$

$$m = \frac{I\omega}{Rv} \simeq \frac{10^{38} \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^6 \cdot 10^5} \text{ kg} \simeq 4 \cdot 10^{19} \text{ kg} \Rightarrow R_{\text{planetky}} = \sqrt[3]{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho}} \simeq 150 \text{ km}.$$

V dávné minulosti mohl být takových stokilometrových těles dostatek...

Zajímavá otázka: Proč Venuše ani Merkur nemají žádné měsíce? To je pravděpodobně způsobeno tím, že při postupném zpomalování rotace se podle rovnice (13) vzdaluje od planety stacionární dráha. Bývalé měsíce Venuše si tak mohly v klidu obíhat planetu, když se znenadání dostaly pod stacionární dráhu a „bum“, záhy spadly na Venuši. Dnes je situace taková, že stacionární dráha je až za Lagrangeovým bodem  $L_1$ .



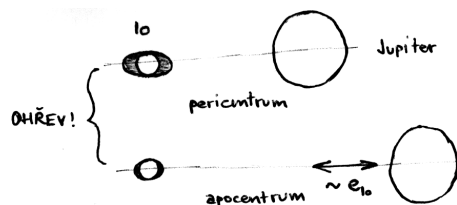
Obr. 13 — Venuše rotující rychle (pomalu) a odpovídající vývoj jejich měsíců.

### 0.1.9 Jupiter, Io a Europa

Všichni vědí, že Jupiterův měsíc Io je zahříván slapy. Jenomže v systému Jupiter–Io nastává disipace na Jupiteru, nikoli na Io, a v systému Io–Jupiter slapy nefungují, protože Io samozřejmě již dávno rotuje vázaně! Jak je tedy možné, že se ten měsíček zahřívá? Slapy na Io totiž fungují jinak.

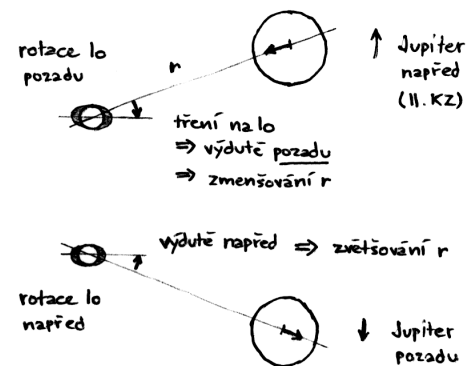
Jedná se o *časově proměnné slapy*, které vznikají jako důsledek excentrické dráhy Io, protože:

1. mění se vzdálenost Io–Jupiter a tedy i velikost slapů, které působí Jupiter na Io. (mění se velikost výdutí, resp. zploštění).



Obr. 14 — Změny vzdálenosti Jupitera a odpovídající změny výdutí na Io.

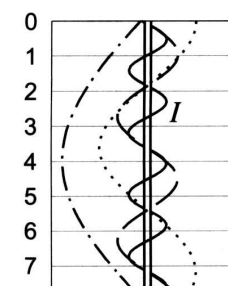
2. mění se oběžná rychlost Io podle II. Keplerova zákona, ale vázaná rotace Io je konstantní podle střední rychlosti, tudíž se mění natočení Io vůči pohybujícím se slapům (výdutím), za něž může Jupiter.



Obr. 15 — Změny rychlosti Jupitera a odpovídající změny natočení výdutí na Io.

Názorný pokus: vezměte balón a začněte jej různě mačkat, za chvíli pocítíte, jak se zahřál (a vy osobně také).

Slapy v systému Io–Jupiter by excentricitu snížily k nule, ale zde je excentricita  $e = 0,04$  vynucena *gravitační rezonancí* 2:1 středního pohybu s dalším měsícem Europa, který je navíc v rezonanci 2:1 s Ganymedem (obr. 16). Tato úžasná kombinace rezonancí zřejmě není náhoda, ale důsledek toho, že slapy Jupitera působí na každý měsíc jinak! Ve vztahu (12) pro  $\dot{L}_C$  totiž vystupuje hmotnost měsíce, takže každý satelit se vzdaluje od planety jinak rychle a *vůči sobě* se mohou satelity dokonce přibližovat. Po zachycení v rezonanci se dvojice satelitů již vyvíjejí společně.



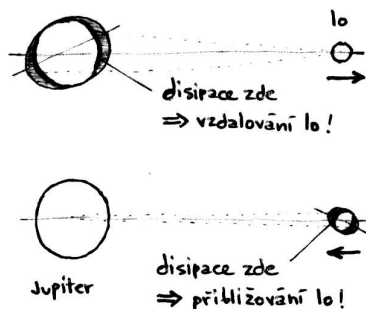
Obr. 16 — Graf z Hvězdářské ročenky, na kterém je znázorněno obíhání Io, Europy, Ganymeda a Kallisty okolo Jupitera. Úsek zachycuje čtyři oběžné periody Io a je z něj patrný poměr period 1:2:4 mezi Io, Europou a Ganymedem.

Již víme, že *disipace na Jupiteru způsobuje vzdalování Io* a zpomaluje rotaci Jupitera. Jak to je ale s disipací na Io? Má nějaký vliv na orbitální pohyb?

Nejlepší je představit si Io jako Zemi a Jupiter jako Měsíc, ale obíhající po excentrické dráze: v perijovu (resp. apojuvu) jsou výdutě působené Jupiterem

na Io napřed (pozadu) oproti rovnoměrně rotaci Io. To ale znamená, že tření na Io je bude brzdit (urychlovat), takže se dostanou dozadu (napřed) oproti spojnici Io–Jupiter! Nestejná dvojice sil na Jupiteru pak bude způsobovat přibližování (vzdalování) Jupitera.

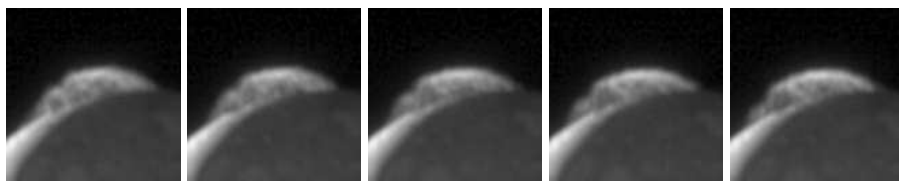
Mohlo by se zdát, že nula od nuly pojde, jenomže v perijovu jsou výduť větší než v apojuvu, takže jejich vliv převládne: *disipace na Io způsobuje přibližování Io*. A na rotaci Jupitera to nemá vliv.



Obr. 17 — Porovnání disipace na Jupiteru a disipace na Io.

Podle malé amplitudy librací kritického úhlu zmiňované rezonance  $\varphi_L = \lambda_{Io} - 3\lambda_{Europa} + 2\lambda_{Ganymeda} = 180^\circ \pm 0,06^\circ$  lze značně složitým výpočtem [67] usoudit, že na Io „nic netlačí“ — tzn. že disipace energie na Io musí být stejně veliká jako na Jupiteru. Kdyby tam byla nerovnováha a Io byl nucen se slapově vzdalovat nebo přibližovat, byla by amplituda  $\varphi_L$  řádově větší.

Io je působením slapů natolik zahříváný, že je roztavená většina jeho nitra. (Teplu produkované rozpadem radioaktivních prvků by na to samo nestačilo, nicméně Io by i bez slapů nebyl příliš daleko od stavu částečného roztavení.) Na povrchu je pozorovaných několik aktivních sopek (obr. 18). Pokud byly sopky aktivní po dobu 4,5 miliardy let stejně jako dnes, vyvrhly snad tisícinásobek objemu celého Io!



Obr. 18 — Sekvence záběrů Io ze sondy New Horizons zachycující jeden sopečný „deštník“.  
© NASA/JHU APL/SwRI.

Výhodou systému Jupiter–Io je, že můžeme přímo měřit *disipaci energie na Io*, a to pozorováním toku infračerveného záření, který k nám z Io přichází. Odtud lze vypočítat výkon vyzařovaný z celého povrchu,  $P \doteq 10^{14}$  W. Je-li stav Io stacionární (nestoupá ani neklesá jeho teplota, ale udržuje se na současné hodnotě), odpovídá to právě výkonu uvolňovanému slapovou disipací.

Nakonec ještě jedna krásná věc: když z rezonanční dynamiky víme, že disipace na Io je stejná jako disipace na Jupiteru, můžeme usuzovat na *děni v nitru Jupiteru*. Například lze odvodit, že disipační faktor v Jupiteru je velmi vysoký,  $Q \simeq 10^3$ .



# Literatura

- [1] ALVAREZ, L. W., ALVAREZ, W., ASARO, F., MICHEL, H. V.: *Extraterrestrial cause for the Cretaceous Tertiary extinction*. *Science*, **208**, s. 1095, 1980.
- [2] ARTEMIEVA, N., PIERAZZO, E., STÖEFFLER, D.: *Numerical modeling of tektite origin in oblique impacts: Implications to Ries-Moldavites strewn field*. *Bull. of the Czech Geological Survey*, **77**, 4, s. 303–311, 2002.
- [3] BEATTY, J. K., PETERSEN, C. C., CHAIKIN, A.: *The New Solar System*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [4] BERNARD, J. H., ROST, R. aj.: *Encyklopedický přehled minerálů*. Praha: Academia, 1992.
- [5] BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D.: *Physics of the Solar System*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
- [6] BOČEK, M.: *Petrologické složení povrchu a kůry Měsíce. Povětroň*, **14**, S1, 3, 2006.
- [7] BOTTKE, W. F., CELLINO, A., PAOLICCHI, P., BINZEL, R. P. (editoři): *Asteroids III*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2002. ISBN 0816522812.
- [8] BOTTKE, W. F., RUBINCAM, D. P., BURNS, J. A.: *Dynamical evolution of main belt meteoroids: Numerical simulations incorporating planetary perturbations and Yarkovsky thermal forces*. *Icarus*, **145**, s. 301–331, 2000.
- [9] BOTTKE, W. F., VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: *An asteroid breakup 160 Myr ago as the probable source of the K/T impactor*. *Nature*, **449**, 7158, s. 48–53.
- [10] BOTTKE, W. F. aj.: *Debiased orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects*. *Icarus*, **156**, 2, s. 399–433, 2002.
- [11] BOWELL, T.: *AstOrb* [online]. [cit. 2008-09-30]. <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>.
- [12] BROŽ, M.: *Impaktní kráter Steinheim*. *Povětroň* S1/2003, s. 3–10.
- [13] BROŽ, M.: *Impaktní krátery (2) — Ries*. *Povětroň* 5/2001, s. 6–13.
- [14] BROŽ, M.: *Yarkovský Effect and the Dynamics of the Solar System*. Dizertační práce, Karlova univerzita, Praha, 2006.
- [15] BROŽ, M.: *Yarko-site* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/yarko-site/>.
- [16] BROŽ, M. aj.: *Planetární stezka v Hradci Králové* [online]. [cit. 2008-12-10]. [http://www.astrohk.cz/planetarni\\_stezka/](http://www.astrohk.cz/planetarni_stezka/).
- [17] BROŽ, M., NOSEK, M., TREBICHAŤSKÝ, J., PECINOVÁ, D. Editoři : *Sluneční hodiny na pevných stanovištích. Čechy, Morava, Slezsko a Slovensko*. Praha: Academia, 2004. ISBN 80-200-1204-4.
- [18] BRUNS, H., *Acta Math.*, **11**, s. 25, 1887.
- [19] BURBINE, T. H. aj.: *Meteoritic parent bodies: their number and identification*. in *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, a R. P. Binzel (eds), Tuscon: University of Arizona Press, 2002, s. 653–667.
- [20] BURNS, J. A., SAFRONOV, V. S.: *Asteroid nutation angles*. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **165**, 403, 1973.
- [21] CALLIGAN, D. P., BAGGALEY, W. J.: *The radiant distribution of AMOR radar meteors*. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **359**, s. 551–560, 2005.
- [22] ČEPLIČKA, Z.: *Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks*. *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, **38**, s. 222–234, 1987.
- [23] ČEPLIČKA, Z. aj.: *Meteor phenomena and bolides*. *Space Science Reviews*, **84**, s. 327–471, 1998.
- [24] *Cryovolcanism and Geologic Analogies* [online]. [cit. 2009-04-30]. <http://mivo-sys.tripod.com/cryo.html>.
- [25] ČÁPEK, D., VOKROUHLICKÝ, D.: *The YORP effect with finite thermal conductivity*. *Icarus*, **172**, s. 526–536, 2004.
- [26] FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D., HARTMANN, W. K.: *Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift*. *Icarus*, **132**, s. 378–387, 1998.
- [27] FERNÁNDEZ, J. A.: *Comets. Nature, dynamics, origin and their cosmogonical relevance*. Dordrecht: Springer, 2005.
- [28] FESTOU, M. C., KELLER, H. U., WEAVER, H. A. (ed.): *Comets II*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2004.
- [29] FRANKEL, C.: *Volcanoes of the Solar System*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996. ISBN 0521477700.
- [30] GABZDYL, P.: *Prohlídka Měsíce* [online]. [cit. 2009-02-05]. <http://www.moon.astronomy.cz/>.
- [31] *Geologischer Wanderweg im Steinheimer Becken* [online]. [cit. 2003-1-1]. <http://www.pg.aa.bw.schule.de/aktiv/geoproj/sbecken/wanderfr.htm>
- [32] GRADY, M. M.: *Catalogue of meteorites*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521663032.
- [33] GROSCHOFF, P., REIFF, W.: *Der geologische Wanderweg im Steinheimer Becken*. Steinheim am Albuch, 1993.
- [34] HAGIHARA, Y.: *Celestial Mechanics I*. Cambridge: MIT Press, 1970.
- [35] HALODA, J.: *Meteority a jejich význam pro studium procesů vzniku a vývoje těles sluneční soustavy* [online]. [cit. 2009-01-29]. <http://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST021/index.html>.
- [36] HIRAYAMA, K.: *Groups of asteroids probably of common origin*. *Astron. J.*, **31**, 743, s. 185–188, 1918.
- [37] HOLMES, N.: *‘Shocking’ gas-gun experiments* [online]. [cit. 2008-11-13]. <https://www.llnl.gov/str/Holmes.html>.
- [38] HOLSAPPLE, K. aj.: *Asteroid spin data: no evidence of rubble-pile structures*. 36th Lunar and Planetary Science Conference, League City, Texas, 2005.
- [39] HUTCHISON, R.: *Meteorites: A Petrologic, Chemical and Isotopic Synthesis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521035392.
- [40] CHESLEY, S. R., aj.: *Direct detection of the Yarkovsky effect by radar ranging to asteroid 6489 Golevka*. *Science*, **302**, s. 1739–1742, 2003.
- [41] CHLUPÁČ, I. aj.: *Geologická minulost České republiky*. Praha: Academia, 2002.
- [42] *International Earth Rotation and Reference Systems Service* [online]. [cit. 2008-11-13]. <http://www.iers.org/>.
- [43] IVEZIČ, Ž. aj.: *Solar System objects observed in the Sloan Digital Sky Survey commissioning data*. *Astron. J.*, **122**, 5, s. 2749–2784, 2001.
- [44] JENNISKENS, P.: *Meteor showers and their parent comets*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521853491
- [45] JOHANSENN, A. aj.: *Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks*. *Nature*, **448**, 7157, s. 1022–1025, 2007.
- [46] JOHNSON, C.: *Precession of a gyroscope and precession of the Earth’s axis* [online]. [cit. 2008-09-10]. <http://www.mb-soft.com/public/precess.html>.
- [47] *JPL Horizons system* [online]. [cit. 2008-09-30]. <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>.
- [48] *JPL planetary and lunar ephemerides, DE405* [online]. [cit. 2008-09-30]. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/>.

- [49] KAASALAINEN, M. aj.: *Acceleration of the rotation of asteroid 1862 Apollo by radiation torques*. *Nature*, **446**, 7134, s. 420–422, 2007.
- [50] KAVASCH, J.: *The Ries Meteorite Crater. A geological guide*. Donauwörth: Ludwig Auer GmbH, 1985.
- [51] KELLEY, M. S.: *Comet dust trails* [online]. [cit. 2009-01-31]. (<http://www.physics.ucf.edu/~msk/projects/trails/>).
- [52] KENKMAN, T. aj.: *Structure and formation of a central uplift: A case study at the Upheaval Dome impact crater, Utah*. in *Large Meteorite Impacts III*, s. 85, 2003. ISBN 0813723841. (<http://books.google.com/>).
- [53] KOZAI, Y.: *Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity*. *Astron. J.*, **67**, 9, 591, 1962.
- [54] KRING, D. A., BAILEY, J.: *Terrestrial impact craters* [online]. [cit. 2008-11-13]. ([http://www.lpi.usra.edu/science/kring/epo\\_web/impact\\_cratering/World\\_Craters\\_web/intromap.html](http://www.lpi.usra.edu/science/kring/epo_web/impact_cratering/World_Craters_web/intromap.html)).
- [55] KRONK, G.: *Cometography* [online]. [cit. 2009-01-20]. (<http://cometography.com/>).
- [56] LEVISON, H., DUNCAN, M.: *Swift* [online]. [cit. 2008-09-30]. (<http://www.boulder.swri.edu/~hal/swift.html>).
- [57] MANNINGS, V. aj. (Ed.): *Protostars and planets IV*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2000. ISBN 0816520593.
- [58] MARCAN, S.: *Phase diagram explanation* [online]. [cit. 2009-01-20]. (<http://bhs.smuhsd.org/science-dept/marcan/>).
- [59] MCFADDEN, L.-A., WEISSMAN, P. R., JOHNSON, T. V. (Ed.): *Encyclopedia of the Solar System*. San Diego: Academic Press, 2007. ISBN 012088589.
- [60] MCSWEEN, H. Y.: *Meteorites and their parent planets*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [61] *MIAC. Antarctic meteorites* [online]. [cit. 2009-01-28]. (<http://miac.uqac.ca/MIAC/antarc.htm>).
- [62] MILANI, A., KNEŽEVIĆ, Z.: *Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid main belt*. *Icarus*, **107**, 2, s. 219–254, 1994.
- [63] *Minor planet & comet ephemeris service* [online]. [cit. 2008-09-30]. (<http://www.cfa.harvard.edu/iau/MPEph/MPEph.html>).
- [64] MORBIDELLI, A., CRIDA, A., MASSET, F., NELSON, R. P.: *Building giant-planet cores at a planet trap*. *Astron. Astrophys.*, **478**, s. 929–937, 2008.
- [65] MORBIDELLI, A., LEVISON, H.: *Scenarios for the origin of the orbits of the trans-neptunian objects 2000 CR<sub>105</sub> and 2003 VB<sub>12</sub> (Sedna)*. *Astron. J.*, **128**, 2564, 2004.
- [66] MORBIDELLI, A. aj.: *Source regions and timescales for the delivery of water to Earth*. *Meteoritics & Planetary Science*, **35**, 6, s. 1309–1320, 2000.
- [67] MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F.: *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [68] *National Space Science Data Center* [online]. [cit. 2009-02-17]. (<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/>).
- [69] NESVORNÝ, D., MORBIDELLI, A.: *Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt*. *Astron. J.*, **116**, 3029, 1998.
- [70] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D.: *Analytic theory of the YORP effect for near-spherical objects*. *Astron. J.*, **134**, 5, s. 1750–1768, 2007.
- [71] NESVORNÝ, D. aj.: *Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey*. *Icarus*, **173**, 1, s. 132–152, 2005.
- [72] NORTON, O. R.: *The Cambridge Encyclopedia of Meteorites*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521621437.
- [73] ÖPIK, E. J.: *Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter*. *Proc. R. Irish Acad.*, **54**, s. 165–199, 1951.
- [74] OSTRO, S.J. aj.: *Radar imaging of binary near-Earth asteroid (66391) 1999 KW<sub>4</sub>*. *Science*, **314**, 5803, s. 1276–1280, 2006.
- [75] DE PATER, I., LISSAUER, J. J.: *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521482194.
- [76] PECINA, P., CEPLECHA, Z.: *New aspects of in single-body meteor physics..* *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, **34**, 102, 1983.
- [77] PECINA, P., NOVÁKOVÁ, D.: *Meteorický radar v Ondřejově. Povětroň*, **10**, 6, s. 4, 2002.
- [78] PETERSON, C.: *A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect*. *Icarus*, **29**, s. 91–111, 1976.
- [79] POKORNÝ, Z.: *Astronomické algoritmy pro kalkulátory*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 1988.
- [80] PÖSGES, G., SCHIEBER, M.: *The Ries Crater – Museum Nördlingen*. München: Dr. Friedrich Pfeil, 1997.
- [81] PRAVEC, P. aj.: *Two-period lightcurves of 1996 FG<sub>3</sub>, 1998 PG, and (5407) 1992 AX: One probable and two possible binary asteroids*. *Icarus*, **146**, 1, s. 190–203, 2000.
- [82] PRAVEC, P. aj.: *Ondřejov Asteroid Photometry Project* [online]. [cit. 2008-09-09]. (<http://www.asu.cas.cz/~ppravec/>).
- [83] PŘÍHODA, P. aj.: *Hvězdářská ročenka 2008*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2007. ISBN 978-80-86017-47-1
- [84] QUINN, T. R., TREMAINE, S., DUNCAN, M.: *A three million year integration of the earth's orbit*. *Astron. J.*, **101**, s. 2287–2305, 1991.
- [85] *Rieskrater–Museum Nördlingen* [online]. [cit. 2001-1-1]. (<http://www.iaag.geo.uni-muenchen.de/sammlung/Rieskrater/RieskraterMuseum.html>)
- [86] RUBIN, A. E.: *Mineralogy of meteorite groups. Meteoritics and Planetary Science*, **32**, 231, 1997.
- [87] RUBINCAM, D. P.: *Polar wander on Triton and Pluto due to volatile migration*. *Icarus*, **163**, 2, s. 63–71, 2002.
- [88] RUSSEL, C. T. aj.: *Dawn mission and operations*. Asteroids, Comets, Meteors 2005, editoři Lazzaro, D., Ferraz-Mello, S., Fernandez, J. A., Cambridge: Cambridge University Press, 2006, s. 97–119.
- [89] SEIDELMAN, P. K. (editor): *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. U. S. Naval Observatory, Washington, 1992.
- [90] SEPKOSKI, J. J.: *Ten years in the library: New data confirm paleontological patterns*. *Paleobiology*, **19**, s. 43–51, 1993.
- [91] SKÁLA, R.: *Impact process: An important geological phenomenon*. *Acta Mus. Nat-Pragae*, Ser. B., Hist. Nat., **52**, s. 111–156, 1996.
- [92] SPURNÝ, P.: *Fotografické sledování bolidů ve střední Evropě*. *Corona Pragensis*, 2, 2001, (<http://praha.astro.cz/crp/0101a.phtml>).
- [93] *Stardust, JPL, NASA* [online]. [cit. 2006-06-01]. (<http://stardust.jpl.nasa.gov>).
- [94] STAUDACHER, T. aj.: *<sup>40</sup>Ar/<sup>39</sup>Ar ages of rocks and glasses from the Noerdlinger Ries crater and the temperature history of impact breccias*. *J. of Geophysics*, **51**, 1, 1982, s. 1–11.
- [95] STUART, J. S.: *A Near-Earth asteroid population estimate from the LINEAR Survey*. *Science*, **294**, 5547, s. 1691–1693, 2001.
- [96] SUNDMAN, K. E.: *Memoire sur le probleme de trois corps*. *Acta Math.*, **36**, s. 105–179, 1912.

- [97] ŠIDLICHOVSKÝ, M., NESVORNÝ, D.: *Frequency modified Fourier transform and its applications to asteroids. Cel. Mech. Dyn. Astron.*, **65**, 1–2, s. 137–148, 1996.
- [98] TILLOTSON, J. H.: *Metallic equations of state for hypervelocity impact*. General Atomic Report GA-3216, 1962.
- [99] *The Ries/Steinheim impact crater field trip* [online]. [cit. 2001-1-1]. (<http://www.earthsciences.ucl.ac.uk/research/planetaryweb/field/knodle.htm>)
- [100] TSIGANIS, K., GOMES, R., MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F.: *Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. Nature*, **435**, s. 459, 2004.
- [101] TUČEK, K.: *Meteority a jejich výskyty v Československu*. Praha: Academia, 1981.
- [102] VOKROUHLICKÝ, D.: *A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments. Astron. Astrophys.*, **344**, s. 362–366, 1999.
- [103] VOKROUHLICKÝ, D., FARINELLA, P.: *Efficient delivery of meteorites to the Earth from a wide range of asteroid parent bodies. Nature*, **407**, 6804, 606, 2000.
- [104] VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: *Pairs of asteroids probably of a common origin. Astron. J.*, **136**, 1, s. 280–290, 2008.
- [105] VOKROUHLICKÝ, D., aj.: *Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families. Icarus*, **182**, 1, s. 118–142, 2006.
- [106] WEIDENSCHILLING, S. J.: *Formation of Planetesimals and Accretion of the Terrestrial Planets. Space Science Reviews*, **92**, 1/2, s. 295–310, 2000.
- [107] *Wikipedia* [online]. [cit. 2008-04-10]. (<http://www.wikipedia.org/>).
- [108] WHIPPLE, F.: *A comet model. I. The acceleration of Comet Encke. Astrophys. J.*, **111**, s. 375–394, 1950.
- [109] WOLF, M. aj.: *Astronomická příručka*. Praha: Academia, 1992. ISBN 802000467X.
- [110] ZEĽDOVITCH, Ya. B. aj.: *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*. 1966. ISBN 0486420027. (<http://books.google.com>).